

DURACIÓN: 60 Minutos

Dada la tabla de datos:

x_i	0	1	2
y_i	1.0	2.72	7.39

1. Queremos determinar la función $p(x) = a(x-1)(x-3) + bx(x-3) + cx(x-1)$ que interpola a los datos de la tabla. Plantear y resolver el sistema lineal $HC=B$ correspondiente al problema de interpolación pedido. Indicar claramente, la matriz H , el vector B y los valores de los coeficientes de la función $p(x)$ (a , b , c).
2. Dibujar en una misma gráfica, la función $p(x)$ ('g') y los datos de la tabla ('r*') en el intervalo que consideres más adecuado.
3. Suponiendo que los datos pertenecen a la función $f(x)=e^x$ y por lo tanto $p(x)$ interpola a $f(x)$ en la tabla de datos. Calcular y representar en una gráfica el error de interpolación $e=|f(x)-p(x)|$ en el mismo intervalo que en el apartado anterior.
4. Ahora tenemos una nueva tabla de datos generada por los comandos, $xi2=[0:0.5:2]'$ $yi2=\exp(xi2)$. Ajustar en el sentido de mínimos cuadrados los datos de la nueva tabla con una función del tipo $p(x)$ (apartado 1) pero teniendo en cuenta que **$b=-1$** . Determinar los coeficientes a y c de la nueva $p(x)$
5. Calcular el vector residuos del ajuste del apartado 4 y el error total del ajuste. ¿En qué punto se produce el máximo error y cuánto vale?
6. Queremos realizar un nuevo ajuste con los datos de la tabla ($xi2$, $yi2$) pero en el que los datos de los extremos correspondientes a $xi2=0$ y $xi2=2$ sean 10 veces menos importantes que el resto de datos. Representar gráficamente la nueva función del ajuste pesado ('g'), la función $p(x)$ del apartado 4 sin pesos ('b'), y los datos de la tabla ($xi2$, $yi2$) ('ro').
7. Calcular los valores estimados por las funciones $p(x)$ con pesos (apartado 6) y sin pesos (apartado 4) para $v=0.8$. Calcular el error relativo para cada una de las estimaciones, suponiendo que tratamos de ajustarnos a la función $f(x)=e^x$. ¿Cuál de las dos estimaciones es mejor? ¿Por qué?