

CÁLCULO III
PRIMER EXAMEN
6 DE MARZO, 2018

Nombre:

Código:

ATENCIÓN: Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor.
Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.
Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Describa geoméricamente el dominio, $D(f)$, de cada una de las siguientes funciones:

▪ $\sqrt{xy}\sqrt{x-2y}$

▪ $\ln(x^2 + y^2 - z^2)$

2. Encuentre una ecuación para la superficie conformada por todos los puntos P cuya distancia al eje Z es igual a su distancia al plano XY . ¿De qué tipo de superficie se trata?

3. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x^3+y^3}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(y) + 1}{y - \sin(x)}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}$

4. Recorra a la definición formal de límites $(\epsilon - \delta)$ o al teorema del emparedado para demostrar el siguiente límite: $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^3}{x^2 + y^2} = 0$

5. Sea $z = f(x, y)$ dada de forma implícita por $\sin(xy) + \sin(xz) + \sin(yz) = 0$. Encuentre el gradiente de z .

6. Una lámpara es alimentada por una batería, de forma que el voltaje de la batería satisface $V = IR$, donde I es la corriente que circula en el circuito y R el valor de la resistencia eléctrica de la lámpara¹. Se ha observado que al pasar el tiempo el voltaje de la batería disminuye progresivamente, mientras que la resistencia R aumenta debido a que la lámpara se calienta.

Estime la tasa de cambio de la corriente en un momento en el cual $R = 60$ ohms, $I = 0,4$ amp, $dR/dt = 0,5$ ohm/s, y $dV/dt = -0,1$ Volt/segundo. ¿La corriente está aumentando o disminuyendo?

¹Las unidades en el sistema SI son *Volts* [V] para el voltaje, *amperios* [amp] para la corriente, y *Ohmios* [ohm] para la resistencia