Propuesto por: Juan Carlos Basto Pineda
14/08/2018

Identifique en cada caso de qué tipo de curva cónica se trata: circunferencia, elipse, hipérbola, parábola; halle sus parámetros principales: centro, focos, medidas; grafíquela.

1. $25x^2 + 16y^2 + 100x - 96y - 156 = 0$
2. $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$
3. $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 9 = 0$
4. $2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y - 9 = 0$
5. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$

Solución:

El examen los coeficientes del término cuadrático en x y el término cuadrático en y revela a qué tipo de curva corresponde cada ecuación. A continuación se lista la clasificación y la forma canónica de cada ecuación tras un poco de álgebra:

1. Elipse, pues los coeficientes cuadráticos poseen mismo signo pero son diferentes. $\frac{(x+2)^2}{4^2} + \frac{(y-3)^2}{5^2} = 1$. Centro en $(-2, 3)$, semieje horizontal 4 y semieje vertical 5.
2. Parábola, pues sólamente hay un término cuadrático. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6(y-3)$. Centro en $(\frac{5}{2}, 3)$, distancia del vértice al foco: $p = 1{,}5$.
3. Hipérbola, pues los coeficientes cuadráticos poseen signos distintos. $\frac{(x-2)^2}{2^2} - \frac{(y+1)^2}{(4/3)^2} = 1$. Centro en $(2, -1)$, rectas asintóticas: $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$, $y = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$.
4. Circunferencia, por que los dos coeficientes cuadráticos son iguales. $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 5$. Centro en $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, radio $\sqrt{5}$.
5. NO ES UNA CÓNICA. La comparación de los coeficientes cuadráticos parece indicar que se trata de una circunferencia, pero la factorización nos lleva a $(x-2)^2+(y-3)^2 = -4$, relación que no puede ser satisfecha por valores $x, y \in \mathbb{R}$.