CÁLCULO III

Primer Examen

6 de marzo, 2018

Nombre:	**Código:**

ATENCIÓN:	Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor. **Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.** Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Describa geométricamente el dominio, $D(f)$, de cada una de las siguientes funciones:

   a) $\sqrt{1+x-y^2}$ b) $\ln\left(25-x^2-y^2-z^2\right)$

   a) Considere la curva C dada por $z^2-y^2=1$, e imagine que la hacemos girar:

   1) alrededor del eje Y 2) alrededor del eje Z

   En cada caso determine la ecuación que describe a los puntos sobre la superficie obtenida y diga de qué tipo de superficie se trata. Ilustre sus resultados.

2. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

   a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ *c*) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,-1)} \frac{xy+1}{x^2-y^2}$

   b) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(\pi,\pi,0)} sin^2(x)+cos^2(y)+sec^2(z)$

3. Recurra a la definición formal de límites $(\epsilon-\delta)$ o al teorema del emparedado para demostrar el siguiente límite: $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{2+cos(x)}=0$

4. Sea $z=f(x,y)$ dado de forma implícita por $z+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$. Encuentre el gradiente de z.

5. Una partícula cargada es acelerada por el campo magnético alrededor del agujero negro central de nuestra galaxia, convirtiéndose en un rayo cósmico. Este rayo viaja espiralando en una trayectoria descrita por: $x=2t$, $y=cos(t)$, $z=cos(t-\pi/2)$, donde t representa el tiempo.

   a) Muestre que en cualquier tiempo t la distancia al origen en este modelo puede escribirse como $\sqrt{1+a\,t^2}$, y encuentre el valor de a.

   b) Muestre que la magnitud del vector velocidad es constante.