

# CÁLCULO III

## PRIMER EXAMEN

6 DE MARZO, 2018

Nombre:

Código:

ATENCIÓN: Los 6 ejercicios presentados a continuación poseen el mismo valor.

**Seleccione y conteste solamente 5 de ellos.**

Si usted presenta soluciones a los 6 ejercicios se considerarán los 5 en los que haya obtenido puntaje menor.

1. Describa geoméricamente el dominio,  $D(f)$ , de cada una de las siguientes funciones:

a)  $\frac{\sqrt{x+y+1}}{x-1}$

b)  $\arcsin(x^2 + y^2 - 2)$

2. Considere un modelo aproximado de el planeta *51 Pegassi b* como si fuera un elipsoide, el cual tiene su centro en el origen de coordenadas y al polo norte en algún lugar sobre el eje  $Z$  positivo. La distancia del centro al polo es aproximadamente 5230 km, y la distancia desde el centro hasta la línea del Ecuador de ese planeta, es  $\sim 5900$  km. Encuentre una ecuación para describir la superficie de *51 Pegassi b* en este modelo.

3. En cada uno de los casos presentados a continuación, determine el límite indicado o explique por qué no existe:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos\left(\frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}\right)$  b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy^2 - 1}{y - 1}$  c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0, \ln(2))} e^{x-y}$

4. Recorra a la definición formal de límites ( $\epsilon - \delta$ ) o al teorema del emparejado para demostrar el siguiente límite:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x^2+1} = 0$

5. Sea  $z = f(x, y)$  dada de forma implícita por  $xe^y + ye^z + z = 0$ . Encuentre el gradiente de  $z$ .

6. Sofía hizo una estimación mental del radio y la altura de una probeta cilíndrica en su laboratorio de Física, y usó estas medidas para calcular el volumen. Muestre que si el máximo error porcentual en cada medida estimada inicialmente por Sofía (el radio y la altura) es del 1 %, su cálculo del volumen debe ser correcto dentro de una precisión del 3 %.