Pregunta **1**
Incorrecta
Puntúa 0,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea IP el conjunto (o clase) de todas las funciones cuya imagen se compone de números pares. Indique cuál definición describe a IP.

Seleccione una:

- a. Conjunto de índices ✗
- b. Clase PRC
- c. Ninguna de las propuestas
- d. Conjunto cerrado por composición

No es un conjunto de indices porque IP es un conjunto de funciones, no de numeros, un conjunto de indices tiene que ser un conjunto de numeros.
No es una clase PRC porque por definicion PR está contenido en toda clase PRC y en este caso hay funciones en PR que no están en IP (f(x)=cte_1(x)).
Es un conjunto cerrado por composicion porque si vos agarras 2 funciones pertenecientes a IP y las compones para formar una nueva funcion, esta nueva funcion va a estar en IP. En particular si compongo h(x)=f(g(x))
la imagen de h va a ser la imagen de f, la cual ya sabemos se compone de numeros pares.

La respuesta correcta es: Conjunto cerrado por composición

Pregunta **2**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Marcar cuál de las siguientes funciones no es parcial computable.

Seleccione una:

Programa que computa b

```
    Z1 <- phi(X1,X2)
[A] Z2 <- phi(X2,Z3)
    IF (Z1==Z2) GOTO F
    Z3 <- Z3+1
    GOTO A
```

- a. $f(x) = \begin{cases} 1 + |Dom(\Phi_x)| & \text{si } Dom(\Phi_x) \text{ es finito} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$ ✓
- b. $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x(y)\downarrow \text{ y } \Phi_x(y) \in Im(\Phi_y) \\ \uparrow & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- c. Todas son parciales computables.
- d. $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\exists t) STP^{(1)}(x,x,t) = x \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$

El c toda la pinta de no ser parcial computable porque hay un existencial no acotado y la funcion es total. Pero pero pero, la clave está en lo que tiene el predicado con el STP, está igualando su salida con x. Sabemos que la imagen de STP es {0,1}, entonces para todo x > 1, ese existencial es trivialmente falso y podemos devolver 0 directamente. Los casos 0 y 1 son programas que podes analizar por separado para ver si existe ese paso, pero nada con eso ya nos podemos dar una idea de que al final la funcion era parcial computable

La respuesta correcta es: $f(x) = \begin{cases} 1 + |Dom(\Phi_x)| & \text{si } Dom(\Phi_x) \text{ es finito} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$

Pregunta **3**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sean A, B conjuntos de naturales y $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ computable tal que $x \in B$ sii $f(x) \in A$.
Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:
Si B es computable entonces A es computable.

Seleccione una:

- a. Falsa ✓
- b. Verdadera

La respuesta correcta es: Falsa

Pregunta **4**
Incorrecta
Puntúa 0,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sean $C \subset D$ con D conjunto de índices. ¿Cuál de las siguientes propiedades es cierta?

Seleccione una:

- a. Si C es conjunto de índices, entonces $D \setminus C = \{x \in D : x \notin C\}$ es conjunto de índices.
- b. C es conjunto de índices si y solo si $C = D$
- c. Ninguna de las propuestas. ✗
- d. C es conjuntos de índices

Si vos tenés C, un conjunto de indices y lo sacás de D, entonces el D\C te queda como el conjunto de indices que corresponde a la clase de funciones que cumple todo lo que cumplian las funciones de D y que no cumplen lo que cumplian las funciones de C.

La respuesta correcta es: Si C es conjunto de índices, entonces $D \setminus C = \{x \in D : x \notin C\}$ es conjunto de índices.

Pregunta **5**
Incorrecta
Puntúa 0,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea $f(x) = \min\{y : \Phi_x = \Phi_y\}$. Indique cuál de los siguientes razonamientos es correcto.

Seleccione una:

- a. f es composición de las funciones computables min, igualdad, programa universal y por lo tanto es computable.
- b. $\alpha \circ f$ es la indicadora del conjunto $\{x : \Phi_x = n\}$ y por lo tanto f no es computable (donde n es la función constantemente 0 y α es $\alpha(0) = 1$ y $\alpha(t) = 0$ para todo $t > 0$)
- c. f no es pr porque no es total ✗
- d. Ninguno.

Es total porque f(x) <= x para todo x. Porque cuando la minimizacion llegue a x, el predicado queda phi_{x} = phi_{x}.

La respuesta correcta es: $\alpha \circ f$ es la indicadora del conjunto $\{x : \Phi_x = n\}$ y por lo tanto f no es computable (donde n es la función constantemente 0 y α es $\alpha(0) = 1$ y $\alpha(t) = 0$ para todo $t > 0$)

Pregunta **6**
Incorrecta
Puntúa 0,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea f una función binaria y definamos para cada i la función f_i dada por $f_i(x) = f(x,i)$.
Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: f es p.r. sii f_i es p.r. para todo i.

Seleccione una:

- a. Verdadera ✗
- b. Falsa

La respuesta correcta es: Falsa

Pregunta **7**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa.
Si f es computable, entonces existe un S-programa que usa todos los tipos de instrucciones (V<-V+1, V<-V-1, GOTO) y que computa a f.

Seleccione una:
- a. Verdadera. ✓
- b. Falsa.

La respuesta correcta es: Verdadera.

Pregunta **8**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sean A, B conjuntos de naturales y $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ computable tal que $x \in B$ sii $f(x) \in A$.
Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: Si A es co-c.e. entonces B es co-c.e.

Seleccione una:
- a. Falsa
- b. Verdadera ✓

La respuesta correcta es: Verdadera

Pregunta **9**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea P un S-Programa que no tiene ninguna instrucción GOTO. ¿Qué puede asegurarse de $\Psi_P^{(1)}$?

Seleccione una:
- a. No es primitiva recursiva ni parcial computable.
- b. Es parcial computable (y no es primitiva recursiva).
- c. Es primitiva recursiva y parcial computable. ✓
- d. Es primitiva recursiva (y no es parcial computable).

La respuesta correcta es: Es primitiva recursiva y parcial computable.

Pregunta **10**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sea $A = \{x : \Phi_x \text{ es parcial computable}\}$. Determinar cuál de las siguientes afirmaciones sobre A es verdadera:

Seleccione una:
- a. No es computable, por otra razón.
- b. Es computable pero no p.r..
- c. No es computable, por el teorema de Rice.
- d. Es computable y p.r.. ✓

La respuesta correcta es: Es computable y p.r..

Pregunta **11**
Finalizado
Puntúa 8,00 sobre 10,00
Marcar pregunta

Decidir si son pr, ce, co-ce, o computables los siguientes conjuntos. **Justificar**. Pueden contestar en el campo de texto o subir un archivo.

1. $\{x \mid \Phi_x(x)\uparrow \text{ o } \Phi_x(x) \in \mathbb{N}\}$
2. $\{\langle x, y\rangle \mid \Phi_x(\Phi_y(x+y)) = y\}$
3. $\{x \mid \Phi_x(y) \leqslant 2y \text{ para todo } y\}$
4. $\{x \mid (\Phi_{54321}(x)\downarrow \text{ y } x < 10) \text{ o } g(x) = 1\}$, donde g es alguna función computable

Miceli-424_19.pdf

Comentario:
Respondió todo.
1. Correcto.
2. Cuidado con la diferencia entre conjunto de índices, que es un subconjunto de los números naturales, y conjuntos de funciones.
3. Hay un detalle con la interpretación del conjunto C. C es un conjunto de números, así que no es correcto referirse a C como "el conjunto de funciones que cumple que su salida es por lo menos (debería ser a lo sumo) 2 veces su entrada". C es conjunto de índices porque está asociado al conjunto de funciones con esa propiedad. Es correcta la idea de reducir Tot a C pero la ejecución tiene fallas. Propone una función f que no queda claro si se refiere a Psi_P o algo más, y concluye que si Phi_x(y) se define entonces f(Phi_x(y))>2y. El programa P no parece asegurar que esto suceda porque solo se puede deducir que la salida será dos veces Z1=Phi_X1(X2) que no necesariamente es igual a X2.
4. Casi correcto. La última afirmación sobre si D es p.r. no es totalmente convincente. ¿Cómo se haría esa minimización acotada?
Nota: 2 + 3 + 2 + 1 = 8

Corregido por Edwin

$A = \{x \mid \Phi_x(x)\uparrow \text{ o } \Phi_x(x) \in \mathbb{N}\}$

$A = \mathbb{N} \Rightarrow$ COMPUTABLE, ce, co-ce, PR]

$f(x) = s(n(x))$

$B = \{\langle x, \overset{0}{\cancel{y}}\rangle \mid \Phi_x(\underbrace{\Phi_{\overset{0}{\cancel{y}}}(x + \overset{0}{\cancel{y}})}_{0}) = \overset{0}{\cancel{y}}\}$

$B' = \{\langle x, 0\rangle \mid \Phi_x(0) = 0\}$

B' es el conjunto de indices de la clase de funciones que tienen un punto fijo en 0. Podemos ver que es no trivial ya que f(x) = cte_1 no pertenece y g(x) = cte_0 si pertenece. Ademas, T y T' computan lo mismo sii ambos pertenecen a B' o ambos estan afuera.
Por todo lo dicho, usando Rice, B' no es computable

ce:

$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x(0) = 0 \\ \uparrow & \text{cc} \end{cases} \Rightarrow P)$

$z_1 \leftarrow \Phi_{x_1}(0)$
$[A]$ if $z_1 \neq 0$ goto A
$Y \leftarrow 1$

$\Rightarrow B'$ es ce, $\Rightarrow B'$ NO es co-ce, tampoco PR.

Veamos que $B' \leq B$:

qvq: $\exists\, f$ total computable / $x \in B' \Leftrightarrow f(x) \in B$

$f(x) = \langle x, 0\rangle$, $x \in B' \Leftrightarrow \langle x, 0\rangle \in B'$

$\Rightarrow B'$ $\overset{\overset{\text{NO co-ce}}{\text{ce}}}{\text{NO COMP}}$ $\Rightarrow B$ $\overset{\overset{\text{NO co-ce}}{\text{ce}}}{\text{NO COMP}}$ $\Rightarrow B$ no PR

$C = \{x \mid \Phi_x(y) \leqslant 2y \text{ para todo } y\}$

C conjunto de indices de la clase de funciones cuya salida es a lo sumo 2 veces la entrada, para toda entrada. Es no trivial f(x)=0 pertenece, g(x)=2x no pertenece. Entonces por Rice, C no es computable.

Se parece mucho a TOT, asi que voy a intentar reducirlo por ese lado para ver que no es ce ni co-ce.

$f_C(x) = \begin{cases} 1 & \Phi_x^{(1)}\downarrow \text{ y } \Phi_x(y) \le 2y \ \forall y \\ 0 & cc \end{cases}$ | $f_{TOT}(x) = \begin{cases} 1 & \Phi_x(y)\downarrow \ \forall y \\ 0 & cc \end{cases}$

qvq: $TOT \le C$

$\exists \underbrace{f}_{\text{total computable}} / \ u \in TOT \iff f(u) \in C$

Si hacemos esto podemos decir TOT no ce/co-ce $\Rightarrow$ C no ce/co-ce

Sea $e_u = \#P$) $\begin{array}{l} Z_1 \leftarrow \Phi_u(X_1) \\ Z_1 \leftarrow X_1 \end{array}$] por ahora no es legal por la u | $e = \#P'$) $\begin{array}{l} Z_1 \leftarrow \Phi_{X_2}(X_1) \\ Z_1 \leftarrow X_1 \end{array}$

Al hacer este programa no chequeo que u pertenezca a TOT, la estoy evaluando solo sobre una entrada particular

$\Phi_{s(u,e)}^{(x)} \overset{T.P.}{=} \Phi_e(x,u) = \begin{cases} x & \text{si } \Phi_u(x)\downarrow \\ \uparrow & cc \end{cases}$

Sea $f(u) = S_1^1(u,e)$

Vale que $u \in TOT \iff S_1^1(u,e) \in C$?

$S_1^1(u,e) \in C \iff \Phi_{s(u,e)}(y) \le 2y \ \forall y \iff \Phi_e(y,u) \le 2y \ \forall y \iff \Phi_u(y)\downarrow \ \forall y \iff u \in TOT$ ✓

Entonces como TOT <= C, podemos asegurar que C no es computable, ce ni co-ce.
Además, como C no es computable en particular es PR.

$D = \{x \mid (\Phi_{54321}(x)\downarrow \text{ y } x < 10) \text{ o } g(x) = 1\}$, donde g es alguna función computable

$f_D(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } g(x) = 1 \\ 1 & \text{si } \Phi_{54321}(x)\downarrow \wedge x < 10 \\ 0 & cc \end{cases}$

Si los predicados son computables => f_{D} es computable => D es computable.
g(x)=1 computable por g computable. El segundo es computable porque habla de un conjunto finito de equises (en particular x < 10).
Entonces D es computable. Luego, tambien es ce y co-ce.