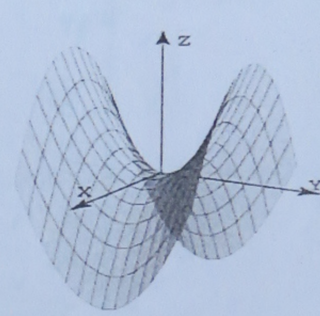
Solucionario.

Nombre:	Código:	Grupo:

1. Describa geométricamente el dominio de cada una de las siguientes funciones

   a) $f(x,y) = cot\left(x - \frac{y}{2}\right)$ b) $f(x,y,z) = \sqrt{9-x^2}\sqrt{9-y^2}\sqrt{9-z^2}$

2. Ilustre la forma de las curvas de nivel de la función de dos variables, $z = f(x,y)$, representada a la derecha.

   Describa y dibuje separadamente las trazas de esta función con los planos XY, YZ y XZ.

3. Para la siguiente función, ilustre su dominio y, de manera esquemática, algunas de sus superficies de nivel:

$$ln(16 - x^2 - y^2)\,.$$

4. Determine el valor de cada uno de los siguientes límites, o explique por qué no existen. Justifique su respuesta rigurosamente.

   a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,5)} \dfrac{3-y^2}{x-5}$ c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{5x^2+y^3}{|x|+y^2+1}$

   b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^2+5y^2}{x^2+y^2}$

5. ¿En qué puntos del plano XY la siguiente función es contínua?

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x-y}, & \text{si } y \neq x \\ 3x^2, & \text{si } x = y \end{cases} \tag{1}$$

6. **Opcional.** Determine si la función $f(x,y) = ln(\sqrt{x^2+y^2})$ es solución a las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$ b) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ c) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0$

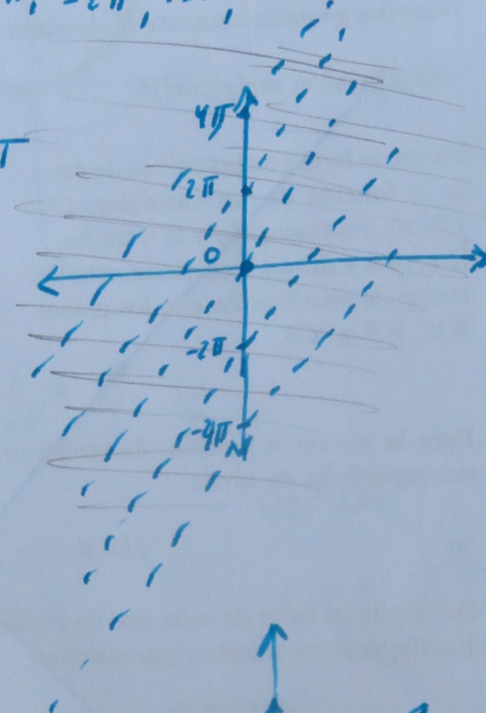
Solucionario.

1). $Cot = \frac{Cos}{Sin}$ → Necesitamos $Sin \neq 0$

$$\Rightarrow \quad x - \frac{y}{2} \neq 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$$

a)

$$y \neq 2x - 2n\pi$$

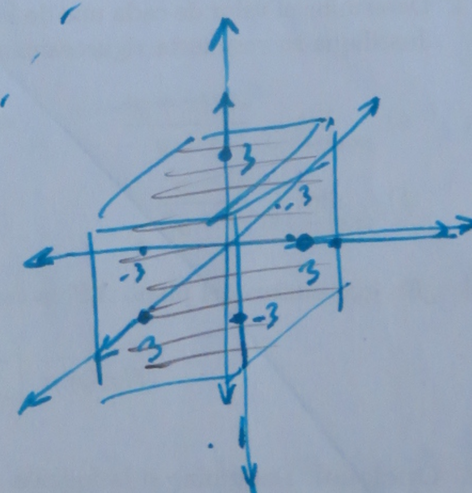


b) $9 - x^2 \geq 0$

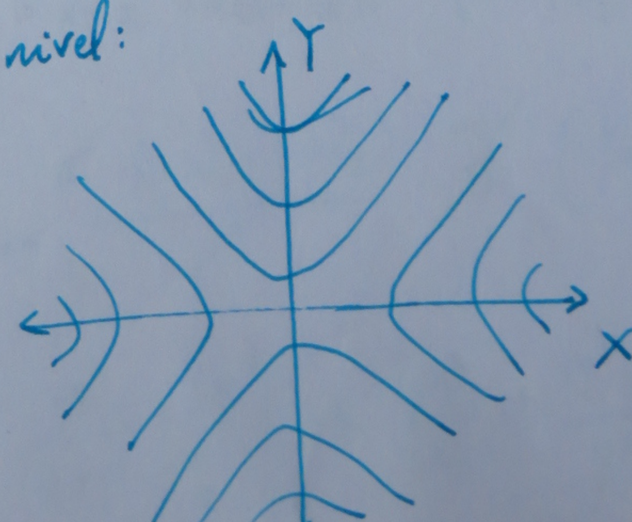
$9 \geq x^2$

$3 \geq |x| \rightarrow \quad 3 \geq x \geq -3$

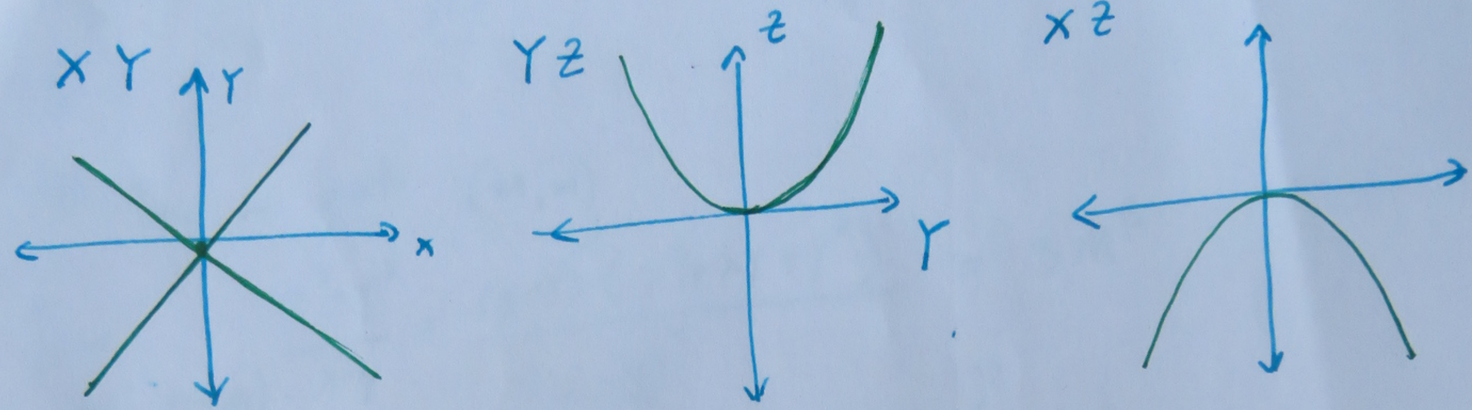
Igual para y y z:



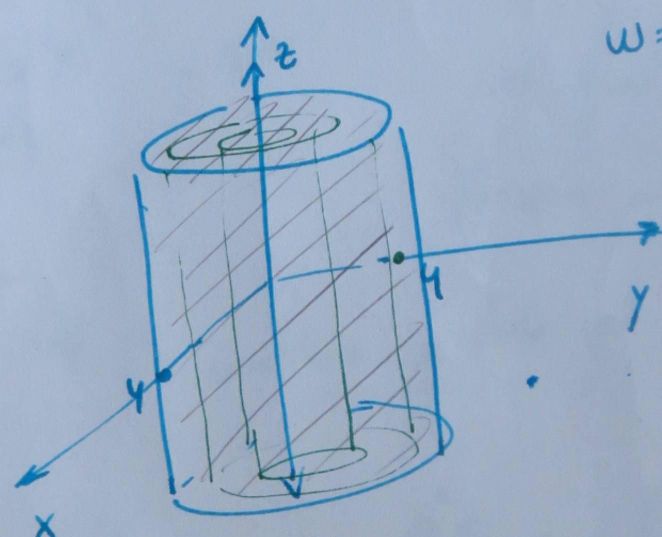
2) curvas de nivel:



TRAZAS:



3) $16-x^2-y^2>0 \Rightarrow 16 > x^2+y^2$



$w = w_0$

$\rightarrow x^2+y^2 = cte$

$\Downarrow$

cilindros!

4) a) Por el eje Y: $\lim_{x\to 5} \frac{3}{x-5} \nexists$ por derecha$^+ \rightarrow +\infty$

por izquierda$^- \rightarrow -\infty$

b) polares: $\lim_{r\to 0} \frac{\cancel{r^2}\cdot(3\cdot\cos^2_\theta + 5\cdot\sin^2_\theta)}{\cancel{r^2}} \nexists$ (Por el eje X, Y se obtiene lo mismo).

c) $0 \le \left|\frac{5x^2+y^3}{|x|+y^2}\right| \le \frac{5x^2}{|x|+y^2} + \frac{|y^3|}{|x|+y^2} \le \frac{5x^2}{|x|} + \frac{|y^3|}{y^2} \le 5|x| + |y| \rightarrow 0$

5) En la expresion $\frac{x^3-y^3}{x-y}$ el único riesgo de discontinuidad es en $x=y$.

$\Rightarrow$ Sea un punto (m,m)

$$\lim_{(x,y)\to(m,m)} \frac{x^3-y^3}{x-y} = \frac{\cancel{(x-y)}\cdot(x^2+xy+y^2)}{\cancel{(x-y)}} = 3m^2$$

Y si venimos por la recta $x=y$:

$$\lim_{(x,y)\to(m,m)} 3x^2 = 3m^2$$

$\to$ límite $\exists$ y es igual al valor de la función allí

$\Rightarrow$ Es continua en todo el plano XY.

---

6)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x}{x^2+y^2} \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{x^2+y^2} \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial xy} = \frac{-2xy}{(x^2+y^2)^2}$$

1) $\to$ No cumple

2) $\to$ Sí cumple

3) $\to$ No cumple.