

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>I</b>
<b>Desarrollo armónico de Fourier</b>	<b>I</b>
1.1. Estudio de datos . . . . .	I
1.2. Histéresis . . . . .	I
1.3. Desarrollo armónico de Fourier de tensión . . . . .	II
1.4. Desarrollo armónico de Fourier de corriente . . . . .	IV
1.5. Código computacional . . . . .	VI
<b>Bibliografía</b>	<b>XI</b>



# Introducción

La serie de Fourier es una herramienta matemática básica para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de dicha función en una suma infinita de funciones sinusoidales mucho más simples ,como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras.

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n \cdot t - \theta_n)$$

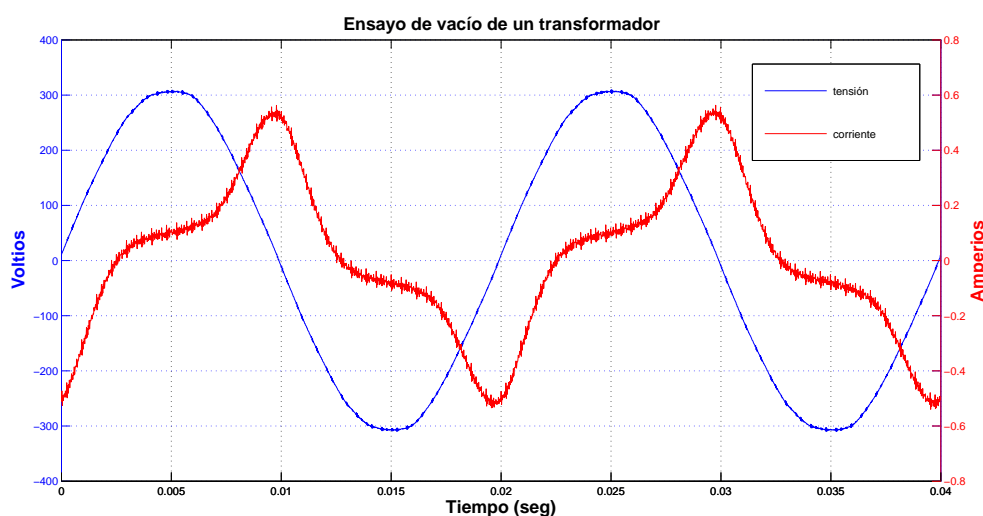
El presente documento analiza datos de tensión y corriente obtenidos mediante un ensayo en vacío de un transformador monofásico en el primer laboratorio de la asignatura Máquinas eléctricas I y obtiene de éstos sus armónicos principales. El desarrollo de armónicos se realiza mediante el desarrollo de Fourier empleando Matlab.



# Desarrollo armónico de Fourier

## 1.1. Estudio de datos

La data obtenida en el ensayo en vacio de un transformador monofásico se guarda en formato excel, de ahí a vectores en Matlab. Representado la corriente y la tensión frente al tiempo la gráfica obtenida es la inferior.



**Figura 1.1:** Curvas de corriente y tensión en ensayo en vacío de un transformador monofásico.

Mediante un breve análisis previo “a ojo” se pueden ya obtener pequeñas pero importantes ideas:

La tensión es visualmente una onda senoidal, o suma de senoidales mas exactamente, dónde el armónico fundamental es claramente dominante y de frecuencia  $f = 1/T_1 = 1/0,02 = 50$  Hz ya que en 0.02 seg se completa el primer ciclo. El resto de armónicos se pueden prejuzgar como simple ruido, sin embargo, en el análisis detallado posterior se comprobará que hay armónicos de peso considerable, por ejemplo el segundo y tercer armónicos tienen una amplitud aproximada de un tercio y un sexto de la del fundamental respectivamente.

La corriente sigue siendo periódica, pero ya con una forma mas acampanada, y además se observa que cada campana no está en el centro de su semiperiodo, la curva está algo desplazada hacia la derecha. También es de resaltar el tamaño de los pequeños picos a lo largo de toda la función, lo que nos indica que hasta los armónicos de relativamente alta frecuencia siguen teniendo unas amplitudes a considerar.

Y atendiendo a la relación entre fases se observa que la corriente se retrasa respecto a la tensión.

## 1.2. Histéresis

El estudio de la curva de la corriente requiere de una breve compresión teórica, para ello, apoyándose en *Maquinas Eléctricas*, de Jesús Fraile Mora, apartado 1.6.3 Corriente de excitación de una bobina con núcleo de hierro alimentada con c.a., en lo relativo al núcleo con pérdidas.

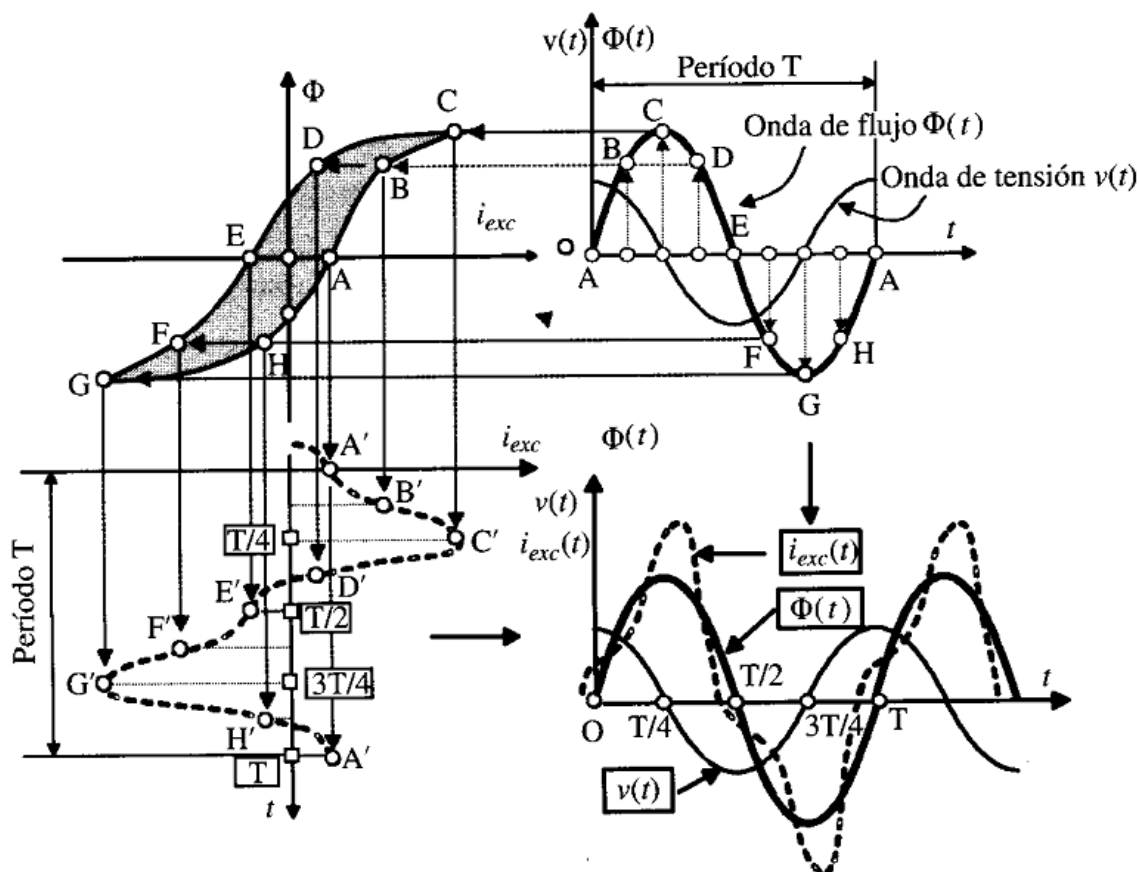
Citando:

La relación en este caso, entre el flujo  $\Phi$  y la corriente de excitación  $I_{exc}$ , se obtiene gráficamente de la curva de magnetización del material, donde en vez de emplear [...] el eje de ordenadas para inducciones  $B$ , se utiliza la magnitud proporcional  $\Phi = B \cdot S$ , y donde en el eje de abscisas se empleaba  $H = N \cdot I_{exc} / l$  se emplea ahora  $I_{exc}$ .

Suponiendo que el núcleo tenga únicamente pérdidas por histéresis, se obtiene la composición gráfica [...] donde se ha superpuesto la  $i_{exc}$  con la del flujo para observar que aparte de la deformación de la curva de vacío de la corriente, ésta va desfasada del flujo debido a las pérdidas núcleo.

Puede demostrarse que la existencia de las pérdidas por corrientes de Foucault hace que se ensanche más el ciclo de pérdidas obligando a un nuevo desfase de las curvas  $i_{exc}$  y  $\Phi$  [...].

Gráficamente se entiende más fácil la idea.



**Figura 1.2:** Deformación de la corriente de excitación de una bobina con núcleo con pérdidas

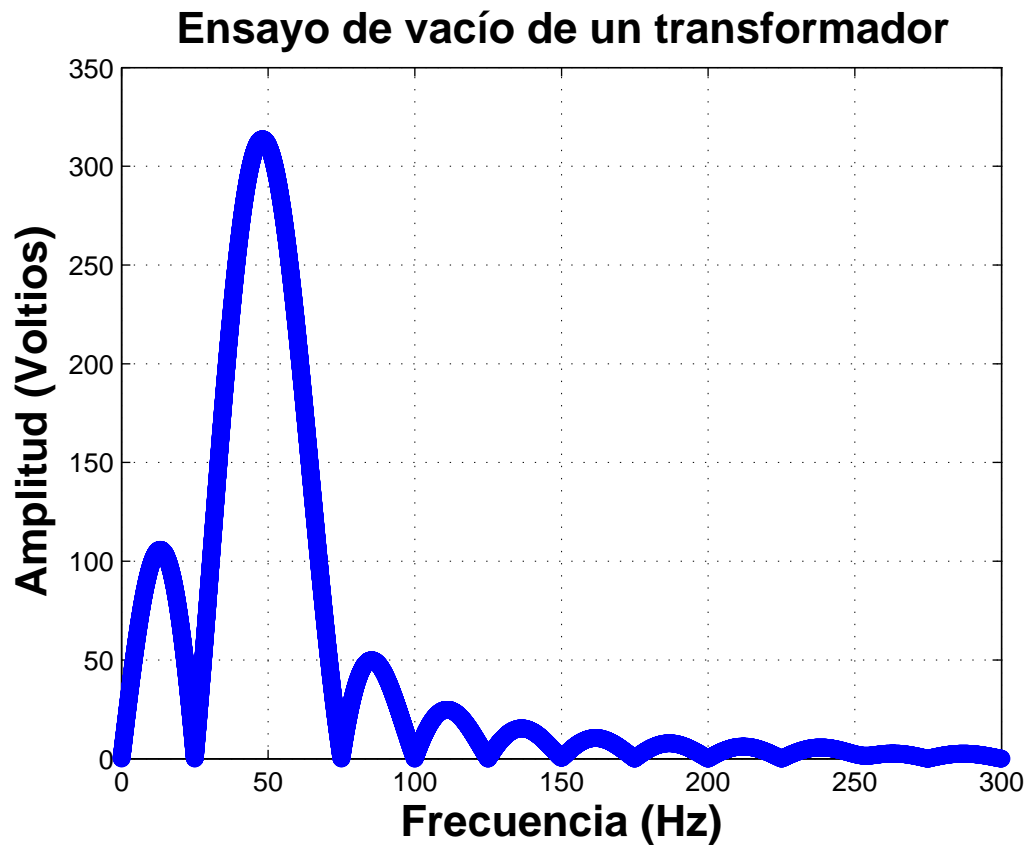
### 1.3. Desarrollo armónico de Fourier de tensión

Procedemos a la obtención de los armónicos de tensión y de corriente del ensayo. En primer lugar la tensión.

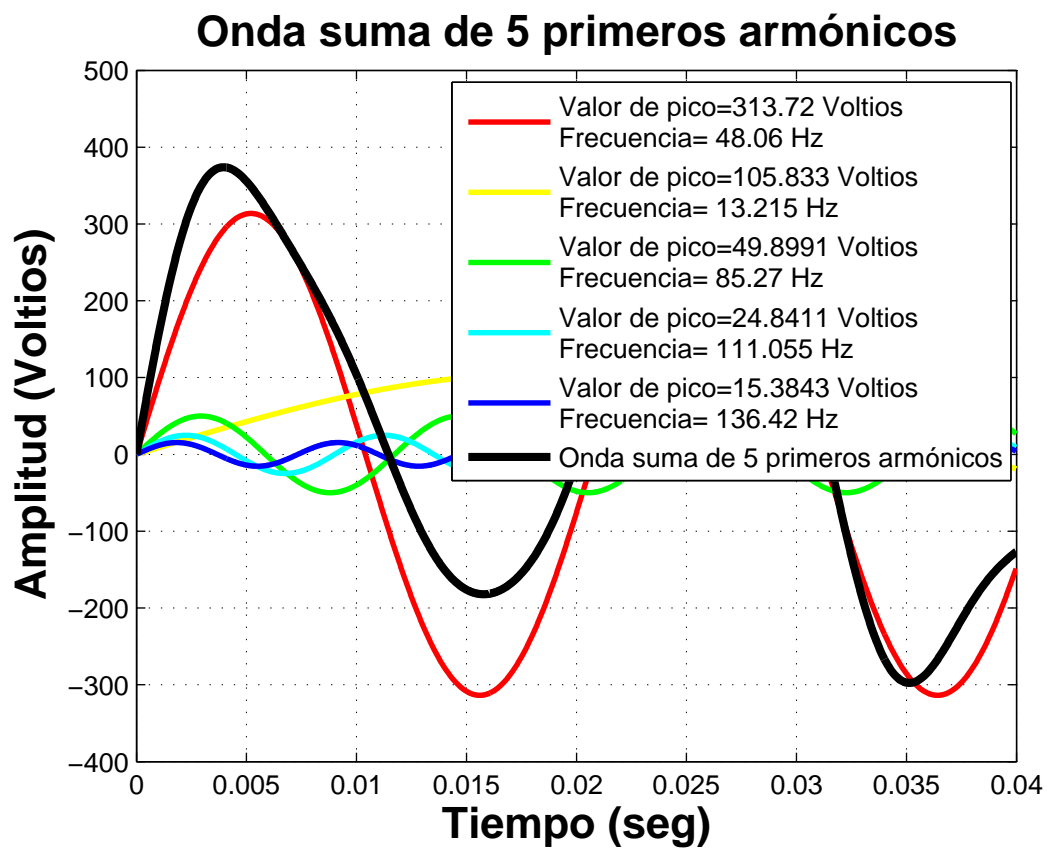
Mediante el comando `fft` (a fast Fourier transform (FFT) is an algorithm to compute the discrete Fourier transform (DFT) and its inverse) en Matlab se obtienen las amplitudes y frecuencias de los principales armónicos.

Pero de estos datos sólo nos interesan los máximos locales, los picos ó pikes. Seleccionando sólo éstos (comando `findpeaks`), y sus frecuencias correspondientes se obtiene la función de cada armónico.

Se atiende a la disminución de la frecuencia al aumentar su amplitud (del fundamental al 5º de mayor de peso), excepto en el curioso armónico 2, el cuál tiene una frecuencia de 13.21 Hz, especialmente pequeña. La evolución aproximada de amplitudes es: el armónico 2 tiene una amplitud 1/3 la del fundamental, el 3 de 1/6, el 4 de 1/12, y el 5 de 1/20. Mientras que la frecuencia es: el 2 de 1/3.5 la del fundamental,



**Figura 1.3:** Desarrollo armónico de tensión ensayo en vacío de un transformador monofásico.



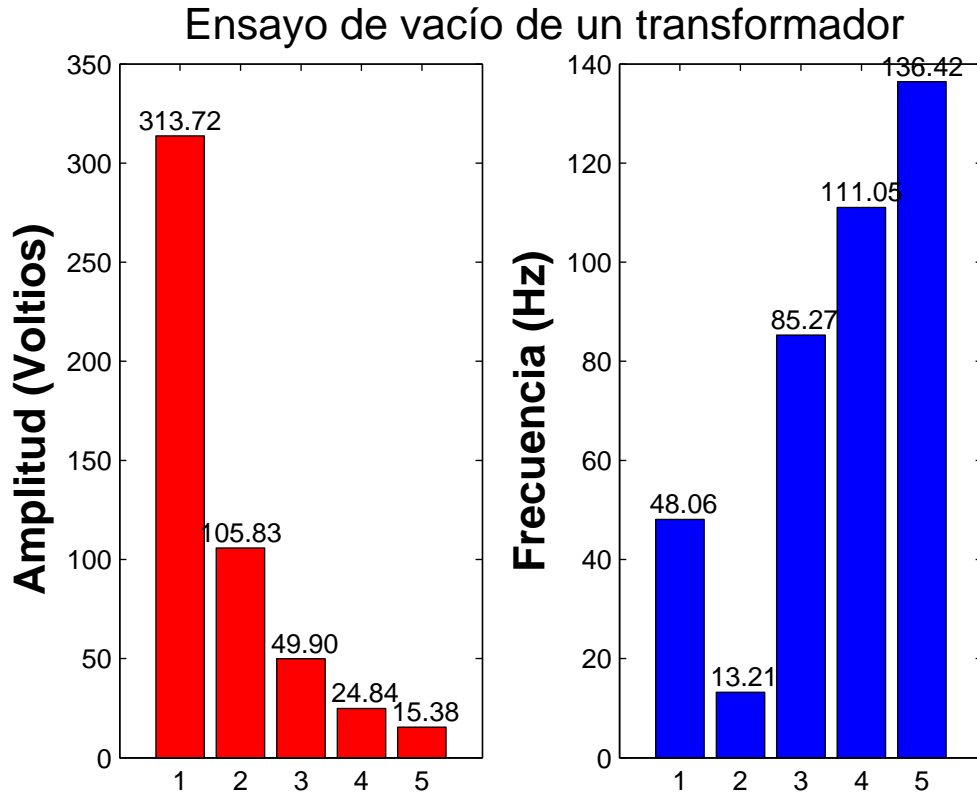
**Figura 1.4:** Desarrollo armónico de tensión ensayo en vacío de un transformador monofásico.

el 3 de 1.8, el 4 de 2.3, y el 5 de 2.8.

El armónico fundamental se presenta a frecuencias de 48 Hz, las líneas eléctricas europeas son de unos 50 Hz, y su tensión eficaz es, al ser un seno,

$$V_{ef} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{313,72}{\sqrt{2}} = 221,83 \text{ V}$$

luego, los resultados obtenidos atendiendo al armónico principal son razonables.



**Figura 1.5:** Desarrollo armónico de tensión ensayo en vacío de un transformador monofásico.

## 1.4. Desarrollo armónico de Fourier de corriente

Estudio de los 5 armónicos de mayor peso.

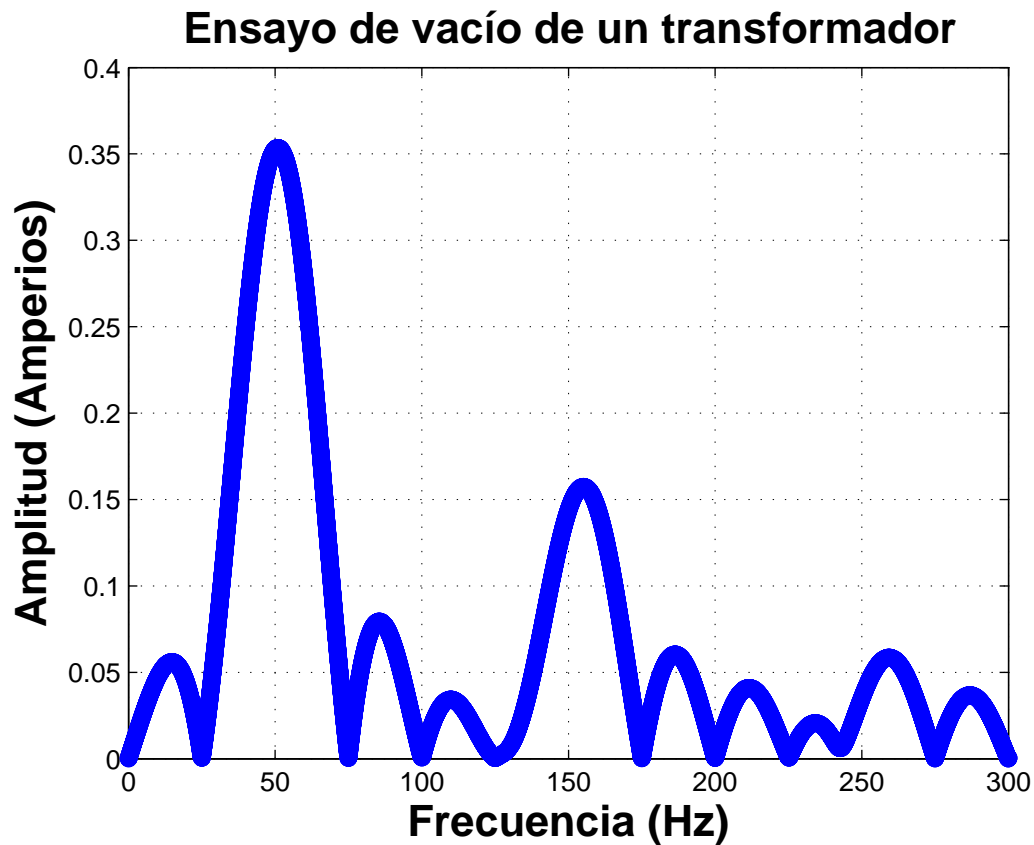
Se atiende a la disminución de la frecuencia del fundamental al 5º de mayor de peso, excepto en el curioso armónico 3, el cuál tiene una frecuencia de 85.49 Hz. La amplitud en el segundo armónico es mas o menos la mitad que en el primero, y en el 3º, 4º y 5º es entre 1/5 y 1/6.

El armónico fundamental se presenta a frecuencias de 50.92 Hz, las líneas eléctricas europeas son de unos 50 Hz, y su corriente eficaz es, al ser un seno,

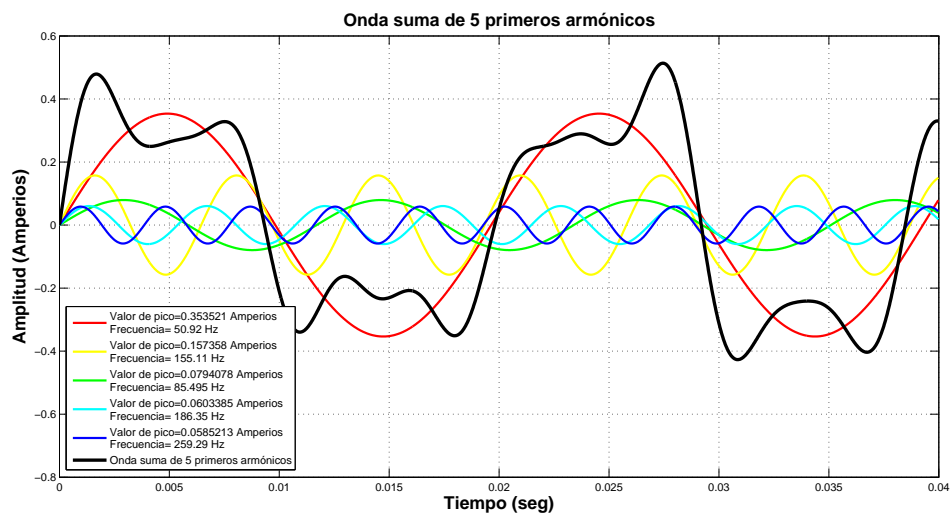
$$V_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,3535}{\sqrt{2}} = 0,25 \text{ A}$$

pero, las de los demás principales armónicos es también de valores considerables,





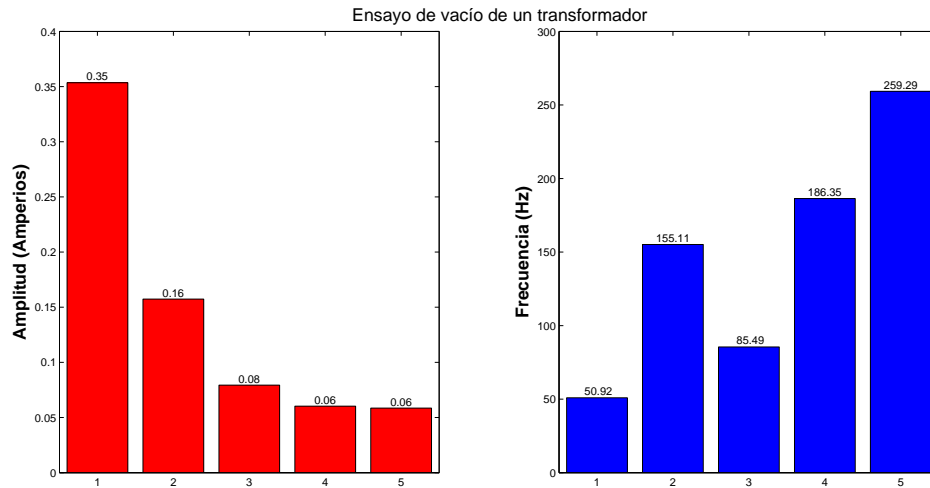
**Figura 1.6:** Curvas de corriente en ensayo en vacío de un transformador monofásico.



**Figura 1.7:** Desarrollo armónico de corriente ensayo en vacío de un transformador monofásico.

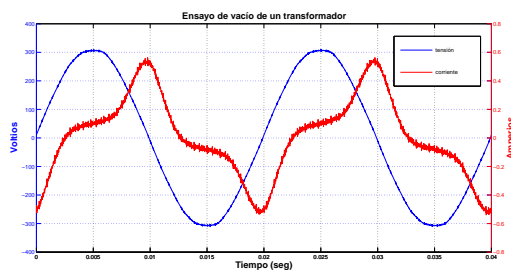
Corriente eficaz del armónico de 2º mayor peso	$V_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,1574}{\sqrt{2}} = 0,1113 \text{ A}$
Corriente eficaz del armónico de 3º mayor peso	$V_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,0794}{\sqrt{2}} = 0,0561 \text{ A}$
Corriente eficaz del armónico de 4º mayor peso	$V_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,0603}{\sqrt{2}} = 0,0427 \text{ A}$
Corriente eficaz del armónico de 5º mayor peso	$V_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,0585}{\sqrt{2}} = 0,0414 \text{ A}$

Estudiando su importancia porcentual,

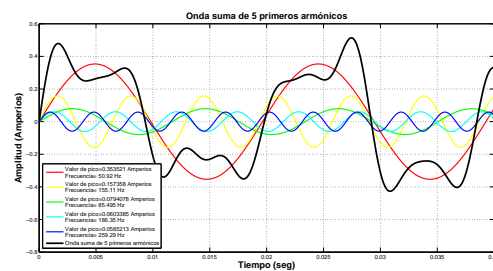


**Figura 1.8:** Desarrollo armónico de corriente ensayo en vacío de un transformador monofásico.

La onda de corriente, suma de 5 armónicos mas poderosos, se va asemejando a la original, pero ni mucho menos a la velocidad que la tensión lo hizo. El voltage con el mismo número de armónicos se parecía graficamente mucho a la de laboratorio, en la del amperaje aún habría que añadir muchos mas armónicos para tener una aproximación igual de buena (véase figura 1.8 y 1.9).



**Figura 1.9:** Curvas de corriente y tensión en ensayo en vacío de un transformador monofásico.



**Figura 1.10:** Desarrollo armónico de corriente ensayo en vacío de un transformador monofásico.

Esta necesidad de gran cantidad de armónicos para la corriente da una idea de la nada despreciable importancia de armónicos de alto orden (lejos de los principales), o sea, que aquellos de menor peso siguen teniendo un peso comparativamente apreciable.

## 1.5. Código computacional

En éste apartado se hará una breve explicación del código empleado para la obtención de los datos expuestos a lo largo del presente documento. Al finalizar estos comentarios se presenta el código entero.

Cada Code Section, beginning with two comment characters (%), ó sección del fichero de Matlab, tiene un fin distinto.

· Sección 1:

Los valores obtenidos en el ensayo en vacío de un transformador monofásico se guarda en formato excel, de ahí a vectores en Matlab mediante la orden xlsread. Así se obtienen los vectores del tiempo  $t$ , tensión del ensayo  $v$  y corriente del ensayo  $i$ .

· Sección 2:

Graficación de  $v$  e  $i$  frente a  $t$ .

## · Sección 3:

Obtención de la transformada de Fourier (fft) de la  $i$  a lo largo del tiempo  $t$ .

Nota: cambiando el vector que se transforma por Fourier, del que aparece en el código al final de este documento, o sea, de

```
x=i;% x=i para analizar corriente; x=v para analizar tensión
```

a el siguiente

```
x=v;% x=i para analizar corriente; x=v para analizar tensión
```

## · Sección 4:

El nombre de esta section es “encontrar picos”, y ésto hace mediante el comando `findpeaks`.

## · Sección 5:

El nombre de esta section es “plot de armónicos”. En resumen, y especialmente para aquel que no tenga experiencia en código Matlab, lo que se ejecuta es:

1. el vector de picos `pks_sort` ordenados de mayor a menor peso se logra en la section anterior
2. a cada amplitud del vector `pks_sort` le corresponde una frecuencia, ésta se guarda en el vector `f`.
3. se hace el gráfico de cada armónico, ya que obtenida la amplitud (`pks_sort`) y la frecuencia (`f`) se considera origen de fases.

Nota:  $n$  indica el número de armónicos que se analizan, mínimo tres deberían ser para entender el comportamiento de la corriente,  $n=5$  son los empleados a lo largo de éste documento; pero  $n$ , el número de armónicos, se puede hacer tan grande como se desee siempre que no se sobrepase la cantidad de picos que `findpeaks` encontró, en el caso de la corriente:

```
numel(pks)=984
```

Luego, se pueden obtener hasta 984 armónicos de la corriente.

## · Sección 5:

En ésta última sección simplemente se presentan las frecuencias y amplitudes de los 5 primeros armónicos (si  $n=5$ ) en diagrama de barras.

# Código Matlab

```

clc,clear all,close all
%%
datos=xlsread('DATOS DEL LECTOR DE DATOS.xlsx');

% tiempo
t=datos(:,1);

% onda de tensión
v=datos(:,2);

% onda de corriente de vacio
i=datos(:,4);

%%
figure
[AX,H1,H2] = plotyy(t,v,t,i);
set(H1,'LineStyle','-','Color','b')
set(H2,'LineStyle','-','Color','r')

set(AX,{ 'ycolor' },{'b';'r'})

set(get(AX(1),'Ylabel'),'String','Voltios','Color','b','fontweight','bold','fontsize',16)
set(get(AX(2),'Ylabel'),'String','Amperios','Color','r','fontweight','bold','fontsize',16)

legendStr(1) = {sprintf('tensión')};
legendStr(2) = {sprintf('corriente')};

legend(legendStr,'Location','Best');
title('Ensayo de vacio de un transformador','fontweight','bold','fontsize',16);
xlabel('Tiempo (seg)','fontweight','bold','fontsize',16);
grid on;

%% *****

x=i;% x=i para analizar corriente; x=v para analizar tensión

if x==i
    uds='Amperios';
elseif x==v
    uds='Voltios';
end

x = x-mean(x);% DC offset

tAxis = t;
dt = diff(tAxis(1:2)); %//sample period from time axis
fs = 1/dt;%//sample rate from sample period

NFFT = 1e7; %//number of fft bins - change if you like
Y = abs(fft(x, NFFT));
Y=Y/1e3;

%//Calculate frequency axis
df = fs/NFFT;
fAxis = 0:df:(fs-df);

```

```

%//Plot it all
figure
plot(fAxis(1:NFFT/2), Y(1:NFFT/2),'o')
title('Ensayo de vacío de un transformador','fontweight','bold','fontsize',16);
xlabel('Frecuencia (Hz)','fontweight','bold','fontsize',16);
ylabel({sprintf('Amplitud (%s)'...
                ,uds)},'fontweight','bold','fontsize',16);
xlim([0,300]);
grid on

%% encontrar picos
% picos de amplitud
pks= findpeaks(Y(1:NFFT/2));

pks_sort=sort(pks,'descend');% vector de picos

%% plot de armónicos
n=5;% número de armónicos
y=zeros(1,length(t));

legendStr = cell(n+1,1);
col=hsb(n+1);

sum=0;
f_Axis=fAxis(1:NFFT/2);
figure
for k=1:n

    % a cada pico le corresponde una frecuencia "f"
    locs=find(Y(1:NFFT/2)==pks_sort(k));% posicion del pico en vector Y(1:NFFT/2)
    f(k)=f_Axis(locs);

    y=pks_sort(k)*sin(2*pi*f(k)*t);
    plot(t,y,'-','color',col(k,:), 'LineWidth',2)

    hold on

    legendStr(k) = {sprintf(...
        'Valor de pico=%g %s\nFrecuencia= %g Hz'...
        ,pks_sort(k),uds,f(k))};
    sum=sum+y;
end

plot(t,sum,'-k','LineWidth',3)
legendStr(end) ={sprintf(...
    'Onda suma de %g primeros armónicos'...
    ,n)};

legend(legendStr,'Location','Best');
title(legendStr(n+1),'fontweight','bold','fontsize',16);
xlabel('Tiempo (seg)','fontweight','bold','fontsize',16);
ylabel({sprintf('Amplitud (%s)'...
                ,uds)},'fontweight','bold','fontsize',16);
grid on;
hold off

```

```
%%
```

```
figure
```

```
subplot(1,2,1)
bar(pks_sort(1:n),'r');
ylabel({sprintf('Amplitud (%s)'...
    ,uds)},'fontweight','bold','fontsize',16);
text(1:n,pks_sort(1:n),num2str(pks_sort(1:n),'%0.2f'),...
    'HorizontalAlignment','center',...
    'VerticalAlignment','bottom')

subplot(1,2,2)
bar(f(1:n),'b');
ylabel('Frecuencia (Hz)','fontweight','bold','fontsize',16);
text(1:n,f(1:n),num2str(f(1:n),'%0.2f'),...
    'HorizontalAlignment','center',...
    'VerticalAlignment','bottom')

mtit('Ensayo de vacío de un transformador','fontsize',16)
```

# Bibliografía

- [1] Jesus Fraile Mora, *Maquinas Eléctricas*. 6<sup>o</sup> Edición, 2008.
- [2] kevlar1818, *Understanding Matlab FFT example*. <http://stackoverflow.com/questions/10758315/understanding-matlab-fft-example>.
- [3] learnvst, *Given an array of data, extract possible frequencies with fft, how to?*. <http://stackoverflow.com/questions/12960306/given-an-array-of-data-extract-possible-frequencies-with-fft-how-to>.
- [4] Mathworks, *findpeaks*. <http://www.mathworks.es/es/help/signal/ref/findpeaks.html>.