

Propuesto por: Juan Carlos Basto Pineda
21/08/2018

Para resolver el siguiente ejercicio, sustituya a por el último dígito en su código que es diferente de 0. Por ejemplo, si su código es 2161605, entonces $a = 5$, y si su código fuera 2161700, entonces $a = 7$.

Sea la función de dos variables $z = f(x, y)$, con $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y-a}}$. Ilustre en el plano XY el dominio de esta función, y las curvas de nivel correspondientes a $z_0 = 1, 2, \frac{1}{2}$.

Solución:

Para evitar divisiones por cero, el dominio debe evitar todos los puntos en la recta horizontal $y = a$. Por otro lado, se requiere que el valor dentro de la raíz sea no negativo, lo cual se puede obtener de dos maneras. La primera es garantizando simultáneamente las inecuaciones:

$$x \geq 0 \quad ; \quad y - a > 0$$

lo cual implica que para los x no negativos, y debe ser mayor que a . La segunda es garantizando simultáneamente las desigualdades:

$$x \leq 0 \quad ; \quad y - a < 0$$

es decir que para valores negativos (y cero) de x , y puede tomar cualquier valor menor que a . Estas condiciones determinan el dominio como la unión de dos regiones disjuntas limitadas por la recta $y = a$ y el eje Y .

Respecto a las curvas de nivel, de hacer $z = z_0$ y despejar para y tenemos:

$$y = \frac{x}{z_0^2} + a,$$

lo que conforma una familia de rectas a través del punto $(0, a)$, aunque existe una discontinuidad justo en él (pues no pertenece al dominio).