

CÁLCULO III

PRIMER EXAMEN

6 DE MARZO, 2018

Nombre:

Código:

ATENCIÓN: Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor.

Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.

Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Para cada una de las funciones presentadas debajo, ilustre en el plano XY su dominio:

a) $z = \sqrt{\frac{y}{x+3}}$

b) $z = \sqrt{4x^2 + y^2 - 16}$

2. Un monumento se levanta verticalmente con forma de cono elíptico. Su base tiene un diámetro mayor de 6 m y un diámetro menor de 4 m, y la altura hasta el vértice es 12 m. Encuentre una ecuación para describir la superficie de este monumento.

3. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + y^2}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y^2}{x + y}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} e^{-xy} \cos(x + y)$

4. El paraboloide $z = 6 - x - x^2 - 2y^2$ intersecta al plano $x = 1$ formando una parábola. Encuentre las ecuaciones de la recta tangente a esta parábola en el punto $(1, 2, -4)$. Grafique.

5. Sea $z = f(x, y)$ dada de forma implícita por $z = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$. Encuentre el gradiente de z .

6. Al estudiar un sistema de 2 cuerpos con masa ligados gravitacionalmente, algunas propiedades se comprenden más fácilmente al sustituirlos por una “masa reducida” dada por $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, la cual orbita alrededor del centro de masa de los cuerpos originales. Aproximando el cambio en μ por su diferencial total $d\mu$, muestre que un pequeño cambio porcentual de 1% en los valores de m_1 y m_2 generará un cambio de 1% en el valor de μ .