1. Ecuación de valor. Cuando se quiere hallar un flujo de caja equivalente se utiliza una ecuación de valor y así se construye una condición (ecuación) que permite hallar el flujo equivalente. En algunos caso, hallar la solución a dicha condición no es una tarea sencilla. El objetivo de este primer punto es construir una clase en Python que permita solucionar numéricamente las ecuaciones de valor. Tenga en cuenta que en algunos casos la variable de interés no es necesariamente el flujo de caja. Otras variables de interés puede ser la periodicidad, o una tasa de interés.

   Reto: Construir una clase que reciba un argumento, (tasa, flujo o n). Si recibe

   - tasa, entonces halle la tasa que cumple la ecuación de valor.
   - flujo, entonces halle el flujo que cumple la ecuación de valor.
   - n, entonces halle el valor n que cumple la ecuación de valor.

   Con ayuda de la clase construida, responder a los siguientes problemas:

   a) ¿Cuánto se debe depositar hoy en una cuenta de ahorros que paga un interés del 2 % mensual, para poder retirar \$ 75.000 dentro de seis meses, \$ 45.000 dentro de ocho meses, la mitad de lo depositado dentro de diez meses y aún se tenga un saldo de \$ 300.000 dentro de 12 meses? (**Rta:** \$579.074.35)

   b) Usted tiene tres documentos por cobrar así: uno por \$ 200.000 dentro de 4 meses,otro por \$ 300.000 dentro de 6 meses y el último por \$ 600.000 dentro de 8 meses. Pacta con su deudor cambiar los tres pagos por uno de \$ 900.000. Si la operación financiera se realiza con una tasa de interés del 4 % mensual ¿en qué fecha se debe pagar?

   c) Pablo se comprometió a cancelar una deuda con los siguientes pagos: un pago en el día de hoy por valor de \$ 50.000, un pago dentro de 5 meses por valor de \$ 200.000 y un pago dentro de 8 meses por valor de \$ 350.000. Posteriormente convino con el acreedor en cancelarle la deuda con dos pagos iguales en los meses 6 y 12. Calcular el valor de estos pagos, si la operación se realiza con una tasa de interés del 3 % mensual. (**Rta:** 324.144.53)

2. Construir una gráfica de tiempo en función de la precisión que compare los métodos para resolver:

   a) La solución numérica a la ecuación $e^x = 2(1 - x)$. Ayuda: está en el intervalo $[0, 3]$.

   b) Una aproximación numérica a la raíz de $f(x) = x^3 + x - 7$. Luego con 1.7 (raíz de f) halle el error relativo de su aproximación.

   c) Halle la raiź positiva de la ecuación $x = 5(1 - e^{-x})$ con cinco decimales de aproximación.

   d) Halle la raíz de la función $f(x) = x - 3e^{-x}$ con 6 decimales de aproximación.

3. Hallar los puntos críticos de forma numérica para las siguientes funciones

   a) $f(x) = e^{-x} - x$.

   b) $f(x) = \ln(x) - 5x^2$.

4. Construir un programa que calcule los betas de MCO, el error estándar y el R^2.

   a) Utilizar el programa para estimar los parámetros de los siguientes modelos con una base de datos dada.

   b) Comparar los resultados con los obtenidos por un módulo en Python.

5. Compute un equilibrio de Cournot para un duopolio. El problema es encontrar los dos resultados de producción para dos firmas, de tal manera que ninguna empresa encontraría ventajas en desviarse (unilateralmente) de esa producción. El problema que enfrenta cada empresa es que aumentar la producción puede aumentar los ingresos (la empresa vende más) pero también puede disminuir los

precios (debido a una mayor disponibilidad). Por tanto, se debe buscar cantidades de producción que maximicen el beneficio neto.

Las funciones de costos que tienen las dos firmas son:

$$C_i(q_i) = \frac{1}{2} c_i q_i, \quad i = 1, 2,$$

Suponga la función de demanda inversa (para todo el mercado):

$$P(q) = q^{-1/\gamma}.$$

Esta función produce el precio de mercado, dada la oferta conjunta $q = q_1 + q_2$. El beneficio ($\pi_i(q_1, q_2)$) de la firma i es ganancia menos costos. Para encontrar el equilibrio de Cournot, se debe hacer cumplir la condición de optimización de beneficio para la empresa 1, en función de su producción q_1, y de beneficio para la empresa 2, como una función de q_2. La condición de estacionariedad produce el siguiente conjunto de dos ecuaciones no lineales:

$$f_i(q) = (q_1 + q_2)^{-1/\gamma} - (1/\gamma)(q_1 + q_2)^{\frac{-1}{\gamma}-1} q_i - c_i q_i = 0 \quad i = 1, 2.$$

También se necesita la matriz jacobiana de $f_i(q)$. Asuma $\gamma = 0.6$, $c_1 = 0.6$ y $c_2 = 0.8$. Para resolver el problema por el método de Newton, se necesita una función que calcule tanto la función misma como el jacobiano.

a) Construya la matriz Jacobiana.

b) Construya la función que calcula la función y el Jacobiano

c) Halle la solución del problema de optimización (raíz de la derivada de f) con ayuda de un método numérico visto en clase.