$\boxed{Uebung 1.}$

Daten: **M/M/1 -** System (4.1.1.1 auf Seite 192)
$\Rightarrow$ **Bedienteinheiten m** = 1 weil 1 in von M/M/1
Verladestation mit Stapler *(estación de carga con carretilla apiladora [tecnol.].)*
Auftraege alle halbeStunde (30min.) *(encargo cada media hora)* **Ankunftsrate** $\boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{0{,}5\,h} = \frac{2}{h}$
Verladezeit 20 min (Mittelwerte) *(El tiempo de carga 20 min (valores medios).)* **Bedientrate** $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{\frac{1}{3}h} = \frac{3}{h}$

$\mathbf{n} \approx 0$ **Anforderung** *(requisitos)*

Ergebnisse

Pueden entrar λ piezas/h ha tratarse, a un flujo de μ piezas tratables/h da que las piezas que salen tratadas/h son:

$$\begin{matrix} \text{Ausgangsrate} = m \cdot \mu \ \text{ piezas/h} & \text{si } \lambda > m\cdot\mu \\ \text{Ausgangsrate} = \lambda \ \text{ piezas/h} & \text{si } \lambda < m\cdot\mu \end{matrix} \Rightarrow \text{Ausgangsrate} = U \cdot m \cdot \mu \quad \text{con } U = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda > m\cdot\mu \Rightarrow \rho < 1 \\ \rho & \text{si } \lambda < m\cdot\mu \Rightarrow \rho \geq 1 \end{cases}$$

si $\lambda > m \cdot \mu$ significa q [nº piezas entran] > [nº piezas tratables] $\Rightarrow$ [nº piezas tratadas] = [nº piezas tratables]
si $\lambda < m \cdot \mu$ significa q [nº piezas entran] < [nº piezas tratables] $\Rightarrow$ [nº piezas tratadas] = [nº piezas entran]

$$\left.\begin{matrix} \textbf{Ankunftsrate } \lambda & = \frac{2}{h} \\ \textbf{Bedientrate } \mu & = \frac{3}{h} \end{matrix}\right\} \textbf{Intensitaet (Auslaestung) } \boldsymbol{\rho} = \frac{\lambda}{m\cdot\mu} = \frac{2}{3} < 1 \rightarrow \text{System stabil}$$

Wahrscheinlichkeit für n- Anforderungen im M/M/1 - System:
(probabilidad para la n-ava demanda/requerimiento del sistema M/M/1)

$$\left.\begin{matrix} \mathbf{P_n} = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = (1-\rho)\,(\rho)^n \\ \mathbf{n} \approx 0\, \textbf{Anforderung } \textit{(requisitos)} \approx \text{Leerlauf } \textit{(marcha en vacío)} \end{matrix}\right\} P_0 = (1-\rho)\,(\rho)^n = \left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{3}$$

Verweilzeit (=Wartezeit+Bedientzeit)

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{\frac{3}{h}-\frac{2}{h}} = 1h \quad \text{y NO } =$$

$\frac{1}{m\cdot\mu-\lambda}$ ya q el tiempo k está una pieza siendo tratada (ó esperando a serlo) es independiente del nº de líneas de tratamiento igua

Si el flujo de entrada de piezas ha ser tratadas es λ [piezas/seg]; y el flujo max. de piezas que salen tratadas en cada Bedienteinheit es μ [piezas/seg]. Entonces, la frecuencia de nº de piezas ha ser tratadas y la frecuencia piezas tratadas es distinto. Si $\lambda > \mu$ entonces algunas piezas tardan en ser tratadas un tiempo $W = \frac{-1}{\mu-\lambda}$ y si $\lambda < \mu$ entonces, el tiempo inoperativo (Leerlauf) del proceso es $W = \frac{1}{\mu-\lambda}$. Pero estas fórmulas son para stabil System, o sea, $\rho = \frac{\lambda}{m\cdot\mu} = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \Rightarrow \lambda < \mu$

Como $\lambda < \mu$ se tiene que el proceso permanece inoperativo (Leerlauf) un tiempo por pieza tratable no tratada. $W = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{\left[\frac{\text{piezas tratables}}{h}\right]-\left[\frac{\text{piezas tratadas}}{h}\right]} = \left[\frac{h\cdot\text{linea}}{\text{pieza no tratada pero q sí se podía haber tratado}}\right]$ O sea, en W horas se podría haber también tratado 1 pieza a mayores y así reducir el tiempo ocioso a 0.

Anzahl Anforderungen im System *(número de solicitudes(piezas aquí) en el sistema)*. La Ley de Little establece que el número promedio de clientes en un sistema (L) es igual a la tasa promedio de llegada de los clientes al sistema (λ) por el tiempo promedio que un cliente esta en el sistema (W).

$$\mathbf{L} = \lambda\cdot W = \frac{2}{h}\cdot 1h = 2\left[\frac{\text{piezas tratadas}}{h\cdot\text{todas las lineas}}\right]\left[\frac{h\cdot\text{linea}}{\text{pieza no tratada pero q sí se podía haber tratado}}\right] =$$
$$2\left[\frac{\text{piezas tratadas}}{\text{pieza no tratada pero q sí se podía haber tratado}\cdot\text{todas las lineas}}\right]$$

O sea, las piezas que se fabrican en cada línea] = 2 x [piezas de las que no se fabrican pero sí se podrían fabricar si aumentase el suministro de piezas].

Warteschlangenlänge *(longitud de la cola)*:

$$\mathbf{L_q} = L \cdot \rho = 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 2 \left[\frac{\text{piezas tratadas}}{\text{pieza no tratada pero q sí se podía haber tratado} \cdot \text{todas las lineas}}\right]\left[\frac{\text{piezas tratadas} \cdot \text{todas las lineas}}{\text{piezas tratables} \cdot \text{todas las lineas}}\right] =$$

Wartezeit:

$$\mathbf{W_q} = W \cdot \rho = 1h \cdot 2/3 = 2/3\,h \left[\frac{h \cdot \text{linea}}{\text{pieza no tratada pero q sí se podía haber tratado}}\right]\left[\frac{\text{piezas tratadas} \cdot \text{todas las lineas}}{\text{piezas tratables} \cdot \text{todas las lineas}}\right] = 2/3 \left[\frac{h}{\text{piezas tratables}}\right]$$

O sea, el no aprovechar al máximo mi capacidad productiva teniendo tiempo ocioso equivale a una producción al máximo pero con tiempos de espera de cada pieza tratable llamado Wartezeit.

$$\text{Bedientzeit } S = W - W_q = 1h - 2/3h = 1/3h$$

$\boxed{Uebung 2.}$

Daten: **M/M/c -** System (4.1.1.2 auf Seite 193)
$\Rightarrow$ **Bedienteinheiten c** weil c in von M/M/c
Verladestation M/M/2 *(estación de carga)*

Auftraege alle halbeStunde (30min.) *(encargo cada media hora)* **Ankunftsrate** $\boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{0{,}5\,h} = \frac{2}{h}$

2 Stapler mit 40 min *(2 estación de carga)* **Bedientrate** $\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{\frac{2}{3}h} = \frac{3}{2\,h}$

Ergebnisse

$$\left.\begin{array}{ll}\textbf{Ankunftsrate } \boldsymbol{\lambda} & = \frac{2}{h} \\ \textbf{Bedientrate } \boldsymbol{\mu} & = \frac{3}{2\,h}\end{array}\right\} \textbf{Intensitaet (Auslaestung) } \boldsymbol{\rho} = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} = \frac{\frac{2}{h}}{2 \cdot \frac{3}{2\,h}} = \frac{2}{3} < 1 \rightarrow \text{System stabil}$$

Hilfs variable:

$$\mathbf{a} = \frac{\lambda}{\mu} = 4/3$$

Wahrscheinlichkeit für leeres System:
(probabilidad para sistema vacío)

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{a^n}{n!} + \frac{a^c}{c!\,(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{2-1} \frac{(4/3)^n}{n!} + \frac{(4/3)^2}{2!\,(1-2/3)}\right]^{-1} = \left[1 + 4/3 + \frac{16/9}{2/3}\right]^{-1} = [15/3]^{-1} = 0{,}2$$

$$\mathbf{C(c,a)} = \frac{a^c}{c!\ (1-\rho)}\, P_0 \rightarrow C(2,4/3) = \frac{(4/3)^2}{2!(1-2/3)}\,\frac{1}{5} = 8/15$$

Warteschlangenlaenge

$$\mathbf{L_q} = \frac{\rho \cdot C(c,a)}{1-\rho} = \frac{2/3 \cdot 8/15}{1-2/3} = 16/15 = 1{,}07$$

Anzahl Anforderungen im System

$$\mathbf{L} = c \cdot \rho + L_q = 2 \cdot 2/3 + 16/15 = 12/5\,h$$

Verweilzeit

$$\mathbf{W} = \frac{L}{\lambda} = \frac{12/5}{2} = 6/5\,h$$

Wartezeit

$$\mathbf{W_q} = W - \frac{1}{\mu} = 6/5 - \frac{1}{3/2} = 8/15\,h$$