1. (25 pts) Dar una expresión regular para el complemento de $L((a(ab)^*)^*)$ sobre el alfabeto $\{a,b\}$.

$L_0 = (a(ab)^*)^* | \lambda$ F

$\partial_a(L_0) = \partial_a((a(ab)^*)^* | \lambda) = \partial_a((a(ab)^*)^*) | \partial_a(\lambda) = \partial_a(a(ab)^*)(a(ab)^*)^* | \emptyset = (\partial_a(a)(ab)^* | \emptyset\, \cancelto{\emptyset}{\partial_a((ab)^*)})(a(ab)^*)^* = (ab)^*(a(ab)^*)^*]$ L_1 F

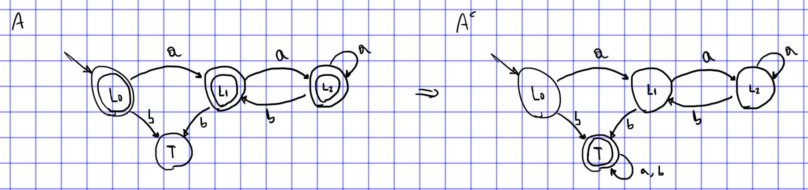
$\partial_b(L_0) = \partial_b((a(ab)^*)^* | \lambda) = \partial_b((a(ab)^*)^*) | \partial_b(\lambda) = \partial_b(a(ab)^*)(a(ab)^*)^* | \emptyset = (\cancelto{\emptyset}{\partial_b(a)(ab)^*} | \emptyset\, \cancelto{\emptyset}{\partial((ab)^*)})(a(ab)^*)^* = T]$

$\partial_a(L_1) = \partial_a((ab)^*(a(ab)^*)^*) = \partial_a((ab)^*)(a(ab)^*)^* | \lambda\, \partial_a((a(ab)^*)^*) = b(ab)^*(a(ab)^*)^* | (ab)^*(a(ab)^*)^* = (b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^*]$ L_2 F

$\partial_b(L_1) = \partial_b((ab)^*(a(ab)^*)^*) = \cancelto{\emptyset}{\partial_b((ab)^*)(a(ab)^*)^*} | \lambda\, \cancelto{\emptyset}{\partial_b((a(ab)^*)^*)} = \emptyset]$ T

$\partial_a(L_2) = \partial_a((b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^*) = \cancelto{\emptyset}{\partial_a(b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^*} | \lambda\, \partial_a((ab)^*(a(ab)^*)^*) = (b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^*]$ L_2

$\partial_b(L_2) = \partial_b((b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^*) = \partial_b(b|\lambda)(ab)^*(a(ab)^*)^* | \lambda\, \cancelto{\emptyset}{\partial_b((ab)^*(a(ab)^*)^*)} = (\cancelto{\lambda}{\partial_b(b)} | \cancelto{\emptyset}{\partial_b(\lambda)})(ab)^*(a(ab)^*)^*]$ L_1



$T = aT | bT | \lambda = (a|b)T | \lambda = (a|b)^*]$

$L_2 = aL_2 | bL_1 = a^* b L_1]$

$L_1 = aL_2 | bT = a^+ b L_1 | b(a|b)^* = (a^+b)^* b (a|b)^*]$

$L_0 = aL_1 | bT = a(a^+b)^* b(a|b)^* | b(a|b)^* = (a(a^+b)^* | \lambda) b (a|b)^*]$

2. (25 pts) Sea $L_2 = \{ab^pc^q \mid p \geq 1 \land p$ no divide a $q\}$. Determinar si L_2 es regular, y en ese caso dar un autómata finito que lo reconozca, en caso contrario demostrar que no lo es.

Sabemos que $a b^p c^q$ reg $\iff \underbrace{a \text{ reg}}_{a \text{ reg}} \land b^p c^q$ reg $\Rightarrow a b^p c^q$ reg $\iff b^p c^q$ reg. $\therefore$ si pruebo $b^p c^q$ no reg tengo gratis que $a b^p c^q$ no reg vale??

Si $(b^p c^q)^c$ no reg $\Rightarrow b^p c^q$ no reg.

Voy a elegir $w \in (b^p c^q)^c$ y llamarlo a $b^p c^q$.

1) Elijo $n > 0$

2) $w = b^n c^n$

3) $w = xyz$, $|y| > 0$, $|xy| \leqslant n$

4) $x = b^{n-t}$, $y = b^{t-r}$, $z = b^r c^n \Rightarrow w = b^{n-t} b^{t-r} b^r c^n$, $k = 2 \Rightarrow b^{n-t} b^{2t-2r} b^r c^n = b^{n+t-r} c^n$, $n \overset{?}{\equiv} 0\ (n+t-r)$, $n' = n+t-r < n$ ($r > t \Rightarrow t-r < 0$)

$t - r > 0$ $(|y| > 0)$

$n \overset{?}{\equiv} 0\ (n')$, $n' > n]$ X FALSO

$\Rightarrow$ Por pumping $(b^p c^q)^c$ no regular $\Rightarrow b^p c^q$ no regular $\Rightarrow a b^p c^q$ no regular $]$

3. (25 pts) Sea L_3 el lenguaje sobre el alfabeto $\{(,),[,]\}$ de cadenas de paréntesis y corchetes balanceados, permitiendo anidamientos de éstos pero de modo tal que cada corchete de cierre puede cerrar un corchete o bien toda una *secuencia completa* de paréntesis abiertos pendientes.

   Ejemplo de cadena válida[1]:

```
(
 (
  []
]   //cerró 2 paréntesis
[
 ((
   []
   ((( ( )
 ]  //cerró 5 paréntesis
 (] // cerró 1 paréntesis
]
```

   Ejemplos de cadenas inválidas:

   `()(()]]` (El segundo corchete no tiene nada que cerrar)

   `[(()` (El corchete de apertura queda sin cerrar)

   Dar un autómata de pila para L_3. Hacerlo determinístico de ser posible.