Ejercicio 3 ★

Determinar el resultado de aplicar el MGU ("most general unifier") sobre las ecuaciones planteadas a continuación. En caso de tener éxito, mostrar la sustitución resultante.

I. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_2 \doteq \mathsf{Nat} \to \mathsf{Bool}\}$

II. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_2 \doteq \mathbf{t}_3\}$

III. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_2 \doteq \mathbf{t}_2\}$ $\xrightarrow{6}$ error

IV. MGU $\{(\mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_1) \to \mathsf{Bool} \doteq \mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_3\}$

V. MGU $\{\mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_1 \to \mathsf{Bool} \doteq \mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_3\}$

VI. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathsf{Bool} \doteq \mathsf{Nat} \to \mathsf{Bool}, \mathbf{t}_1 \doteq \mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_3\}$

VII. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathsf{Bool} \doteq \mathsf{Nat} \to \mathsf{Bool}, \mathbf{t}_2 \doteq \mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_1\}$

VIII. MGU $\{\mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_2 \doteq \mathbf{t}_3 \to \mathbf{t}_4, \mathbf{t}_3 \doteq \mathbf{t}_2 \to \mathbf{t}_1\}$

- Términos **anotados**
  $M ::= x \mid \lambda x\colon \sigma.M \mid M\ M \mid \mathsf{True} \mid \mathsf{False} \mid \mathsf{if}\ M\ \mathsf{then}\ M\ \mathsf{else}\ M \mid 0 \mid \mathsf{succ}(M) \mid \mathsf{pred}(M) \mid \mathsf{isZero}(M)$ Donde la letra x representa un *nombre de variable* arbitrario. Tales nombres se toman de un conjunto infinito dado $\mathfrak{X} = \{w, w_1, w_2, \ldots, x, x_1, x_2, \ldots, y, y_1, y_2, \ldots, f, f_1, f_2, \ldots\}$
- Términos **sin anotaciones**
  $M' ::= x \mid \lambda x.M' \mid M'\ M' \mid \mathsf{True} \mid \mathsf{False} \mid \mathsf{if}\ M'\ \mathsf{then}\ M'\ \mathsf{else}\ M' \mid 0 \mid \mathsf{succ}(M') \mid \mathsf{pred}(M') \mid \mathsf{isZero}(M')$
- Tipos
  $\sigma ::= \mathsf{Bool} \mid \mathsf{Nat} \mid \sigma \to \sigma \mid \mathbf{s}$
  Donde la letra $\mathbf{s}$ representa una *variable de tipos* arbitraria. Tales nombres se toman de un conjunto infinito dado $\mathfrak{T} = \{\mathbf{s}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \ldots, \mathbf{t}, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \ldots, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \ldots\}$

1) $MGU\{t_1 \doteq N, t_2 \doteq B\} \Rightarrow S = \{N/t_1, B/t_2\}$

2) $MGU\{t_1 \to t_2 \doteq t_3\} \xrightarrow{3} \{t_3 \doteq t_1 \to t_2\} \Rightarrow S = \{t_1 \to t_2/t_3\}$

4) $MGU\{(t_2 \to t_1) \to Bool \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{1} \{t_2 \to t_1 \doteq t_2, Bool \to t_3\} \xrightarrow{6}$ error

5) $MGU\{t_2 \to t_1 \to B \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{1} \{t_2 \doteq t_2, t_1 \to B \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{2} \{t_1 \to B \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{1} \{t_1 \doteq t_2, B \doteq t_3\} \xrightarrow{4}_{\{t_2/t_1\}} \{B \doteq t_3\} \xrightarrow{3} \{t_3 \doteq B\} \xrightarrow{4}_{\{B/t_3\}} \{\}$

$S = \{t_2/t_1, B/t_3\}$

6) $MGU\{t_1 \to B \doteq N \to B, t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{4}_{\{t_2 \to t_3/t_1\}} \{t_2 \to t_3 \to B \doteq N \to B\} \xrightarrow{1} \{t_2 \doteq N, t_3 \to B \doteq B\} \xrightarrow{5}$ error

7) $MGU\{t_1 \to B \doteq N \to B, t_2 \doteq t_1 \to t_1\} \xrightarrow{1} \{t_1 \doteq N, B \doteq B, t_2 \doteq t_1 \to t_1\} \xrightarrow{2} \{t_1 \doteq N, t_2 \doteq t_1 \to t_1\} \xrightarrow{4}_{\{N/t_1\}} \{t_2 \doteq N \to N\} \xrightarrow{4}_{\{N \to N/t_2\}} \{\}$

$S = \{N/t_1, N \to N/t_2\}$

8) $MGU\{t_1 \to t_2 \doteq t_3 \to t_4, t_3 \doteq t_2 \to t_1\} \xrightarrow{1} \{t_1 \doteq t_3, t_2 \doteq t_4, t_3 \doteq t_2 \to t_1\} \xrightarrow{4}_{\{t_3/t_1\}} \{t_2 \doteq t_4, t_3 \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{6}$ error

Ejercicio 6 ★

Utilizando el árbol de inferencia, inferir el tipo de las siguientes expresiones o demostrar que no son tipables. En cada paso donde se realice una unificación, mostrar el conjunto de ecuaciones a unificar y la sustitución obtenida como resultado de la misma.

- $\lambda x.\ \lambda y.\ \lambda z.\ z\ x\ y\ z$
- $\lambda x.\ x\ (w\ (\lambda y.w\ y))$
- $\lambda x.\lambda y.\ xy$
- $\lambda x.\lambda y.\ yx$
- $\lambda x.(\lambda x.\ x)$
- $\lambda x.(\lambda y.\ y)x$
- $(\lambda z.\lambda x.\ x\ (z\ (\lambda y.\ z)))\ \mathsf{True}$

$\emptyset \triangleright \lambda x{:}t_2.\lambda y{:}t_4.\lambda z{:}t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7.\ z\ x\ y\ z : t_2 \to t_4 \to (t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7) \to t_7$

$\{x{:}t_2\} \triangleright \lambda y{:}t_4.\lambda z{:}t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7.\ z\ x\ y\ z : t_4 \to (t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7) \to t_7$

$\{x{:}t_2, y{:}t_4\} \triangleright \lambda z{:}t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7.\ z\ x\ y\ z : (t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7) \to t_7$

$\{z : t_2 \to t_4 \to t_6 \to t_7, x{:}t_2, y{:}t_4\} \triangleright z\ x\ y\ z : t_7$

$MGU\{t_5 \doteq t_6 \to t_7\} \xrightarrow{4} \{\}$

$S = \{t_6 \to t_7/t_5\}$

$\{z : t_2 \to t_4 \to t_5, x{:}t_2, y{:}t_4\} \triangleright z\ x\ y : t_5$ $\qquad$ $\{z{:}t_6\} \triangleright z : t_6$

$MGU\{t_3 \doteq t_4 \to t_5\} \xrightarrow{4} \{\}$

$S = \{t_4 \to t_5/t_3\}$

$\{z : t_2 \to t_3, x{:}t_2\} \triangleright z\ x : t_3$ $\qquad$ $\{y{:}t_4\} \triangleright y : t_4$

$MGU\{t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \xrightarrow{4} \{\}$

$S = \{t_2 \to t_3/t_1\}$

$\{z{:}t_1\} \triangleright z : t_1$ $\qquad$ $\{x{:}t_2\} \triangleright x : t_2$

$\lambda x.\, x(w(\lambda y.\, w y))$

$x(w(\lambda y.\, w y))$

x $\quad$ $w(\lambda y.\, w y)$:

MGU $\{t_4 \doteq (t_2 \to t_3) \to t_5,\ t_4 \doteq t_2 \to t_3\} \to^4 \{t_2 \to t_3 \doteq (t_2 \to t_3) \to t_5\}$

$\{t_2 \to t_3 / t_4\}$

$\to^1 \{\underline{t_2} \doteq \underline{t_2} \to t_3,\ t_3 \doteq t_5\} \to^6$ error]

$\{w : t_4\} \triangleright w : t_4$ $\quad$ $\{w : t_2 \to t_3\} \triangleright \lambda y : t_2.\, w y : t_2 \to t_3$

$\{w : t_2 \to t_3,\ y : t_2\} \triangleright w y : t_3$

MGU $\{t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \to^4 \{\}$

$S = \{t_2 \to t_3 / t_1\}$

$\{w : t_1\} \triangleright w : t_1$ $\quad$ $\{y : t_2\} \triangleright y : t_2$

$\lambda x : t_2 \to t_3.\ \lambda y : t_2.\ x y : (t_2 \to t_3) \to t_2 \to t_3$

$\{x : t_2 \to t_3\} \triangleright \lambda y : t_2.\ x y : t_2 \to t_3$

$\{x : t_2 \to t_3,\ y : t_2\} \triangleright x y : t_3$

MGU $\{t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \to^4 \{\}$

$S = \{t_2 \to t_3 / t_1\}$

$\{x : t_1\} \triangleright x : t_1$ $\quad$ $\{y : t_2\} \triangleright y : t_2$

$\emptyset \triangleright \lambda x : t_2.\ \lambda y : t_2 \to t_3.\ y x : t_2 \to (t_2 \to t_3) \to t_3$

$\{x : t_2\} \triangleright \lambda y : t_2 \to t_3.\ y x : (t_2 \to t_3) \to t_3$

$\{y : t_2 \to t_3,\ x : t_2\} \triangleright y x : t_3$

MGU $\{t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \to^4 \{\}$

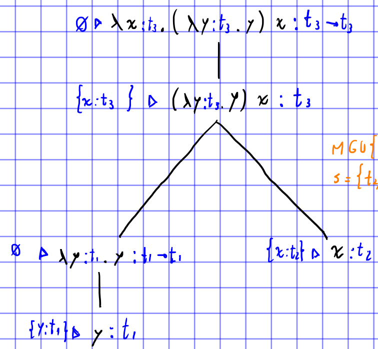
$S = \{t_2 \to t_3 / t_1\}$

$\{y : t_1\} \triangleright y : t_1$ $\quad$ $\{x : t_2\} \triangleright x : t_2$

$\emptyset \triangleright \lambda x : t_2.\ (\lambda x : t_1.\, x) : t_2 \to t_1 \to t_1$

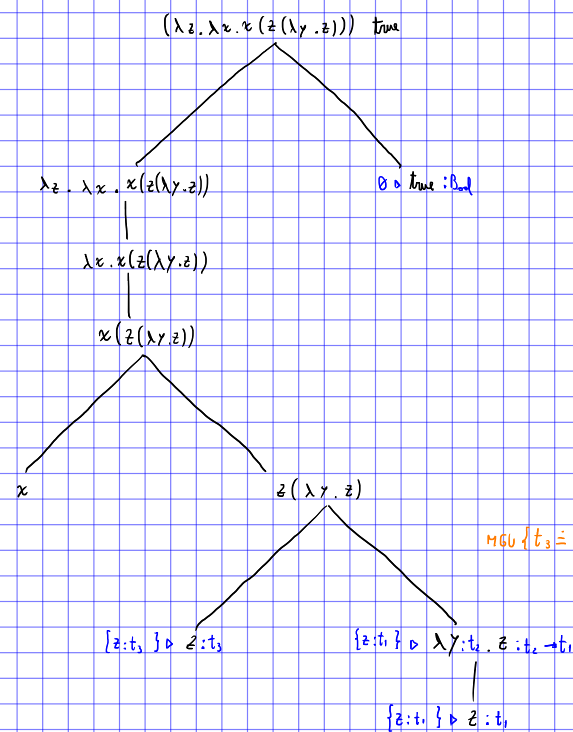
$\emptyset \triangleright \lambda x : t_1.\ x : t_1 \to t_1$

$\{x : t_1\} \triangleright x : t_1$



MGU $\{t_1 \to t_1 \doteq t_2 \to t_3\} \to^{1} \{t_1 \doteq t_2, t_1 \doteq t_3\} \xrightarrow[\{t_2/t_1\}]{}^{4} \{t_2 \doteq t_2, t_2 \doteq t_3\} \to^{2} \{t_2 \to t_3\} \xrightarrow[\{t_3/t_2\}]{}^{4} \{\}$

$s = \{t_2/t_1, t_3/t_2\}$



MGU $\{t_3 \doteq (t_2 \to t_1) \to t_4, t_3 \doteq t_2 \to t_1\} \xrightarrow[\{t_2 \to t_1/t_3\}]{}^{4} \{t_2 \to t_1 \doteq (t_2 \to t_1) \to t_4\} \to^{1} \{t_2 \doteq t_2 \to t_1, t_1 \doteq t_4\} \to^{6}$ err

Ejercicio 9 ★

Tener en cuenta un nuevo tipo par definido como: $\sigma ::= \ldots \mid \sigma \times \sigma$

Con expresiones nuevas definidas como: $M ::= \ldots \mid \langle M, M\rangle \mid \pi_1(M) \mid \pi_2(M)$

Y las siguientes reglas de tipado:

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \qquad \Gamma \triangleright N : \tau}{\Gamma \triangleright \langle M, N\rangle : \sigma \times \tau} \qquad \frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \times \tau}{\Gamma \triangleright \pi_1(M) : \sigma} \qquad \frac{\Gamma \triangleright M : \sigma \times \tau}{\Gamma \triangleright \pi_2(M) : \tau}$$

I. Adaptar el algoritmo de inferencia para que funcione sobre esta versión extendida.

II. Tipar la expresión $(\lambda f.\langle f, \underline{2}\rangle)\ (\lambda x.x\ \underline{1})$ utilizando la versión extendida del algoritmo.

III. Intentar tipar la siguiente expresión utilizando la versión extendida del algoritmo.
$(\lambda f.\langle f\ \underline{2},\ f\ \mathsf{True}\rangle)\ (\lambda x.x)$
Mostrar en qué punto del mismo falla y por qué motivo.

$W(\langle U, V\rangle) \overset{def}{=} S\Gamma_1 \cup S\Gamma_2 \triangleright S(\langle M, N\rangle) : S(\sigma \times \tau)$

$W(U) = \Gamma_1 \triangleright M : \sigma$

$W(V) = \Gamma_2 \triangleright N : \tau$

$MGU\{\sigma_1 \doteq \sigma_2 \mid x : \sigma_i \in \Gamma_i \quad i = 1, 2\}$

$W(\pi_1(U)) \overset{def}{=} \Gamma \triangleright \pi_1(M) : \tau$

$W(U) = \Gamma \triangleright M : \sigma$

$MGU\{\sigma \doteq \tau \times \theta\}$

$W(\pi_2(U)) \overset{def}{=} \Gamma \triangleright \pi_2(M) : \theta$

$W(U) = \Gamma \triangleright M : \sigma$

$MGU\{\sigma \doteq \tau \times \theta\}$

$(\lambda f.\langle f, 2\rangle)(\lambda x.x\ 1) : ((N \to t_2) \to t_2) \times N$

$MGU\{t_3 \to t_3 \times N \doteq ((N \to t_2) \to t_2) \to t_4\} \to^1 \{t_3 \doteq (N \to t_2) \to t_2,\ t_3 \times N \doteq t_4\}$

$S = \{t_3 \times N / t_4,\ (N \to t_2) \to t_2 / t_3\}$

$\to^{3+4} \{t_3 \doteq (N \to t_2) \to t_2\}$

$\{t_3 \times N / t_4\}$

$\to^4 \{\}$

$\{(N \to t_2) \to t_2 / t_3\}$

$\emptyset \triangleright \lambda f.\langle f, 2\rangle : t_3 \to t_3 \times N$ $\qquad$ $\emptyset \triangleright \lambda x.x\ 1 : (N \to t_2) \to t_2$

$\{f : t_3\} \triangleright \langle f, 2\rangle : t_3 \times N$ $\qquad$ $\{x : N \to t_2\} \triangleright x\ 1 : t_2$

$MGU\{t_1 \doteq N \to t_2\} \to^4 \{\}$

$S = \{N \to t_2 / t_1\}$

$\{f : t_3\} \triangleright f : t_3$ $\qquad$ $\emptyset \triangleright 2 : N$ $\qquad$ $\{x : t_1\} \triangleright x : t_1$ $\qquad$ $\emptyset \triangleright 1 : N$

$(\lambda f.\langle f\ 2, f\ true\rangle)\ (\lambda x.x)$

$\lambda f.\langle f\ 2, f\ true\rangle$ $\qquad$ $\lambda x.x$

$\langle f\ 2, f\ true\rangle$ $\qquad$ x

$MGU\{N \to t_3 \doteq B \to t_4\} \to^1 \{\underline{N \doteq B},\ t_3 \doteq t_4\} \to^5$ error

$\{f : N \to t_3\} \triangleright f\ 2 : N \to t_3$ $\qquad$ $\{f : B \to t_4\} : f\ true : t_4$

$MGU\{t_1 \doteq N \to t_3\} \to^4 \{\}$

$S = \{N \to t_3 / t_1\}$

$MGU\{t_2 \doteq B \to t_4\} \to^4 \{\}$

$S = \{B \to t_4 / t_2\}$

$\{f : t_1\} \triangleright f : t_1$ $\qquad$ $\emptyset \triangleright 2 : N$ $\qquad$ $\{f : t_2\} \triangleright f : t_2$ $\qquad$ $\emptyset \triangleright true : B$

Ejercicio 11 ★

a) Extender el algoritmo de inferencia para soportar la inferencia de tipos de árboles binarios. En esta extensión del algoritmo sólo se considerarán los *constructores* del árbol.

La sintaxis de esta extensión es la siguiente:

$\sigma ::= ... \mid AB_\sigma \qquad M ::= ... \mid Nil_\sigma \mid Bin(M, N, O)$

Y sus reglas de tipado, las siguientes:

$$\frac{}{\Gamma \triangleright Nil_\sigma : AB_\sigma} \qquad \frac{\Gamma \triangleright M : AB_\sigma \quad \Gamma \triangleright O : AB_\sigma \quad \Gamma \triangleright N : \sigma}{\Gamma \triangleright Bin(M, N, O) : AB_\sigma}$$

Nota: la función *Erase*, que elimina la información de tipos que el inferidor se encargará de inferir, se extiende de manera acorde para la sintaxis nueva:

$$\begin{aligned} Erase(Nil_\sigma) &= Nil \\ Erase(Bin(M, N, O)) &= Bin(Erase(M), Erase(N), Erase(O)) \end{aligned}$$

Recordar que una entrada válida para el algoritmo es un pseudo término con la información de tipos eliminada. Por ejemplo:

$$(\lambda x.Bin(Nil, 5, Bin(Nil, x, Nil)))\ 5$$

b) Escribir la regla de tipado para el case de árboles binarios, y la regla análoga en el algoritmo de inferencia.

a) $W(Nil) \overset{def}{=} \emptyset \triangleright Nil_{t_1} : AB_{t_1}$

$W(Bin(U, V, W)) \overset{def}{=} S\Gamma_1 \cup S\Gamma_2 \cup S\Gamma_3 \triangleright S(Bin(M, N, O)) : S(AB_\gamma)$

$W(U) = \Gamma_1 \triangleright M : \sigma$

$W(V) = \Gamma_2 \triangleright N : \gamma$

$W(W) = \Gamma_3 \triangleright O : \theta$

$MGU\{\sigma \doteq AB_\gamma, \theta \doteq AB_\gamma\} \cup \{\theta_1 \doteq \theta_2 \mid x : \theta_1$ y $x : \theta_2 \in \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}\}$

$$\frac{\Gamma \triangleright M : AB_\sigma \qquad \Gamma \triangleright N : \tau \qquad \Gamma \cup \{i : AB_\sigma, r : \sigma, d : AB_\sigma\} \triangleright O : \tau}{\Gamma \triangleright \text{case}_{AB_\sigma}\ M \text{ of } Nil \rightsquigarrow N ; Bin(i, r, d) \rightsquigarrow O : \tau}$$

$W(\text{case } U \text{ of } Nil \rightsquigarrow V ; Bin(i, r, d) \rightsquigarrow W) \overset{def}{=} S\Gamma_1 \cup S\Gamma_2 \cup S\Gamma_3' \triangleright S(\text{case}_{AB_{t_1}}\ M \text{ of } Nil \rightsquigarrow N ; Bin(i, r, d) \rightsquigarrow O) : S\tau$

$W(U) = \Gamma_1 \triangleright M : \sigma$

$W(V) = \Gamma_2 \triangleright N : \tau$

$W(W) = \Gamma_3 \triangleright W : \theta \quad , \Gamma_3' = \Gamma_3 \ominus \{i, r, d\}$

$MGU\{\sigma \doteq AB_{t_1}, \tau \doteq \theta\} \cup \{\sigma_1 \doteq \sigma_2 \,/\, x : \sigma_1$ y $x : \sigma_2 \in \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3'\}\}$

$\sigma_i \doteq \sigma_j \,/\, x : \sigma_i \in \Gamma_i$ y $x : \sigma_j \in \Gamma_j \quad i, j \in \{1, 2, 3'\}$

Ejercicio 12 ★

Extender el algoritmo de inferencia $\mathbb{W}$ para que soporte el tipado del *switch* de números naturales, similar al de C o C++. La extensión de la sintaxis es la siguiente:

$$M = \ldots \mid \texttt{switch}\ M\ \{\texttt{case}\ \underline{n_1}:\ M_1\ \ \ldots\ \texttt{case}\ \underline{n_k}:\ M_k\ \texttt{default}:\ M_{k+1}\}$$

donde cada $\underline{n_i}$ es un numeral (un *valor* de tipo Nat, como 0, $\mathsf{succ}(0)$, $\mathsf{succ}(\mathsf{succ}(0))$, etc.). Esto forma parte de la sintaxis y no hace falta verificarlo en el algoritmo.
La regla de tipado es la siguiente:

$$\frac{\Gamma \triangleright M : \mathsf{Nat} \qquad \forall i,j(1 \leq i,j \leq k \land i \neq j \Rightarrow n_i \neq n_j) \qquad \Gamma \triangleright N_1 : \sigma \ldots \Gamma \triangleright N_k : \sigma \qquad \Gamma \triangleright N : \sigma}{\Gamma \triangleright \texttt{switch}\ M\ \{\texttt{case}\ \underline{n_1}:\ N_1 \ldots \texttt{case}\ \underline{n_k}:\ N_k\ \texttt{default}: N\} : \sigma}$$

Por ejemplo, una expresión como:

$$\lambda x.\ \texttt{switch}\ (x)\ \{\texttt{case}\ 0:\ \mathsf{True}\ \texttt{default}:\ \mathsf{False}\}$$

debería tipar a $\mathsf{Nat} \to \mathsf{Bool}$. En cambio, la expresión:

$$\texttt{switch}\ \underline{3}\ \{\texttt{case}\ \underline{1}:\ \underline{1}\ \texttt{case}\ \underline{2}:\ 0\ \texttt{default}:\ \mathsf{False}\}$$

no tiene tipo, pues entre los casos hay números y booleanos. Y finalmente, la expresión:

$$\texttt{switch}\ \underline{3}\ \{\texttt{case}\ \underline{1}:\ \underline{1}\ \texttt{case}\ \underline{2}:\ \underline{2}\ \texttt{case}\ \underline{1}:\ \underline{3}\ \texttt{default}:\ 0\}$$

tampoco tiene tipo, ya que el número 1 se repite entre los casos.

$\mathbb{W}(\text{switch } U\ \{\text{case } n_1 : W_1 \ldots \text{case } n_k : W_k\ \ \text{default} : W\}) \stackrel{\text{def}}{=} S\Gamma_U \cup S\Gamma_W \cup S\Gamma_{W_i} \cup S_{W_i}\ \forall i \in \{1,\ldots,k\} \triangleright S(\text{switch } M\ \{\text{case } N_1 : O_1 \ldots \text{case } N_k : O_k\ \ \text{default} : O\} : \gamma$

$\mathbb{W}(U) = \Gamma_U \triangleright M : \sigma$

$\mathbb{W}(W_i) = \Gamma_{W_i} \triangleright O_i : \gamma_i$

$\mathbb{W}(W) = \Gamma_W \triangleright O : \gamma$

$\text{MGU}\ \{\sigma \doteq \text{Nat},\ \gamma_i \doteq \gamma_j\ \ \forall i,j\ \{1,\ldots,k\},\ \gamma_1 \doteq \gamma\} \cup \{\sigma_1 \doteq \sigma_2 \,/\, x:\sigma_1 \text{ y } x:\sigma_2 \in \{\Gamma_U, \Gamma_W, \Gamma_{W_i}, \Gamma_{V_i}\ \forall i \in \{1,\ldots,k\}\}\}$

Ejercicio 16 ★

En este ejercicio consideramos dada la extensión para listas vista en el ejercicio 14.

Además, agregaremos términos para representar listas por comprensión, con un selector y una guarda, de la siguiente manera: $[M \mid x \leftarrow S, P]$, donde x es el nombre de una variable que puede aparecer libre en los términos M y P. La semántica es análoga a la de Haskell: para cada valor de la lista representada por el término S, se sustituye x en P y, de resultar verdadero, se agrega M con x sustituido al resultado. La regla de tipado para este nuevo término es la siguiente:

$$\frac{\Gamma \cup \{x : \tau\} \triangleright M \colon \sigma \quad \Gamma \triangleright S \colon [\tau] \quad \Gamma \cup \{x : \tau\} \triangleright P \colon \mathsf{Bool}}{\Gamma \triangleright [M|x \leftarrow S, P] \colon [\sigma]}\ \text{T-Comp}$$

I. Dar la modificación del algoritmo necesaria para soportar las listas por comprensión.

II. Aplicar el algoritmo extendido para tipar la siguiente expresión (sin renombrar ninguna variable):

$$[\lambda y.\mathsf{succ}(x) \mid x \leftarrow x\ \mathsf{True},\ y\ x]$$