1. (25 pts) Sea $L = \{a^i b^j a^k \mid i, j, k \geq 0 \wedge (k = 0 \vee (min\{i, j\} \leq k \leq max\{i, j\}))\}$. Si existe un AFD que reconozca L, exhibir uno de estados mínimos. Si no existe, probarlo.

PUMPING

1) Elijo $n > 0$

2) Elijo w, con $|w| \geq n$, $w = a^n b^{n+1} a^n$

3) $w = xyz$, $|xy| \leqslant n$, $y \neq \lambda$

4) $x = a^r\ (r \geq 0)$, $y = a^t\ (t > 0)$, $z = a^{n-t-r} b^{n+1} a^n$

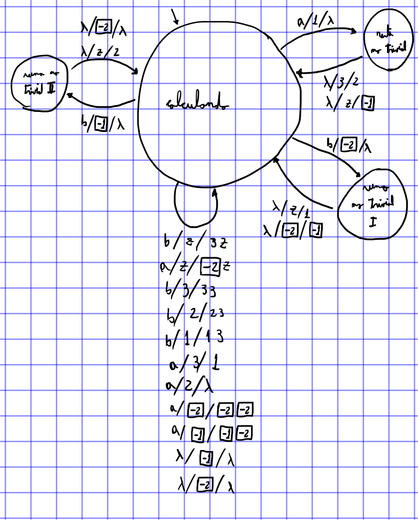
$\Rightarrow xy^1z = a^r a^t a^{n-t-r} b^{n+1} a^n = a^n b^{n+1} a^n$

$\Rightarrow xy^2z = a^r a^{2t} a^{n-t-r} b^{n+1} a^n = a^{n+t} b^{n+1} a^n$

$\Rightarrow i \geq n+1$, $j = n+1$, $K = n$, Luego no vale: $min\{n+1, n+1\} \leqslant n \leqslant max\{n+1, n+1\}$

2. (25 pts) Definir un autómata de algún tipo adecuado que acepte el lenguaje $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid 2|\omega|_a \geq 3|\omega|_b\}$, indicando claramente este tipo.

Queremos que se cumpla $2|w|_a \geq 3|w|_b$, o sea $0 \geq 3|w|_b - 2|w|_a$. La idea entonces es sumar 3 unidades por cada b y restar 2 por cada a. Queremos al terminar tener un nro negativo.



$A_{PV} = \langle \{$calculando, resta nro trivial, sumar nro trivial I, sumar nro trivial II$\}, \{a, b\}, \{1, 2, 3, \boxed{-1}, \boxed{-2}, z\}, \delta,$ calculando$, z, \emptyset \rangle$

3. (25 pts) Atilio y Betilio suelen jugar partidos de tenis. Gana un partido quien logra 2 puntos seguidos. Durante un partido, el tanteador es una cadena de caracteres del alfabeto {a,b} que irá mostrando la secuencia de puntos del principio al fin, al comienzo vacía. Cada vez que Atilio gana un punto, se agrega una **a** al tanteador. Cada vez que Betilio gana un punto, se agrega una **b** al tanteador. Juegan hasta que uno de los dos gane el partido, antes de empezar uno nuevo.
A un fan de Atilio le gustan todos los tanteadores posibles de partidos en los que Atilio le ganó a Betilio, y le disgusta el resto. Por ejemplo, le gustan **aa**, **baa**, **abaa**, **babaa**, **ababaa**, **bababaa**, y no le gustan **a**, **bb**, **aaab**, **abb**, **aabb**, **aaa**, **bababa**, **aabbb**, **abbaa**.
En caso de que exista una expresión regular que denote las cadenas del alfabeto indicado que **no** le gustan al fan, exhibir una tal expresión. En otro caso, probar que esta no existe.

$R = (\lambda|b)(ab)^*aa$

$\partial_a(L_0) = \partial_a((\lambda|b)(ab)^* aa) = \partial_a(\cancel{\lambda|b})(ab)^*aa \mid \lambda\, \partial_a((ab)^*aa) = \partial_a((ab)^*)aa \mid \lambda\, \partial_a(aa) = \partial_a(ab)(ab)^*aa \mid a = (b(ab)^*a|\lambda)a \,]\, L_1$

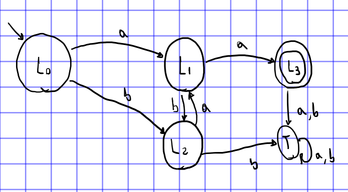
$\partial_b(L_0) = \partial_b((\lambda|b)(ab)^*aa) = \partial_b(\lambda|b)(ab)^*aa \mid \partial_b(\cancel{(ab)^*aa}) = (ab)^*aa \,]\, L_2$

$\partial_a(L_1) = \partial_a((b(ab)^*a|\lambda)a) = \partial_a(\cancel{b(ab)^*a}|\lambda)a \mid \partial_a(a) = \lambda \,]\, L_3$ F

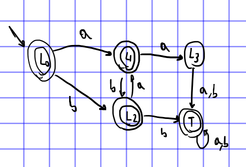
$\partial_b(L_1) = \partial_b((b(ab)^*a|\lambda)a) = \partial_b(b(ab)^*a|\lambda)a \mid \partial_b(\cancel{a}) = (ab)^*aa \,]\, L_2$

$\partial_a(L_2) = \partial_a((ab)^*aa) = (b(ab)^*a|\lambda)a \,]\, L_1$

$\partial_b(L_2) = \partial_b((ab)^*aa) = \emptyset \,]\, T$



COMPLEMENTO $\Rightarrow$



$L_0 = aL_1 | bL_2 | \lambda = aL_1 | baL_1 | bb(a|b)^*b | \lambda = bb(a|b)^*|b|\lambda|(\lambda|b)aL_1 = bb(a|b)^*|b|\lambda|(\lambda|b)a(ba)^*(a(a|b)^+|b(b(a|b)^*|\lambda)|\lambda)$

$L_1 = aL_3 | bL_2 | \lambda = a(a|b)^+ | b(aL_1|b(a|b)^*|\lambda)|\lambda = a(a|b)^+ | baL_1 | bb(a|b)^*|b|\lambda = (ba)^*(a(a|b)^+|b(b(a|b)^*|\lambda)|\lambda)\,]$

$L_2 = aL_1 | bT | \lambda = aL_1 | b(a|b)^* | \lambda\,]$

$L_3 = aT | bT = (a|b)T = (a|b)(a|b)^* = (a|b)^+\,]$

$T = aT | bT | \lambda = (a|b)T | \lambda = (a|b)^* | \lambda = (a|b)^*\,]$

4. (25 pts) Sobre el alfabeto $\{0,1\}$, dada un cadena $a_1 \ldots a_n$ con $n \geq 0$, diremos que es casi palíndromo si $n = 0$ o existen un carácter c, $1 \leq i \leq n$, tales que si $\omega = a_1 \ldots a_{i-1} c a_{i+1} \ldots a_n$ entonces $\omega = \omega^r$. Ejemplos de cadenas que son casi palíndromos: λ, 0, 00, 01, 100, 101, 11110, 1100111. Ejemplos de cadenas que no son casi palíndromos: 0011, 10110, 11000, 0001011, 0101111, 10101001.

Dar una gramática de algún tipo que genere el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto anterior que **no** son casi palíndromos.