Estimación de la solución de sistemas de ecuaciones lineales por el método Monte Carlo con Cadenas de Markok

Presenta:
Max B. Austria Salazar[1]
Juan Carlos López Núñez

IIMAS

[1] austriamax@ciencias.unam.mx

Resumen

El presente documento expone una artículo de investigación donde se desarrolla de una técnica de aproximación para solucionar sistemas de ecuaciones lineales mediante MCMC.

Palabras clave: Cadenas de Markov, Método Monte Carlo, Sistemas de ecuaciones lineales.

Introducción

Los métodos Monte-Carlo, son algoritmos no deterministas o estadístico-numérico, que se usan para aproximar expresiones matemáticas complejas de evaluar.

Este tipo de métodos requieren los siguientes elements:

- Una distribución de probabilidad a simular.
- Capacidad computacional para hacer simulaciones.
- Un método de estimación.

Introducción

La propuesta para aproximar la solución al sistema de ecuaciones $Ax = b$ esta asociado a una clase particular de Cadenas de Markov. EL objetivo es encontrar un vector $\widehat{x}$ tal que

$$||A\widehat{x} - b|| < \varepsilon$$

Introducción

Por la naturaleza estocástica de método, no se garantiza que $||A\widehat{x} - b|| < \varepsilon$ se cumpla en todas las ocasiones.

Por lo que se busca acotar la probabilidad de fallar.

$$\mathbb{P}[||A\widehat{x} - b|| \geq \varepsilon] < \delta$$

MCMC

Los insumos del algoritmo MCMC son:

- Matriz A, M, N tales que $A = M - N$
- Vector b.
- El parámetro de confianza δ.
- El parámetro de precisión ϵ.

Con los cuales calculara:

- Matrices auxiliares: f y T.
- El número de cadenas de Markov N. Con la fórmula $N \geq (\frac{0.6745}{\delta})^2 ||f||^2/((1 - ||T||^2) + 1$

MCMC

Por lo anterior, se identifican como fuentes de variablidad en el tiempo de ejecución:

- El número de simulaciones N:
  -
  - Las normas de f y T
  - La confianza δ
- La presición ε.
- El número de procesadores.

MCMC

Por lo anterior, se identifican como fuentes de variablidad en el tiempo de ejecución:

- El número de simulaciones N:
    -
    - Las normas de f y T
    - La confianza δ
- La presición ε.
- El número de procesadores.

Sensibilidad a las normas (Python)

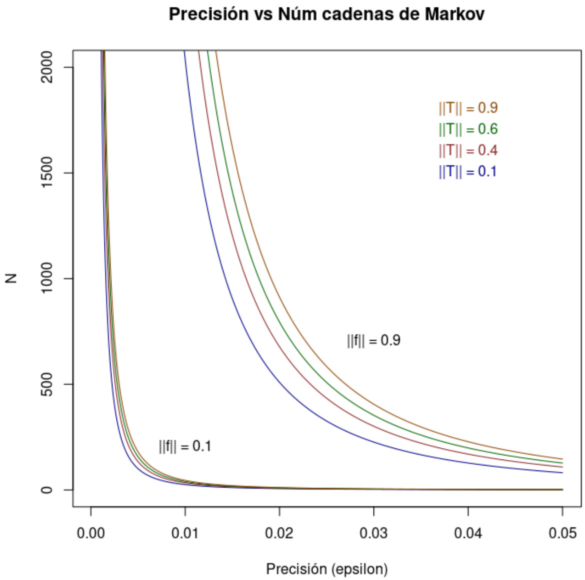

Figure: Sensibilidad a la norma

Sensibilidad al paralelismo (Python)

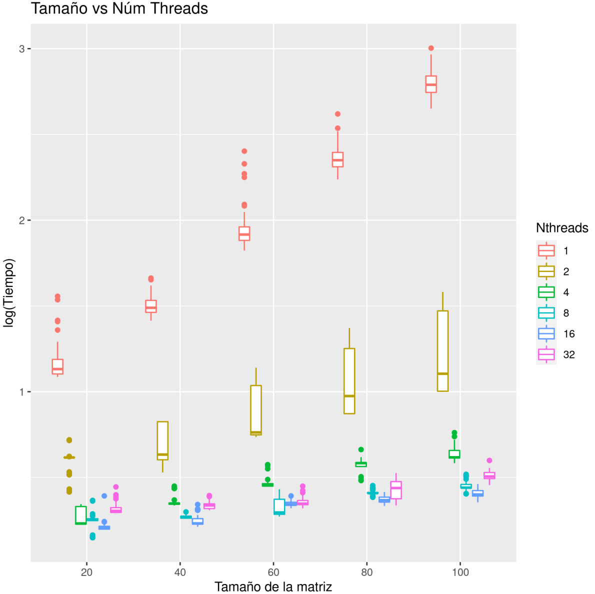

Figure: Tiempo vs Hilos

Sensibilidad a la confianza (Python)

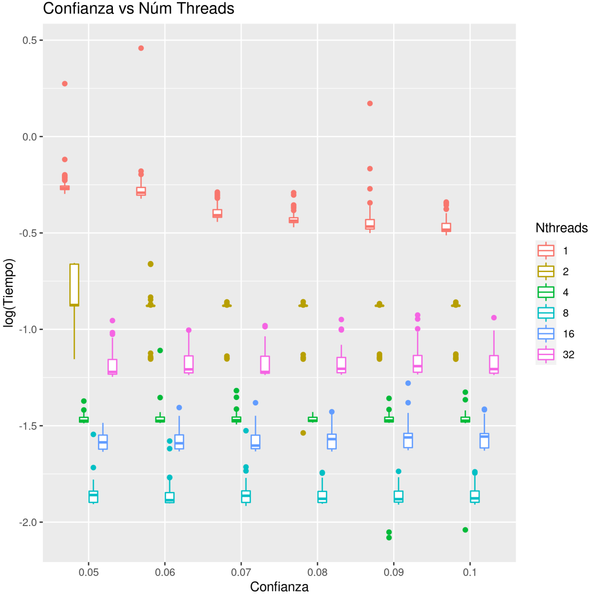

Figure: Tiempo vs Confianza

Conclusiones

- 1. El algoritmo MCMC es adecuado para ser paralelizado.
- 2. Las normas de la factorización de la matriz A es relevante en el tiempo de ejecución.
- 3. La confianza es relevante en el tiempo de ejecución, mayor confianza implica mayor tiempo de ejecución.
- 4. A mayor precisión, mayor número de simulaciones.

Bibliografía

[1] Vaisma, Iosif (2012). Handbook of Computational Statistics. 10.1007/978-3-642-21551-3_36.

[2] Lopez-Ruiz, Ricardo (2022). Computational Statistics and Application. 10.5772/intechopen.95652.