

## Instrucciones

Esta tarea es opcional. Las personas que la entreguen serán consideradas para un pequeño plus en la nota del primer examen, según la nota que hayan obtenido, así:

Nota original	plus máximo
Menor a 2.0	0.5
Entre 2.0 y 2.9	0.4
Entre 3.0 y 3.9	0.3
4.0 o más	0.2

**Fecha de entrega: Lunes 24 de Septiembre.** De 3 a 4 de la tarde en la sala de consultas, o de 4 a 6 de la tarde en el salón 313 de LL.

1. Una lámpara alimentada por una batería consume una potencia  $P = V^2/R$ , donde  $V$  es el voltaje de la batería y  $R$  el valor de la resistencia eléctrica de la lámpara <sup>1</sup>. Después de usarla un rato se observa que el voltaje de la batería va disminuyendo, mientras que la resistencia  $R$  aumenta por que la lámpara se calienta.

Estime la tasa de cambio de la potencia en un momento en el cual  $R = 30$  ohms,  $V = 12$  Volt,  $dR/dt = 0,5$  ohm/s, y  $dV/dt = -0,01$  Volt/s.

2. Considere la función de 2 variables  $z = f(x, y)$  dada por la mitad superior de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Encuentre una ecuación para el plano tangente a dicha superficie en el punto  $(1, -1, 1)$ .
3. Considere la función de 2 variables  $z = f(x, y)$  dada de forma implícita por

$$xy + ye^z + ze^x = 1.$$

- a) Halle una expresión para las derivadas parciales  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$
- b) Utilícela el resultado anterior para calcular el vector gradiente en el punto  $(x, y) = (0, 1)$ , en el cual la función toma el valor  $z = 0$ .
- c) Halle un vector unitario en la dirección en la cual la función  $z$  disminuye lo más rápido posible
- d) Halle la derivada direccional  $D_u f$  en la dirección del vector unitario  $\hat{u} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$

---

<sup>1</sup>Las unidades en el sistema SI son *Volts* [V] para el voltaje, *Ohmios* [ohm] para la resistencia, y *Watts* [W] para la potencia