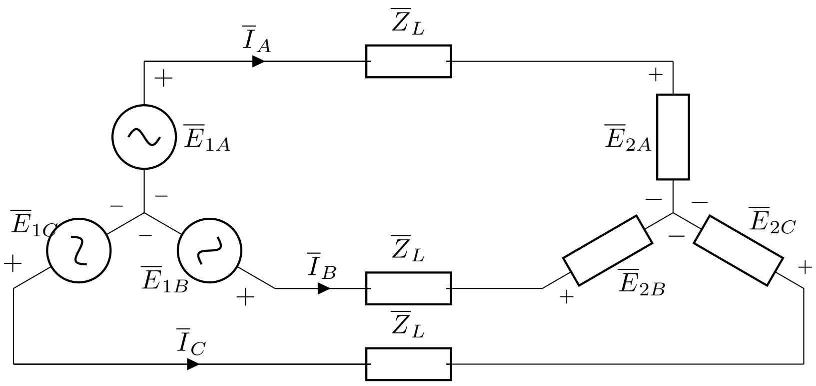
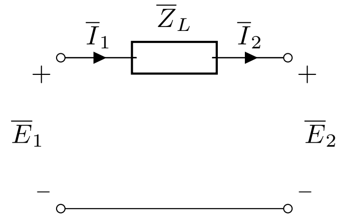
A 3

Sea una línea 3F con impedancia de línea $Z\angle\beta$



su equivalente monofásico (estrella-estrella) es



$\overline{E}$ tensión de fase

$\overline{I}$ coriente de línea (ó de fase en Y)

Las ecuaciones que describen tensiones e intensidades de principio de línea en función de las de final son:

$$\begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z\angle\beta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Despejando $\overline{I}_2$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_1 - \overline{E}_2}{\overline{Z}}$$

Así, la potencia al final de la línea ($\overline{S}_2 = \overline{S}_2^{3\phi}$) dónde suponemos el ángulo de la tensión al final de la línea como origen de fases, osea $\overline{E}_2 = E_2\angle 0$, y $\overline{E}_1 = E_1\angle\varepsilon$

$$\overline{S}_2 = 3\,\overline{E}_2\,\overline{I}_2^* = 3\,\overline{E}_2\left(\frac{\overline{E}_1 - \overline{E}_2}{\overline{Z}}\right)^* = 3\left(\frac{\overline{E}_1^*\,\overline{E}_2}{\overline{Z}^*} - \frac{\overline{E}_2\,\overline{E}_2^*}{\overline{Z}^*}\right) = 3\left(\frac{E_1\,E_2}{Z}\angle\beta-\varepsilon - \frac{E_2^2}{Z}\angle\beta\right)$$

Nótese que $(\overline{a}+\overline{b})^* = (a_1 + j\,a_2 + b_1 + j\,b_2)^* = (a_1+b_1) - j(a_2+b_2) = \overline{a}^* + \overline{b}^*$.

Ó equivalentemente

$$\begin{aligned}
\overline{S}_2 &= 3\,\overline{E}_2\,\overline{I}_2^* = 3\,\frac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}\left(\frac{\dfrac{\overline{V}_1}{\sqrt{3}\angle 30^\circ} - \dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}}{\overline{Z}}\right)^* \\
&= 3\left(\frac{\left(\dfrac{\overline{V}_1}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}\right)^*\left(\dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}\right)}{\overline{Z}^*} - \frac{\dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}\left(\dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\angle 30^\circ}\right)^*}{\overline{Z}^*}\right) \\
&= 3\left(\frac{\dfrac{V_1}{\sqrt{3}}\dfrac{V_2}{\sqrt{3}}\angle -((\varepsilon+30)-30)-((0+30)-30)}{Z\angle-\beta} - \frac{\dfrac{V_2}{\sqrt{3}}\dfrac{V_2}{\sqrt{3}}\angle((0+30)-30)-((0+30)-30)}{Z\angle-\beta}\right) \\
&= \frac{V_1\,V_2}{Z}\angle\beta-\varepsilon - \frac{V_2^2}{Z}\angle\beta
\end{aligned}$$

Luego, la potencia activa y reactiva transmitida al final de la línea son

$$P_2 = \frac{V_1\,V_2}{Z}\cos(\beta-\varepsilon) - \frac{V_2^2}{Z}\cos(\beta) \qquad Q_2 = \frac{V_1\,V_2}{Z}\sin(\beta-\varepsilon) - \frac{V_2^2}{Z}\sin(\beta)$$

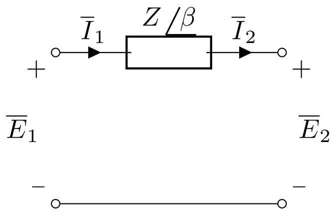
Si lo reresuelvo por valores por unidad con valores de base trifásicos: potencia (trifásica) y tensión de fase, se cumple

$$S_B = 3\,E_B\,I_B = 3\,E_B\,E_B/Z_B = 3\,E_B^2/Z_B$$

Y reoperando

$$\begin{aligned}
P_2(p.u.) &= \frac{P_2(W)}{S_B} = \frac{3\,E_1\,E_2}{Z\,S_B}\cos(\beta-\varepsilon) - \frac{3\,E_2^2}{Z\,S_B}\cos(\beta) \\
&= \frac{3\,E_1\,E_2}{Z\,\dfrac{3\,E_B^2}{Z_B}}\cos(\beta-\varepsilon) - \frac{3\,E_2^2}{Z\,\dfrac{3\,E_B^2}{Z_B}}\cos(\beta) \\
&= \frac{E_1(p.u.)\,E_2(p.u.)}{Z(p.u.)}\cos(\beta-\varepsilon) - \frac{E_2^2(p.u.)}{Z(p.u.)}\cos(\beta) \\
&= \frac{V_1(p.u.)\,V_2(p.u.)}{Z(p.u.)}\cos(\beta-\varepsilon) - \frac{V_2^2(p.u.)}{Z(p.u.)}\cos(\beta)
\end{aligned}$$

A 4



$\overline{Z}_L = 5j\,(\Omega)$
$\overline{I}_1 = \overline{I}_2 = 40\,(A)$con factor de potencia de 0.81 inductivo
$V_2 = 20\,(kV)$
$V_B = 20\,(kV)$
$I_B = 40\,(A)$

a) tensión al principio de la línea

Suponemos $\overline{E}_2$ en origen de fases

$$\begin{pmatrix}\overline{E}_1\\ \overline{I}_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & \overline{Z}_L\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{E}_2\\ \overline{I}_2\end{pmatrix}$$

Resolviendo

$$\begin{aligned}\overline{E}_1 &= \overline{E}_2 + \overline{Z}_L\,\overline{I}_2\\ &= \frac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\,\underline{/30^\circ}} + \overline{Z}_L\,\overline{I}_2\\ &= \frac{20\cdot 10^3}{\sqrt{3}} + 5j\cdot 40\,\underline{/\theta_{E_2} - \arccos(0{,}81)}\\ &= 11665{,}42\,\underline{/0{,}7975^\circ}\end{aligned}$$

Nótese que $\overline{I}_2 = 40\,(A)$ con factor de potencia de 0.81 inductivo, y como $\overline{Z}_L = 5j\,(\Omega)$ entonces ya sabemos que el ángulo de la suma de todas las impedancias aguas abajo de $\overline{E}_1$ es de $\arccos(0{,}81)$, o sea

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_2 + \overline{Z}_L\,\overline{I}_2 \Rightarrow \overline{I} = \overline{I}_2 = \frac{\overline{E}_1 - \overline{E}_2}{\overline{Z}_L} \Rightarrow \theta_{\overline{I}_2} = \theta_{(\overline{E}_1 - \overline{E}_2)} - \theta_{\overline{Z}_L} = -\arccos(0{,}81)$$

Lo cual ahora podemos comprobar:

$$\theta_{\overline{I}_2} = ang\left(11665{,}42\,\underline{/0{,}7975^\circ} - \frac{20\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\,\underline{/0^\circ}\right) - 90^\circ = -\arccos(0{,}81)$$

b) Potencia al final y principio de la línea

Basándonos en resultados de A.3

$$\begin{aligned}\overline{S}_1 &= 3\,\overline{E}_1\,\overline{I}_1^*\\ &= 3\,11665{,}42\,\underline{/0{,}7975^\circ}\,40\,\underline{/-(-\arccos(0{,}81))}\\ &= 1122 + j836\,(KVA)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{S}_2 &= 3\,\overline{E}_2\,\overline{I}_2^*\\ &= 3\,\frac{20\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\,\underline{/0^\circ}\,40\,\underline{/-(-\arccos(0{,}81))}\\ &= 1122 + j838\,(KVA)\end{aligned}$$

VALORES BASE
a)

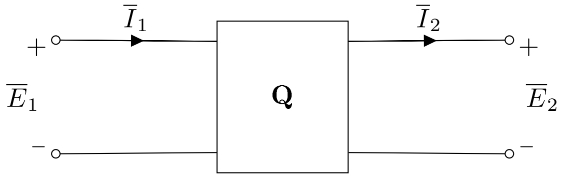
$$
\begin{aligned}
\overline{E}_1(p.u.) &= \frac{\overline{E}_1}{E_B} \\
&= \frac{\overline{E}_2}{E_B} + \frac{\overline{Z}_L\,\overline{I}_2}{E_B} \\
&= \frac{\overline{E}_2}{E_B} + \frac{\overline{Z}_L\,\overline{I}_2}{Z_B\,\cdot I_B} \\
&= \frac{\overline{E}_2}{\frac{V_B}{\sqrt{3}}} + \frac{\overline{Z}_L\,\overline{I}_2}{\frac{V_B}{\sqrt{3}\cdot I_B}\cdot I_B} \\
&= \frac{\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}}{\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}} + \frac{5j\,\cdot\,40\,\underline{/-\,\arccos{(0{,}81)}}}{\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}\cdot 40}\cdot 40} \\
&= \frac{11665{,}42\,\underline{\underline{/0{,}7975^\circ}}}{\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}}
\end{aligned}
$$

Así,

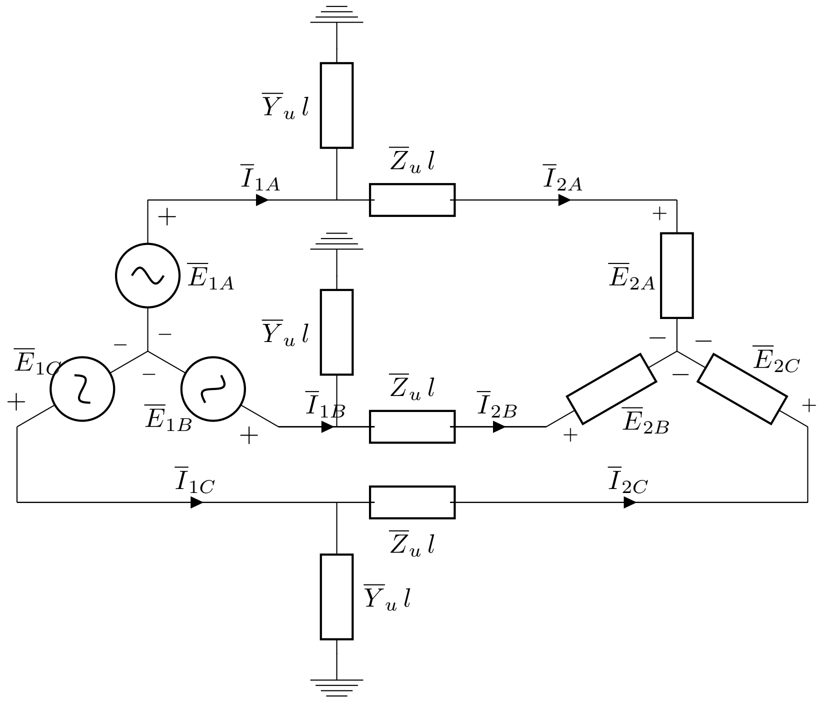
$$
\overline{E}_1 = \overline{E}_1(p.u.)\,E_B = \frac{11665{,}42\,\underline{\underline{/0{,}7975^\circ}}}{\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}}\,\frac{20\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}} = 11665{,}42\,\underline{/0{,}7975^\circ}
$$

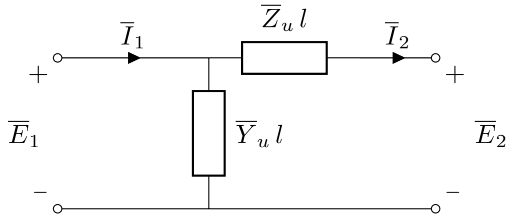
B 1

$L = 362\,km$
$f = 50\,Hz$
$P_2 = 40\,MW$
$V_2 = 132\,kV$
$fp = 0{,}95$ inductivo de la línea
$R_u = 0{,}105\,\Omega/km$
$L_u = 1{,}5648 \cdot 10^{-3}\,\Omega/km$
$C_u = 0{,}0106 \cdot 10^{-6}\,\Omega/km$
$G_u = 0\,\Omega/km$

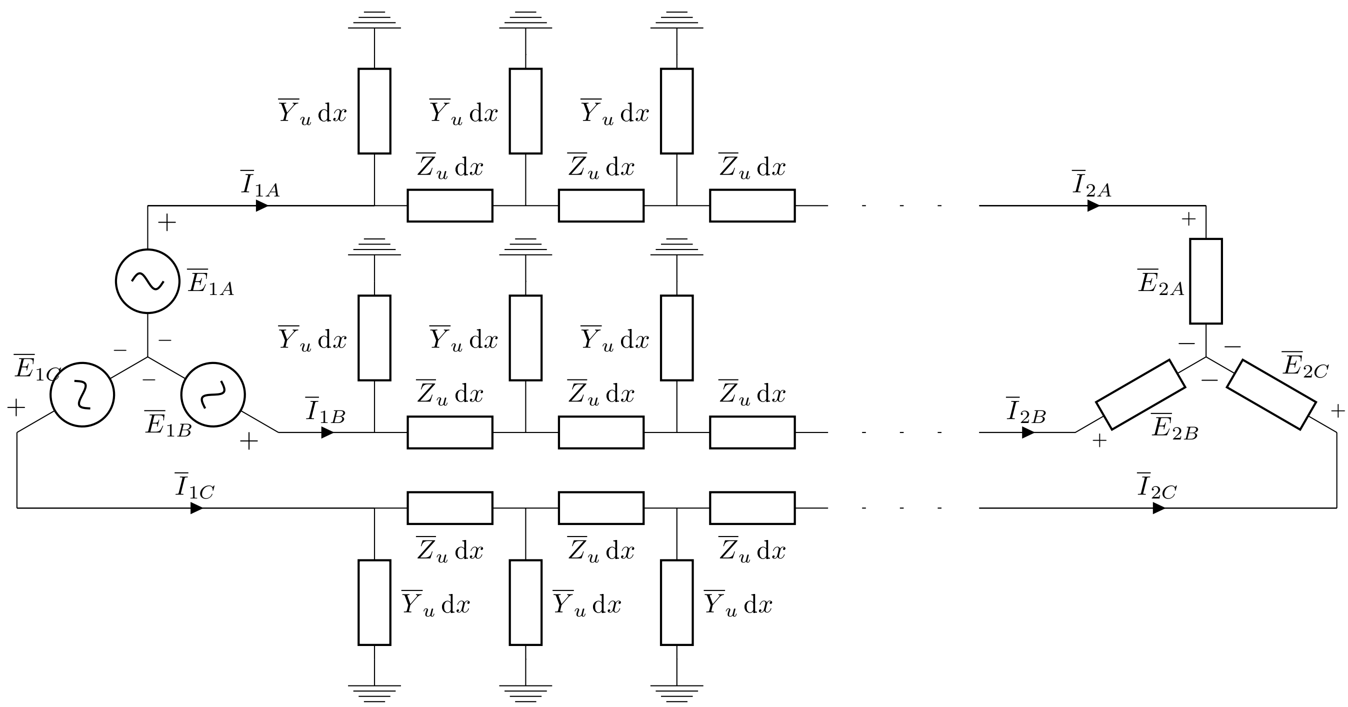


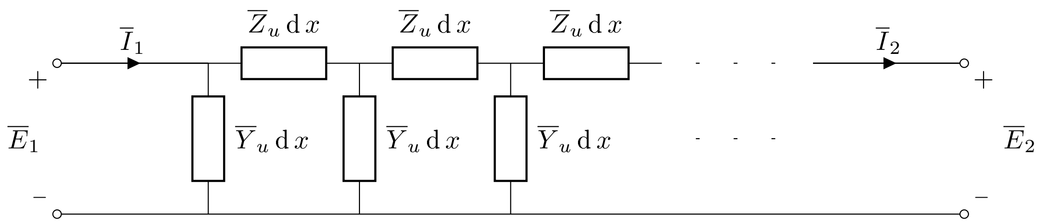
Ahora ya no tenemos una impedancia por fase como en ejer A3 y A4, sino una línea con **parámetros distribuidos**. Su circuito real y su equivalente monofásicos NO son los siguientes





Sino mas cercanos a





a) Tensión e intensidad al principio de la línea y el rendimiento de transmisión

$$\begin{aligned}
\overline{\gamma}\,x &= \sqrt{\overline{Z}_u\,\overline{Y}_u}\,x = \sqrt{(R_u + j\,2\,\pi\,f\,L_u)\,(G_u + j\,2\,\pi\,f\,C_u)}\,x \\
&= \sqrt{(0{,}105 + j\,2\,\pi\,50 \cdot 1{,}5648 \cdot 10^{-3})\,(0{,}0106 \cdot 10^{-6} + j\,2\,\pi\,50 \cdot 0)}\,362 \\
&= 0{,}0012938\underline{/83{,}9717^\circ}\ [\Omega] \\
\overline{Z}_c &= \sqrt{\frac{\overline{Z}_u}{\overline{Y}_u}} = \sqrt{\frac{0{,}105 + j\,2\,\pi\,50 \cdot 1{,}5648 \cdot 10^{-3}}{0 + j\,2\,\pi\,50 \cdot 0{,}0106 \cdot 10^{-6}}} \\
&= 388{,}5259\underline{/-6{,}0283^\circ}\ [\Omega]
\end{aligned}$$

La tensión e intenisdad al final de la línea son, suponemos $\overline{E}_2$ como origen de fases

$$\begin{pmatrix}\overline{E}_2\\ \overline{I}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{V_2}{\sqrt{3}}\underline{/0}\\ \dfrac{1}{\sqrt{3}\,V_2}\,\dfrac{P_2}{fp}\underline{/-\arccos{(fp)}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{132 \cdot 10^3}{\sqrt{3}}\underline{/0}\\ \dfrac{1}{\sqrt{3}\,132 \cdot 10^3}\,\dfrac{40 \cdot 10^6}{0{,}95}\underline{/-\arccos{(0{,}95)}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}76210{,}2355\underline{/0^\circ}\\ 184{,}1628\underline{/-18{,}1949^\circ}\end{pmatrix}$$

Así,

$$\begin{pmatrix}\overline{E}(x)\\ \overline{I}(x)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cosh{(\overline{\gamma}\,x)} & \overline{Z}_c\,\sinh{(\overline{\gamma}\,x)}\\ \dfrac{1}{\overline{Z}_c}\,\sinh{(\overline{\gamma}\,x)} & \cosh{(\overline{\gamma}\,x)}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{E}_2\\ \overline{I}_2\end{pmatrix} = \ldots = \begin{pmatrix}89337{,}4234\underline{/19{,}441^\circ}\\ 162{,}3642876\underline{/14{,}6429^\circ}\end{pmatrix}$$

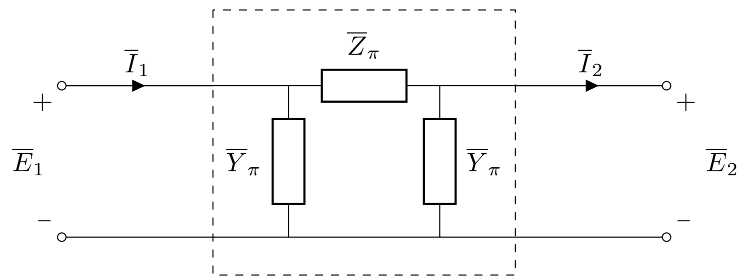
La potencia aparente monofásica es

$$\begin{aligned}
\overline{S}_1^{1\Phi} &= \overline{E}_1\,\overline{I}_1^* \\
&= \ldots \\
&= 12013537{,}9 + j\ldots \\
\overline{S}_2^{1\Phi} &= \overline{E}_2\,\overline{I}_2^* \\
&= \ldots \\
&= 11133440 + j\ldots
\end{aligned}$$

Siendo el rendimiento

$$\eta = \frac{11133440}{12013537}\,100 = 92\,\%$$

b) Determinar parámetros de sus circuitos equivalentes en π



$$\begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \overline{Y}_\pi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \overline{Z}_\pi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \overline{Y}_\pi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \overline{Z}_\pi \overline{Y}_\pi & \overline{Z}_\pi \\ \overline{Y}_\pi \left(2 + \overline{Z}_\pi \overline{Y}_\pi\right) & 1 + \overline{Z}_\pi \overline{Y}_\pi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cosh\left(\overline{\gamma}\, x\right) & \overline{Z}_c \sinh\left(\overline{\gamma}\, x\right) \\ \dfrac{1}{\overline{Z}_c} \sinh\left(\overline{\gamma}\, x\right) & \cosh\left(\overline{\gamma}\, x\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Resolviendo

$$\overline{Z}_\pi = \overline{Z}_c \sinh\left(\overline{\gamma}\, x\right) = 388{,}5259\underline{/-6{,}0283^\circ} \sinh\left(0{,}0012938\underline{/83{,}9717^\circ}\right) = 175{,}5372\underline{/78{,}3873}$$

$$\overline{Y}_\pi = \frac{\cosh\left(\overline{\gamma}\, x\right) - 1}{\overline{Z}_c \sinh\left(\overline{\gamma}\, x\right)} = \frac{1}{\overline{Z}_c} \tanh\left(\frac{\overline{\gamma}\, l}{2}\right) = \frac{1}{140,646{,}39\underline{/-6{,}0283^\circ}} \tanh\left(\frac{0{,}4648\underline{/83{,}9717^\circ}}{2}\right) = 0{,}00061375\underline{/89{,}7756}$$

$\boxed{\textbf{B 1}}$ calculadora

$$\begin{pmatrix} \overline{E}(x) \\ \overline{I}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\overline{\gamma}\, x) & \overline{Z_c}\, \sinh(\overline{\gamma}\, x) \\ \dfrac{1}{\overline{Z_c}}\, \sinh(\overline{\gamma}\, x) & \cosh(\overline{\gamma}\, x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E_2} \\ \overline{I_2} \end{pmatrix}$$

$$\overline{Z_u} = R_u + j\, 2\, \pi\, f\, L_u \longrightarrow \boxed{\mathrm{A}}$$

$$\overline{Y_u} = G_u + j\, 2\, \pi\, f\, C_u \longrightarrow \boxed{\mathrm{B}}$$

$$\overline{\gamma} = \sqrt{\overline{Z_u}\, \overline{Y_u}}$$

Pero debido a que si A y B son complejos su raíz $1/n$ da error, o sea, $(A \cdot B)^{1/n} = ERROR$, se ha de hacer:

$\overline{\gamma} = \sqrt{A \cdot B} \underline{/arg(A \cdot B)\, /\, 2}$, o sea,

1° – Ans sea $A \cdot B$	$\boxed{\mathrm{A\ x\ B}}$
2° – $\sqrt{\lvert\gamma\rvert}$	$\boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{SHIFT}\ \boxed{hyp}(Abs)\ \boxed{Ans}$
3° – si $\sqrt{A \cdot B} = \gamma \underline{/\beta^\circ}$	$\boxed{SHIFT}\ \boxed{(-)}(\underline{/\ \ })$
ese ángulo es la mitad del de Ans	$\boxed{(}\ \boxed{SHIFT}\ \boxed{2}(COMPLX)\ \boxed{1}(Arg)\ \boxed{(}\ \boxed{Ans}\ \boxed{)}\ \boxed{\div}\ \boxed{2}\ \boxed{)}$
	$\longrightarrow \boxed{\mathrm{C}}$

$$\overline{Z_c} = \sqrt{\frac{\overline{Z_u}}{\overline{Y_u}}}$$

Y procediendo análogo que para calcular $\overline{\gamma}$

$\overline{Z_c} = \sqrt{A \div B} \underline{/arg(A \div B)\, /\, 2}$, o sea,

1°Ans sea $A\, /\, B$	$\boxed{\mathrm{A} \div \mathrm{B}}$
$2^\circ \sqrt{\lvert\overline{Z_c}\rvert}$	$\boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{SHIFT}\ \boxed{hyp}(Abs)\ \boxed{Ans}$
3°si $\sqrt{A \div B} = Z_c \underline{/\theta^\circ}$	$\boxed{SHIFT}\ \boxed{(-)}(\underline{/\ \ })$
ese ángulo es la mitad del de Ans	$\boxed{(}\ \boxed{SHIFT}\ \boxed{2}(COMPLX)\ \boxed{1}(Arg)\ \boxed{(}\ \boxed{Ans}\ \boxed{)}\ \boxed{\div}\ \boxed{2}\ \boxed{)}$
	$\longrightarrow \boxed{\mathrm{D}}$

Para comprobar que los cálculos están bien hechos en $\overline{\gamma}$:

$C^2 \div (A \cdot B)$	debe ser módulo 1 y
$2 \cdot ang(C) - ang(A \cdot B)$	debe ser ángulo 0.

Para comprobar que los cálculos están bien hechos en $\overline{Z_c}$:

$D^2 \div (A \div B)$	debe ser módulo 1 y
$2 \cdot ang(D) - ang(A \div B)$	debe ser ángulo 0.

$\overline{\gamma} = \alpha + j\,\beta$

Pero como en las ecuaciones aperece siempre $\overline{\gamma} \cdot x$, vamos a renombrar C como éste valor $x \cdot C \longrightarrow \boxed{\text{C}}$.
Y así α y β no nos interesan, pero si el x veces de sus valores: X e Y.

$$\begin{aligned} x \cdot \alpha &= x \cdot |\overline{\gamma}| \cos\left(ang\left(\overline{\gamma}\right)\right) &&= |C| \cos\left(ang\left(C\right)\right) &&\longrightarrow \boxed{\text{X}} \\ x \cdot \beta &= x \cdot |\overline{\gamma}| \sin\left(ang\left(\overline{\gamma}\right)\right) &&= |C| \sin\left(ang\left(C\right)\right) &&\longrightarrow \boxed{\text{Y}} \end{aligned}$$

Asignamos $\overline{E_2} \longrightarrow \boxed{\text{E}}$, $\overline{I_2} \longrightarrow \boxed{\text{F}}$, $\Big(\cosh(X) * \cos(Y) + i * \sinh(X) * \sin(Y)\Big) \longrightarrow \boxed{\text{A}}$ y $\Big(\sinh(X) * \cos(Y) + i * \cosh(X) * \sin(Y)\Big) \longrightarrow \boxed{\text{B}}$.

$$\begin{aligned} \overline{E}(x) &= \overline{E_2} \Big(\cosh(\overline{\gamma}\,x)\Big) + \overline{I_2} \Big(\overline{Z_c} \sinh(\overline{\gamma}\,x)\Big) \\ &= E \Big(\cosh(C)\Big) + F \Big(D \sinh(C)\Big) \\ &= E \Big(\cosh(X) * \cos(Y) + i * \sinh(X) * \sin(Y)\Big) + F * D \Big(\sinh(X) * \cos(Y) + i * \cosh(X) * \sin(Y)\Big) \\ &= E \quad A + F * D \quad B \\ \overline{I}(x) &= \overline{E_2} \Big(\frac{1}{\overline{Z_c}} \sinh(\overline{\gamma}\,x)\Big) + \overline{I_2} \Big(\cosh(\overline{\gamma}\,x)\Big) \\ &= E \Big(\frac{1}{D} \sinh(C)\Big) + F \Big(\cosh(C)\Big) \\ &= \frac{E}{D} \Big(\sinh(X) * \cos(Y) + i * \cosh(X) * \sin(Y)\Big) + F \Big(\cosh(X) * \cos(Y) + i * \sinh(X) * \sin(Y)\Big) \\ &= \frac{E}{D} \quad B + F \quad A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sinh(a + j * b) &= \sinh(a) * \cos(b) + j * \cosh(a) * \sin(b) \\ \cosh(a + j * b) &= \cosh(a) * \cos(b) + j * \sinh(a) * \sin(b) \end{aligned}$$

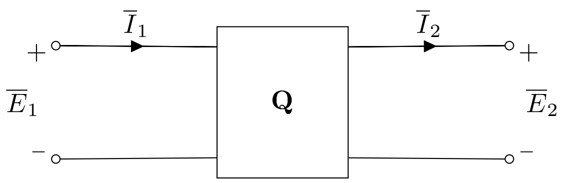
$$\begin{aligned} &\text{A} \longrightarrow \overline{Z_u} \\ &\text{B} \longrightarrow \overline{Y_u} \\ &\text{A} \longrightarrow \cosh(X) * \cos(Y) + i * \sinh(X) * \sin(Y) \\ &\text{B} \longrightarrow \sinh(X) * \cos(Y) + i * \cosh(X) * \sin(Y) \\ &\text{C} \longrightarrow x \cdot \overline{\gamma} \\ &\text{D} \longrightarrow \overline{Z_c} \\ &\text{E} \longrightarrow \overline{E_2} \\ &\text{F} \longrightarrow \overline{I_2} \\ &\text{X} \longrightarrow x \cdot \overline{\alpha} \\ &\text{Y} \longrightarrow x \cdot \overline{\beta} \end{aligned}$$

La calculadora en **RADIANES**, resumen

$$\begin{aligned} \overline{E}(x) &= E * A + F * D * B \\ \overline{I}(x) &= \frac{E}{D} * B + F * A \end{aligned}$$

B 2

$l = 80, 150, 362, 100\ km f = 50\, Hz$
$R_u = 0{,}105\, \Omega/km$
$L_u = 1{,}5648 \cdot 10^{-3}\, \Omega/km$
$C_u = 0{,}0106 \cdot 10^{-6}\, \Omega/km$
$G_u = 0\, \Omega/km$
$I = 0$ línea en circuito abierto



a) Cociente entre la tensión del extremo emisor y receptor en línea con pérdidas

Al ser una línea abierta, sin corriente, los valores de las tensiones son

$$\begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A\, \overline{E}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

-Modelo general ó de linea larga

$$\begin{aligned} \overline{\gamma} &= \sqrt{\overline{Z}_u\, \overline{Y}_u} = \sqrt{(R_u + j\, 2\, \pi\, f\, L_u)\ (G_u + j\, 2\, \pi\, f\, C_u)} \\ &= \sqrt{(0{,}105 + j\, 2\, \pi\, 50 \cdot 1{,}5648 \cdot 10^{-3})\ (0 + j\, 2\, \pi\, 50 \cdot 0{,}0106 \cdot 10^{-6})} \\ &= 0{,}0012938/362\underline{/83{,}9717^\circ}\ [\Omega/\text{m}] \end{aligned}$$

$$A = \cosh\left(\overline{\gamma}\, l\right) = \cosh\left(0{,}0012938/362\underline{/83{,}9717^\circ}\, l\right)$$

-Modelo nominal ó de línea media

$$A = 1 + \frac{\overline{Z}\, \overline{Y}}{2} = 1 + \frac{(\overline{\gamma}\, l)^2}{2}$$

-Modelo dipolo pasivo ó de línea corta

$$A = 1$$

b) Cociente entre la tensión del extremo emisor y receptor en línea ideal ó sin pérdidas

-Modelo general ó de linea larga

$$\begin{aligned} \overline{\beta} &= j\, 2\, \pi\, f\, \sqrt{L_u\, C_u} \\ &= j\, 2\, \pi\, 50\, \sqrt{0{,}105 \cdot 0{,}0106 \cdot 10^{-6}} \\ &= j\, 0{,}0013\ [\Omega/\text{m}] \end{aligned}$$

$$A = \cosh\left(j\, \beta\, l\right) = \cos\left(0{,}0013\, l\right)$$

-Modelo nominal ó de línea media

$$A \cancel{=} 1 + \frac{\overline{Z}\, \overline{Y}}{2} = 1 + \frac{(0 + j\, 2\, \pi\, f\, L_u)\, (0 + j\, 2\, \pi\, f\, C_u)}{2} = 1 - \frac{(\beta\, l)^2}{2}$$

-Modelo dipolo pasivo ó de línea corta

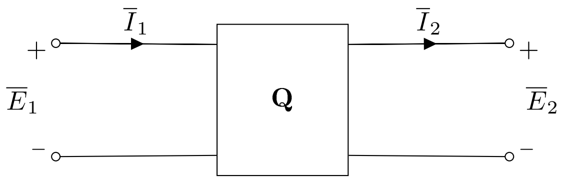
$$A = 1$$

Nótese que $E_1 > E_2$ siempre.

Si una tensión en un modelo da diferente a la de en otro modelo debemos escoger siempre la mas alta para estar del lado de la seguridad.

B 3

$L = 300\,km$
$f = 50\,Hz$
$P_2 = 50\,MW$
$V_2 = 220\,kV$
$fp = 0{,}8$ en retraso de la línea del receptor
$\overline{Z} = 40 \,+\, j\,25\,\Omega$
$\overline{Y} = j\,10^{-3}\,\Omega$



Así, la intensidad y corriente de fase del receptor son

$$\overline{E}_2 \,=\, \frac{V_2}{\sqrt{3}}\angle 0 \,=\, \frac{220\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}\angle 0 \,=\, 1{,}2702e+05\angle 0$$

$$\overline{I}_2 \,=\, \frac{P_2}{\sqrt{3}\,V_2\,fp}\angle -\arccos{(fp)} \,=\, \frac{50\,\cdot\,10^6}{\sqrt{3}\,220\,\cdot\,10^3\,\cdot\,0{,}8}\angle -\arccos{(0{,}8)} \,=\, 164{,}02\angle -36{,}8699°$$

Encontrar la tensión, la corriente, la potencia y el factor de potenciaen el extremo emisor.
a) línea corta o modelo de dipolo pasivo(con pérdidas)

$$\begin{pmatrix}\overline{E}_1\\ \overline{I}_1\end{pmatrix} \,=\, \begin{pmatrix}1 & \overline{Z}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{E}_2\\ \overline{I}_2\end{pmatrix}$$

Entonces,

$$\overline{I}_1 \,=\, \overline{I}_2 \,=\, 164{,}02\angle -36{,}8699°$$

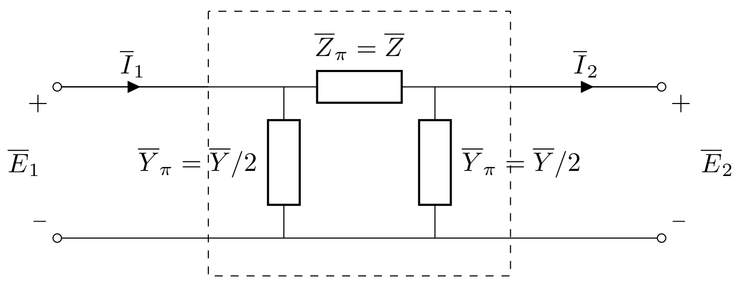
y

$$\begin{aligned}
\overline{V}_1 &= \overline{E}_1\,\sqrt{3}\angle 30° \\
&= \left(\overline{E}_2 \,+\, \overline{Z}\,\overline{I}_2\right)\,\sqrt{3}\angle 30° \\
&= (1{,}2702e+05\angle 0 \,+\, (40 \,+\, j\,25)\,164{,}02\angle -36{,}8699°)\,\sqrt{3}\angle 30° \\
&= 1{,}4510e+05\angle 4{,}9282°\,\sqrt{3}\angle 30° \\
&= 2{,}5133e+05\angle 34{,}9282°
\end{aligned}$$

La potencia y el factor de potencia

$$\begin{aligned}
\overline{S}_1 &= 3\,\overline{E}_1\,\overline{I}_1^{*} \\
&= 3\,1{,}4510e+05\angle 4{,}9282°\,164{,}02\angle -(-36{,}8699°) \\
&= 5{,}3228e+07+4{,}7588e+07i\,(VA)
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
fp_1 &= \cos\left(\theta_{\overline{E}_1} \,-\, \theta_{\overline{I}_1}\right) \\
&= \cos{(4{,}9282 \,-\, (-36{,}8699))} \\
&= 0{,}7455 \text{ en retraso ó inductivo}
\end{aligned}$$

b) línea media o modelo π nominal (con pérdidas)



$$\begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\overline{Z}\,\overline{Y}}{2} & \overline{Z} \\ \frac{\overline{Y}}{2}\left(2 + \frac{\overline{Z}\,\overline{Y}}{2}\right) & 1 + \frac{\overline{Z}\,\overline{Y}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 + \frac{(40 + j\,25)\,j\,10^{-3}}{2} & (40 + j\,25) \\ \frac{j\,10^{-3}}{2}\left(2 + \frac{(40 + j\,25)\,j\,10^{-3}}{2}\right) & 1 + \frac{(40 + j\,25)\,j\,10^{-3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} =$$

$$10^2 \begin{pmatrix} 0{,}009375 + j\,0{,}0002 & 0{,}4 + j\,1{,}25 \\ -0{,}0000001 + j\,0{,}0000096875 & 0{,}009375 + j\,0{,}0002 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1{,}2702e+05\underline{/0} \\ 164{,}02\underline{/-36{,}8699^\circ} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1{,}374502021081563e+05\underline{/6{,}2676^\circ} \\ 1{,}281452399873759e+02\underline{/15{,}11^\circ} \end{pmatrix}$$

Entonces,

$$\overline{V}_1 = \overline{E}_1\,\sqrt{3}\underline{/30^\circ} = 1{,}374502021081563e+05\underline{/6{,}2676^\circ}\,\sqrt{3}\underline{/30^\circ} = 2{,}3807073e+05\underline{/36{,}2676^\circ}$$

La potencia y el factor de potencia

$$\begin{aligned} \overline{S}_1 &= 3\,\overline{E}_1\,\overline{I}_1^* \\ &= 3\,1{,}374502021081563e+05\underline{/6{,}2676^\circ}\,1{,}281452399873759e+02\underline{/-(15{,}11^\circ)} \\ &= 5{,}221230578512396e+07 - 8{,}125381510847124e+06i\,(VA) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} fp_1 &= \cos\left(\theta_{\overline{E}_1} - \theta_{\overline{I}_1}\right) \\ &= \cos\left(6{,}2676 - (15{,}11)\right) \\ &= 0{,}9881 \text{ en adelanto ó capacitivo} \end{aligned}$$

c) línea exacta (con pérdidas)

$$\begin{aligned} \overline{\gamma}\,x &= \sqrt{\overline{Z}_u\,\overline{Y}_u}\,x \\ &= \sqrt{(40 + j\,25)\,j\,10^{-3}} \\ &= 0{,}0012076\underline{/81{,}1277^\circ}\ [\Omega] \\ \overline{Z}_c &= \sqrt{\frac{\overline{Z}_u}{\overline{Y}_u}} \\ &= \sqrt{\frac{40 + j\,25}{j\,10^{-3}}} \\ &= 362{,}2762\underline{/-8{,}8723^\circ}\ [\Omega] \end{aligned}$$

Así,

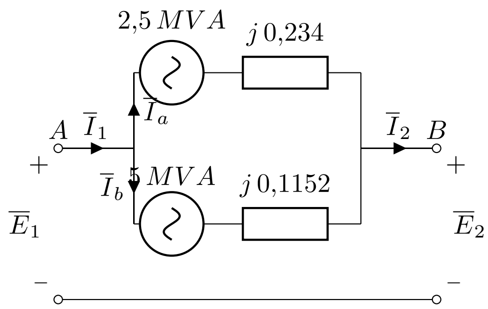
$$\begin{pmatrix} \overline{E}(x) \\ \overline{I}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\overline{\gamma}\,x) & \overline{Z}_c\,\sinh(\overline{\gamma}\,x) \\ \frac{1}{\overline{Z}_c}\,\sinh(\overline{\gamma}\,x) & \cosh(\overline{\gamma}\,x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} = \ldots = \begin{pmatrix} 1{,}370595242879030e+05\underline{/6{,}203^\circ} \\ 1{,}289226834808520e+02\underline{/15{,}584883590521027^\circ} \end{pmatrix}$$

La potencia y el factor de potencia

$$\begin{aligned} \overline{S}_1 &= 3\,\overline{E}_1\,\overline{I}_1^* \\ &= 3\,1{,}370595242879030e+05\underline{/6{,}203^\circ}\,1{,}289226834808520e+02\underline{/15{,}584883590521027^\circ} \\ &= 5{,}230123534344950e+07 - 8{,}640998603827130e+06i\,(VA) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} fp_1 &= \cos\left(\theta_{\overline{E}_1} - \theta_{\overline{I}_1}\right) \\ &= \cos\left(6{,}203 - (15{,}58)\right) \\ &= 0{,}9866 \text{ en adelanto ó cap} \end{aligned}$$

C 1



Calcular impedancia de Thèvenin anulando fuentes independientes: cortocircuitar fuentes de tensión y dejar en circuiot abierto fuentes de corriente. Ergo, la impedancia entre A y B es

$$\overline{Z}_{th} = \overline{Z}_{AB} = \frac{\overline{Z}_a\,\overline{Z}_b}{\overline{Z}_a + \overline{Z}_b} = \frac{j\,0{,}234\,j\,1152}{j\,0{,}234 + j\,1152} = j\,0{,}0772$$

La tensión de Thèvenin se halla dejando abierto los terminales A y B calculando la tensión que hay entre estos bornes. Como al dejar open circuit no circula corriente ($I_1 = I_2 = 0$ al oponerse la impedancia infinita de circuito abierto), así las caidas de tensión en las impedancias entre A y B debidas a I_1 e I_2 son cero. Las caidas de tensión debido a impedancias por las que va la corriente I_a e I_b son al igual que estas cero, ya que los generadores son de misma tenión, o sea,

$$\overline{I}_a = \overline{I}_b = \frac{\overline{E}_{g1} - \overline{E}_{g2}}{\left(\overline{Z}_a\,\overline{Z}_b\right)} = 0$$

Así,

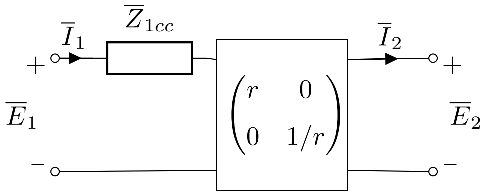
$$\overline{E}_{th} = \overline{E}_{AB} = \overline{E}_{g1} - \overline{Z}_a \cdot \overline{I}_a = \overline{E}_{g1} = \frac{2400}{\sqrt{3}}$$

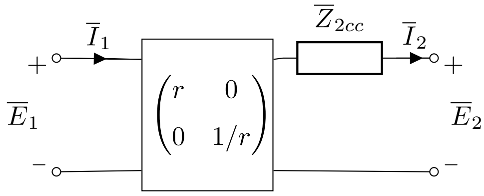
C 2

En valores reales se verifica

$$\left.\begin{aligned} \overline{Z}_{cc1} &= R_1 + j\,X_1 + r^2\,(R_2 + j\,X_2) \\ \overline{Z}_{cc2} &= \frac{R_1 + j\,X_1}{r^2} + R_2 + j\,X_2 \end{aligned}\right\} \overline{Z}_{cc1} = r^2\,\overline{Z}_{cc2}$$

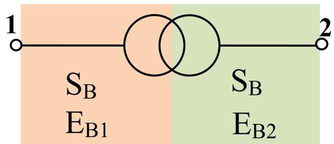
Ó atendiendo a equivalencia de circuitos, y así del cuadripolo (caso monofásico)





$$\left.\begin{aligned} \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & \overline{Z}_{1cc} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & 1/r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & \overline{Z}_{1cc}/r \\ 0 & 1/r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \overline{E}_2 \\ \overline{I}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & 1/r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \overline{Z}_{2cc} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & r\,\overline{Z}_{2cc} \\ 0 & 1/r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{I}_1 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \overline{Z}_{cc1} = r^2\,\overline{Z}_{cc2}$$

Sea la potencia de base común y la relación entre bases la de tensión primario/secundario



$$S_B = S_{B1} = S_{B2}$$
$$\frac{E_{B1}}{E_{B2}} = \frac{E_p}{E_s} = r$$

La relación entre impedancias de base (en monofásico)

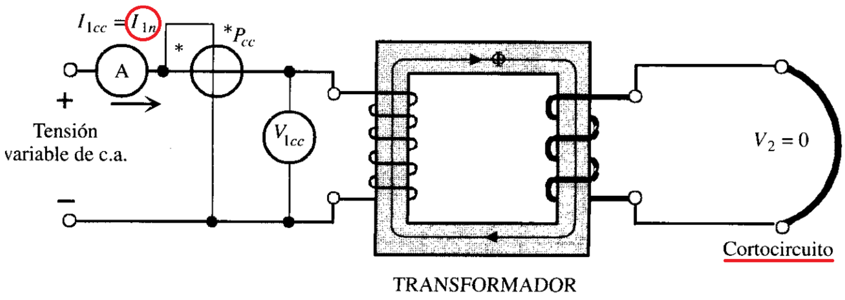
$$Z_{B1} = \frac{E_{B1}^2}{S_B} = \frac{r^2\,E_{B2}^2}{S_B} = r^2\,Z_{B2}$$

Así

$$Z_{cc1}\,\text{p.u.} = \frac{Z_{cc1}}{Z_{B1}} = \frac{r^2\,Z_{cc1}}{r^2\,Z_{B1}} = \frac{Z_{cc2}}{Z_{B2}} = Z_{cc2}\,\text{p.u.}$$

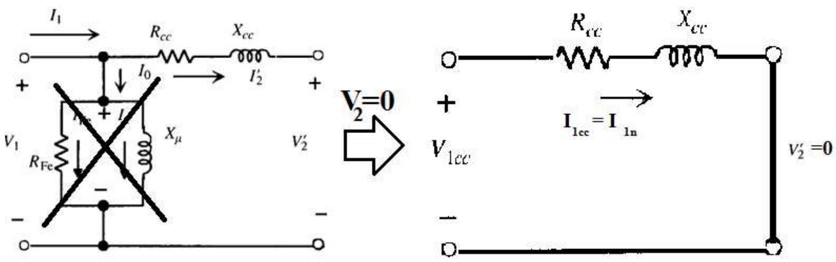
C 3

En el ensayo de cortocircuito se cortocircuitea el devanado secundario y se alica al primario una tensión que se va elevando gradualmente hasta que circula la corriente asignada de plena carga ó nominal $\overline{I}_{1n}$. la tensión aplicada en esta prueba es alrededor de $3\,\%\,V_n$, muy pequña, así, suponemos las pérdidas en el hierro despreciables e igualamos todas a las pérdidas en el cobre

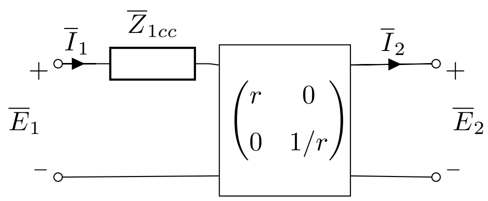


Circuito eléctrico del ensayo de cortocircuito.

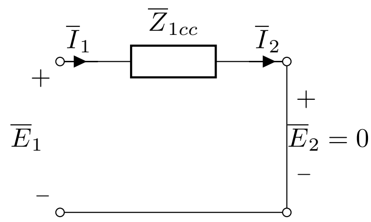
Así del circuito equivalente aproximado despreciando rama paralelo y con impedancia reducido al primario, pasamos a éste pero si cortocircuitamos el secundario



Y en cuadripolos, siendo $Z_{1cc} = \sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} = \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} = \sqrt{(R_1 + r^2\,R_2)^2 + (X_1 + r^2\,X_2)^2}$



al cortocircuitar el secundario pasamos a



Tomando de valores base $E_B = E_p$ e $I_B = I_N$ en primario y monofásico

$$V_{1cc} = V_{cc} = Z_{cc}\,I_n \quad \text{ó en (p.u.)} \quad V_{cc}\,(\text{p.u.}) = \frac{V_{cc}}{E_B} = \frac{Z_{cc}\,I_n}{Z_B\,I_B} = \frac{Z_{cc}}{Z_B} = Z_{cc}\,(\text{p.u.})$$

y

$$P_{cu}\,(\text{p.u.}) = \frac{P_{cu}}{S_B} = \frac{R_{cc}\,I_n^2}{Z_B\,I_B^2} = \frac{R_{cc}}{Z_B} = R_{cc}\,(\text{p.u.})$$

Así,

$$X_{cc}\,(\text{p.u.}) = \sqrt{(Z_{cc}\,(\text{p.u.}))^2 - (R_{cc}\,(\text{p.u.}))^2} = \sqrt{(V_{cc}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cu}\,(\text{p.u.}))^2}$$

Resumen

$$Z_{cc1} = Z_{cc1}\,(\text{p.u.})\,Z_{B1} = V_{cc}\,(\text{p.u.})\,\frac{3\,E_{B1}^2}{S_B} = V_{cc}\,(\text{p.u.})\,\frac{3\,E_{n1}^2}{S_n} \qquad Z_{cc2} = Z_{cc2}\,(\text{p.u.})\,Z_{B2} = V_{cc}\,(\text{p.u.})\,\frac{3\,E_{B2}^2}{S_B} = V_{cc}\,(\text{p.u.})\,\frac{3\,E_{n2}^2}{S_n}$$

$$R_{cc1} = R_{cc1}\,(\text{p.u.})\,Z_{B1} = P_{cu}\,(\text{p.u.})\frac{3\,E_{B1}^2}{S_B} = P_{cu}\,(\text{p.u.})\frac{3\,E_{n1}^2}{S_n} \qquad R_{cc2} = R_{cc2}\,(\text{p.u.})\,Z_{B2} = P_{cu}\,(\text{p.u.})\frac{3\,E_{B2}^2}{S_B} = P_{cu}\,(\text{p.u.})\frac{3\,E_{n2}^2}{S_n}$$

$$X_{cc1} = \sqrt{Z_{cc1}^2 - R_{cc1}^2} \qquad X_{cc2} = \sqrt{Z_{cc2}^2 - R_{cc2}^2}$$

• Siguiendo el modelo de ejer C6, para calcular los valores reales de impedancia de corto de cada trafo habría que elegir:
- la base del transformador i formada por $E_{n1}|_{trafo\,i}$ y $S_n|_{trafo\,i}$ ó por $E_{n2}|_{trafo\,i}$ y $S_n|_{trafo\,i}$, ó sea una de las siguientes tensiones y misma base común

$E_{B1}|_{trafo\,i} = E_{n1}|_{trafo\,i}$

$E_{B2}|_{trafo\,i} = E_{n2}|_{trafo\,i}$

$S_B|_{trafo\,i} = S_n|_{trafo\,i}$

- la base del transformador j formada por ... (análogo).

Así, si tenemos {trafo a} - {impedancia de línea} - {trafo b}, que podemos hacerla $\overline{Z}_{cca2} - \overline{Z}_L - \overline{Z}_{ccb1}$, y al pasar a valores por unidad esa zona (llamada 0) con valores bases que pueden ser los que se quieran S_{B0}, E_{B0}, independientemente de los de los trafoa a y b, que sería (como en ejer C6):

$$
\begin{aligned}
\overline{Z}_{cca2}\,(\text{p.u.}) &= \frac{\overline{Z}_{cca2}\,(\text{p.u.})\,Z_{Ba2}}{Z_{B0}} \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(P_{cua}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{cca}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cua}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{B2a}}{S_a} \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(P_{cua}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{cca}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cua}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{n2a}}{S_{na}} \\
\overline{Z}_{ccb1}\,(\text{p.u.}) &= \frac{\overline{Z}_{ccb1}\,(\text{p.u.})\,Z_{Bb1}}{Z_{B0}} \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(P_{cub}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{ccb}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cub}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{B1b}}{S_b} \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(P_{cua}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{ccb}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cub}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{n1b}}{S_{nb}} \\
\overline{Z}_L\,(\text{p.u.}) &= \frac{\overline{Z}_L}{Z_{B0}} \\
&= \overline{Z}_L\,\frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}
\end{aligned}
$$

Así, en zona 0, los valores por unidad de la suma de impedancias es

$$
\begin{aligned}
&\overline{Z}_T\,(\text{p.u.}) \\
&= \overline{Z}_{cca2}\,(\text{p.u.}) + \overline{Z}_L\,(\text{p.u.}) + \overline{Z}_{ccb1}\,(\text{p.u.}) \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(\overline{Z}_{cca2} + \overline{Z}_L + \overline{Z}_{ccb1}\right) \\
&= \frac{S_{B0}}{3\,E_{B0}^2}\left(\left(P_{cua}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{cca}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cua}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{n2a}}{S_{na}} + \overline{Z}_L + \left(P_{cua}\,(\text{p.u.}) + j\,\sqrt{(V_{ccb}\,(\text{p.u.}))^2 - (P_{cub}\,(\text{p.u.}))^2}\right)\frac{3\,E_{n1b}}{S_{nb}}\right)
\end{aligned}
$$

• Posible pregunta de test:
Independientemente de los valores base elegidos ¿Puede afirmarse que $Z_{cc}\,\text{p.u.} = V_{cc}\,\text{p.u.}$?

Respuesta: No. Sólo puede afirmarse si valores base $E_B = E_{pn}$ e $I_B = I_N$ en primario estando el secundario en cortocircuito ó para cualquier carga en secundario si:

$$
\begin{aligned}
E_{B1} &= E_{n1} \\
E_{B2} &= E_{n2} \quad \text{tal que} \quad S_n = E_n\,I_n \\
S_B &= S_n
\end{aligned}
$$

Recuerdo: La **potencia nominal** es la potencia máxima que demanda una máquina o aparato en condiciones de uso normales; esto quiere decir que el aparato está diseñado para soportar esa cantidad de potencia, este límite se establece algo inferior a lo general, el nivel en el que se dañará el dispositivo, para permitir un margen de seguridad. Sin embargo debido a fluctuaciones en la corriente, al uso excesivo o continuo, o en situaciones de uso distintas a las del diseño, la potencia real puede diferir de la nominal, siendo más alta o más baja.
Por tanto, en un trafo la potencia nominal es el producto de la corriente de cortocircuito y la tensión nominal.

Además, se cumple la igualdad $P_{cu}\,\text{p.u.} = R_{cc}\,\text{p.u.}$

C 4

$$\begin{aligned} E_{B1} &= E_{n1} = 20 \cdot 10^3/\sqrt{3} \\ E_{B2} &= E_{n2} = 220 \cdot 10^3/\sqrt{3} \\ S_B &= S_n = 100 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

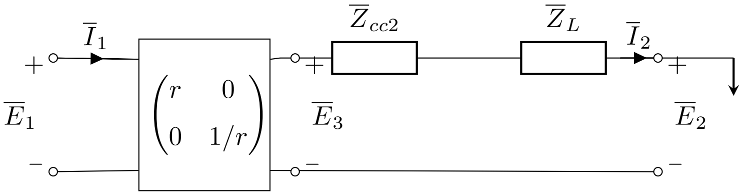
Operando directamente:

$$Z_{cc1} = Z_{cc1}\,(\text{p.u.})\, Z_{B1} = V_{cc}\,(\text{p.u.})\,\frac{3\,E_{B1}^2}{S_B} = 0{,}08\,\frac{3\,(20 \cdot 10^3/\sqrt{3})^2}{100 \cdot 10^6} = 0{,}32\,\Omega$$

$$R_{cc1} = R_{cc1}\,(\text{p.u.})\, Z_{B1} = P_{cu}\,(\text{p.u.})\frac{3\,E_{B1}^2}{S_B} = \frac{300 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6}\frac{3\,(20 \cdot 10^3/\sqrt{3})^2}{100 \cdot 10^6} = 0{,}012\,\Omega$$

$$X_{cc1} = \sqrt{Z_{cc1}^2 - R_{cc1}^2} = \sqrt{0{,}32^2 - 0{,}012^2} = 0{,}3198\,\Omega$$

C 5



Reducimos la impedancia de cortocircuito del transformador al secundario

$$Z_{cc2} = Z_{cc2}\,\text{p.u.}\,Z_{B2} = V_{cc}\,\text{p.u.}\,\frac{3\,E_{B2}^2}{S_B} = V_{cc}\,\text{p.u.}\,\frac{3\,E_{n2}^2}{S_n} = 0{,}06\,\frac{3\,(13{,}2\cdot 10^3/\sqrt{3})^2}{2{,}5\cdot 10^6} = 4{,}57$$

$$R_{cc2} = R_{cc2}\,\text{p.u.}\,Z_{B2} = P_{cu}\,\text{p.u.}\frac{3\,E_{B2}^2}{S_B} = 0{,}015\,\frac{3\,(13{,}2\cdot 10^3/\sqrt{3})^2}{2{,}5\cdot 10^6} = 1{,}14$$

$$X_{cc2} = \sqrt{Z_{cc2}^2 - R_{cc2}^2} = 4{,}4254$$

Siendo la impedancia total a derechas del secundario del trafo

$$\overline{Z}_T = \overline{Z}_{cc2} + \overline{Z}_L = 1{,}1426 + j\,4{,}4254 + 1 + j\,2 = 2{,}1426 + j\,6{,}4254$$

Calculamos la corriente al final de la línea

$$\overline{I}_2 = \left(\frac{\overline{S}_2}{3\,\overline{E}_2}\right)^* = \left(\frac{\overline{S}_2}{3\,\dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\underline{/30^\circ}}}\right)^* = \left(\frac{(800 + j\,600)\cdot 10^3}{3\,\dfrac{13{,}2\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\underline{/0^\circ}}\right)^* = 43{,}7387\underline{/-36{,}8699^\circ}$$

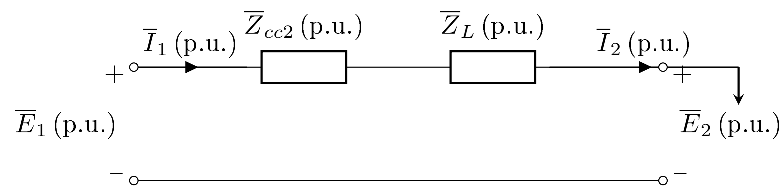
Luego, la tensión $\overline{E}_3$ es

$$\overline{E}_3 = \overline{E}_2 + \overline{I}_2\,\overline{Z}_T = \frac{13{,}2\cdot 10^3}{\sqrt{3}} + 43{,}7\underline{/-36{,}87^\circ}\,(2{,}1426 + j\,6{,}4254) = 7866{,}4\underline{/1{,}228^\circ}$$

Así, la tensión al principio de la línea es

$$\overline{E}_1 = r\,\overline{E}_3 = \frac{45}{13{,}8}\,7866{,}4\underline{/1{,}228^\circ} = 2{,}5651e+04\underline{/1{,}228^\circ}$$

Resolviendo en valores por unidad



La impedancia de cortocircuito del trafo en valores por unidad (ya sea reducido al primario ó al secundario) y de línea son ambos en base del secundario

$$X_{cc}\,(\text{p.u.}) = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{V_{cc}^2 - P_{cu}^2} = \sqrt{0{,}06^2 - 0{,}015^2} = 0{,}058\,(\text{p.u.}) \quad \overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.}) = R_{cc}\,(\text{p.u.}) + j\,X_{cc}\,(\text{p.u.}) = 0{,}015 + j\,0{,}058\,(\text{p.u.})$$

$$\overline{Z}_L\,(\text{p.u.}) = \frac{\overline{Z}_L}{Z_B} = \frac{\overline{Z}_L}{\dfrac{3\,E_B^2}{S_B}} = \frac{1 + j\,2}{\dfrac{3\left(\dfrac{13{,}8\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\right)^2}{2{,}5\cdot 10^6}} = 0{,}0131 + j\,0{,}0263\,(\text{p.u.})$$

Luego, la tensión $\overline{E}_2$ e intensidad al final de la línea en valores pr unidad son

$$\overline{E}_2\,(\text{p.u.}) \;=\; \frac{V_2}{\sqrt{3}}\underline{/0}\,\frac{1}{E_B} \;=\; \frac{13{,}2\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{\dfrac{13{,}8\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}} \;=\; 0{,}96\,(\text{p.u.})$$

$$\overline{I}_2\,(\text{p.u.}) \;=\; \left(\frac{\overline{S}_2}{3\,\overline{E}_2}\right)^{*}\frac{1}{I_B} \;=\; \left(\frac{\overline{S}_2}{3\,\dfrac{\overline{V}_2}{\sqrt{3}\underline{/30^\circ}}}\right)^{*}\frac{3\,E_B}{S_B} \;=\; \left(\frac{(800\,+\,j\,600)\,\cdot\,10^3}{3\,\dfrac{13{,}2\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}\underline{/0^\circ}}\right)^{*}\frac{3\,\cdot\,\dfrac{13{,}8\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}}}{2{,}5\,\cdot\,10^6} \;=\; 0{,}418\underline{/-36{,}9^\circ}\,(\text{p.u.})$$

Luego, la tensión $\overline{E}_3$ es

$$\overline{E}_1\,(\text{p.u.}) \;=\; \overline{E}_2\,(\text{p.u.}) \,+\, \overline{I}_2\,(\text{p.u.})\,\big(\overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.}) \,+\, \overline{Z}_L\,(\text{p.u.})\big) \;=$$
$$0{,}96\,(\text{p.u.}) \,+\, 0{,}4182\underline{/-36{,}8699^\circ}\,(\text{p.u.})\,\left((0{,}015\,+\,j\,0{,}058)\,(\text{p.u.}) \,+\, (0{,}0131\,+\,j\,0{,}0263)\,(\text{p.u.})\right) \;=\; 0{,}9873\underline{/1{,}228^\circ}$$

Por tanto,

$$\overline{E}_1 \;=\; \overline{E}_1\,(\text{p.u.})\,E_{Bp} \;=\; 0{,}9873\underline{/1{,}228^\circ}\,\frac{45\,\cdot\,10^3}{\sqrt{3}} \;=\; 2{,}5651e+04\underline{/1{,}228^\circ}$$

C 7

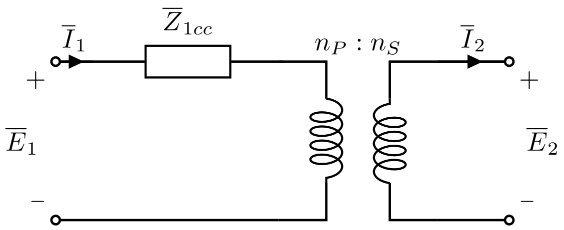
Hay que tener en cuenta que en los transformadores de tres devanados, a diferencia de lo que ocurre en los de dos:
-normalmente las potencias nominales de cada devanado son distintas
-los valores de las impedancias de los ensayos, que normalmente aparecen en la placa de características de la máquina, están expresadas en tanto por ciento respecto: -de la potencia nominal del devanado que se pone en cortocircuito en el ensayo correspondiente
-y de una tensión base que es la del terminal desde el que se mide la tensión.
Por tanto, en general, habrá que hacer los cambios de base oportunos, para referir todas las impedancias a una misma base común.

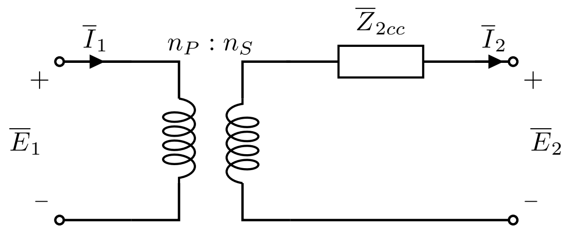
Entonces, en ensayos de cortocircuito se obtienen Z_{ij} (p.u.) sobre una base concreta ij con valores base $V_{Bij} = V_{ni}$ voltios y $S_{Bij} = S_{nj}$ VA, siendo V_{ni} y S_{nj} la tenión nominal del bobinado i y potencia nominal del bobinado j, ó mas simplemente los datos del trafo de 3 devanados se dan tal que: tensiones $V_{n1}/V_{n2}/V_{n3}$ y potencias $S_{n1}/S_{n2}/S_{n3}$. Entonces, tenemos

$$\begin{aligned}
Z_{12}\,(\text{p.u.}) &\Rightarrow \text{ en base de } V_{B12} = V_{1n} \quad S_{B12} = S_{2n} \\
Z_{13}\,(\text{p.u.}) &\Rightarrow \text{ en base de } V_{B13} = V_{1n} \quad S_{B13} = S_{3n} \\
Z_{23}\,(\text{p.u.}) &\Rightarrow \text{ en base de } V_{B23} = V_{2n} \quad S_{B23} = S_{3n}
\end{aligned}$$

Demostración.

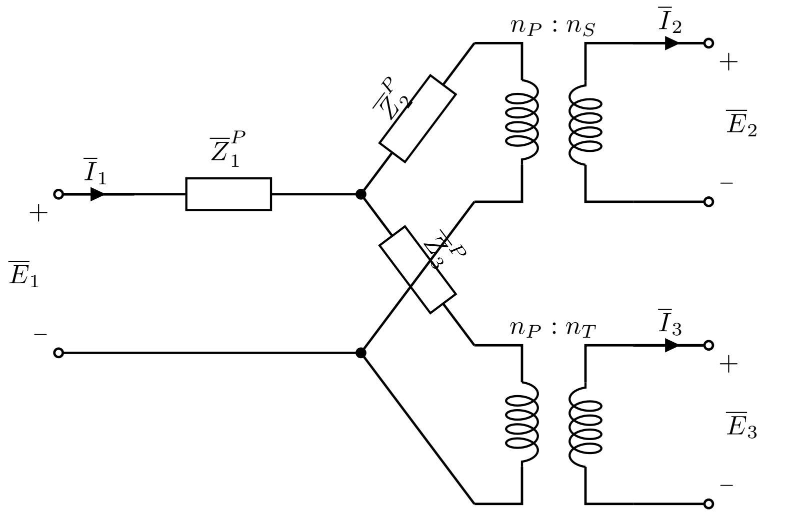
En un trafo de 2 devanados la impedancia de corto (mediante el equivlanete aproximado despreciando la rama paralelo) puede estar reducida al primario ó al secundario



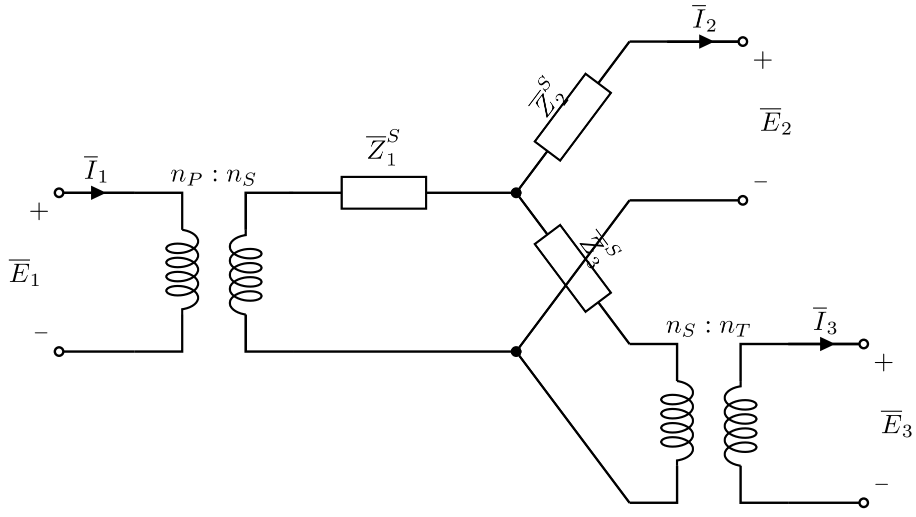


Pues análogamente en uno de tres devanados se puede reducir:

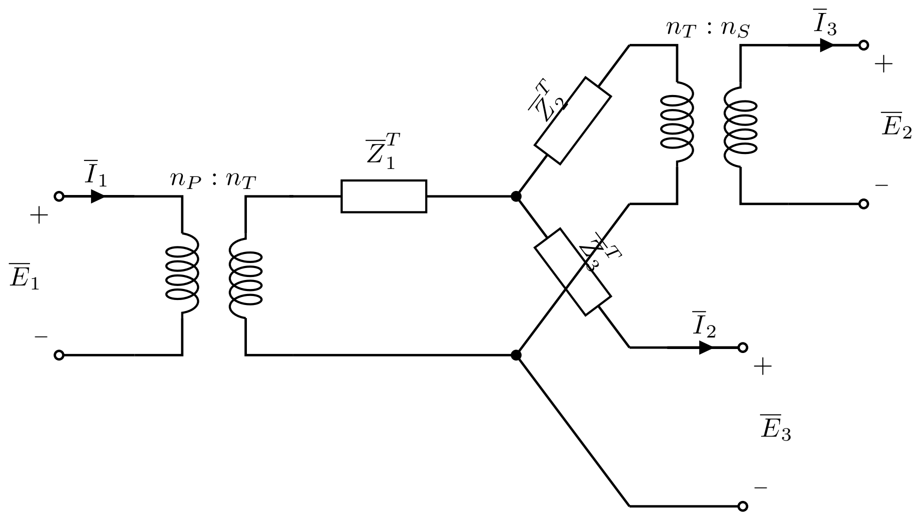
-al primario



-al secundario

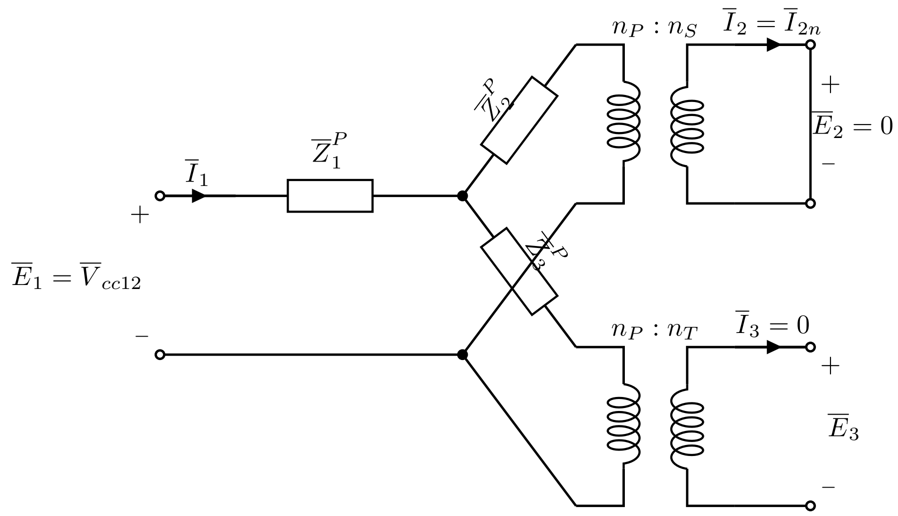


-al terciario



Las impedancias del circuito equivalente se definen a partir de tres ensayos de cortocircuito.

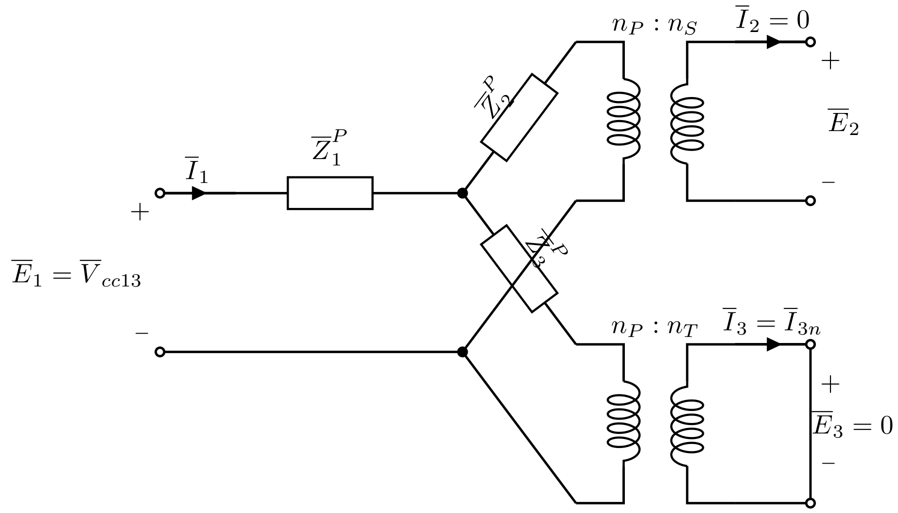
-Ensayo de cortocircuito alimentando el primario con tensión $\overline{V}_{cc12}$ para que circule la corriente nominal por el secundario en cortocircuito y con el terciario abierto. Se mide una impedancia desde el primario $\overline{Z}_{cc12}$.



En la base 12 tenemos

$$Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.}) \;=\; Z_1^P\,(\text{p.u.}) \;+\; Z_2^P\,(\text{p.u.})$$

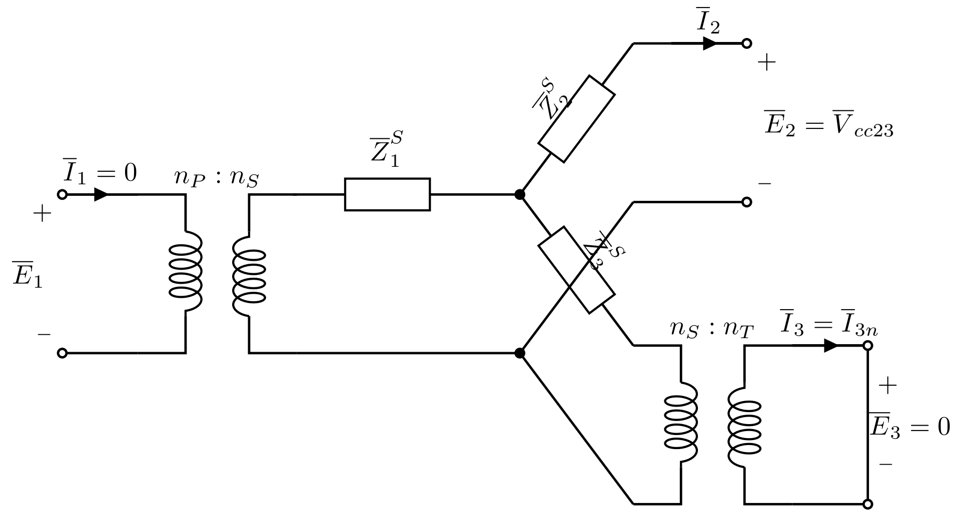
-Ensayo de cortocircuito alimentando el primario con tensión $\overline{V}_{cc13}$ para que circule la corriente nominal por el terciario cortocircuito y con el secundario abierto. Se mide una impedancia desde el primario $\overline{V}_{cc13}$



En la base 13 tenemos

$$Z^P_{cc13}\,(\text{p.u.}) \;=\; Z^P_1\,(\text{p.u.}) \,+\, Z^P_3\,(\text{p.u.})$$

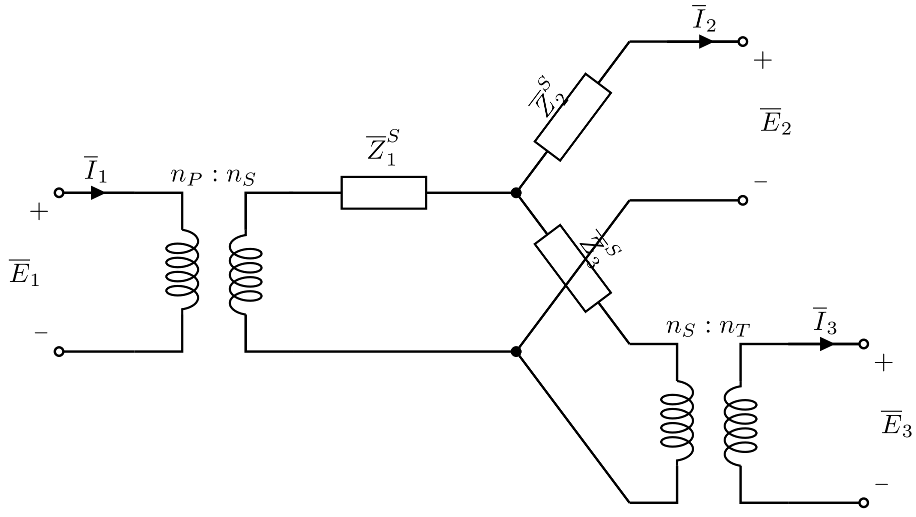
-Ensayo de cortocircuito alimentando el secundario con tensión $\overline{V}_{cc23}$ para que circule la corriente nominal por el terciario en cortocircuito y con el primario abierto. Se mide una impedancia desde el secundario $\overline{Z}_{cc23}$



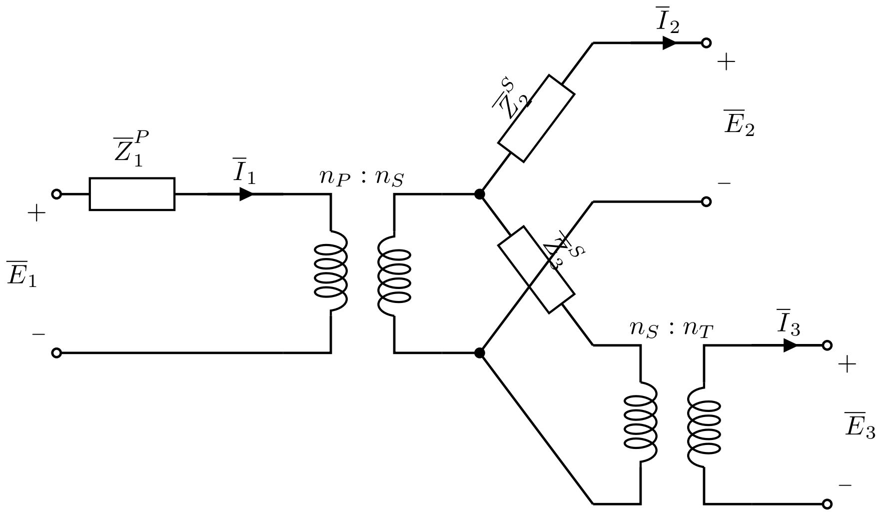
En la base 23 tenemos

$$Z^S_{cc23}\,(\text{p.u.}) \;=\; Z^S_2\,(\text{p.u.}) \,+\, Z^S_3\,(\text{p.u.})$$

Si queremos reducir al primario $\overline{Z}^S_{cc2}$. Haciendo un circuito equivalente al del reducido al secundario.
El reducido al secundario es:

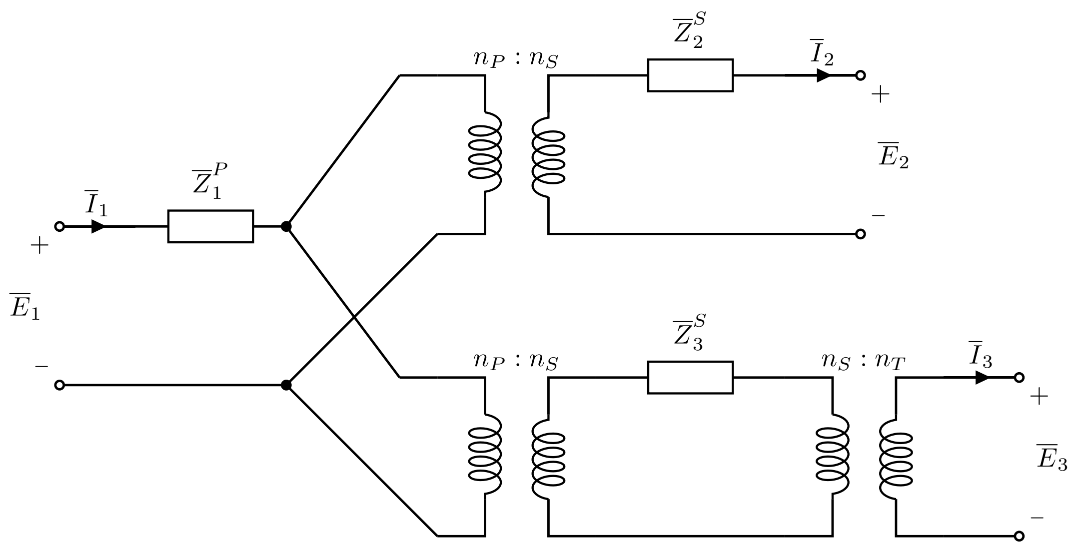


Un equivalente del reducido al secundario es

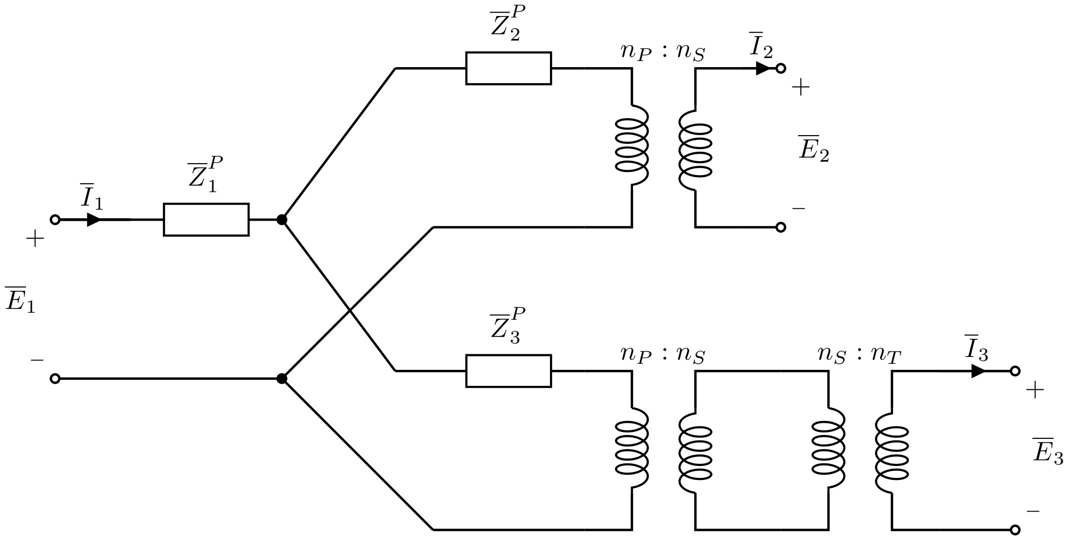


$$\overline{Z}_1^P = \left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2 \overline{Z}_1^S$$

Que es igual que

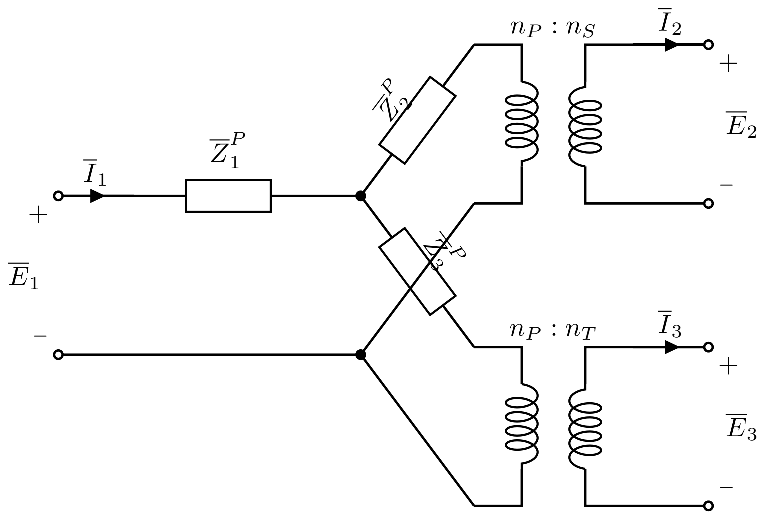


Y finalmente



$$\overline{Z}_1^P = \left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2 \overline{Z}_1^S \quad \overline{Z}_2^P = \left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2 \overline{Z}_1^S \quad \overline{Z}_3^P = \left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2 \overline{Z}_3^S$$

Que es el equivalente reducido al primario



Así, los valores reales de las impedancias de cortocircuito reducidas al **primario** son

$$\begin{aligned} Z_{cc12}^P &= Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.})\,Z_{B12} \\ &= \left(Z_1^P\,(\text{p.u.}) + Z_2^P\,(\text{p.u.})\right)\,Z_{B12} \\ &= Z_1^P + Z_2^P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{cc13}^P &= Z_{cc13}^P\,(\text{p.u.})\,Z_{B13} \\ &= \left(Z_1^P\,(\text{p.u.}) + Z_3^P\,(\text{p.u.})\right)\,Z_{B13} \\ &= Z_1^P + Z_3^P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{cc23}^P &= Z_{cc23}^P\,(\text{p.u.})\,Z_{B23} \\ &= Z_{cc23}^S\,(\text{p.u.})\left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2 Z_{B23} \\ &= Z_2^P + Z_3^P \end{aligned}$$

Ó sea, reducidas al **primario en su base** Z_{B1}

$$\begin{aligned} &Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \\ &= Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.})\big|_{12}\,\frac{Z_{B12}}{Z_{B1}} \\ &= Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.})\big|_{12}\,\frac{\frac{V_{1n}^2}{S_{2n}}}{\frac{V_{1n}^2}{S_{1n}}} \\ &= Z_{cc12}^P\,(\text{p.u.})\big|_{12}\,\frac{S_{1n}}{S_{2n}} \\ &= j0{,}09\,(\text{p.u.})\big|_{12}\,\frac{80}{60} \\ &= j0{,}12\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Z_{cc13}^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \\ &= Z_{cc13}^P\,(\text{p.u.})\big|_{13}\,\frac{Z_{B13}}{Z_{B1}} \\ &= Z_{cc13}^P\,(\text{p.u.})\big|_{13}\,\frac{\frac{V_{1n}^2}{S_{3n}}}{\frac{V_{1n}^2}{S_{1n}}} \\ &= Z_{cc13}^P\,(\text{p.u.})\big|_{13}\,\frac{S_{1n}}{S_{3n}} \\ &= j0{,}075\,(\text{p.u.})\big|_{13}\,\frac{80}{30} \\ &= j0{,}2\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Z_{cc23}^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \\ &= \left(Z_{cc23}^S\,(\text{p.u.})\big|_{23}\left(\frac{n_p}{n_s}\right)^2\right)\frac{Z_{B23}}{Z_{B1}} \\ &= \left(Z_{cc23}^S\,(\text{p.u.})\big|_{23}\left(\frac{V_{1n}}{V_{2n}}\right)^2\right)\frac{\frac{V_{2n}^2}{S_{3n}}}{\frac{V_{1n}^2}{S_{1n}}} \\ &= Z_{cc23}^S\,(\text{p.u.})\big|_{23}\,\frac{S_{1n}}{S_{3n}} \\ &= j0{,}03\,(\text{p.u.})\big|_{23}\,\frac{80}{60} \\ &= j0{,}08\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P} \end{aligned}$$

Y dado como se enunció (omitimos el subíndice *base P* pero seguimos trabajando en esa base)

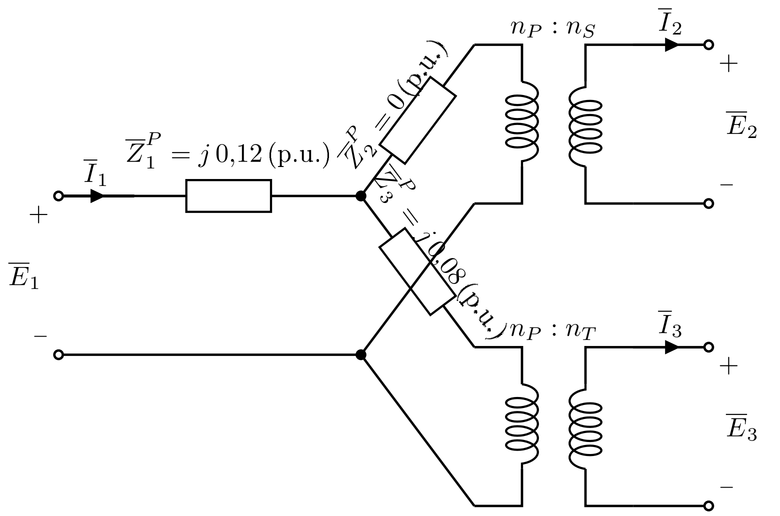
$$\overline{Z}^P_{cc12} = \overline{Z}^P_1 + \overline{Z}^P_2 \qquad \overline{Z}^P_{cc13} = \overline{Z}^P_1 + \overline{Z}^P_3 \qquad \overline{Z}^P_{cc23} = \overline{Z}^P_2 + \overline{Z}^P_3$$

Reordenando, y con valores por unidad referidos a base del primario

$$\begin{pmatrix} \overline{Z}^P_1\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_2\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_3\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} = 0{,}5 \begin{pmatrix} + & \overline{Z}^P_{cc12}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^P_{cc13}\,(\text{p.u.}) & - & \overline{Z}^P_{cc23}\,(\text{p.u.}) \\ + & \overline{Z}^P_{cc12}\,(\text{p.u.}) & - & \overline{Z}^P_{cc13}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^P_{cc23}\,(\text{p.u.}) \\ - & \overline{Z}^P_{cc12}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^P_{cc13}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^P_{cc23}\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} = 0{,}5 \begin{pmatrix} + & j\,0{,}12 & + & j\,0{,}2 & - & j\,0{,}08 \\ + & j\,0{,}12 & - & j\,0{,}2 & + & j\,0{,}08 \\ - & j\,0{,}12 & + & j\,0{,}2 & + & j\,0{,}08 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\,0{,}12\,(\text{p.u.}) \\ j\,0\,(\text{p.u.}) \\ j\,0{,}08\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix}$$

Y en valores reales

$$\begin{pmatrix} \overline{Z}^P_1 \\ \overline{Z}^P_2 \\ \overline{Z}^P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{Z}^P_1\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_2\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_3\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} Z_{B1} = \begin{pmatrix} \overline{Z}^P_1\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_2\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}^P_3\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} \frac{V^2_{1n}}{S_{1n}} = \begin{pmatrix} j\,0{,}12\,(\text{p.u.}) \\ j\,0\,(\text{p.u.}) \\ j\,0{,}08\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} \frac{(132\,\cdot\,10^3)^2}{80\,\cdot\,10^6} = \begin{pmatrix} j\,26{,}136 \\ j\,0 \\ j\,17{,}424 \end{pmatrix} [\Omega]$$



Repito: para hallar las impedancias de cortocircuito referidas al primario/secundario/terciario hay que reducir aquellas impedancias que en los ensayos de corto están a otro terminal reducidas. Asi, en los ensayos de cortocircuitos antes descritos se hallan:

$$\overline{Z}^P_{cc12}\,(\text{reducida al primario P})$$
$$\overline{Z}^P_{cc13}\,(\text{reducida al primario P})$$
$$\overline{Z}^S_{cc23}\,(\text{reducida al secundario S})$$

- si reduzco al primario:

$$\overline{Z}^P_{cc23} = \overline{Z}^S_{cc23} \left(\frac{V_{1n}}{V_{2n}}\right)^2$$

- si reduzco al secundario:

$$\overline{Z}^S_{cc12} = \overline{Z}^P_{cc12} \left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2$$

$$\overline{Z}^S_{cc13} = \overline{Z}^P_{cc13} \left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2$$

- si reduzco al terciario:

$$\overline{Z}^T_{cc12} = \overline{Z}^P_{cc12}\left(\frac{V_{3n}}{V_{1n}}\right)^2$$
$$\overline{Z}^T_{cc13} = \overline{Z}^P_{cc13}\left(\frac{V_{3n}}{V_{1n}}\right)^2$$
$$\overline{Z}^T_{cc23} = \overline{Z}^S_{cc23}\left(\frac{V_{3n}}{V_{2n}}\right)^2$$

• Entonces, la solución de reducido al secundario en base de éste es:

-método 1
Igual que en el caso anterior yendo paso a paso. Para reducir al secundario en su base:

$$\begin{aligned} & Z^S_{cc12}\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S} \\ &= Z^P_{cc12}\,(\text{p.u.})\big|_{12}\left(\frac{n_s}{n_p}\right)^2\frac{Z_{B12}}{Z_{B2}} \\ &= Z^P_{cc12}\,(\text{p.u.})\big|_{12}\left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2\frac{\frac{V_{1n}^2}{S_{2n}}}{\frac{V_{2n}^2}{S_{2n}}} \\ &= Z^P_{cc12}\,(\text{p.u.})\big|_{12} \\ &= j0{,}09\,(\text{p.u.})|_{base\,S} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & Z^S_{cc13}\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S} \\ &= Z^P_{cc13}\,(\text{p.u.})\big|_{13}\left(\frac{n_s}{n_p}\right)^2\frac{Z_{B13}}{Z_{B2}} \\ &= Z^P_{cc13}\,(\text{p.u.})\big|_{13}\left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2\frac{\frac{V_{1n}^2}{S_{3n}}}{\frac{V_{2n}^2}{S_{2n}}} \\ &= Z^P_{cc13}\,(\text{p.u.})\big|_{13}\frac{S_{2n}}{S_{3n}} \\ &= j0{,}075\,(\text{p.u.})|_{13}\frac{60}{30} \\ &= j0{,}15\,(\text{p.u.})|_{base\,S} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & Z^S_{cc23}\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S} \\ &= Z^S_{cc23}\,(\text{p.u.})\big|_{23}\frac{Z_{B23}}{Z_{B2}} \\ &= Z^P_{cc23}\,(\text{p.u.})\big|_{23}\frac{\frac{V_{2n}^2}{S_{3n}}}{\frac{V_{2n}^2}{S_{2n}}} \\ &= Z^P_{cc23}\,(\text{p.u.})\big|_{23}\frac{S_{2n}}{S_{3n}} \\ &= j0{,}03\,(\text{p.u.})|_{23}\frac{80}{60} \\ &= j0{,}06\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \end{aligned}$$

$$Z_i^S\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S} = \begin{pmatrix}\overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.})\end{pmatrix} = 0{,}5\begin{pmatrix} + & \overline{Z}^S_{cc12}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^S_{cc13}\,(\text{p.u.}) & - & \overline{Z}^S_{cc23}\,(\text{p.u.}) \\ + & \overline{Z}^S_{cc12}\,(\text{p.u.}) & - & \overline{Z}^S_{cc13}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^S_{cc23}\,(\text{p.u.}) \\ - & \overline{Z}^S_{cc12}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^S_{cc13}\,(\text{p.u.}) & + & \overline{Z}^S_{cc23}\,(\text{p.u.})\end{pmatrix} =$$
$$0{,}5\begin{pmatrix} + & j\,0{,}09 & + & j\,0{,}15 & - & j\,0{,}06 \\ + & j\,0{,}09 & - & j\,0{,}15 & + & j\,0{,}06 \\ - & j\,0{,}09 & + & j\,0{,}15 & + & j\,0{,}06\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\,0{,}09\,(\text{p.u.}) \\ j\,0\,(\text{p.u.}) \\ j\,0{,}06\,(\text{p.u.})\end{pmatrix}$$

Y en valores reales

$$\begin{pmatrix}\overline{Z}_1^S\\ \overline{Z}_2^S\\ \overline{Z}_3^S\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.})\end{pmatrix} Z_{B2} = \begin{pmatrix}\overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.})\\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.})\end{pmatrix}\frac{V_{2n}^2}{S_{2n}} = \begin{pmatrix} j\,0{,}09\,(\text{p.u.}) \\ j\,0\,(\text{p.u.}) \\ j\,0{,}06\,(\text{p.u.})\end{pmatrix}\frac{(44\,\cdot\,10^3)^2}{60\,\cdot\,10^6} = \begin{pmatrix} j\,2{,}904 \\ j\,0 \\ j\,1{,}936\end{pmatrix}\,[\Omega]$$

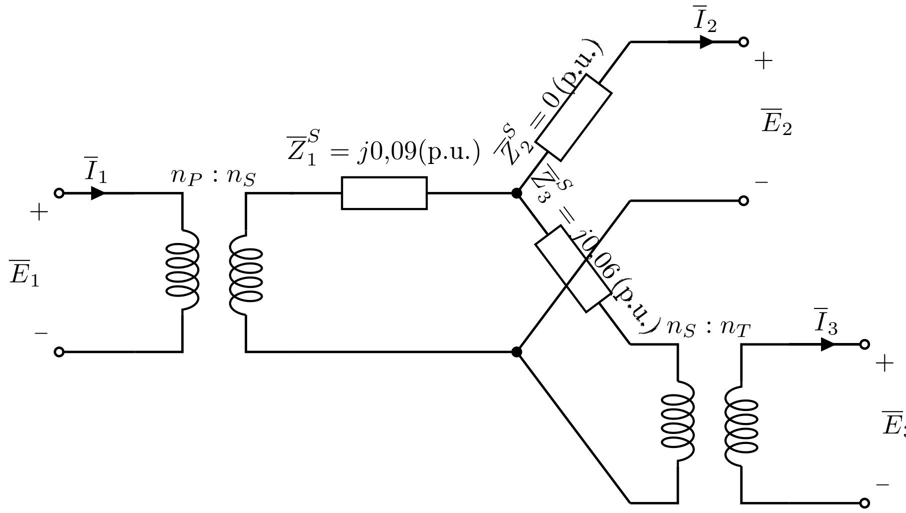
-método 2
Operando a partir de una reducción ya realizada. Los valores p.u. reducidos a la base del primario se pueden pasar a la base del secundario

$$\begin{pmatrix}\overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S}\\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S}\\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.})\big|_{base\,S}\end{pmatrix} = \underbrace{\left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2\begin{pmatrix}\overline{Z}_1^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\\ \overline{Z}_2^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\\ \overline{Z}_3^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\end{pmatrix}}_{\text{Z}^\text{S}\text{ p.u. en base P}}\frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} = \left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2\begin{pmatrix}\overline{Z}_1^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\\ \overline{Z}_2^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\\ \overline{Z}_3^P\,(\text{p.u.})\big|_{base\,P}\end{pmatrix}\frac{\frac{V_{1n}^2}{S_{1n}}}{\frac{V_{2n}^2}{S_{2n}}} =$$

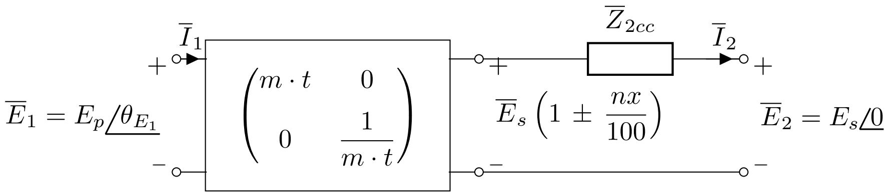
$$\frac{S_{2n}}{S_{1n}} \begin{pmatrix} \overline{Z}_1^P\,(\text{p.u.})\Big|_{base\,P} \\ \overline{Z}_2^P\,(\text{p.u.})\Big|_{base\,P} \\ \overline{Z}_3^P\,(\text{p.u.})\Big|_{base\,P} \end{pmatrix} = \frac{60}{80} \begin{pmatrix} j\,0{,}12\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \\ j\,0\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \\ j\,0{,}08\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\,0{,}09\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \\ j\,0\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \\ j\,0{,}06\,(\text{p.u.})|_{base\,P} \end{pmatrix}$$

Y en valores reales

$$\begin{pmatrix} \overline{Z}_1^S \\ \overline{Z}_2^S \\ \overline{Z}_3^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} Z_{B2} = \begin{pmatrix} \overline{Z}_1^S\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}_2^S\,(\text{p.u.}) \\ \overline{Z}_3^S\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} \frac{V_{2n}^2}{S_{2n}} = \begin{pmatrix} j\,0{,}09\,(\text{p.u.}) \\ j\,0\,(\text{p.u.}) \\ j\,0{,}06\,(\text{p.u.}) \end{pmatrix} \frac{(44\,\cdot\,10^3)^2}{60\,\cdot\,10^6} = \begin{pmatrix} j\,2{,}904 \\ j\,0 \\ j\,1{,}936 \end{pmatrix} [\Omega]$$



$\boxed{\textbf{C 9}}$



Sea E_p y E_s las tensiones nominales en primario y secundario respectivamente (en toma variable coincide con la toma tensión de toma media) se tiene:

$$m = \frac{E_p}{E_s} \qquad m \cdot t = \frac{E_p}{E_s\left(1 \pm \dfrac{nx}{100}\right)}$$

Enunciado dice: la tensión primaria es invariable e igual a la tensión primaria nominal del transformador.

$$\overline{E}_1\,(\text{p.u.}) = \frac{\overline{E}_1}{E_{B1}} = \frac{E_p \angle \theta_{E_1}}{E_p} = 1 \angle \theta_{E_1}\,(\text{p.u.})$$

Enunciado dice: mantener la tensión nominal secundaria para una carga N2(MVA). Ó sea, que $E_2 = E_s$, con E_s definido anteriormente. Y definiendo su ángulo como origen de fases.

$$\overline{E}_2\,(\text{p.u.}) = \frac{E_2 \angle 0}{E_{B2}} = \frac{E_s \angle 0}{E_s} = 1 \angle 0\,(\text{p.u.})$$

Así, suponiendo que N2 es potencia monofásica

$$\overline{I}_2\,(\text{p.u.}) = \frac{\overline{N}_2^*\,(\text{p.u.})}{\overline{E}_2^*\,(\text{p.u.})} = \frac{\left(\dfrac{\overline{N}_2}{S_B}\right)^*}{\overline{E}_2^*\,(\text{p.u.})} = \frac{\dfrac{35 - j\,26{,}25}{40}}{1 \angle -0} = 0{,}8750 - j\,0{,}6563$$

Aplicando la fórmula

$$\overline{E}_1\,(\text{p.u.}) = t\left(\overline{E}_2\,(\text{p.u.}) + \overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.})\,\overline{I}_2\,(\text{p.u.})\right) \Longrightarrow t = \frac{\overline{E}_1\,(\text{p.u.})}{\overline{E}_2\,(\text{p.u.}) + \overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.})\,\overline{I}_2\,(\text{p.u.})} =$$

$$\frac{\left|\overline{E}_1\,(\text{p.u.})\right|}{\left|\overline{E}_2\,(\text{p.u.}) + \overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.})\,\overline{I}_2\,(\text{p.u.})\right|} \angle 0 = \frac{\left|1 \angle \theta_{E_1}\right|}{\left|1 \angle 0 + (0{,}006 + j\,0{,}08)\,(0{,}8750 - j\,0{,}6563)\right|} \angle 0 = 0{,}9436$$

Y por tanto, si $E_2 = E_s$, la tensión del secundario del transformador (que lo lógico sería llamarla E_s pero que no podemos ya que siguiendo notación de apuntes así se llama a la nominal del secundario del transformador, así que la definimos como simplemente $E_s\left(1 \pm \dfrac{nx}{100}\right)$) debe ser mayor a E_s ($\{$tensión del secundario del transformador$\} > E_s$) ya que

$$E_s\left(1 \pm \frac{nx}{100}\right) = \{\text{tensión del secundario del transformador}\}\ (\text{p.u.}) = \overline{Z}_{cc}\,(\text{p.u.})\,\overline{I}_2\,(\text{p.u.}) + E_s\,(\text{p.u.})$$

Luego, si $E_s\left(1 \pm \dfrac{nx}{100}\right) > E_s$ se tiene un $1 \pm \dfrac{nx}{100}$ mayor de la unidad (así que no es $\pm$, sino $+$), ó un t menor de la unidad

$$m \cdot t = \frac{E_p}{E_s\left(1 \pm \dfrac{nx}{100}\right)} \Longrightarrow t = \frac{1}{1 + \dfrac{nx}{100}} = 0{,}9436$$

que resolviendo el nx (que repito debe ser positivo)

$$m \cdot t = \frac{E_p}{E_s\left(1 \pm \dfrac{nx}{100}\right)} \Longrightarrow nx = (1/t - 1)\ 100 = 5{,}9811\,\% \longrightarrow 6\,\%$$