Ejercicio 1 ★

Convertir a Forma Normal Conjuntiva y luego a Forma Clausal (notación de conjuntos) las siguientes fórmulas proposicionales:

I. $p \supset p$
II. $(p \wedge q) \supset p$
III. $(p \vee q) \supset p$
IV. $\neg(p \Leftrightarrow \neg p)$
V. $\neg(p \wedge q) \supset (\neg p \vee \neg q)$
VI. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
VII. $(p \wedge q) \supset r$
VIII. $p \supset (q \supset r)$

I. $p \supset p$, $\neg p \vee p$, $\{\{\neg p, p\}\}$

II. $(p \wedge q) \supset p$, $\neg(p \wedge q) \vee p$, $\neg p \vee \neg q \vee p$, $\{\{\neg p, \neg q, p\}\}$

III. $(p \vee q) \supset p$, $\neg(p \vee q) \vee p$, $(\neg p \wedge \neg q) \vee p$, $(\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee p)$, $\{\{\neg p, p\}, \{\neg q, p\}\}$

IV. $\neg(p \Leftrightarrow \neg p)$, $\neg((p \supset \neg p) \wedge (\neg p \supset p))$, $\neg(p \supset \neg p) \vee \neg(\neg p \supset p)$, $(\neg p \vee \neg p) \vee (p \vee p)$, $\neg p \vee p$, $\{\{p, \neg p\}\}$

V. $\neg(p \wedge q) \supset (\neg p \vee \neg q)$, $[((p \wedge q) \vee \neg p] \vee \neg q$, $[(p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg p)] \vee \neg q$, $[(p \vee \neg p) \vee \neg q] \wedge [(q \vee \neg p) \vee \neg q]$, $(p \vee \neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p \vee \neg q)$, $\{\{p, \neg p, \neg q\}, \{q, \neg p, \neg q\}\}$

VI. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$, $(p \vee p) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee p) \wedge (q \vee r)$, $\{\{p\}, \{p, r\}, \{q, p\}, \{q, r\}\}$

VII. $(p \wedge q) \supset r$, $\neg(p \wedge q) \vee r$, $\neg p \vee \neg q \vee r$, $\{\{\neg p, \neg q, r\}\}$

VIII. $p \supset (q \supset r)$, $p \supset (\neg q \vee r)$, $\neg p \vee \neg q \vee r$, $\{\{\neg p, \neg q, r\}\}$

Ejercicio 2 ★

I. ¿Cuáles de las fórmulas del ejercicio anterior son tautologías? Demostrarlas utilizando el método de resolución para la lógica proposicional. Para las demás, indicar qué pasa si se intenta demostrarlas usando este método.

II. ¿Se deduce $(p \wedge q)$ de $(\neg p \supset q) \wedge (p \supset q) \wedge (\neg p \supset \neg q)$? Contestar utilizando el método de resolución para la lógica proposicional.

1.

I. $p \supset p \Rightarrow \neg(p \supset p)$, $\neg(\neg p \vee p)$, $p \wedge \neg p$, $\{\{p\}, \{\neg p\}\}$, $\{\square\}$, TAUT

II. $(p \wedge q) \supset p \Rightarrow \neg((p \wedge q) \supset p)$, $\neg(\neg p \vee \neg q \vee p)$, $p \wedge q \wedge \neg p$, $\{\{p\}, \{q\}, \{\neg p\}\}$, $\{\{p\}, \{q\}, \{\neg p\}, \square\}$, TAUT

III. $(p \vee q) \supset p \Rightarrow \neg((\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee p))$, $\neg(\neg p \vee p) \vee \neg(\neg q \vee p)$, $(p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \cancel{\neg p})$, $\{\{p, q\}, \{p, \neg p\}, \{\neg p, q\}, \{\neg p\}\}$, $\{\{p, q\}, \{p, \neg p\}, \{\neg p, q\}, \{\neg p\}, \{q\}\}$, NO TAUT

IV. $\neg(p \Leftrightarrow \neg p) \Rightarrow \neg(\neg(p \Leftrightarrow \neg p))$, $\neg(\neg p \vee p)$, $p \wedge \neg p$, $\{\{p\}, \{\neg p\}\}$, $\{\{p\}, \{\neg p\}, \square\}$, TAUT

V. $\neg(\neg(p \wedge q) \supset (\neg p \vee \neg q)) \Rightarrow \neg((p \vee \neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p \vee \neg q))$, $\neg(p \vee \neg p \vee \neg q) \vee \neg(q \vee \neg p \vee \neg q)$, $(\neg p \wedge p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p \wedge q)$, $(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\cancel{p \vee p}) \wedge (p \vee q) \wedge (\cancel{\neg q \vee \neg q}) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q)$,
$\{\{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, p\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{p\}, \{p, q\}, \{\neg q\}, \{\neg q, p\}, \{\neg q, q\}\}$, $\{\{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, p\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{p\}, \{p, q\}, \{\neg q\}, \{\neg q, p\}, \{\neg q, q\}, \{\neg p\}\}$, $\{\{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, p\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{p\}, \{p, q\}, \{\neg q\}, \{\neg q, p\}, \{\neg q, q\}, \{\neg p\}, \{\square\}\}$

VI. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \Rightarrow \neg((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$, $(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$, $\{\{\neg p, \neg q\}, \{\neg p, \neg r\}\}$, NO TAUT

VII. $(p \wedge q) \supset r \Rightarrow \neg((p \wedge q) \supset r)$, $\neg(\neg p \vee \neg q \vee r)$, $p \wedge q \wedge \neg r$, $\{\{p\}, \{q\}, \{r\}\}$, no TAUT

VIII. $p \supset (q \supset r) \Rightarrow \neg(p \supset (q \supset r))$, $\neg(\neg p \vee \neg q \vee r)$, $p \wedge q \wedge \neg r$, $\{\{p\}, \{q\}, \{r\}\}$, no TAUT

2. qvq: $\{p\}$ y $\{q\}$ se deducen.

$(\neg p \supset q) \wedge (p \supset q) \wedge (\neg p \supset \neg q)$, $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$, $\{\{p, q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}\}$, $\{\{p, q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{q\}\}$, $\{\{p, q\}, \{\neg p, q\}, \{p, \neg q\}, \{q\}, \{p\}\}$ Se deducen ü

Ejercicio 4 ★

Un grupo de amigos quería juntarse a comer en una casa, pero no decidían en cuál. Prevalecían dos propuestas: la casa de Ana, que era cómoda y espaciosa, y la de Carlos, más chica pero con un amplio jardín y parrilla al aire libre. Finalmente acordaron basar su elección en el pronóstico del tiempo. Si anunciaban lluvia, se reunirían en la casa de Ana; y si no, en la de Carlos (desde ya, la reunión tendría lugar en una sola casa).

Finalmente llego el día de la reunión, y el grupo se juntó a comer en la casa de Ana, pero no llovió.

Utilizar las siguientes proposiciones para demostrar - mediante el método de resolución - que el pronóstico se equivocó (anunció lluvia y no llovió, o viceversa).

$p =$ "El pronóstico anunció lluvia."

$a =$ "El grupo se reúne en la casa de Ana."

$c =$ "El grupo se reúne en la casa de Carlos."

$l =$ "Llueve en el día de la reunión."

Ayuda: por la descripción de arriba sabemos que $p \supset a$, $\neg p \supset c$ y $\neg(a \wedge c)$, además de que a y $\neg l$ son verdaderas. Pensar en lo que se quiere demostrar para decidir qué pares de cláusulas utilizar.

Sabemos:
$(\neg p \supset c) \wedge (p \supset a) \wedge \neg l \wedge a \wedge \neg(a \wedge c)$

qvq:
$(p \wedge \neg l) \vee (\neg p \wedge l)$

NO VALE NO VALE

$, (p \vee c) \wedge (\neg p \vee a) \wedge \neg l \wedge a \wedge (\neg a \vee \neg c)$, $\{\{p, c\}, \{\neg p, a\}, \{\neg l\}, \{a\}, \{\neg a, \neg c\}, \{\neg c\}, \{p\}\}$ Vale $p \wedge \neg l$.

Ejercicio 5 ★

Unir con flechas los términos que unifican entre sí (entre una fila y la otra). Para cada par unificable, exhibir el *mgu* ("most general unifier"). Asumir que a es una constante, x, y, z son variables, f y g son símbolos de función, y P y Q predicados.

$$P(f(x)) \quad P(\mathsf{a}) \quad P(y) \quad Q(x, f(y)) \quad Q(x, f(z)) \quad Q(x, f(\mathsf{a}))$$

$$P(x) \quad P(f(\mathsf{a})) \quad P(g(z)) \quad Q(f(y), x) \quad Q(f(y), f(x)) \quad Q(f(y), y)$$

$x \leftarrow a$

$x \leftarrow a$

$y \leftarrow x$

$x \leftarrow f(y)$

$z \leftarrow y$

$x \leftarrow f(y)$

$z \leftarrow x$

$x \leftarrow f(y)$

$x \leftarrow f(a)$

$y \leftarrow a$

$x \leftarrow f(y)$

$y \leftarrow f(z)$

$x \leftarrow f(y)$

$y \leftarrow f(a)$

Ejercicio 6 ★

Determinar, para cada uno de los siguientes pares de términos de primer orden, si son unificables o no. En cada caso justificar su respuesta exhibiendo una secuencia exitosa o fallida (según el caso) del algoritmo de Martelli-Montanari. Asimismo, en caso de que los términos sean unificables indicar el *mgu* ("most general unifier"). Notación: x, y, z variables; a, b, c constantes; f, g símbolos de función.

I. $f(x, x, y) \doteq f(a, b, z) \xrightarrow{x \leftarrow a} f(a, \underline{a}, y) \doteq f(a, \underline{b}, z)$ CONFLICTO

II. $f(x) \doteq y \xrightarrow{y \leftarrow f(x)} f(x) \doteq f(x) \rightarrow$:)

III. $f(g(c, y), x)) \doteq f(z, g(z, a)) \xrightarrow{z \leftarrow g(c,y)} f(g(c,y), x) \doteq f(g(c,y), g(z,a)) \xrightarrow{x \leftarrow g(z,a)} f(g(c,y), g(z,a)) \doteq f(g(c,y), g(z,a)) \rightarrow$:)

IV. $\underline{f}(a) \doteq \underline{g}(y)$ CONFLICTO

V. $\underline{f(x)} \doteq \underline{x}$ CONFLICTO

VI. $g(x, y) \doteq g(f(y), f(x)) \xrightarrow{y \leftarrow x} g(\underline{x}, \underline{x}) \doteq g(\underline{f}(x), \underline{f}(x))$ CONFLICTOS

Ejercicio 9 ★

Convertir a Forma Normal de Skolem y luego a Forma Clausal las siguientes fórmulas de primer orden:

I. $\exists x.\exists y.x < y$, siendo $<$ un predicado binario usado de forma infija.

II. $\forall x.\exists y.x < y$

III. $\forall x.\neg(P(x) \land \forall y.(\neg P(y) \lor Q(y)))$

IV. $\exists x.\forall y.(P(x, y) \land Q(x) \land \neg R(y))$

V. $\forall x.(P(x) \land \exists y.(Q(y) \lor \forall z.\exists w.(P(z) \land \neg Q(w))))$

I. $\exists x. \exists y. (x < y) \Rightarrow \exists y. (a < y) \Rightarrow (a < b) \quad \{\{<(a, b)\}\}$

II. $\forall x. \exists y. x < y \Rightarrow \forall x. x < f(x) \quad \{\{<(x, f(x))\}\}$

III. $\forall x. \neg(P(x) \land \forall y. (\neg P(y) \lor Q(y))) \Rightarrow \forall x. \neg(\forall y. P(x) \land (\neg P(y) \lor Q(y))) \Rightarrow \forall x \exists y (\neg P(x) \lor \neg(P(y) \lor Q(y))) \Rightarrow \forall x (\neg P(x) \lor (\neg P(f(x)) \land Q(f(x))))$

$\Rightarrow \forall x ((\neg P(x) \lor \neg P(f(x))) \land (\neg P(x) \lor Q(f(x))) \quad \{\{\neg P(x), \neg P(f(x))\}, \{\neg P(x), Q(f(x))\}\}$

IV. $\exists x \forall y (P(x,y) \land Q(x) \land \neg R(y)) \Rightarrow \forall y (P(a,y) \land Q(a) \land \neg R(y)) \Rightarrow \{\{P(a,y)\}, \{Q(a)\}, \{\neg R(y)\}\}$

V. $\forall x (P(x) \land \exists y. (Q(y) \lor \forall z. \exists w. (P(z) \land \neg Q(w)))) \Rightarrow \forall x. \exists y. \forall z. \exists w (P(x) \land (Q(y) \lor (P(z) \land \neg Q(w)))) \Rightarrow \forall x \forall z \exists w (P(x) \land (Q(f(x)) \lor (P(z) \land \neg Q(w))))$

$\Rightarrow \forall x \forall z (P(x) \land (Q(f(x)) \lor (P(z) \land \neg Q(g(x,z))))) \Rightarrow \forall x \forall z P(x) \land (Q(f(x)) \lor P(z)) \land (Q(f(x)) \lor \neg Q(g(x,z))) \Rightarrow \{\{P(x)\}, \{Q(f(x)), P(z)\}, \{Q(f(x)), \neg Q(g(x,z))\}\}$

Ejercicio 11 ★

La computadora de la policía registró que el Sr. Smullyan no pagó una multa. Cuando el Sr. Smullyan pagó la multa, la computadora grabó este hecho pero, como el programa tenía errores, no borró el hecho que expresaba que no había pagado la multa. A partir de la información almacenada en la computadora, mostrar utilizando resolución que el jefe de gobierno es un espía.

Utilizar los siguientes predicados y constantes: *Pagó*(x) para expresar que x pagó su multa, *Espía*(x) para x es un espía, $\mathsf{smullyan}$ para el Sr. Smullyan y $\mathsf{jefeGob}$ para el jefe de gobierno.

$\neg \text{Pagó}(Sr) \supset \text{Espía}(JG)$

no vale

$\text{Pagó}(Sr) \lor \text{Espía}(JG) \Rightarrow \{\{\text{Pagó}(Sr), \text{Espía}(JG)\}, \{\underline{\neg \text{Pagó}(Sr)}\}, \{\text{Espía}(JG)\}\}$

Ejercicio 12 ★

¿Cuáles de las siguientes fórmulas son lógicamente válidas? Demostrarlas usando resolución.

I. $[\exists x.\forall y.R(x,y)] \supset \forall y.\exists x.R(x,y)$ $\rightsquigarrow [\exists x\, \forall y.\, R(x,y)] \supset \forall s\, \exists t.\, R(t,s)$

II. $[\forall x.\exists y.R(x,y)] \supset \exists y.\forall x.R(x,y)$ $\rightsquigarrow \forall x\, \exists y.\, R(x,y) \supset \exists s\, \forall t.\, R(t,s)$

III. $\exists x.[P(x) \supset \forall x.P(x)]$ $\rightsquigarrow \exists x\, P(x) \supset \forall y\, P(y)$

IV. $\exists x.[P(x) \vee Q(x)] \supset [\exists x.P(x) \vee \exists x.Q(x)]$ $\rightsquigarrow \exists x\, P(x) \vee Q(x) \supset \exists y\, P(y) \vee \exists t\, Q(t)$

V. $\forall x.[P(x) \vee Q(x)] \supset [\forall x.P(x) \vee \forall x.Q(x)]$ $\rightsquigarrow \forall x (P(x) \vee Q(x)) \supset \forall y\, P(y) \vee \forall z\, Q(z)$

VI. $[\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)] \supset \exists x.[P(x) \wedge Q(x)]$ $\rightsquigarrow \exists x [P(x)] \wedge \forall y\, [Q(y)] \supset \exists z\, [P(z) \wedge Q(z)]$

VII. $\forall x.\exists y.\forall z.\exists w.[P(x,y) \vee \neg P(w,z)]$

$\forall x,y,z\, [\neg P(f(a)) \vee \neg P(y) \vee Q(y)] \wedge$

VIII. $\forall x.\forall y.\forall z.[\neg P(f(\mathrm{a})) \vee \neg P(y) \vee Q(y)] \wedge P(f(z)) \wedge [\neg P(f(f(x))) \vee \neg Q(f(x))]$ iguales ??

I. $\neg\left(\exists x\, \forall y.\, R(x,y) \supset \forall s\, \exists t.\, R(t,s)\right) \xrightarrow{\text{link}} \neg\left(\forall x\, \exists y\, \forall s\, \exists t\;\; R(x,y) \supset R(t,s)\right) \Rightarrow \neg\left(\forall x\, \exists y\, \forall s\, \exists t\; \neg R(x,y) \vee R(t,s)\right) \Rightarrow \exists x\, \forall y\, \exists s\, \forall t\;\; R(x,y) \wedge \neg R(t,s)$

$\Rightarrow \forall y\, \forall t\;\; R(a,y) \wedge \neg R(t, f(y)) \Rightarrow \{\{R(a,y)\}, \{\neg R(t, f(y))\}, \{\square\}\ \begin{smallmatrix} t \leftarrow a \\ y \leftarrow f(a) \end{smallmatrix}\}$

II. $\neg\left(\forall x\, \exists y\;\; R(x,y) \supset \exists s\, \forall t\; R(t,s)\right) \Rightarrow \neg\left(\exists x\, \forall y\, \exists s\, \forall t\;\; R(x,y) \supset R(t,s)\right) \Rightarrow \neg\left(\exists x\, \forall y\, \exists s\, \forall t\; \neg R(x,y) \vee R(t,s)\right) \Rightarrow \forall x\, \exists y\, \forall s\, \exists t\;\; R(x,y) \wedge \neg R(t,s) \Rightarrow \forall x\, \forall s\;\; R(x, f(x)) \wedge \neg R(g(x,s), s)$

$\Rightarrow \{\{R(x, f(x))\}, \{\neg R(g(x,s), s)\}\}$

III. $\neg(\forall x\, P(x) \supset \forall y\, P(y)) \Rightarrow \neg(\neg(\forall x\, P(x)) \vee \forall y\, P(y)) \Rightarrow \neg(\exists x\, \neg P(x) \vee \forall y\, P(y)) \Rightarrow \exists x\, \forall y\; \neg P(x) \vee P(y) \Rightarrow \forall y\; \neg P(a) \vee P(y) \rightarrow \{\{\neg P(a), P(y)\}\}$

IV. $\neg(\exists x (P(x) \vee Q(x)) \supset \exists y\, P(y) \vee \exists t\, Q(t)) \Rightarrow \neg(\neg(\exists x (P(x) \vee Q(x))) \vee \exists y\, P(y) \vee \exists t\, Q(t)) \Rightarrow \neg((\forall x\, \neg(P(x) \vee Q(x))) \vee (\exists y\, P(y) \vee \exists t\, Q(t))) \Rightarrow \neg(\forall x\, \neg(P(x) \vee Q(x))) \wedge \neg(\exists y\, P(y) \vee \exists t\, Q(t))$

$\Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall y\, (\neg P(y) \wedge \neg(\exists t\, Q(t)) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall y\, (\neg P(y) \wedge \forall t\, \neg Q(t)) \Rightarrow \exists x\, \forall y\, \forall t\, (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg P(y) \wedge \neg Q(t) \Rightarrow \forall y\, \forall t\, (P(a) \vee Q(a)) \wedge \neg P(y) \wedge \neg Q(t) \Rightarrow \{\{P(a), Q(a)\}, \{\neg P(y)\}, \{\neg Q(t)\}, \{Q(a)\}, \{\square\}\ t \leftarrow a\}$

no vale

V. $\forall x [P(x) \vee Q(x)] \supset \forall y\, [P(y)] \vee \forall z [P(z)]$ Falso.

$U = \mathbb{N}$, $P =$ par, $Q =$ impar

VI. $\neg(\exists x [P(x)] \wedge \forall y\, [Q(y)] \supset \exists z\, [P(z) \wedge Q(z)]) \Rightarrow \neg(\forall x\, \exists y\, \exists z\, [P(x) \wedge Q(y) \supset P(z) \wedge Q(z)]) \Rightarrow \neg(\forall x\, \exists y\, \exists z\, [\neg(P(x) \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge Q(z))]) \Rightarrow \exists x\, \forall y\, \forall z\, \neg[\neg(P(x) \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge Q(z))] \Rightarrow \exists x\, \forall y\, \forall z\, [P(x) \wedge Q(y) \wedge (\neg P(z) \vee \neg Q(z))]$

$\Rightarrow \forall y\, \forall z\, [P(a) \wedge Q(y) \wedge (\neg P(z) \vee \neg Q(z))] \Rightarrow \{\{P(a)\}, \{Q(y)\}, \{\neg P(z), \neg Q(z)\}, \{\neg P(z)\}, \{\square\}\ z \leftarrow a\}$

no vale nunca

VII. $\neg(\forall x\, \exists y\, \forall z\, \exists w\, [P(x,y) \vee \neg P(w,z)]) \Rightarrow \exists x\, \forall y\, \exists z\, \forall w\, [\neg P(x,y) \wedge P(w,z)] \Rightarrow \forall y\, \forall w\, [\neg P(a,y) \wedge P(w, f(y))] \Rightarrow \{\{\neg P(a,y)\}, \{P(w, f(y))\}\}$ CONFLICTO

Ejercicio 14 ★

Dadas las siguientes cláusulas:

$\exists y\, \forall x\, [P(x) \vee \neg P(x) \vee Q(y)]$

1 ▪ $\{P(x), \neg P(x), Q(a)\}$

2 ▪ $\{P(x), \neg Q(y), \neg R(x,y)\}$ HORN, HECHO

$\forall x,y\, [P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg R(x,y)]$

$\forall x,y,z\, [\neg P(x,x,z) \vee \neg Q(x,y) \vee \neg Q(y,z)]$

3 ▪ $\{\neg P(x,x,z), \neg Q(x,y), \neg Q(y,z)\}$ HORN, OBJ

4 ▪ $\{M(1,2,x)\}$ HORN, HECHO

$\forall x\, [M(1,2,x)]$

I. ¿Cuáles son cláusulas de Horn?

II. Para cada cláusula de Horn indicar si es una cláusula de definición (hecho o regla) o una cláusula objetivo.

III. Dar, para cada cláusula, la fórmula de primer orden que le corresponde.

Ejercicio 15 ★

Indicar cuáles de las siguientes condiciones son necesarias para que una demostración por resolución sea SLD.

- Realizarse de manera lineal (utilizando en cada paso el resolvente obtenido en el paso anterior).
- Utilizar únicamente cláusulas de Horn.
- Utilizar cada cláusula a lo sumo una vez.
- Empezar por una cláusula objetivo (sin literales positivos).
- Empezar por una cláusula que provenga de la negación de lo que se quiere demostrar.
- Recorrer el espacio de búsqueda de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha.
- Utilizar la regla de resolución binaria en lugar de la general.

Ejercicio 16 ★

Alan es un robot japonés. Cualquier robot que puede resolver un problema lógico es inteligente. Todos los robots japoneses pueden resolver todos los problemas de esta práctica. Todos los problemas de esta práctica son lógicos. Existe al menos un problema en esta práctica. ¿Quién es inteligente? Encontrarlo utilizando resolución SLD y composición de sustituciones.

Utilizar los siguientes predicados y constantes: $R(x)$ para expresar que x es un robot, $Res(x,y)$ para x puede resolver y, $PL(x)$ para x es un problema lógico, $Pr(x)$ para x es un problema de esta práctica, $I(x)$ para x es inteligente, $J(x)$ para x es japonés y la constante alan para Alan.

$\forall x,y\, [PL(y) \wedge R(x) \supset I(x)] \wedge \forall x,y\, [R(x) \wedge J(x) \wedge PR(y) \supset Res(x,y)] \wedge \forall x\, [PR(x) \supset PL(x)] \wedge \exists x\, [PR(x)] \wedge R(alan) \wedge J(alan)$

$\forall x,y\, [\neg PL(y) \vee \neg R(x) \vee I(x)] \wedge \forall x,y\, [\neg R(x) \vee \neg J(x) \vee \neg PR(y) \vee Res(x,y)] \wedge \forall x\, [\neg PR(x) \vee PL(x)] \wedge \exists x\, [PR(x)] \wedge R(alan) \wedge J(alan)$

---

1 $\{I(x_1), \neg PL(y_1), \neg R(x_1)\}$

2 $\{Res(x_2, y_2), \neg R(x_2), \neg J(x_2), \neg PR(y_2)\}$

3 $\{PL(x_3), \neg PR(x_3)\}$

4 $\{PR(a)\}$

5 $\{R(alan)\}$

6 $\{J(alan)\}$

7 $\{\neg I(X)\}$

1 y 7: $X \leftarrow x_1$

8. $\{\neg PL(y_1), \neg R(x_1)\}$

5 y 8: $x_1 \leftarrow alan$

9. $\{\neg PL(y_1)\}$

4 y 3: $x_3 \leftarrow a$

10. $\{PL(a)\}$

9 y 10: $y_1 \leftarrow a$

11. $\square$

$\Rightarrow X \leftarrow ALAN$

Ejercicio 17 ★

Sean las siguientes cláusulas (en forma clausal), donde *suma* y *par* son predicados, *suc* es una función y *cero* una constante:

1. $\{\neg suma(x,y,z), suma(x, suc(y), suc(z))\}$ 2. $\{suma(x, cero, x)\}$ 3. $\{\neg suma(x,x,y), par(y)\}$

Demostrar utilizando resolución que suponiendo (1), (2), (3) se puede probar *par(suc(suc(cero)))*. Si es posible, aplicar resolución SLD. En caso contrario, utilizar resolución general. Mostrar en cada aplicación de la regla de resolución la sustitución utilizada.

1. $\{suma(x_1, suc(y_1), suc(z_1)), \neg suma(x_1, y_1, z_1)\}$

2. $\{suma(x_2, cero, x_2)\}$

3. $\{par(y_3), \neg suma(x_3, x_3, y_3)\}$

4. $\{\neg par(suc(suc(cero)))\}$

3, 4 : $y_3 \leftarrow suc(suc(cero))$

5. $\{\neg suma(x_3, x_3, suc(suc(cero)))\}$

1, 5: $x_3 \leftarrow suc(y_1)$, $z_1 \leftarrow suc(cero)$
$x_1 \leftarrow suc(y_1)$ $y_1 \to y_6$

6. $\{\neg suma(suc(y_6), y_6, suc(cero))\}$

2, 6: $y_6 \leftarrow cero$, $x_2 \leftarrow suc(cero)$

7. $\square$

Ejercicio 19 ★

Un lógico estaba sentado en un bar cuando se le ocurrió usar el método de resolución para demostrar el teorema del bebedor: siempre que haya alguien en el bar, habrá allí alguien tal que, si está bebiendo, todos en el bar están bebiendo. Sin embargo, el lógico en cuestión había bebido demasiado y la prueba no le salió muy bien. Esto fue lo que escribió en una servilleta del bar:

FALTA NEGAR

Teorema del bebedor: $(\exists X\, \mathtt{enBar}(X)) \supset \exists Y(\mathtt{enBar}(Y) \wedge (\mathtt{bebe}(Y) \supset \forall Z(\mathtt{enBar}(Z) \supset \mathtt{bebe}(Z))))$

Elimino implicaciones: $(\neg\exists X\, \mathtt{enBar}(X)) \vee \exists Y(\mathtt{enBar}(Y) \wedge (\neg\mathtt{bebe}(Y) \vee \forall Z(\neg\mathtt{enBar}(Z) \vee \mathtt{bebe}(Z))))$

Skolemizo: Falta FNN ✗ $(\neg\mathtt{enBar}(c)) \vee (\mathtt{enBar}(k) \wedge (\neg\mathtt{bebe}(k) \vee \forall Z(\neg\mathtt{enBar}(Z) \vee \mathtt{bebe}(Z))))$

Paso a Forma Clausal: ✗ 1. $\{\neg\mathtt{enBar}(c)\}$ 2. $\{\mathtt{enBar}(k)\}$ 3. $\{\neg\mathtt{bebe}(k)\}$ 4. $\{\neg\mathtt{enBar}(Z), \mathtt{bebe}(Z)\}$

FALTA FNN x2

Aplico resolución:

De 3 y 4 con $\sigma = \{k \leftarrow Z\}$: ✗ k no es VAR

5. $\{\neg\mathtt{enBar}(Z)\}$

De 5 y 1 con $\sigma = \{Z \leftarrow c\}$: ✗ $\{\neg P\}, \{\neg P\}$

$\square$

a) Identificar los 5 errores cometidos en la demostración. (La fórmula original es correcta, notar que salteó pasos importantes e hizo mal otros).

b) Demostrar el teorema de manera correcta, usando resolución.

c) Indicar si la resolución utilizada en el punto b es o no SLD. Justificar.

$\neg(\exists x\, [enBar(x)] \supset \exists y\, [enBar(y) \wedge bebe(y) \supset \forall z\, [enBar(z) \supset bebe(z)]])$

$\neg(\exists x\, [enBar(x)] \supset \exists y\, [enBar(y) \wedge bebe(y) \supset \forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]])$

$\neg(\exists x\, [enBar(x)] \supset \exists y\, [\neg enBar(y) \vee \neg bebe(y) \vee \forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]])$

$\neg(\neg\exists x\, [enBar(x)] \vee \exists y\, [\neg enBar(y) \vee \neg bebe(y) \vee \forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]])$

$\exists x\, [enBar(x)] \wedge \neg(\exists y\, [\neg enBar(y) \vee \neg bebe(y) \vee \forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]])$

$\exists x\, [enBar(x)] \wedge \forall y \neg[\neg enBar(y) \vee \neg bebe(y) \vee \forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]]$

$\exists x\, [enBar(x)] \wedge \forall y\, [enBar(y) \wedge bebe(y) \wedge \neg\forall z\, [\neg enBar(z) \vee bebe(z)]]$

$\exists x\, [enBar(x)] \wedge \forall y\, [enBar(y) \wedge bebe(y) \wedge \exists z\, [enBar(z) \wedge \neg bebe(z)]]$

$\exists x \forall y \exists z\, [enBar(x) \wedge enBar(y) \wedge bebe(y) \wedge enBar(z) \wedge \neg bebe(z)]$

$\forall y\, [enBar(a) \wedge enBar(y) \wedge bebe(y) \wedge enBar(f(y)) \wedge \neg bebe(f(y))]$

$\{enBar(a)\}$ $\{bebe(y)\}$ $\{\neg bebe(f(y))\}$

$\{enBar(y)\}$ $\{enBar(f(y))\}$? Esto no termina

Ejercicio 21 ★

Dadas las siguientes definiciones de $\mathsf{Descendiente}$ y Abuelo a partir de la relación $\mathsf{Progenitor}$:

1 $\{\neg\mathsf{Progenitor}(x,y), \mathsf{Descendiente}(y,x)\}$
3 $\{\neg\mathsf{Descendiente}(x,y), \neg\mathsf{Descendiente}(y,z), \mathsf{Descendiente}(x,z)\}$
2 $\{\neg\mathsf{Abuelo}(x,y), \mathsf{Progenitor}(x, \mathsf{medio}(x,y))\}$
4 $\{\neg\mathsf{Abuelo}(x,y), \mathsf{Progenitor}(\mathsf{medio}(x,y),y)\}$

Demostrar usando resolución general que los nietos son descendientes; es decir, que

$$\forall x\ \forall y\ (\mathsf{Abuelo}(x,y) \supset \mathsf{Descendiente}(y,x))$$

Ayuda: tratar de aplicar el método a ciegas puede traer problemas. Conviene tener en mente lo que se quiere demostrar.

$\neg(\forall x \forall y\, [\mathrm{Abuelo}(x,y) \supset \mathrm{Descendiente}(y,x)])$

$\neg(\forall x \forall y\, [\neg\mathrm{Abuelo}(x,y) \vee \mathrm{Descendiente}(y,x)])$

$\exists x \exists y\, [\mathrm{Abuelo}(x,y) \wedge \neg\mathrm{Descendiente}(y,x)])$

5. $\{\mathrm{Abuelo}(a,b)\}$

6. $\{\neg\mathrm{Descendiente}(b,a)\}$

2, 5: $x \leftarrow a$, $y \leftarrow b$

7. $\{\mathrm{Progenitor}(a, \mathrm{medio}(a,b))\}$

3, 5: $x \leftarrow a$, $y \leftarrow b$

8. $\{\mathrm{Progenitor}(\mathrm{medio}(a,b), b)\}$

1, 7: $x \leftarrow a$, $y \leftarrow \mathrm{medio}(a,b)$

9. $\{\mathrm{Descendiente}(\mathrm{medio}(a,b), a)\}$

1, 8: $x \leftarrow \mathrm{medio}(a,b)$, $y \leftarrow b$

10. $\{\mathrm{Descendiente}(b, \mathrm{medio}(a,b))\}$

9, 3: $y \leftarrow \mathrm{medio}(a,b)$, $z \leftarrow a$

11. $\{\neg\mathrm{Descendiente}(x, \mathrm{medio}(a,b)), \mathrm{Descendiente}(x,a)\}$

10, 11: $x \leftarrow b$

12. $\{\mathrm{Descendiente}(b,a)\}$

6, 12:

13. $\square$