CÁLCULO III

Primer Examen

6 de marzo, 2018

Nombre:	**Código:**

ATENCIÓN: Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor.
Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.
Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Describa geométricamente el dominio, $D(f)$, de cada una de las siguientes funciones:

   a) $\ln(xy) + \sqrt{y - x}$ *b*) $\frac{\sqrt{y-x^2}}{|x-1|}$

2. *a*) Encuentre una ecuación para la superficie obtenida al rotar la línea $x = 3y$ alrededor del eje Y. Grafíquela.

   b) Considere las superficies: $z = x^2 + y^2 \quad ; \quad z = 2 - x^2 - y^2$. ¿De qué tipo de superficies se trata? Grafique el volumen contenido entre ellas.

3. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

   a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - y}{x - y}$ *c*) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^y\, sin(x)}{x}$

   b) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(1,0,-1)} \frac{e^{x+z}}{z^2 + cos(\sqrt{xy})}$

4. Recurra a la definición formal de límites ($\epsilon - \delta$) o al teorema del emparedado para demostrar el siguiente límite: $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x + y}{sin(x) + 3} = 0$

5. Sea $z = f(x, y)$ dado de forma implícita por $z + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} = 1$. Encuentre el gradiente de z.

6. Una partícula cargada es acelerada por el campo magnético alrededor del agujero negro central de nuestra galaxia, convirtiéndose en un rayo cósmico. Este rayo viaja espiralando en una trayectoria descrita por: $x = sin(t + \pi/2)$, $y = 3t$, $z = sin(t)$, donde t representa el tiempo.

   a) Muestre que en cualquier tiempo t la distancia al origen en este modelo puede escribirse como $\sqrt{1 + a\,t^2}$, y encuentre el valor de a.

   b) Muestre que la magnitud del vector velocidad es constante.