

CÁLCULO III

PRIMER EXAMEN

6 DE MARZO, 2018

Nombre:

Código:

ATENCIÓN: Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor.
Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.
Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Describa geoméricamente el dominio, $D(f)$, de cada una de las siguientes funciones:

a) $x \ln(y^2 - x)$

b) $e^{\sqrt{z-x^2-y^2}}$

2. Encuentre una ecuación para la superficie conformada por todos los puntos P cuya distancia al eje X es el triple de su distancia al plano YZ . ¿De qué tipo de superficie se trata?

3. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,\pi/6)} \frac{x \sin(y)}{x^2 + 1}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x}{x^2 + x + y^2}$

4. Recorra a la definición formal de límites $(\epsilon - \delta)$ o al teorema del emparedado para demostrar el siguiente límite: $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2} = 0$

5. Sea $z = f(x, y)$ dada de forma implícita por $\sin(x + y) + \sin(x + z) + \sin(y + z) = 0$. Encuentre el gradiente de z .

6. Una lámpara alimentada por una batería consume una potencia $P = V^2/R$, donde V es el voltaje de la batería y R el valor de la resistencia eléctrica de la lámpara ¹. Se ha observado que al pasar el tiempo el voltaje de la batería disminuye progresivamente, mientras que la resistencia R aumenta debido a que la lámpara se calienta.

Estime la tasa de cambio de la potencia en un momento en el cual $R = 30$ ohms, $V = 12$ Volt, $dR/dt = 0,5$ ohm/s, y $dV/dt = -0,01$ Volt/s. ¿Qué porcentaje representa esa variación instantánea respecto del valor de la potencia consumida en ese momento?

¹Las unidades en el sistema SI son *Volts* [V] para el voltaje, *Ohmios* [ohm] para la resistencia, y *Watts* [W] para la potencia