Diagonalización

Problema 1. Considere la matriz $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, dada por

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{m} & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Estudiar para que valores m, A es diagonalizable

(b) Sea $m = 1$. Hallar una matriz diagonal $D \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ y $P \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ invertible tal que $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$.

(c) Calcular A^{100}.

Problema 2. Para todo $a \in \mathbb{R}$ se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a+9 & -6 & a-3 \\ -6 & a & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{pmatrix}$$

(a) Calcular los valores propios de A, según los valores de a.

(b) Determinar los valores de a para los que A es diagonalizable.

(c) Para $a = 3$ calcular, usando diagonalización, A^{55}.

Problema 3. Sea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ tal que $A \cdot [0 \quad 2 \quad 1]^T = [1 \quad 1 \quad 0]^T$. Además 1 es un valor propio de A con subespacio propio asociado

$$E_1 =< (1,1,0), (1,0,1) > .$$

(a) Calcular todos los valores propios de A y sus subespacios propios asociados.

(b) Justificar porqué A es diagonalizable, y establecer la matriz de paso P y la matriz diagonal D tal que $P^{-1}AP = D$.

(c) Determinar A^n.