1. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o no. Para los que sean regulares, dar un AF o una ER que los defina. Para los que no lo sean, demostrarlo.

   a) $\{0^{2n} \mid n \geq 1\}$ $(00)^+$

b) $\{0^m 1^n 0^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$

1) $p > 0$

2) $w = 0^p 1^p 0^{2p}$

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^t$ $t \geq 0$, $y = 0^r$ $r > 0$, $z = 0^{p-t-r} 1^p 0^{2p}$

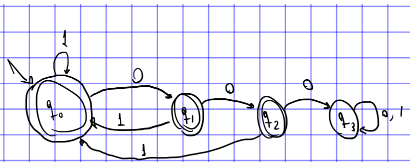
Sea $w' = xy^0z = 0^{\cancel{t}} 0^{p \cancel{-t} - r} 1^p 0^{2p} = 0^{p-r} 1^p 0^{2p}$

q.v.q: $p - r + p \neq 2p$

$\Leftrightarrow 2p - r \neq 2p$] ✓ $r > 0$ $\Rightarrow$ Por pumping es no regular

c) $\{0^n \mid n$ es un número primo $\}$

d) $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid \omega$ no contiene tres ceros consecutivos$\}$



e) $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 = |\omega|_1\}$

1) $p > 0$

2) $w = 0^p 1^p$

3) $w = xyz$, $|xy| \geq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^r$, $y = 0^t$, $z = 0^{p-t-r} 1^p$, $w' = xy^0z = 0^{\cancel{r}} 0^{p-t\cancel{-r}} 1^p = 0^{p-t} 1^p$

q.v.q: $p - t \neq p$] ✓ $t > 0$

f) $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \neq |\omega|_1\}$

$L_f = L_e^c$, L_e no reg $\Rightarrow$ L_e^c no reg $\Rightarrow$ L_f no reg

g) $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 < |\omega|_1\}$

1) $p > 0$

2) $w = 0^p 1^{p+1}$

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^r$, $y = 0^t$, $z = 0^{p-t-r} 1^{p+1}$, $w' = xy^2z = 0^{\cancel{r}} 0^{2t} 0^{p-t\cancel{-r}} 1^{p+1} = 0^{p+t} 1^{p+1}$

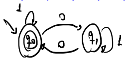
q.v.q: $\cancel{p} + t \geq \cancel{p} + 1$] ✓ por pumping es no reg.

h) $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid \omega = \omega^r\}$

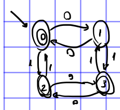
1) $p > 0$
2) $w = 0^p 1 0^p$
3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$
4) $x = 0^r$ $y = 0^t$ $z = 0^{p-t-r} 1 0^p$, $w' = xy^0z = 0^{\cancel{r}} 0^{p-t\cancel{-r}} 1 0^p = 0^{p-t} 1 0^p$

q.v.q: $p - t \neq p$] ✓ por pumping es no reg

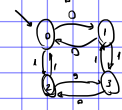
$i)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \text{ es par}\}$



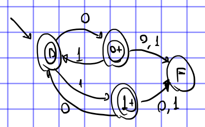
$j)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \text{ es par} \vee |\omega|_1 \text{ es impar}\}$



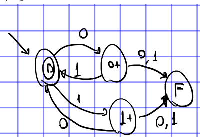
$k)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \text{ es par} \wedge |\omega|_1 \text{ es impar}\}$



$l)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega : ||\gamma|_0 - |\gamma|_1| \leq 1\}$



$m)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid (\text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega : ||\gamma|_0 - |\gamma|_1| \leq 1) \wedge |\omega|_0 = |\omega|_1\}$



$n)$ $\{\omega \in \{0,1\}^* \mid \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega : |\gamma|_0 \geq |\gamma|_1\}$

1) $p > 0$

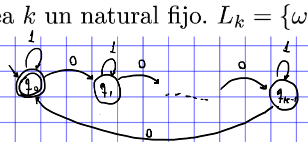
2) $w = 0^p 1^p$

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^r$, $y = 0^t$, $z = 0^{p-r-t} 1^p$, $w' = xy^0z = 0^r 0^{p-t-r} 1^p = 0^{p-t} 1^p$

qvq: $p - t < p$] ✓ por pumping es no reg

$\tilde{n})$ Sea k un natural fijo. $L_k = \{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \text{ es divisible por } k\}$



$o)$ $\Sigma = \{a, b, c\}$. $L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0 \wedge n \neq m\} \cup \{c^{3p} \mid p \geq 0\}$

I II

$L = I \uplus II$

I:

si I^c no reg $\Rightarrow$ I no reg

1) $p > 0$

2) $w = a^p b^p$ ($w \in I^c$)

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = a^r$, $y = a^t$, $z = a^{p-t-r} b^p$, $w' = xy^0z = a^r a^{p-t-r} b^p = a^{p-t} b^p$

qvq: $p - t \neq p$] ✓ $\Rightarrow w' \in I \overset{\text{pumping}}{\Rightarrow} I^c$ no reg $\Rightarrow I$ no reg]

Luego $L = \overset{\text{no reg}}{I} \uplus \overset{\text{reg}}{II}$ es no reg]

II: $(ccc)^*$ $\Rightarrow$ II es reg

$p)$ Sea k un entero no negativo fijo. $L_k = \{a^n b^{n+k} \mid n \geq 0\} \cup \{b^r \mid r \geq 0\}$

I II

II: b^* $\Rightarrow$ II es reg

$q)$ $\Sigma = \{a, b, c\}$. $L = \{a^m b^n c^p \mid m \neq n \vee m \neq p\}$

L^c no reg $\Rightarrow$ L no reg

1) $p > 0$

2) $w = a^p b^p c^p$ $(w \in L^c)$

3) $w = xyz$ $|xy| \leq p$, $|y| > p$

4) $x = a^r$, $y = a^t$, $z = a^{p-t-r} b^p c^p$, $w' = xy^0z = a^{\cancel{r}} a^{p-t-\cancel{r}} b^p c^p = a^{p-t} b^p c^p$

qvq : $p - t \neq p$] ✓ $\Rightarrow w' \in L \overset{\text{pumping}}{\Longrightarrow} L^c$ es no reg $\Rightarrow L$ es no reg]

2. Dado $L = \{0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ es par}\}$

   a) Demostrar que L cumple $\forall \alpha(\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \rightarrow \exists x \exists y \exists z(\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall i(xy^i z \in L)))$.

   b) Demostrar que L no es regular.

1) $p > 0$

2) $w = 0^{2p+1} 1^{2p+1}$ $(w \in L^c)$

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^r$, $y = 0^t$, $z = 0^{2p+1-r-t} 1^{2p+1}$

Sea $w' = xy^2z = 0^r 0^{2t} 0^{2p+1-r-t} 1^{2p+1} = 0^{2p+1+t} 1^{2p+1}$

qvq : $2p+1+t > 2p+1$ $\vee$ $2p+1+t$ es par

VERDAD

NO NECESARIAMENTE

$\Rightarrow w' \in L \overset{\text{pumping}}{\Longrightarrow} L^c$ es no reg $\Rightarrow L$ es no reg]

OTRA FORMA

$L = L_1 \uplus L_2$ donde:

$L_1 = \{0^i 1^j \mid i > j \wedge i \text{ impar}\}$

$L_2 = \{0^i 1^j \mid i \text{ par}\}$ reg (sale fácil)

L_1) 1) $p > 0$

2) $w = 0^{2p+1} 1^{2p}$

3) $w = xyz$, $|xy| \leq p$, $|y| > 0$

4) $x = 0^r$, $y = 0^t$, $z = 0^{2p-t-r+1} 1^{2p}$.

sea $w' = xy^0z = 0^r 0^{2p-t-r+1} 1^{2p} = 0^{2p-t+1} 1^{2p}$

qvq : $\cancel{2p} - t + 1 \leq \cancel{2p}$

$(\Leftrightarrow 1 \leq t]$ ✓ $\Rightarrow w' \notin L_2 \Rightarrow L_2$ es no reg

$\Rightarrow L = \overset{\text{reg}}{L_1} \uplus \overset{\text{no reg}}{L_2}$ es no reg]