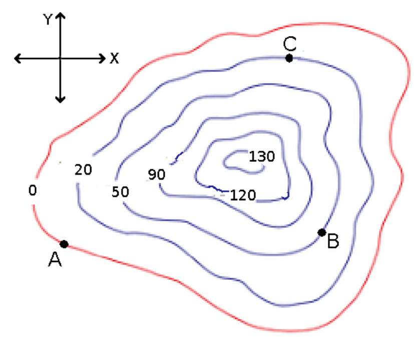
Nombre:	**Código:**	**Grupo:**

1. (5 ptos) Sea la función $w = \sin(x + 2y + 3z)$. Determine el valor de β que garantiza la siguiente igualdad para todos los valores de (x, y, z):

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \beta w$$

(10 ptos) La figura a la derecha presenta las curvas de nivel de $z = f(x, y)$.

Responda Falso (F) o verdadero (V), sin justificación, a las siguientes afirmaciones:



___ La magnitud del gradiente en A es mayor que la magnitud del gradiente en C

___ El gradiente en B tiene componente negativa en $\hat{\imath}$ y negativa en $\hat{\jmath}$

___ La magnitud del gradiente en B es menor que la magnitud del gradiente en A

___ El gradiente en A tiene componente positiva en $\hat{\imath}$ y positiva en $\hat{\jmath}$

___ En el punto C la derivada direccional apuntando hacia $\hat{\jmath}$ es negativa

2. (10 ptos) Para la función $z = f(x, y)$ dada a continuación, encuentre el valor de sus derivadas parciales de primer y segundo orden, $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, en el origen.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^3 - x^3}{x^2 + y^2}, & \forall (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases} \tag{1}$$

3. (10 ptos) Dada la superficie $z = x^2 + y^2 - xy + x + 1$, encuentre:

   a) la ecuación del plano tangente a ella por el punto $P(0, 1, 2)$.

   b) la ecuación de la recta perpendicular a ella en el mismo punto.

4. (10 ptos) En el plano XY hay una flor ubicada en el origen de coordenadas. En el tiempo $t = 0$ una abeja emprende vuelo desde la flor hacia afuera siguiendo una trayectoria en espiral dada por las ecuaciones paramétricas

$$x(t) = 3t\cos(\pi\, t) \quad ; \quad y(t) = 3t\sin(\pi\, t)\,,$$

   donde t representa el tiempo en $[s]$ y las coordenadas x, y se miden en $[cm]$. Siendo $D(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ la distancia entre la abeja y la flor, halle la rapidez con la que aumenta esta distancia, en $[cm/s]$, en el tiempo $t = 10$ $[s]$.

5. (10 ptos) Encuentre todos los puntos sobre la superficie $xyz = 8$, con x, y, z positivos, que son los más cercanos al origen. Determine la distancia mínima.