

Imagine que la temperatura de un día en las estribaciones de la Sierra Nevada de Santa Marta se puede modelar con una función $T = f(x, y, t)$, donde x, y representan la latitud y longitud de un lugar, y t la hora del día.

1. ¿Cuál es el significado de las derivadas parciales $\partial T/\partial x$, $\partial T/\partial y$, y $\partial T/\partial t$?
2. Palomino se sitúa a una latitud $11,26^\circ$ y una longitud de $-73,56^\circ$. Frente a sí, hacia el norte, se encuentra el mar caribe, y tras de sí, hacia el sur, la sierra nevada de Santa Marta y todos sus ecosistemas de bosques y alta montaña. Hacia el este Palomino está rodeado por una extensión de bosque, y al oeste, una fracción de tierra con mucho menos vegetación, semi desértica. Sabiendo que en la playa el aire se calienta más que sobre el mar durante el día, ¿a las 11 de la mañana usted esperaría que $f_x(11,26^\circ, -73,56^\circ, 11)$ y $f_y(11,26^\circ, -73,56^\circ, 11)$ sean positivas o negativas? ¿Qué esperaría de $f_t(11,26^\circ, -73,56^\circ, 11)$?

Solución:

Imagine el mapa de Colombia, o consulte uno, y fíjese en donde está Palomino. Según la descripción, la coordenada y representa la latitud geográfica, es decir, y aumenta hacia el norte en el mapa. La coordenada x representa la longitud, que aumenta hacia el este.

Considerando primero f_x , imagine que recorremos el mapa de oeste a este (i.e., de izquierda a derecha). Pasariamos del bosque a la playa, y luego a un suelo árido. Sería natural que la temperatura aumente al moverse en esa dirección, tanto si nos aproximamos a Palomino, como si caminos para alejarnos, yendo siempre en la dirección positiva de la coordenada x . Entonces $f_x(11,26^\circ, -73,56^\circ, 11)$ debe ser positivo en este modelo simplificado de temperatura.

Al pensar en la coordenada y , vemos que hay 2 comportamientos aparentemente contradictorios. Si de Palomino nos movemos hacia el norte, hacia el mar, la temperatura disminuye, indicando un posible valor negativo de la derivada parcial de la temperatura respecto de la coordenada y . Sin embargo, si llegamos a Palomino desde el sur, estaríamos igual moviéndonos hacia valores positivos de y , pero vemos que la temperatura estaría aumentando, indicando un posible valor positivo de la derivada parcial $\partial T/\partial y$. Si este modelo simplificado tiene variaciones suaves de *punto a punto*¹, lo que podríamos afirmar es que la derivada $f_y(11,26^\circ, -73,56^\circ, 11)$ debe ser igual a cero.

¹Note que aquí un punto se refiere a toda una extensión de Tierra, no a un punto infinitesimalmente pequeño. Por ejemplo, en el análisis esquemático de f_x nos movimos del bosque a la playa, y de la playa al desierto, sin tener en cuenta las variaciones metro a metro, o milímetro a milímetro.

Finalmente sobre la derivada temporal, si son las 11 de la mañana, ¿Qué esperamos que suceda con la temperatura a medida que el reloj avance?