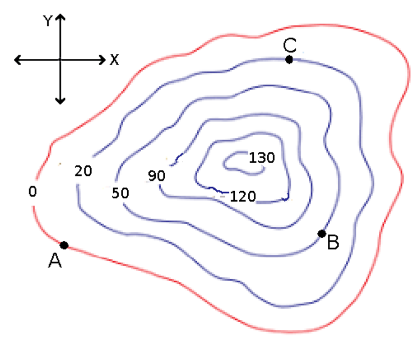
Nombre:	**Código:**	**Grupo:**

1. (5 ptos) Considere la función $w(x, y, z) = e^{\alpha(x+y+z)}$. Encuentre el valor del número α que garantiza la siguiente igualdad para todos los valores de (x, y, z):

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = w$$

2. (10 ptos) La figura a la derecha presenta las curvas de nivel de $z = f(x, y)$.

   Responda Falso (F) o verdadero (V), sin justificación, a las siguientes afirmaciones:



___ La magnitud del gradiente en B es mayor que la magnitud del gradiente en A

___ El gradiente en B tiene componente positiva en $\hat{\imath}$ y negativa en $\hat{\jmath}$

___ La magnitud del gradiente en C es mayor que la magnitud del gradiente en B

___ El gradiente en A tiene componente positiva en $\hat{\imath}$ y positiva en $\hat{\jmath}$

___ En el punto C la derivada direccional apuntando hacia $-\hat{\imath}$ es nula

3. (10 ptos) Para la función $z = f(x, y)$ dada a continuación, encuentre el valor de sus derivadas parciales de primer y segundo orden, $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, en el origen.

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \forall (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \tag{1}$$

4. (5 ptos) En un acto de magia, $Tuerquita$ presenta una caja cúbica con un volumen de 1 $[m^3]$, la cual empieza a expandirse a lo largo de sus 3 direcciones así:

   * El ancho, x, crece a un ritmo constante de 1 $[cm/s]$
   * El largo, y, crece a un ritmo constante de 5 $[cm/s]$
   * La altura, z, crece a un ritmo constante de 2 $[cm/s]$

   ¿A qué ritmo crece el volumen de esta caja en el tiempo $t = 10$ $[s]$?

5. (10 ptos) Dada la superficie $z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$, encuentre:

   $a)$ la ecuación del plano tangente a ella por el punto $P(1, 2, 3)$.

   $b)$ la ecuación de la recta perpendicular a ella en el mismo punto.

6. (10 ptos) La función $f(x, y) = \sin(xy)$ es contínua sobre la región rectangular cerrada R definida por $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq 1$. Determine todos los puntos donde $f(x, y)$ tiene máximos, y todos los puntos donde esta función tiene mínimos. Muestre gráficamente la ubicación de estos puntos sobre la región dada.