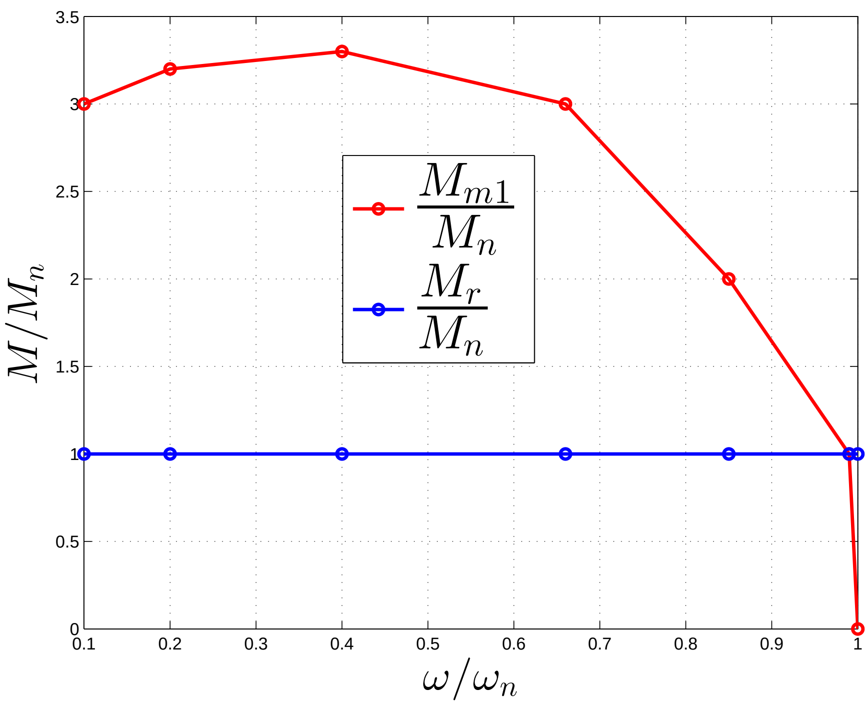
Índice general

0.1. Planteamiento del problema

Se resuelve detallada y justificadamente un problema de motor de inducción ó asicnrono.

Sean un motor sometido a una tensión inicial V_1 sus características par-velocidad se representan en siguiente gráfica. El par resistente es tal que el "motor acciona una carga constante (que requiere un par igual al nominal) bajo condiciones permanentes", o sea, el par resistente tiene el valor del para nominal constantemente $M_r = M_n$.



El par del conjunto es la diferencia entre el par motor M_m (ó par útil) y el resistente M_r, por tanto, $M_m - M_r$. Y a su vez es equivalente al producto del momento de inercia J por la acerleración angular del motor $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$

$$M_m - M_r = J \frac{\mathrm{d}\,\omega}{\mathrm{d}\,t}$$

"La inercia del conjunto es tal que se requieren 1,2 segundos para llevar el sistema desde el reposo hasta la velocidad nominal ω_n cuando se le acelera con un par constante igual al nominal M_n", repito, el par del conjunto es constante, así independiente de la velocidad angular ω.

$$M_n = M_m - M_r = J \frac{\mathrm{d}\,\omega}{\mathrm{d}\,t} \Longrightarrow \int_{t=0}^{t=1,2} dt = \int_{\omega(t=0)=0}^{\omega(t=1,2)=\omega_n} \frac{J}{M_n} \,\mathrm{d}\,\omega$$

$$1{,}2 = \frac{J}{M_n}\,\omega_n$$

Resolvemos J

$$J = 1{,}2\,\frac{M_n}{\omega_n}$$

El enunciado describe el comportamiento del motor: "cuando la tensión de red cae súbitamente en un 50 % y permanece así durante 0,6 segundos hasta que se recupera hasta su valor nominal nuevament". También se nos relaciona el par motor y la tensión, "el par entregado por un motor de inducción es proporcional al cuadrado de su tensión aplicada". Entonces, para cualquier par motor

$$M_m = K\, V^2$$

Sea el par motor inicial M_{mi} a una tensión V_i y el final M_{mi} a una tensión V_f. Si la tensión final es V_f/V_i veces la incial (V_i), el nuevo para motor M_{m2} lo calculamos tal que considerando K constante

$$\left.\begin{aligned} V_f &= V_i \\ M_{mi} &= K\, V_i^2 \\ M_{mf} &= K\, V_f^2 \end{aligned}\right\} M_{mf} = K\, V_f^2 = K\left(\frac{V_f}{V_i}\, V_i\right)^2 = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^2 K\, V_i^2 = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^2 M_{mi}$$

Por tanto, si la tensión nueva es la mitad de la anterior $V_2 = 0{,}5\, V_1$, el nuevo para motor M_{m2}

$$M_{m2} = K\, V_2^2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 M_{m1} = 0{,}5^2\, M_{m1}$$

Repito: "el par entregado por un motor de inducción es proporcional al cuadrado de su tensión aplicada". Esta oración no relaciona las velocidades angulares a la nueva tensión (y así nuevo par), ω_2 para V_2 y M_{m2}. Luego, suponemos que si el par lo reduccimos un $(V_{final}/V_{inicial})^2$ la velocidad angular la reduccimos según la función f tal que $\omega_{final} = f\,(\omega_{inicial})$

Pero el enunciado no da información de la función f. Estamos avocados a recurrir a teorría de máqunias asíncronas. El par de un motor asíncrono se relaciona aproximadamente según

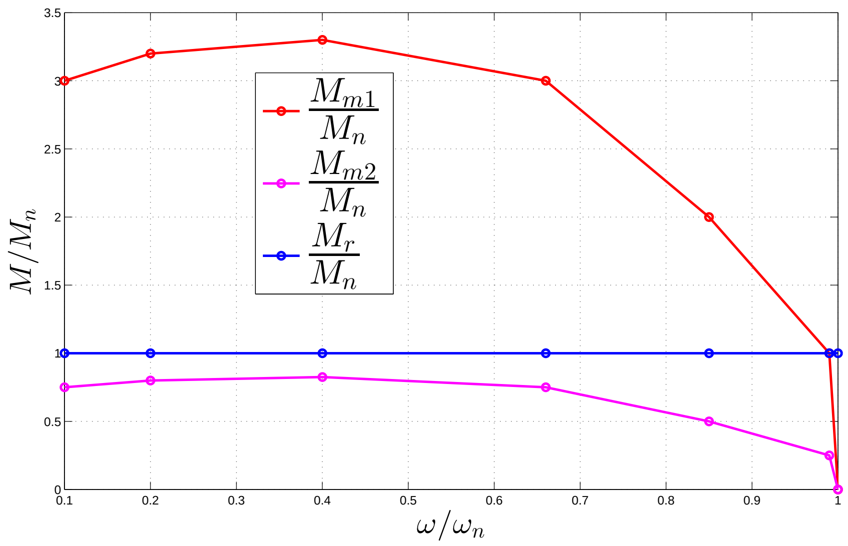
$$M_m = \frac{m_1\, \dfrac{R_2'^2}{s}\, V_1^2}{\omega_1\left(\left(R_1 - \dfrac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{cc}^2\right)}$$

Y el enunciado dicta $M_m = K\, V^2$, dónde por simplicidad consideramos con $K = \text{cte}$. Así

$$K = \frac{m_1\, \dfrac{R_2'^2}{s}}{\omega_1\left(\left(R_1 - \dfrac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{cc}^2\right)}$$

Sea el deslizamiento s constante, tenemos que ω no varía, o sea, $\omega_{final} = f\,(\omega_{inicial}) = \omega_{inicial}$.

Representando para un eje común de abscisas $\omega_1/\omega_n = \omega_2/\omega_n = \omega/\omega_n$, los pares útiles a tensión V_1 y a tensión $V_2 = 0{,}5\, V_1$ y el par resistente $M_r = M_n$:



La pregunta del problema es: "la tensión de red cae súbitamente en un 50 % y permanece así durante 0.6 segundos hasta que se recupera hasta su valor nominal nuevamente. Se desea saber si el motor se para debido al descenso de tensión. Si la respuesta es negativa, determine el tiempo requerido por el motor para alcanzar nuevamente su velocidad de régimen".

En otras palabras, desde que se reduce la tensión hasta que se recupera son 0.6 seg, necesito averiguar si ω en ese tiempo llega a anularse.

Primero analizaremos gracias a al plot anterior la evolución general esperada de la velocida angular. Para todo ω se tiene que el par resistente es superior al nuevo par útil ó motor M_{m2}, siendo el momento de inercia J invariable la evolución de la velocidad angular es en decrecimiento:

$$\left.\begin{aligned} M_{m2} - M_r &= J\,\frac{\mathrm{d}\,\omega}{\mathrm{d}\,t} \\ &< 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,\omega}{\mathrm{d}\,t} < 0$$

0.2. Resolución 1

Si la tensión cae cuando estamos en situación última de la gráfica $\omega_1 = \omega_n$ y $M_{m1} = 0$, la velocidad angular decae desde $\omega_2(t = 0) = \omega_n$ hasta $\omega_2(t = 0{,}6)$ (cuyo valor podría haber alcanzado el 0 incluso algún tiempo antes de esos 0.6 segundos). A continuación calculamos $\omega_2(t = 0{,}6)$.

Para el voltage V_2 el par útil es $M_{m2} = 0{,}5^2\, M_{m1}$, el par resistente sigue invariante $M_r = M_n$ así como el momento de inercia

$$\int dt = \int \frac{J}{M_m - M_r}\,\mathrm{d}\,\omega \Longrightarrow \int_{t=0}^{t=0{,}6} dt = \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega(t=0{,}6)} \frac{1{,}2\,\dfrac{M_n}{\omega_n}}{0{,}5^2\,M_{m1} - M_n}\,\mathrm{d}\,\omega = \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega(t=0{,}6)} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega$$

Pero M_{m1}/M_n frente a ω/ω_n (ó M_{m2}/M_n frente a ω/ω_n) no se nos da relacionado mediante una función, sino mediante datos puntuales. Por lo tanto, sabemos la relación en esos puntos, pero ni en los intermedios (necesario interpolar) ni en aquellos fuera de sus extremos (necesario extrapolar). La extrapolación para valores de $\omega > \omega_n$ no es necesaria, ya que desde que se reduce la tensión 0.5 veces ya ha sido demostrado que la velocidad angular no tiende sino a decrecer. Y la extrapolación para ω menor que el mínimo de los datos $\omega = 0{,}1\,\omega_n$ sólo se haría si habiendo transcrurrido un tiempo menor de 0.6 seg se hubiera reducido la velocidad angular hasta $\omega = 0{,}1\,\omega_n$, o sea, si todavía no hubieran pasado 0.6 seg. y ya supiéramos que la velocidad angular en esos 0.6 segundos es menor que $0{,}1\,\omega_n$.
En lo referente a la interpolación entre datos conocidos podemos suponerla como parezca lógico (lineal, senoidal,...). En consecuencia, resolviendo a tramos las integrales descritas, o sea

$$\begin{aligned}\int dt &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega(t=0{,}6)} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega \\ &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega=0{,}99\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{\omega=0{,}99\,\omega_n}^{\omega=0{,}85\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \cdots\end{aligned}$$

y sumando y sumando integrales por tramos hasta llegar a tener un resultado mayor o igual a 0.6 seg.

Si el resultado de la suma entre los ω de los puntos que el enunciado proporciona es menor que 0.6 hemos de extrapolar como ya se describió en párrafo anterior, si extrapolamos hasta $\omega = 0$ en tantos tramos como deseemos y se calcula que en incluso sumando la integral del último tramo hemos llegado a justo 0.6 (ó menos) queda demostrado que el motor alcanza el paro ($\omega = 0$) en 0.6 seg (ó menos).

Sea la suma de la integral del tramo comprendido entre ω_k y ω_{k+1} (siendo ambas velocidades angulares las extremas de un tramo de unos puntos dados ó extra/interpoladas y siempre que la menor sea mayor ó igual a cero rad/s) un resultado mayor que 0.6, se resuleve que la velocidad angular a 0.6 seg desde que se disminuyó del votaje a la mitad está comprendida entre ω_k y ω_{k+1}, y por tanto, es mayor que cero. No se pararía en 0.6 seg el motor asíncrono.

Expresándolo mediante ecuaciones. Si se cumple que para $0 < \omega_{k+1} < \omega_k$ (ya que $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t < 0$)

$$\begin{aligned}\int dt &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega=0{,}99\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{\omega=0{,}99\,\omega_n}^{\omega=0{,}85\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \cdots \\ &+ \int_{\omega=\omega_{k-1}}^{\omega=\omega_k} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n} - 1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega < 0{,}6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int dt &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega=0{,}99\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{\omega=0{,}99\,\omega_n}^{\omega=0{,}85\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \cdots \\ &+ \int_{\omega=\omega_{k-1}}^{\omega=\omega_k} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{\omega=\omega_k}^{\omega=\omega_{k+1}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega > 0{,}6\end{aligned}$$

entonces, se tiene que para una $\omega_f \in (\omega_k\,,\,\omega_{k+1})$

$$\begin{aligned}\int dt &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega(t=0{,}6)} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega \\ &= \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{0{,}99\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{0{,}99\,\omega_n}^{0{,}85\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \cdots \\ &+ \int_{\omega_{k-1}}^{\omega_k} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \int_{\omega_k}^{\omega_f} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega \\ &= 0{,}6\end{aligned}$$

Si además de saber si es igual o distinta de cero la velocidad angular en estos 0.6 seg, y en caso de ser no nula, deseo conocer esa velocidad angular final he hacer lo siguiente: sean las ω del enunciado aquellas que limitan ada tramo, hallar el primer tramo en el que sumando su integral a la suma de integrales hasta justo antes de ese tramo se alcanza 0.6 (tramo con límites ω_k y ω_{k+1}); y ahora obtener la diferencia entre 0.6 y la suma de integrales hasta ω_k.

Reordenando la anterior ecuación y denominado S_f al sumando de éste último tramo,

$$\begin{aligned}S_f &= \int_{\omega_k}^{\omega_f} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega = 0{,}6 - \left(\int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{0{,}99\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega\right. \\ &\left. + \int_{0{,}99\,\omega_n}^{0{,}85\,\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega + \cdots + \int_{\omega_{k-1}}^{\omega_k} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\,\mathrm{d}\,\omega\right)\end{aligned}$$

A continuación opero de forma análoga a la obtención del tramo $(\omega_k\,,\,\omega_{k+1})$, con el objetivo de limitar mucho mas el intervalo de velocidades angulares en el que la velocidad angular buscada se encuentra.

Por tanto, he de ir variando $\omega_f \in (\omega_k\,,\,\omega_{k+1})$ tal que $[\omega_{f1}, \omega_{f2}, \ldots, \omega_{fn}]$ con $\omega_k > \omega_{f1} > \omega_{f2} > \ldots > \omega_{fn} > \omega_{k+1}$ ya que recuerda que con el tiempo la velocidad angular decrece. E interpolando entre extremos de cada nuevo tramo (entre ω_k y ω_{f1}, entre ω_{f1} y ω_{f2}, etc) y así calculando la integral de cada tramo hasta que sumando las integrales de tramos pertenecientes a $(\omega_k\,,\,\omega_{k+1})$ se alcance un valor mayor o igual que S_f. Si este resultado se alcanza entre tramo limitado por ω_{fj} y ω_{fj+1} y debido a que la diferencia entre ambas será pequeña (ya que el intervalo $(\omega_k\,,\,\omega_{k+1})$ es relativamnete pequeño y se divide en gran número de subtramos) se puede aproximar a la velocidad angular media de ambos tramos $\omega_f = (\omega_{fj} + \omega_{fj+1})/2$.

Análogo al procedimeinto anterior y expresándolo mediante ecuaciones. Si se cumple que

$$\int_{\omega(t=0)=\omega_k}^{\omega_{f1}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega \quad + \int_{\omega_{f1}}^{\omega_{f2}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega + \cdots$$

$$+ \int_{\omega_{fj-1}}^{\omega_{fj}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega \quad < S_f$$

$$\int_{\omega(t=0)=\omega_k}^{\omega_{f1}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega \quad + \int_{\omega_{f1}}^{\omega_{f2}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega + \cdots$$

$$+ \int_{\omega_{fj}}^{\omega_{fj+1}} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2\,M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\,\omega \quad > S_f$$

entonces, se tiene que para $\omega_f = (\omega_{fj}\,,\,\omega_{fj+1})/2$ se resuelve

$$\int dt \quad = 0{,}6 = \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{\omega(t=0{,}6)} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\omega$$

$$\approx \int_{\omega(t=0)=\omega_n}^{0{,}99\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\omega + \int_{0{,}99\omega_n}^{0{,}85\omega_n} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\omega + \cdots$$

$$+ \int_{\omega_{k-1}}^{\omega_k} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\omega + \int_{\omega_k}^{\omega_f} \frac{1{,}2}{\omega_n\left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n}-1\right)}\mathrm{d}\omega$$

Las integrales entre dos ω consecutivas las resolvemos suponiendo una evolución lineal entre ellas. Los resultados de las primera tanda de integrales son 0.0140, 0.2800 y 0.6840, que en sumatorio progresivo resulta 0.0140, 0.2940 y 0.9780. Como 0.9780>0.6 ya tenemos el primer intervalo dónde podemos asegurar que al pasar 0.6 seg se tiene una velocidad angular distinta de cero, el rango es $0{,}85\,\omega_n$ y $0{,}66\,\omega_n$.

Si seguimos aplicando interpolación lineal y dividimos el rango en por ejemplo $N = 100$ subtramos, tenemos un sumatorio progresivo que alcanza un valorores de
$ST1(g) = 0{,}305952952044507$ en la iteración $g = 53$

$ST1(g) = 0{,}312353030838952$ en la iteración $g = 54$
Dado que $S_f = 0{,}6 - 0{,}294000000000000 = 0{,}306000000000000$ se cumple que $ST1(g = 53) < S_f < ST1(g = 53)$. Finalmente se concluye que la velocidad angular buscada está comprendida entre

$$(0{,}85\,+\,53\,(0{,}66\,-\,0{,}85)\,/100) = 0{,}7398\,\omega_n \quad \text{y} \quad (0{,}85\,+\,54\,(0{,}66\,-\,0{,}85)\,/100) = 0{,}7408\,\omega_n$$

ó equivalentemente $\boxed{\omega_f \,=\, 0{,}74075 \,\pm\, 9{,}5\,\cdot\,10^{-4}}$.

Observaciones a la resolución numérica:
[1] Los resultados de la interpolación lineal deben ser suficientemente próximos a los teóricos esperados entre esos dos valores medidos en la práctica. El termino suficientemente es muy cualitativo, siendo el valor cuantitaivo de la máxima diferencia interpolado-esperable dependiente del grado de exactitud requerido. En la anterior resolución numérica se ha considerado que la interpolación de tipo lineal daba resultados suficientemente aceptables.
[2] Sea acertado en un 100 % el tipo de interpolación elegido (entre datos ya medidos ofrecidos en el enunciado) los dígitos de la solución buscada, en este caso la ω a 0.6 seg de reducir a la mitad la tensión, puede ser tantos mas a mas subtramos N dividamos el intervalo de datos del enunciado dónde ya se demostró que está la ω buscada.
[3] En referencia a la observación anterior. Dado que la seguridad en un 100 % en el tipo de interpolación

elegida es improbable, es ilógico buscar una solucion con muchos dígitos. En nuestro caso se elije una interpolación lineal como aceptable, repito, se considera aceptable, no perfecta. Entonces, el grado de exactitud operacional es inútil que sea muy alto, por eso el número de subtramos no es muy grande $N = 100$ y la solución resultante se la consiera válida hasta diezmilésimas de rad/s, $\omega_f = 0{,}74075 \pm 9{,}5 \cdot 10^{-04}$.
[4] El enunciado dicta $M_m = K\,V^2$, dónde por simplicidad consideramos con $K = \text{cte}$. Tal vez ha sido demasiado suponer.

0.3. Resolución 1. Matlab

La resolución operacional es como sigue

```
clc,clear all
w=[1,.99,.85,.66,.4,.2,.1];%/wn
Mm1=[0,1,2,3,3.3,3.2,3];%/Mn
Mm2=Mm1*.5^2;%/Mn

NMm1=length(Mm1);

ST=zeros(1,NMm1);
S=ST;

for k=1:NMm1

    S(k)=abs((1.2/(Mm2(k)-1)+1.2/(Mm2(k+1)-1))/2*(w(k+1)-w(k)));

    if k==1
        ST(k)=S(k);
    else
        ST(k)=ST(k-1)+S(k);
    end

    if ST(k)>0.6
        break
    end

end
[S(1:k+1)',ST(1:k+1)']
k

Sf=0.6-(max(ST)-max(S))

N=1e2;

ST1=zeros(1,N);
S1=ST1;
for g=1:N

    a=Mm2(k)+g*(Mm2(k+1)-Mm2(k))/N;
    b=Mm2(k)+(g-1)*(Mm2(k+1)-Mm2(k))/N;

    c=abs(w(k)+g*(w(k+1)-w(k))/N);
    d=abs(w(k)+(g-1)*(w(k+1)-w(k))/N);

    S1(g)=abs((1.2/(a-1)+1.2/(b-1))/2*(c-d));

    if g==1
        ST1(g)=S1(g);
    else
        ST1(g)=ST1(g-1)+S1(g);
    end

    if ST1(g)>Sf
        break
    end

end
```

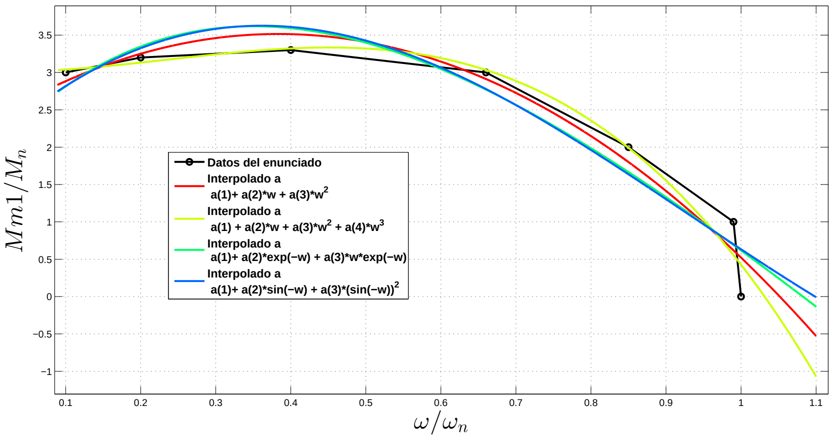
```
[S1(1:g+1)',ST1(1:g+1)']
g

\%Así la solución es
wf1=w(k)+g*(w(k+1)-w(k))/N;
wf2=w(k)+(g-1)*(w(k+1)-w(k))/N;
wf=(wf1+wf2)/2
```

0.4. Resolución 2

Si en vez de interpolar entre los ω que son datos del problema, procedemos a hacer una regresión de datos M_{m1}/M_n frente a ω_1/ω_n, se crea una curva de regresión con una correlación (el grado en el que los valores de originales se relacionan con los valores obtenidos en regresión) dependiente del tipo de regresión elegida (lineal, exponencial,...), el grado de la regresión, la capacidad computacional, etc.

En resumen, la mejor regresión empleable es aquella que tenga una alta correlación y describa una curva razonable (sin picos, sin aromónicos de alta frecuencia, etc.). A continuación se muestan varios tipos de curvas de regresiones



En éste segundo método de resolución el planteamiento resolutivo es prácticamente igual, pero caben destacar dos diferencias principales:

-integraremos empleando la curva de regresión elegida y no como en método anterior la sucesion de rectas negras de gráfica anterior;
-el cáclulo del área, o sea, la integración ya no se hace por la regla del trapecio sino empleando el comando: $integral(fun, w(k), w(k+1))$.

Explicacion mas detallada de la última frase: con los datos del enunciado hacemos una curva de regresión a M_{m1}/M_n frente a ω_1/ω_n, por ejemplo lineal de grado 2 ó $M_{m1}/M_n = a(1) + a(2) * w + a(3) * w^2$ (con vector a=[2.3584,6.0361,-7.8730]). Pero cada integral no es de M_{m1}/M_n frente a ω_1/ω_n, sino

$$\int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \frac{1{,}2}{\omega_n \left(\dfrac{0{,}5^2 M_{m1}}{M_n} - 1 \right)} \mathrm{d}\omega$$

así la función a integrar frente a ω/ω_n es $fun = @(w)1{,}2/(0{,}5^2 * (a(1) + a(2) * w + a(3) * w^2) - 1)$, siendo una integral cualquiera mediante el ya citado comando $integral(fun, w(k), w(k+1))$. Luego, igual que el método anterior se halla las integrales entre tramos delimitados por las ω de datos del problema. Una vez alcanzado el sumatorio de integrales el valor 0.6 se demostró que la velocidad angular buscada está entre ω inicial y final del tramo penúltimo.

Se vuelve a calcular la diferencia entre 0.6 y el sumatorio hasta el tramo anterior al que sumaría mas de 0.6 (llamada S_f). Y se procede a calcular la velocidad angular final sumando subtramos hasta obtener el sumatorio de estos subtramos un resultado mayor de S_f.

Eligiendo una amplia variedad de tipos de regresión para comparar sus resultados entre sí y con el resultado del método 1:

Lineal de grado 2 ó $M_{m1}/M_n = a(1) + a(2) * w + a(3) * w^2$ con vector a=[2.3584,6.0361,-7.8730]

. . . . $\omega_f \in (0{,}7246; 0{,}7265)\omega_n$.

Lineal de grado 3 ó $M_{m1}/M_n = a(1) + a(2) * w + a(3) * w^2 + a(4) * w^3$ con a=[3.0124,-0.2212,5.7195,-8.0843]

. . . . $\omega_f \in (0{,}7398; 0{,}7417)\omega_n$.

Exponencial $M_{m1}/M_n = a(1) + a(2) * exp(-w) + a(3) * w * exp(-w)$ con a=[-18.0566,19.9882,30.7728]

. . . . $\omega_f \in (0{,}7132; 0{,}7151)\omega_n$.

Senoidal $M_{m1}/M_n = a(1) + a(2) * sin(-w) + a(3) * (sin(-w))^2$ con a=[2.0558,-8.8845,-12.5678]

. . . . $\omega_f \in (0{,}7132; 0{,}7151)\omega_n$.

Se recuerda el resultado por el método 1 es $\omega_f \in (0{,}7398; 0{,}7408)\omega_n$.

El motivo de que las integrales por método 2 (regresión) sean menores que el método 1 (interpolación lineal) es, como se deriva de observar el ploteado anterior, que cada curva de regresión presenta valores inferiores a la interpolación lineal en tramos dónde sí se calculan áreas (entre $\omega = \omega_n$ y $\omega = 0{,}66\omega_n$).

Conclusión

Debido a la diferencia de órdenes menores al 5 % entre la ω_f de cada curva de regresión anteriores y la obtenida por el método 1 se justifica lo siguiente:

-la velocidad angular buscada es $\boxed{\omega_f = 0{,}7 \pm 5 \cdot 10^{-2}}$;

-el método 1 (que es más sencillo) se recomienda para la resolución de este problema antes que el método 2.

0.5. Resolución 2. Matlab

```
clc,clear all,close all
format long

w=[1,.99,.85,.66,.4,.2,.1];%/wn
Mm1=[0,1,2,3,3.3,3.2,3];%/Mn

t=diag(diag(w));
y=diag(diag(Mm1));

% elijo un tipo de regresión:
%%
% Regresion lineal, hasta grado 2
X=[ones(size(t)),t,t.^2];
a=X\y; % X=A\B resuelve AX=B, o sea, X*a=y
% fun = @(t) a(1)+ a(2)*t + a(3)*t.^2;%Mm1
fun = @(t) 1.2./(0.5^2*(a(1)+ a(2)*t + a(3)*t.^2)-1);

%%
% Regresion lineal, hasta grado 3
X=[ones(size(t)),t,t.^2,t.^3];
a=X\y; % X=A\B resuelve AX=B, o sea, X*a=y
% fun = @(t) a(1)+ a(2)*t + a(3)*t.^2 + a(4)*t.^3;%Mm1
fun = @(t) 1.2./(0.5^2*(a(1)+ a(2)*t + a(3)*t.^2 + a(4)*t.^3)-1);

%%
% Regresion exponencial
X=[ones(size(t)),exp(-t),t.*exp(-t)];
a=X\y; % X=A\B resuelve AX=B, o sea, X*a=y
% fun = @(t) a(1)+ a(2)*exp(-t)+ a(3)*t.*exp(-t);%Mm1
fun = @(t) 1.2./(0.5^2*(a(1)+ a(2)*exp(-t)+ a(3)*t.*exp(-t))-1);
%%
% Regresion senoidal
X=[ones(size(t)),sin(-t),(sin(-t)).^2];
a=X\y; % X=A\B resuelve AX=B, o sea, X*a=y
% fun = @(t) a(1)+ a(2)*sin(-t)+ a(3)*(sin(-t)).^2;%Mm1
fun = @(t) 1.2./(0.5^2*(a(1)+ a(2)*sin(-t)+ a(3)*(sin(-t)).^2)-1);
%%

NMm1=length(Mm1);
ST=zeros(1,NMm1);
S=ST;

for k=1:NMm1
%     S1(g)=1.2/(0.5^2*S1(g)-1);
    S(k)=abs(integral(fun,w(k),w(k+1)));

    if k==1
        ST(k)=S(k);
    else
        ST(k)=ST(k-1)+S(k);
    end

    if ST(k)>0.6 || k==(NMm1-1)
        break
    end
```

```
end
[S(1:k)',ST(1:k)']
k %así la solución está entre w(k)y w(k+1)




Sf=0.6-(max(ST)-max(S))

N=1e2;

ST1=zeros(1,N);
S1=ST1;
for g=1:N

    c=abs(w(k)+g*(w(k+1)-w(k))/N);
    d=abs(w(k)+(g-1)*(w(k+1)-w(k))/N);

    S1(g)=abs(integral(fun,c,d));

    if g==1
        ST1(g)=S1(g);
    else
        ST1(g)=ST1(g-1)+S1(g);
    end

    if ST1(g)>Sf
        break
    end

end
[S1(1:g)',ST1(1:g)']
g

%Así la solución es
wf1=w(k)+g*(w(k+1)-w(k))/N
wf2=w(k)+(g-1)*(w(k+1)-w(k))/N
wf=(wf1+wf2)/2
```

Bibliografía

[1] Jesus Fraile Mora, *Maquinas Eléctricas.* 6º Edición, 2008.

[2] The MathWorks, Inc. *http://es.mathworks.com/help/matlab/ref/integral.html.* .

[3] Alberto Herreros, Enrique Baeyens *pg 195-196 Curso de Programacion en Matlab y Simulink* . Curso 2010/2011.