Recuperación de Información Multimedia

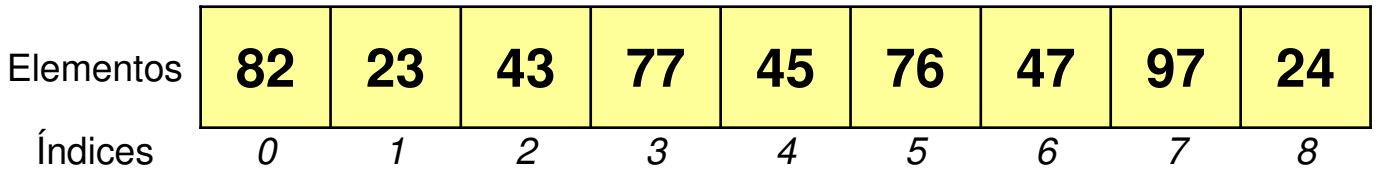
Repaso de Estructuras de Datos

CC5213 – Recuperación de Información Multimedia
Departamento de Ciencias de la Computación
Universidad de Chile
Juan Manuel Barrios – https://juan.cl/mir/ – 2020

Estructuras de Datos Básicas

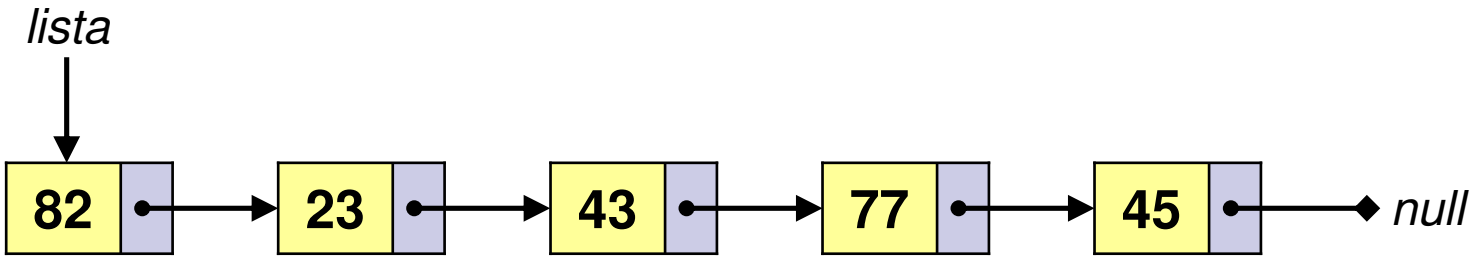
Arreglo

- Secuencia contigua de elementos de un mismo tipo.
- Cada elemento se referencia por su posición (número entero).
- Tamaño fijo (usualmente)
- Permite leer cualquier elemento en tiempo constante (independiente del número de elementos).
- Costo lineal para insertar un elemento en cierta posición (desplazar elementos hacia la derecha).



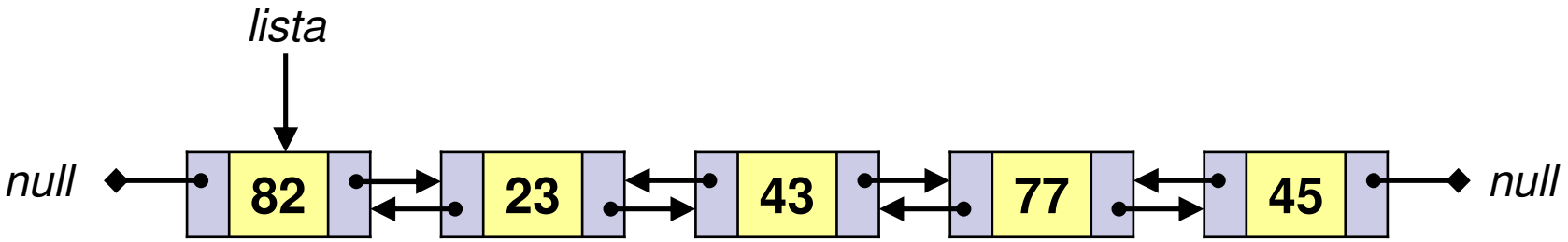
Lista Enlazada (Linked List)

- Serie de objetos (nodos) conectados entre sí secuencialmente por referencias o punteros.
- Cada nodo se compone de un elemento y una referencia al nodo siguiente.
- Costo constante para leer, insertar o eliminar el primer elemento de la lista.
- Acceder un elemento ubicado en la posición *i* tiene un costo proporcional a *i*.



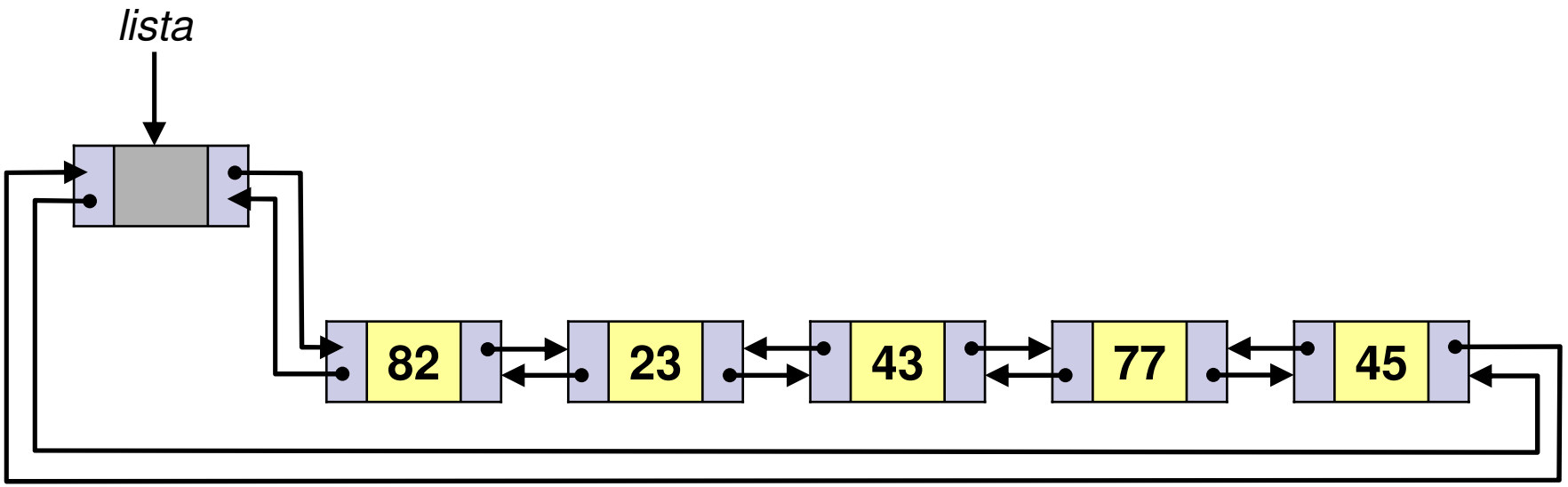
Lista Enlazada (Linked List)

- Lista doblemente enlazada.
  - Cada nodo además referencia al nodo anterior.
  - Simplifica modificar la lista en una posición dada.



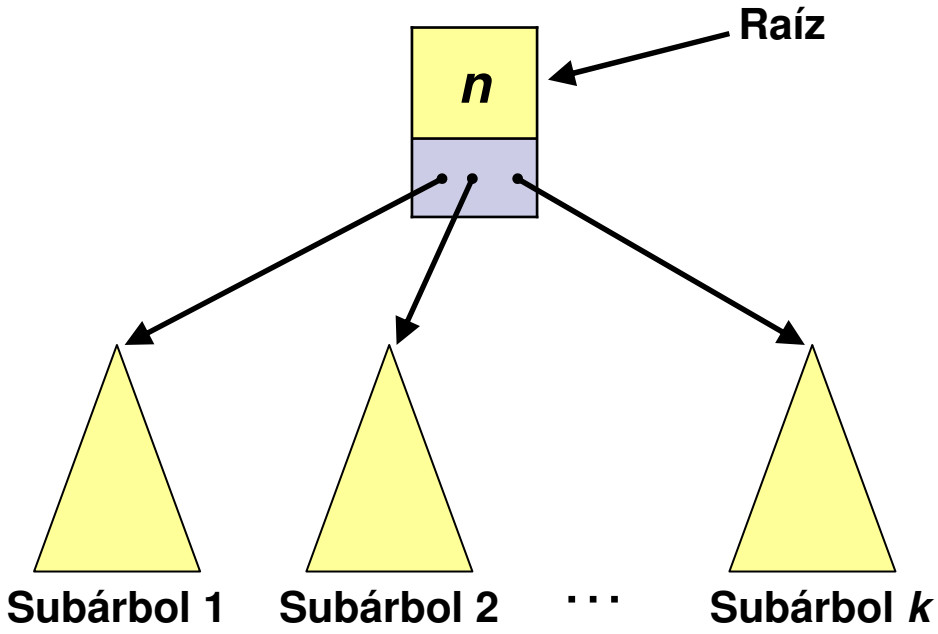
Lista Enlazada (Linked List)

- Lista con cabecera.
  - Se utiliza un nodo sin datos para iniciar la lista.
  - Simplifica acceder al final de la lista.



Árbol

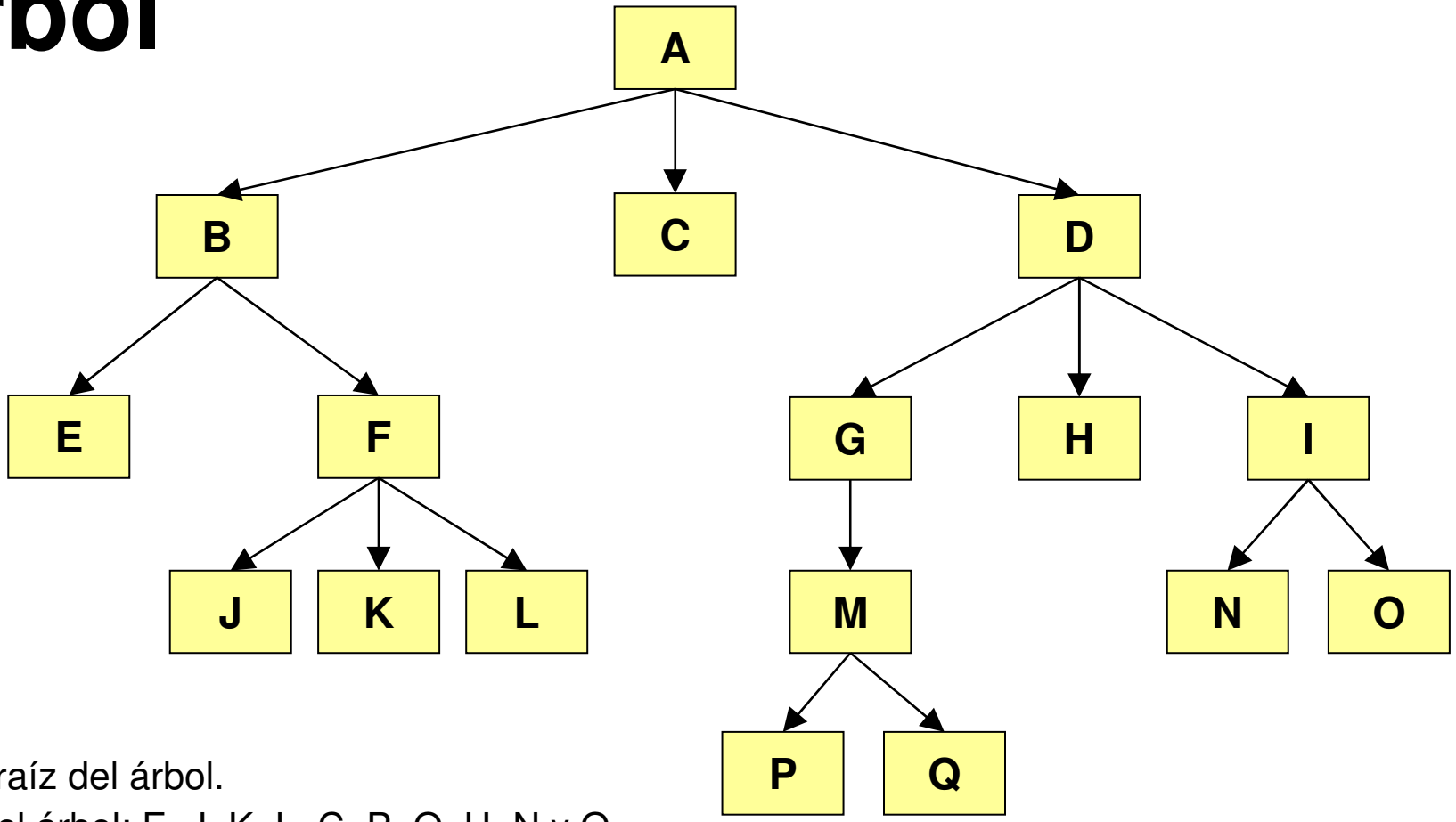
- Conjunto de valores ordenados jerárquicamente.
- Cada nodo se compone de un elemento y una lista de referencias a sus nodos hijos.
  - Árbol k-ario: cada nodo tiene a lo más k hijos.



Árbol

- Camino: Secuencia de pasos de un padre hacia sus descendientes.
- **En los árboles existe un único camino entre el nodo raíz y cualquier otro nodo del árbol.**
- Nodo interno: Nodo con al menos un hijo.
- Nodo externo (hojas): Nodo sin hijos.
- Profundidad de un nodo: Largo del camino entre la raíz y el nodo.
- Altura de un nodo: Largo máximo del camino entre el nodo y todos sus nodos descendientes.

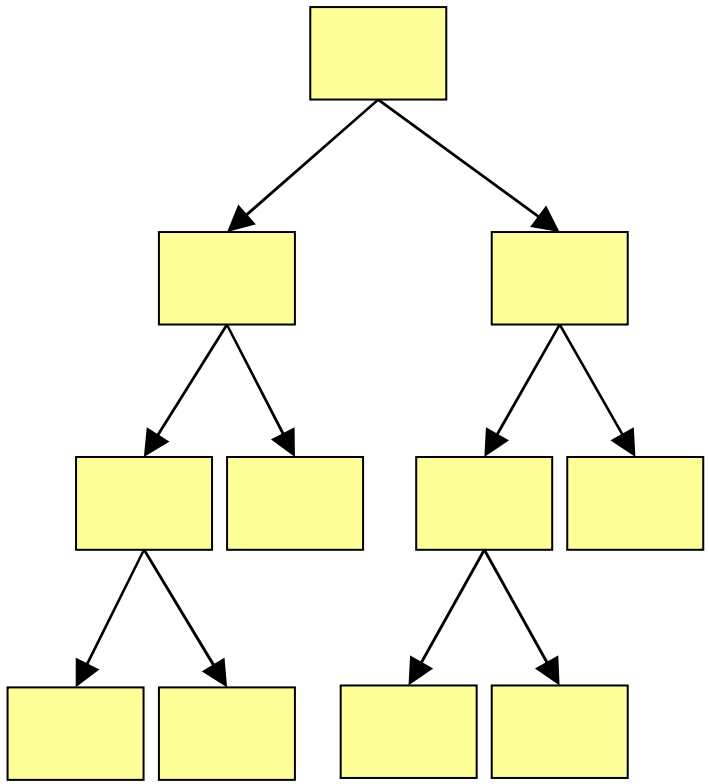
Árbol



- A es la raíz del árbol.
- Hojas del árbol: E, J, K, L, C, P, Q, H, N y O.
- El largo del camino desde A a J es 3.
- L no es descendiente de D (no existe un camino entre D y L)
- La profundidad de C es 1, de F es 2 y de Q es 4.
- La altura del árbol es 4.

Árbol Binario

- Árbol donde cada nodo tiene a lo más dos hijos (izquierdo y derecho)
- Un árbol binario de altura h tiene a lo más 2^h hojas.
- Un árbol binario de t hojas tiene altura $h \geq \log_2 t$.



Tipos de Datos Abstractos (TDA)

Tipos de Datos Abstractos (TDA)

- Modelo de una componente que permite realizar operaciones sobre datos
- Cada operación tiene bien definida su entrada y salida (una “interfaz”)
- Se puede implementar con diferentes estructuras de datos, cada una con ventajas y desventajas para las distintas operaciones.
- Ejemplos:
  - Cola, Pila, Lista, Cola de Prioridad, Diccionario

TDA: Cola (Queue)

- Lista de elementos donde se insertan elementos la final y se extraen desde el principio (First In, First Out).
- Operaciones:
  - Insertar elemento (enqueue)
  - Obtener elemento sin eliminarlo (front o peek)
  - Eliminar elemento (dequeue)
  - Preguntar si esta vacía (isEmpty)

TDA: Pila (Stack)

- Lista de elementos donde sólo se puede extraer el último insertado (Last In, First Out).
- Operaciones:
  - Insertar elemento (push)
  - Obtener elemento sin eliminarlo (top o peek)
  - Eliminar elemento (pop)
  - Preguntar si esta vacía (isEmpty)

TDA: Lista (List)

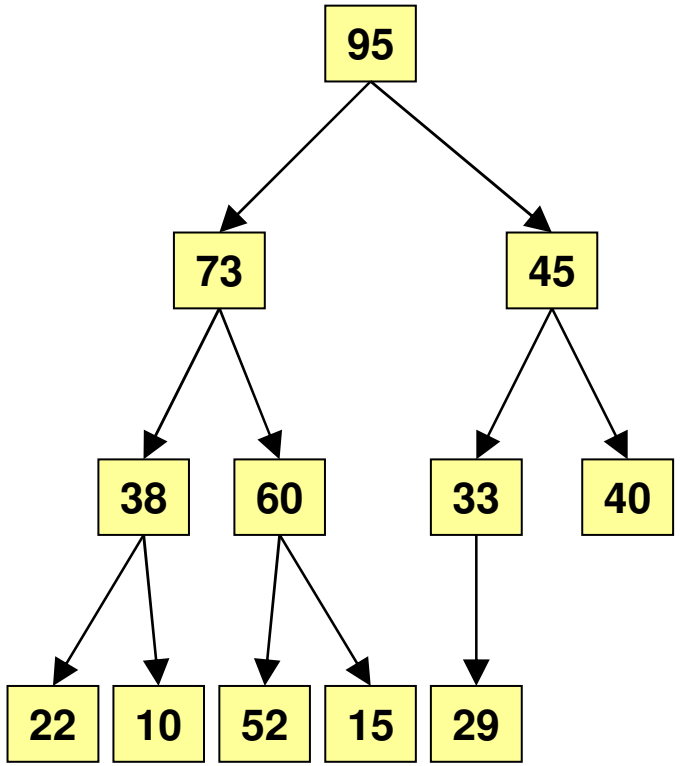
- Contiene secuencias de valores, con posibles repeticiones.
- Operaciones:
  - Agregar elemento (al inicio, al final, en posición *k*)
  - Obtener elemento (al inicio, al final, en posición *k*)
  - Eliminar elemento (al inicio, al final, en posición *k*)
  - Buscar posición del elemento *x*
  - Cantidad de elementos en la lista

TDA: Cola de Prioridad (Priority Queue)

- Lista donde cada elemento tiene asociado un valor de prioridad y se extraen elementos de mayor a menor prioridad.
- Operaciones:
  - Insertar elemento con su prioridad
  - Obtener elemento de mayor prioridad sin eliminarlo
  - Eliminar elemento de mayor prioridad
  - Preguntar si esta vacía
- Al momento de creación se puede definir usar orden inverso (extraer elementos con menor prioridad primero).

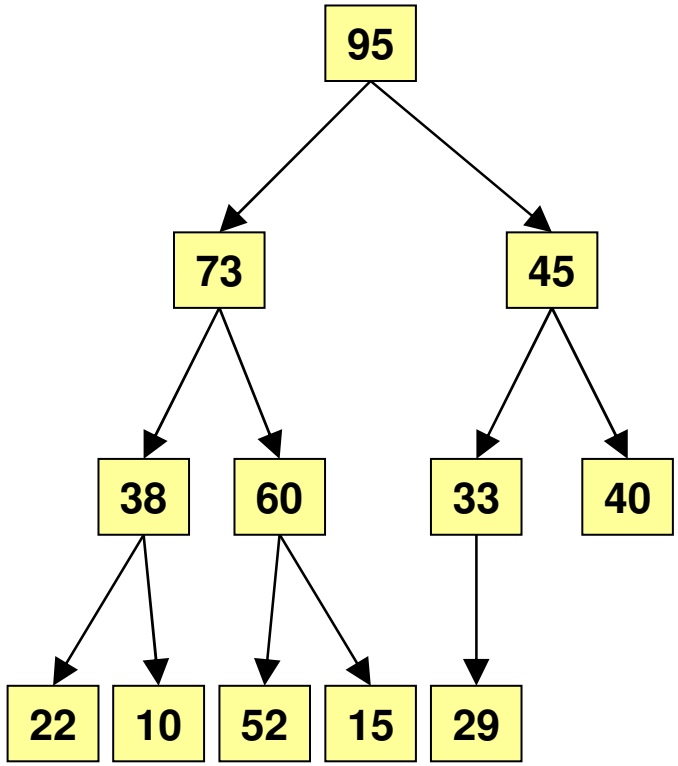
Estructura de Datos: Heap

- Permite implementar una Cola de Prioridad.
- Árbol binario que cumple dos propiedades:
  1. Cada nodo cumple que su valor es mayor o igual al valor de sus dos nodos hijos (max-heap), o menor o igual a sus dos hijos (min-heap)
  2. Todos sus niveles están completos, excepto el último que puede estar parcialmente ocupado de izquierda a derecha.



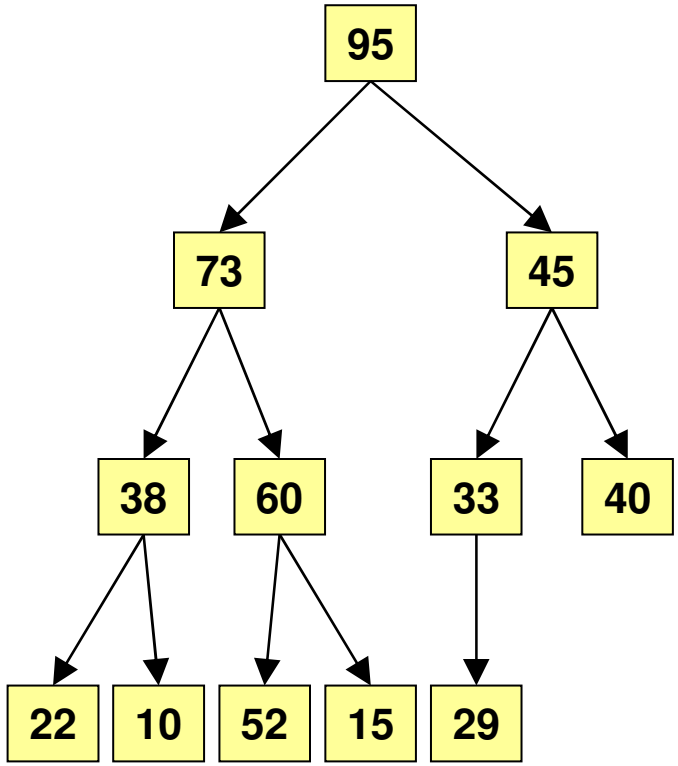
Heap

- La primera propiedad permite mantener en la raíz el máximo elemento (max-heap) o el mínimo (min-heap).
- Para eliminar la raíz se traslada el valor del último nodo a la raíz y mediante intercambios padre-hijo se corrige la propiedad.
- Para insertar un nuevo elemento se agrega un nodo al final del último nivel y mediante intercambios padre-hijo se corrige la propiedad.



Heap

- La segunda propiedad permite que los nodos del árbol se puedan almacenar en un arreglo.
  - Para el nodo A[i]:
    - Nodo Padre: A[(i-1)/2]
    - Nodos Hijos: A[2i+1] y A[2i+2]



A	**95**	**73**	**45**	**38**	**60**	**33**	**40**	**22**	**10**	**52**	**15**	**29**
Indice	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*

TDA: Diccionario (Dictionary)

- Permite almacenar elementos y preguntar por la existencia de ellos. No se permiten repeticiones.
- Operaciones:
  - Insertar elemento
  - Buscar elemento
  - Eliminar elemento

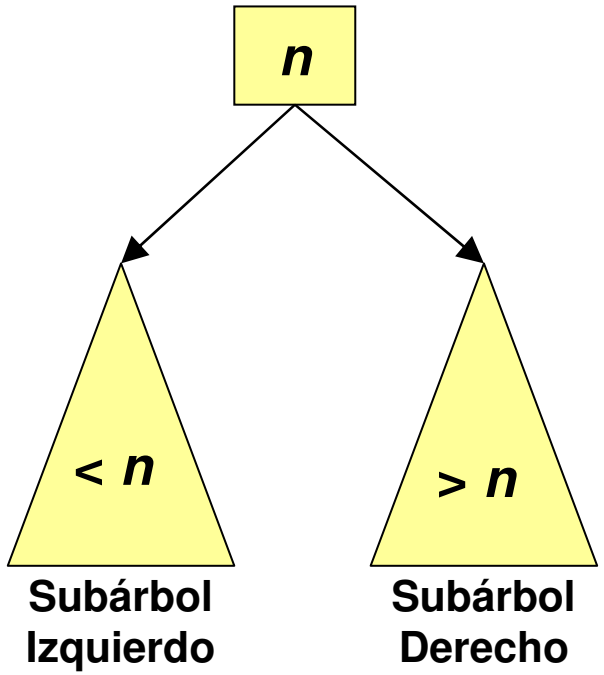
TDA: Map

- Similar a un Diccionario, excepto que además del elemento se puede almacenar un valor asociado.
- Se conoce como Map o Associative Array ya que almacena pares (llave-valor).
- Operaciones:
  - Insertar llave y su valor asociado
  - Buscar llave y retornar su valor asociado
  - Eliminar llave y su valor asociado

Estructuras de Datos para implementar el TDA Diccionario

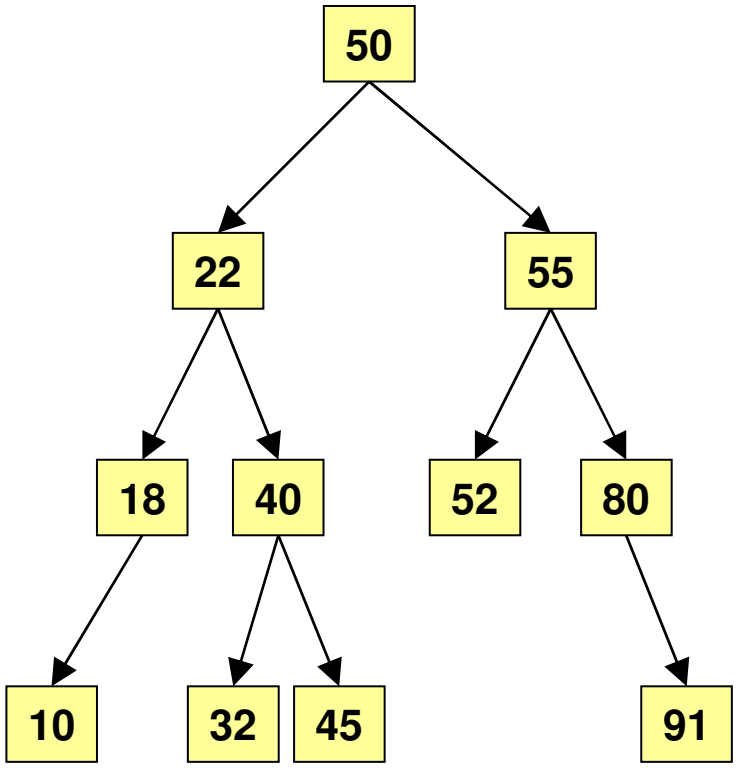
Árbol de Búsqueda Binaria (BST)

- Permite implementar el TDA Diccionario.
- Árbol binario que cumple que en todos sus nodos:
  - Los elementos en el subárbol izquierdo son menores al nodo.
  - Los elementos en el subárbol derecho son mayores al nodo.



Imprimir un ABB

```
class Nodo {
    int valor;
    Nodo izquierda, derecha;
}
void imprimir() {
    imprimirRecursivo(raiz);
}
void imprimirRecursivo(Nodo nodo) {
    if (nodo == null)
        return;
    imprimirRecursivo(nodo.izquierda);
    print(nodo.valor);
    imprimirRecursivo(nodo.derecha);
}
```

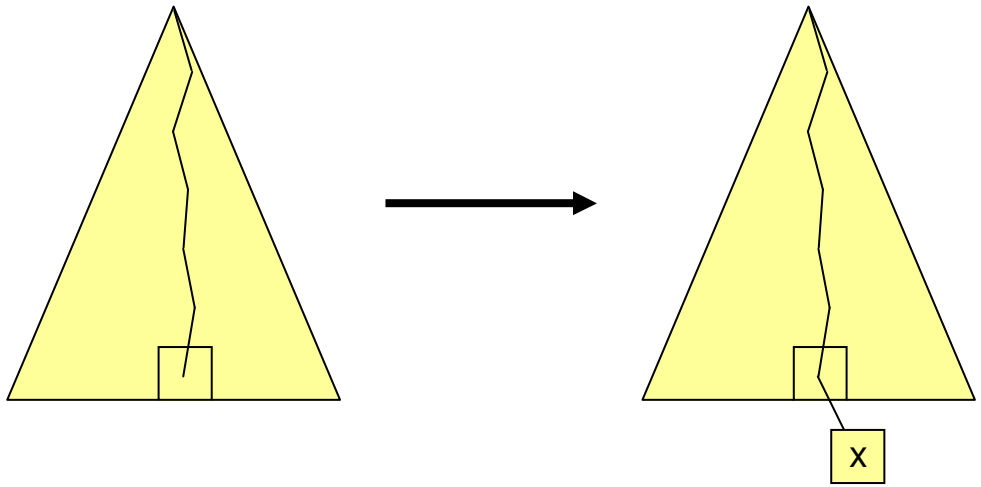


Buscar en un ABB

```
class Nodo {
    int valor;
    Nodo izquierda, derecha;
}
boolean buscar(int valorBuscado) {
    return buscarRecursivo(raiz, valorBuscado);
}
boolean buscarRecursivo(Nodo nodo, int valorBuscado) {
    if (nodo == null) {
        return false;
    } else if (nodo.valor == valorBuscado) {
        return true;
    } else if (valorBuscado < nodo.valor) {
        return buscarRecursivo(nodo.izquierda, valorBuscado);
    } else {
        return buscarRecursivo(nodo.derecha, valorBuscado);
    }
}
```

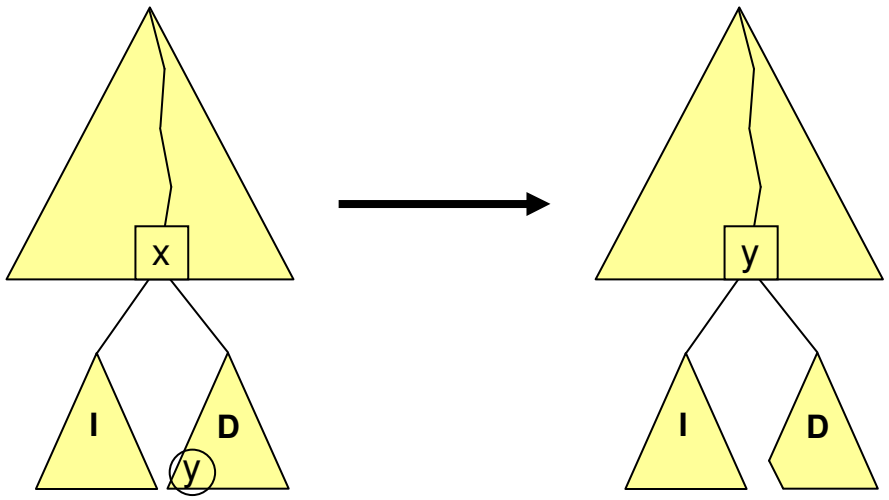
Insertar en un ABB

- Buscar el valor **x** en el árbol hasta llegar a una hoja (**x** no existe), insertar **x** como hijo de esa hoja



Eliminar en un ABB

- Buscar el nodo **x** que contiene el valor:
  - Si **x** no tiene hijos se elimina (padre de **x** referencia a *null*)
  - Si **x** tiene un hijo, el padre de **x** referencia al nodo hijo de **x**
  - Si **x** tiene dos hijos se busca en el subárbol derecho el nodo mínimo **y**, se elimina el nodo **y** (no puede tener dos hijos), se reemplaza el valor en **x** por el valor en **y**

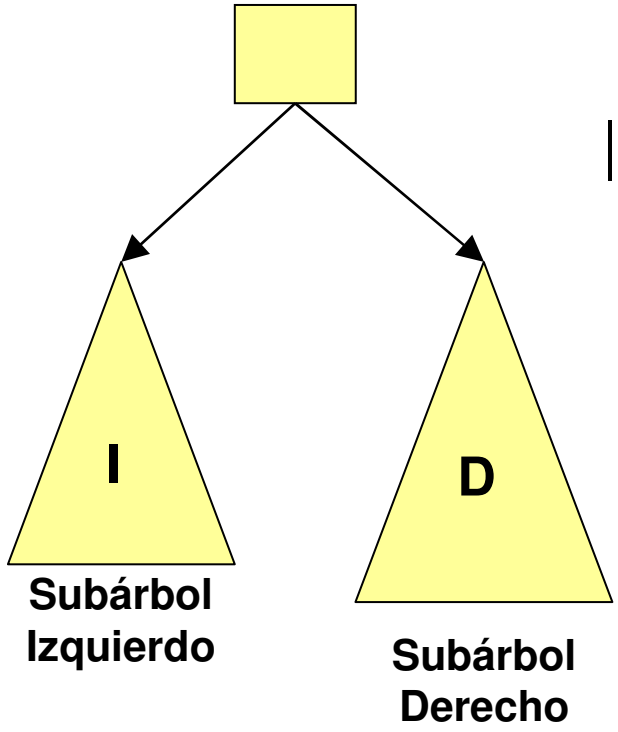


Árboles Balanceados

- Mantienen reducida la altura del árbol para que las operaciones de búsqueda tengan costo logarítmico, incluso en el peor caso
- Ejemplos:
  - Árbol AVL
  - Árbol 2-3
  - Árbol B
  - Árbol Digital (Trie)

Árbol AVL

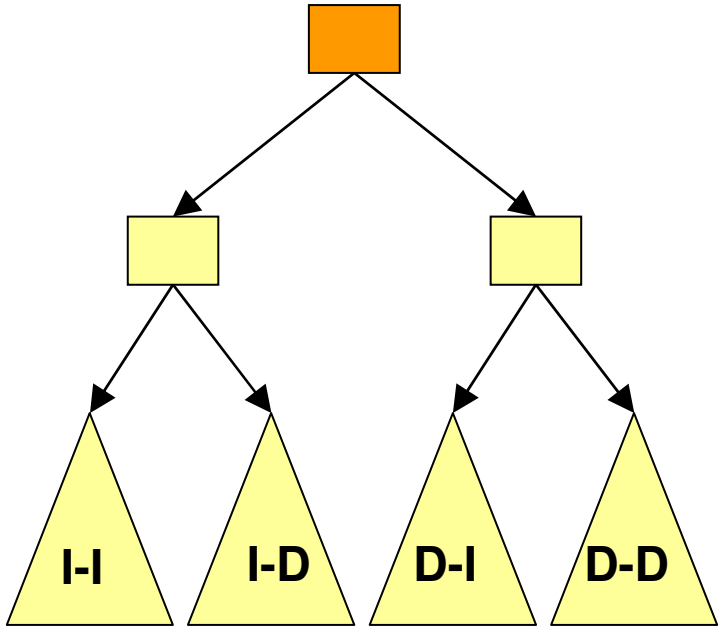
- Condición: En todo nodo del árbol se cumple que la diferencia de altura de sus dos subárboles es menor o igual que 1



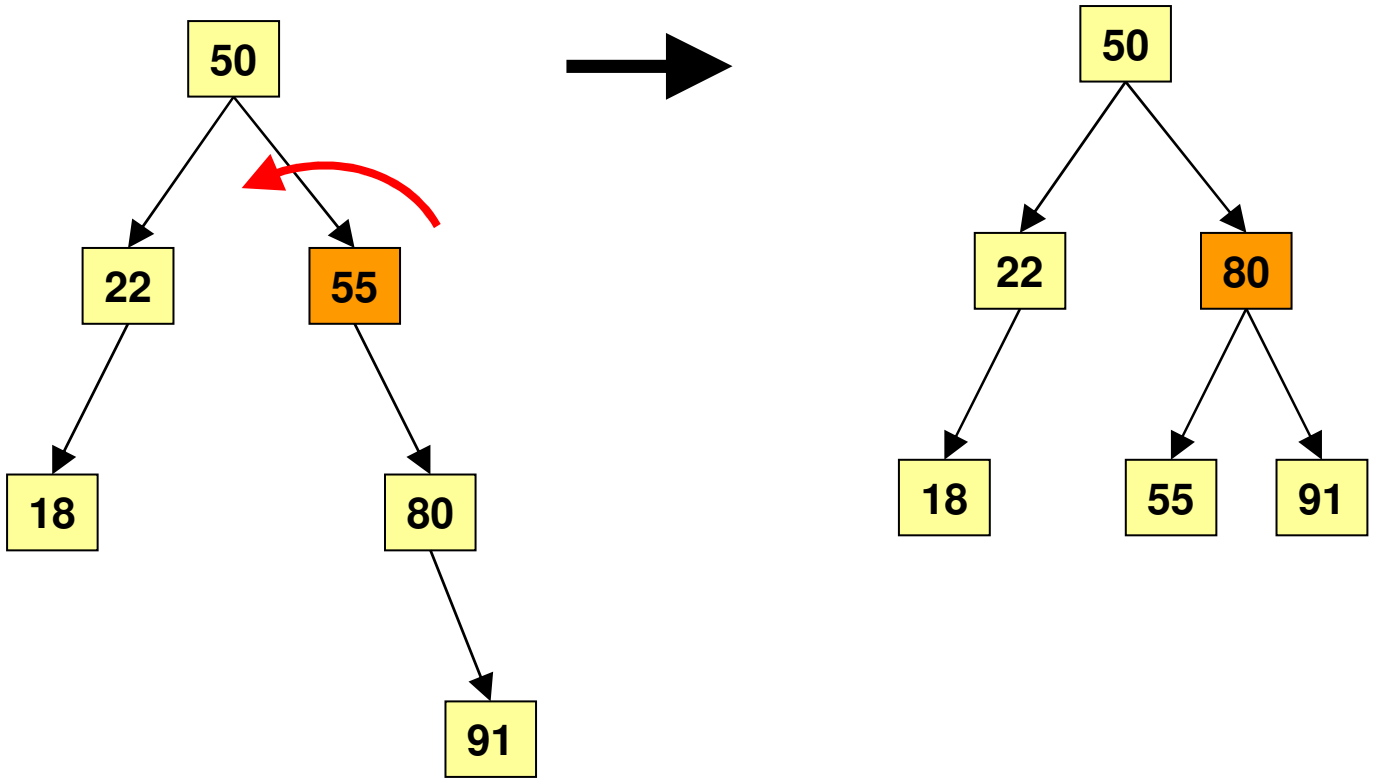
$$| \text{altura}(I) - \text{altura}(D) | \leq 1$$

Árbol AVL

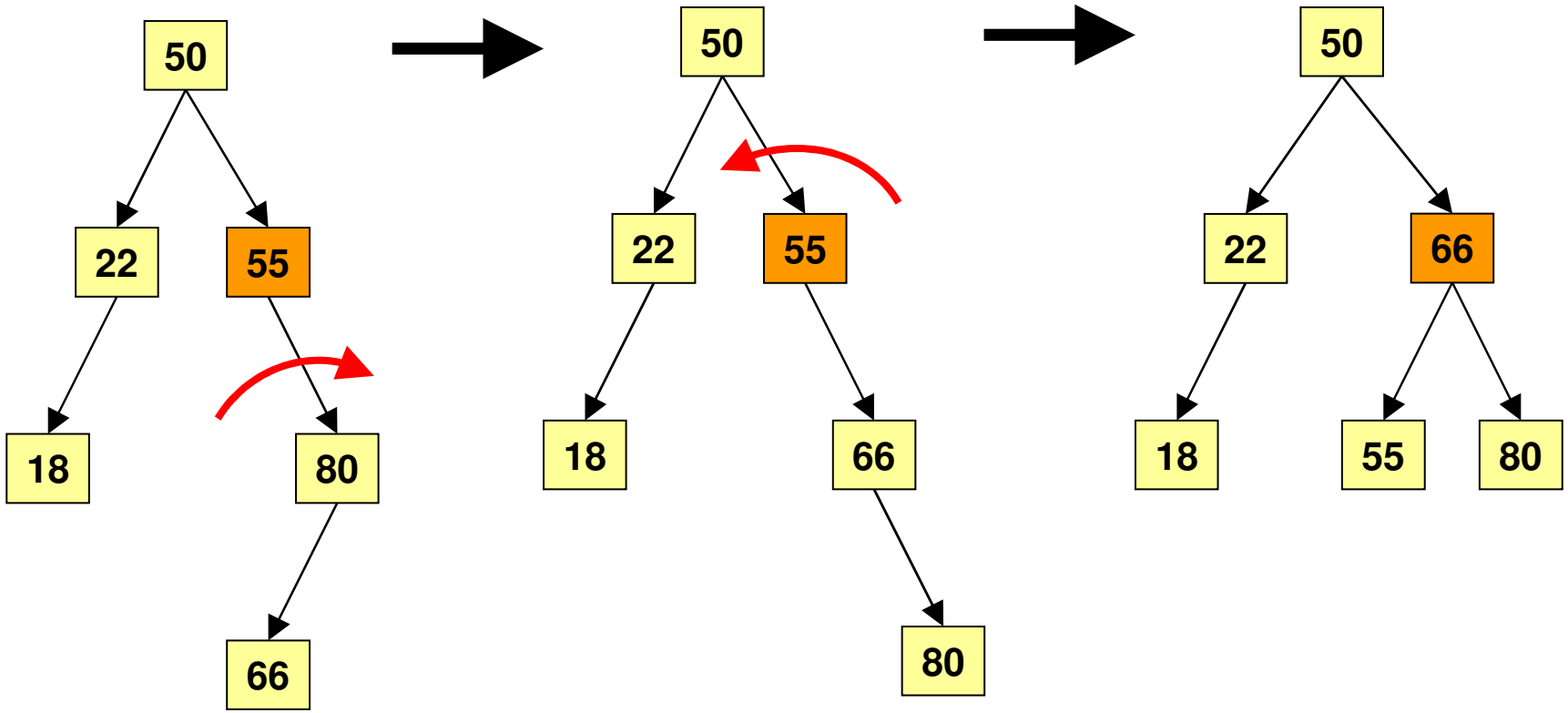
- Cuando un nodo deja de cumplir la propiedad se puede corregir por medio de “rotaciones” de los nodos
- Se debe determinar el sub-subárbol más largo (el que causa el problema):
  - Si es **I-I** o **D-D** (por afuera) hacer rotación simple
  - Si es **I-D** o **D-I** (por adentro) hacer rotación doble



Ejemplo Rotación Simple

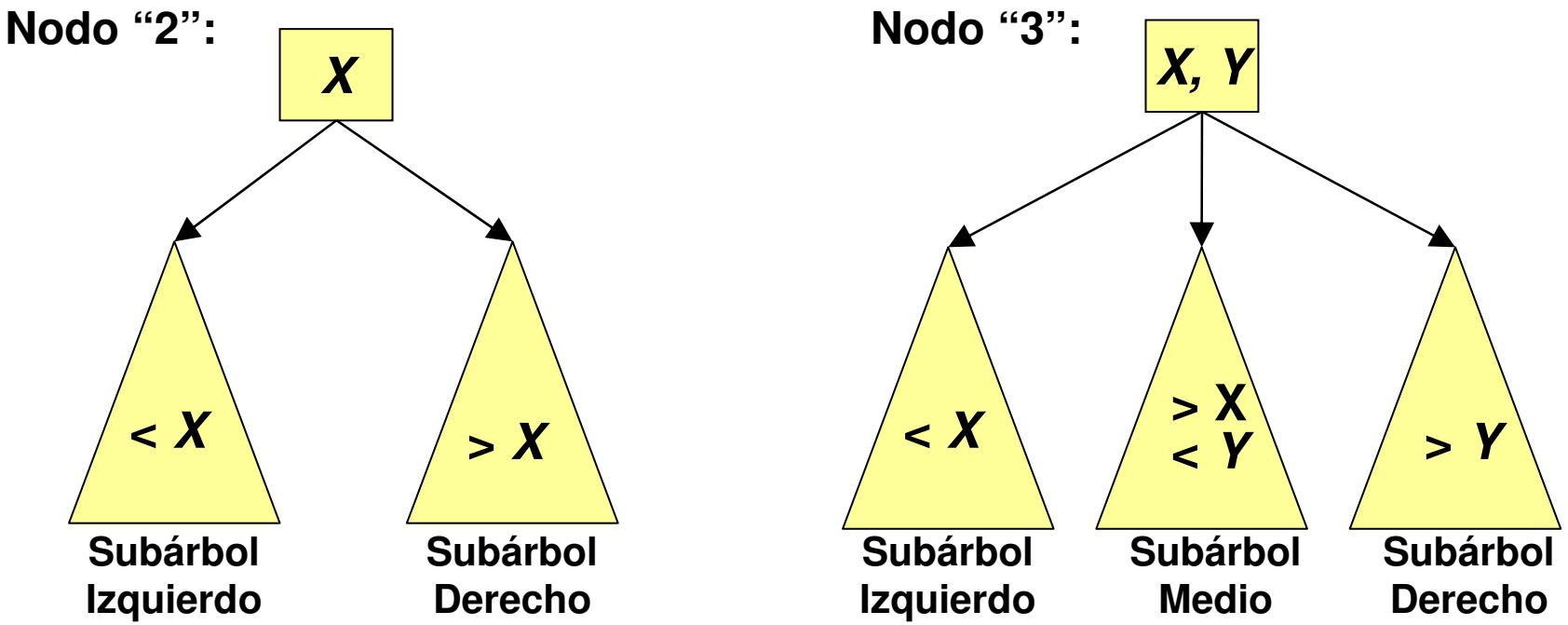


Ejemplo Rotación Doble



Árbol 2-3

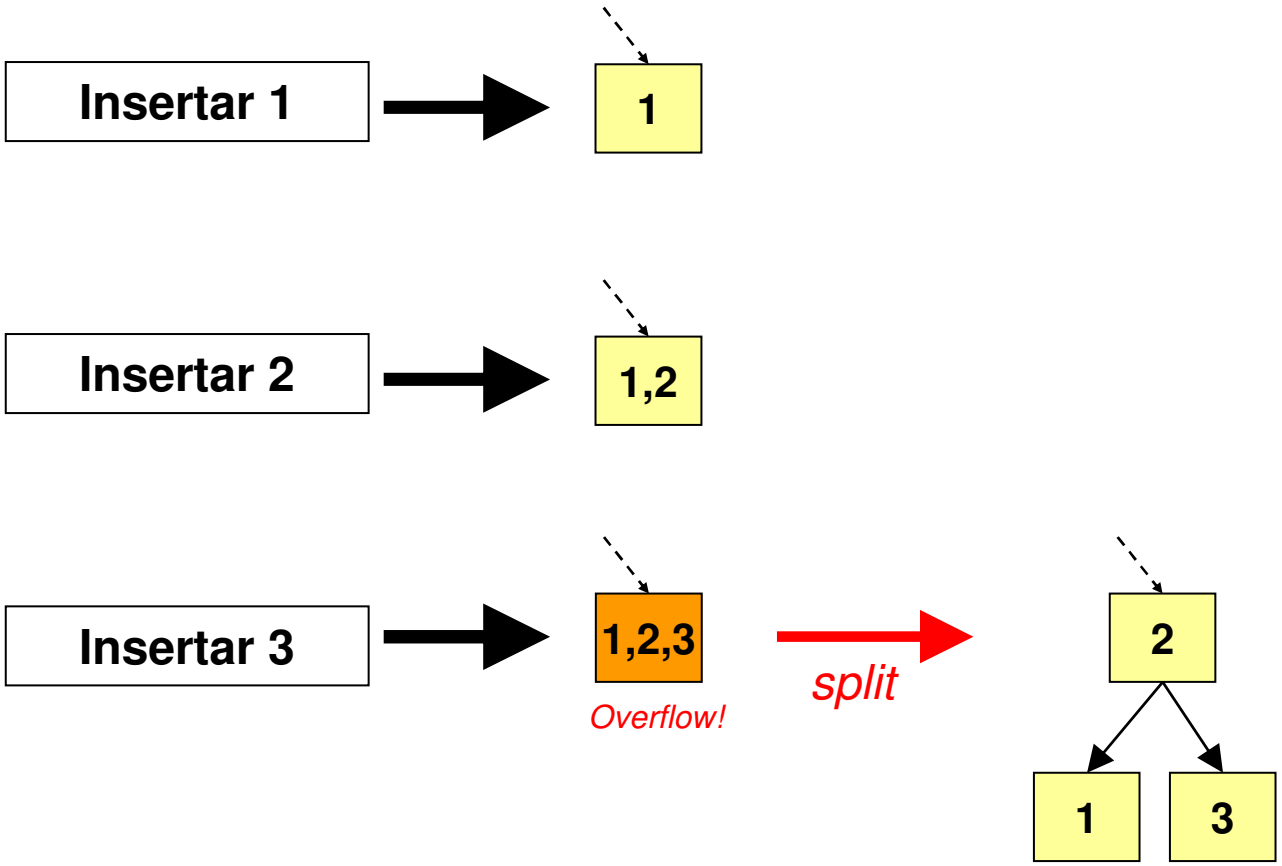
- El árbol puede contener dos tipos de nodos:
  - Nodos de 2 hijos y un valor (un nodo binario)
  - Nodos de 3 hijos y dos valores

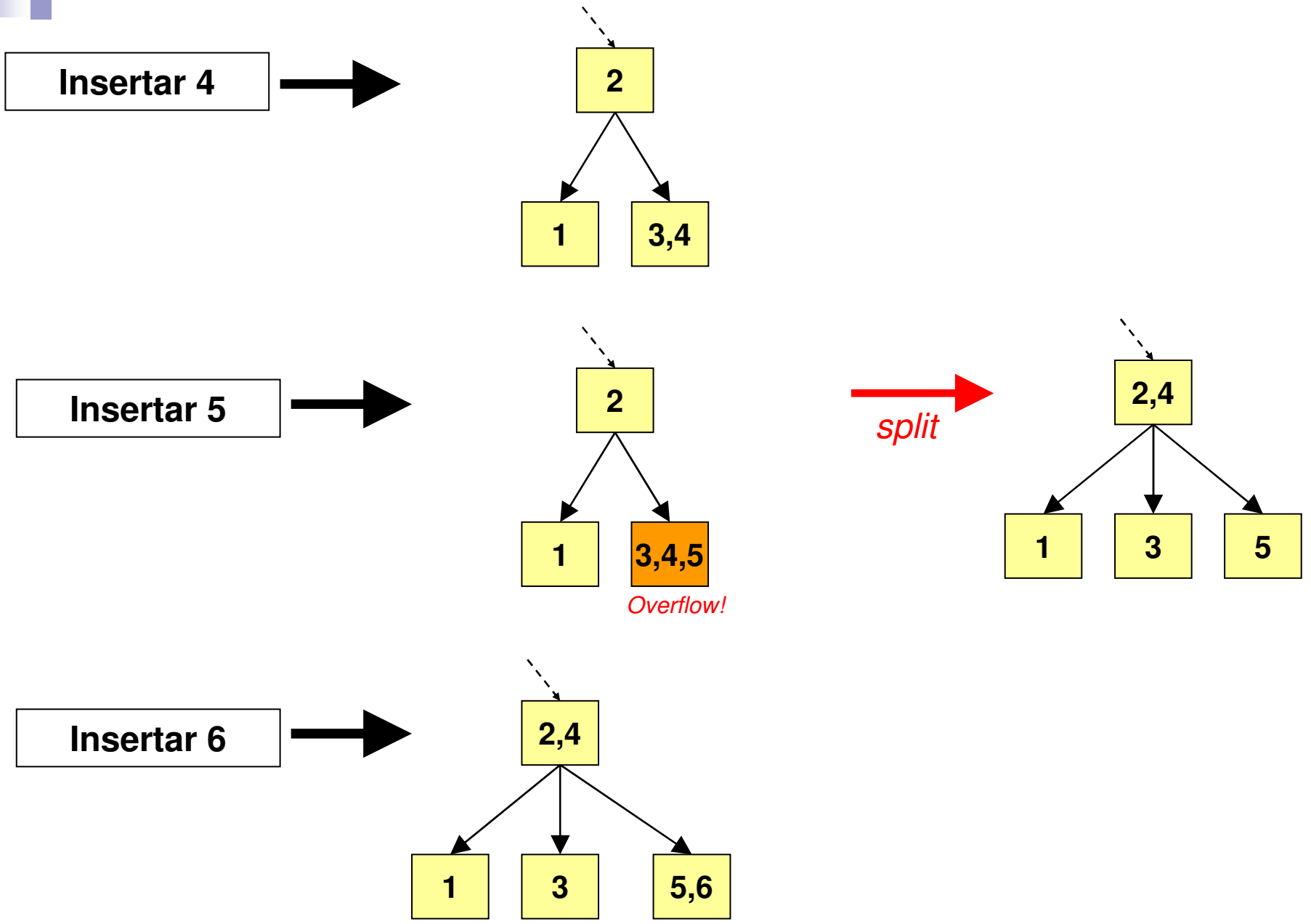


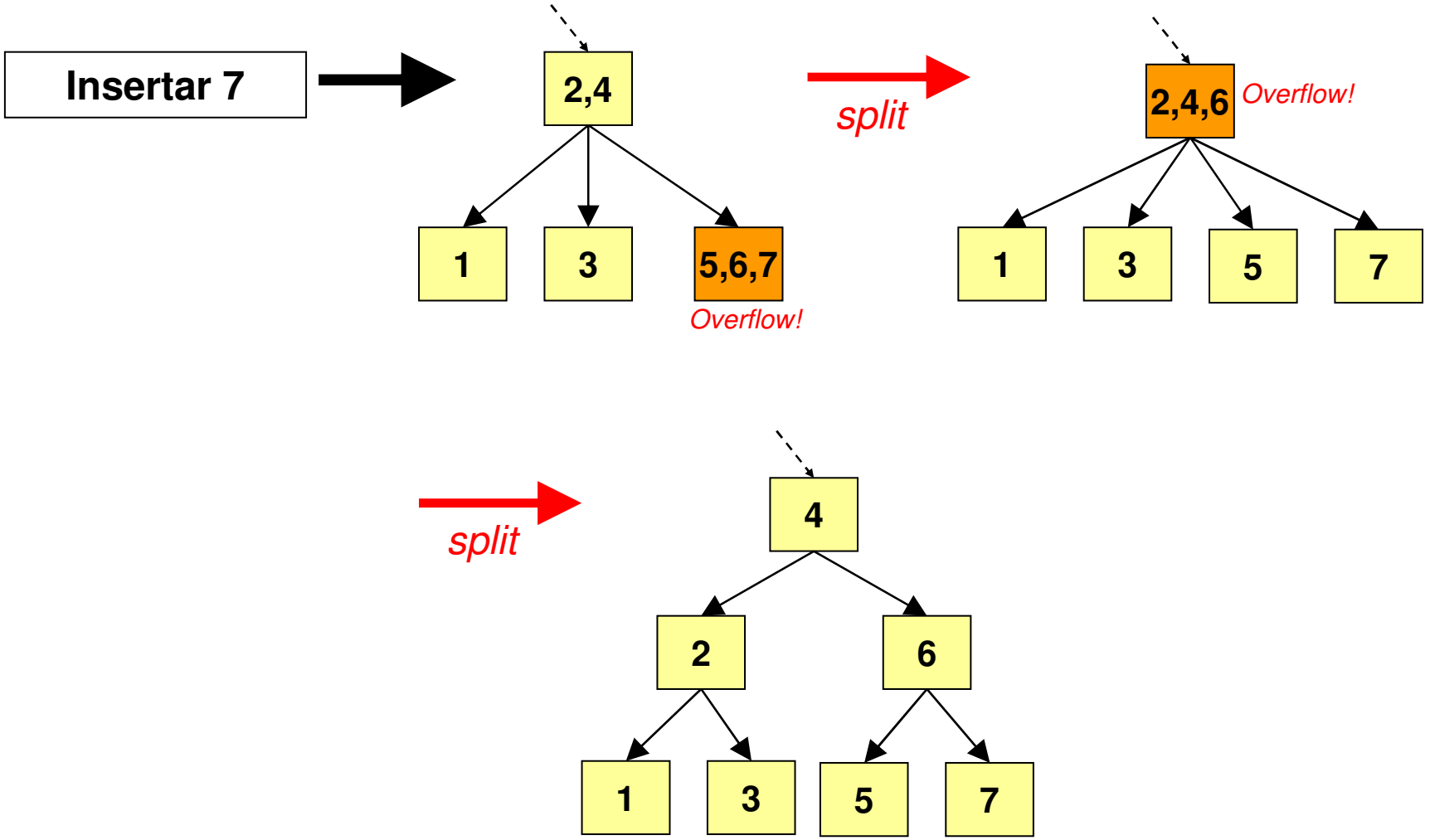
Inserción en Árbol 2-3

- Para insertar un valor *X*, primero hacer una búsqueda del elemento. Si se encuentra, no hay que hacer nada
- Si no se encuentra se agrega el elemento al último nodo visitado *n* (hoja):
  - Si *n* es nodo “2”, se agrega *X* y ahora es nodo “3”
  - Si *n* es nodo “3”, se agrega *X* y ocurre un *overflow*
    - Un *split* divide *n* en un nodo “2” con el menor valor, otro nodo “2” con el mayor valor y el valor central *C* sube un nivel y se agrega al nodo padre
    - Si el nodo padre es “2”, se agrega *C y* ahora es nodo “3”
    - Si el nodo padre es “3” , se agrega *C y* hace *overflow*, se continúa el split recursivamente hasta posiblemente crear un nuevo nodo raíz

Inserción en Árbol 2-3




Insertar 4
2
1
3,4
Insertar 5
2
1
3,4,5
Overflow!
split
2,4
1
3
5
Insertar 6
2,4
1
3
5,6


Insertar 7
2,4
1
3
5,6,7
Overflow!
split
2,4,6
Overflow!
1
3
5
7
split
4
2
6
1
3
5
7

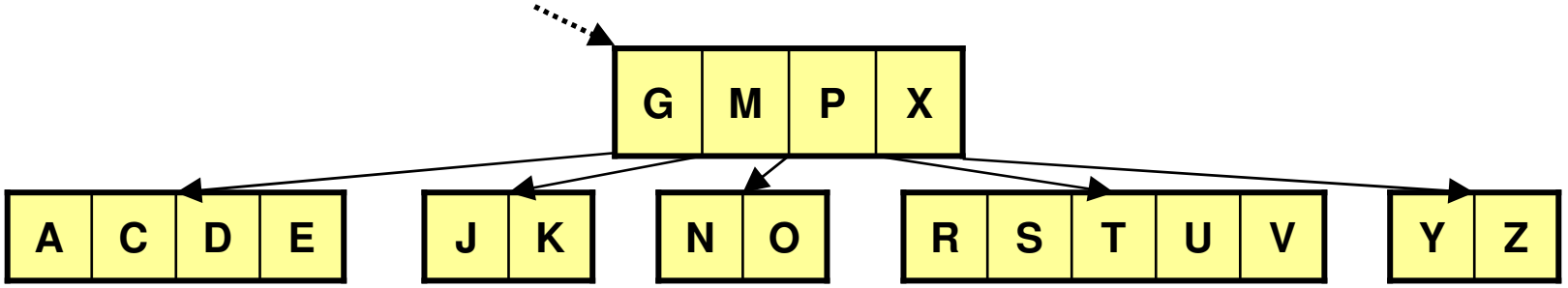
Árbol 2-3

- El árbol 2-3 es perfectamente balanceado
  - Para cada nodo todos sus subárboles tienen la misma altura
  - Todos los caminos desde la raíz a alguna hoja tienen el mismo largo
- Los costos de búsqueda, inserción y eliminación tienen un costo logarítmico

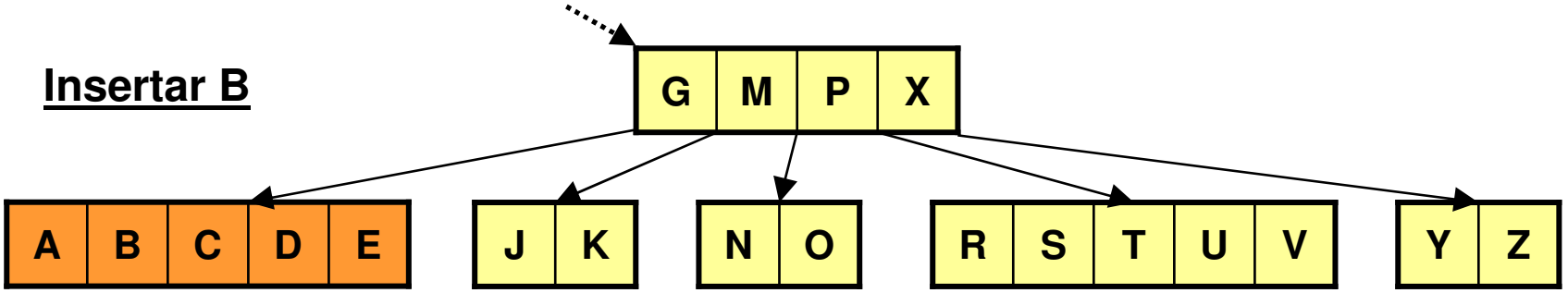
Árbol B

- Cada nodo puede tener una cantidad máxima de *p* elementos ordenados (orden *p*)
  - Generalización del árbol 2-3 (donde *p*=3)
  - El split crea dos nodos cada uno con *p/2* elementos y rebalsa un elemento al padre.
  - El tamaño de *p* se fija según un tamaño de página de disco.
- Árbol B*: Aumenta el nivel de ocupación mínimo. Mueve elementos entre nodos hermanos. El split agrupa dos nodos completos y crea tres, para lograr una ocupación mínima de 66%.
- Árbol B+: Los datos sólo se guardan en las hojas. Los nodos internos sólo contienen separadores para la búsqueda.

Ejemplo B-Tree de orden 5



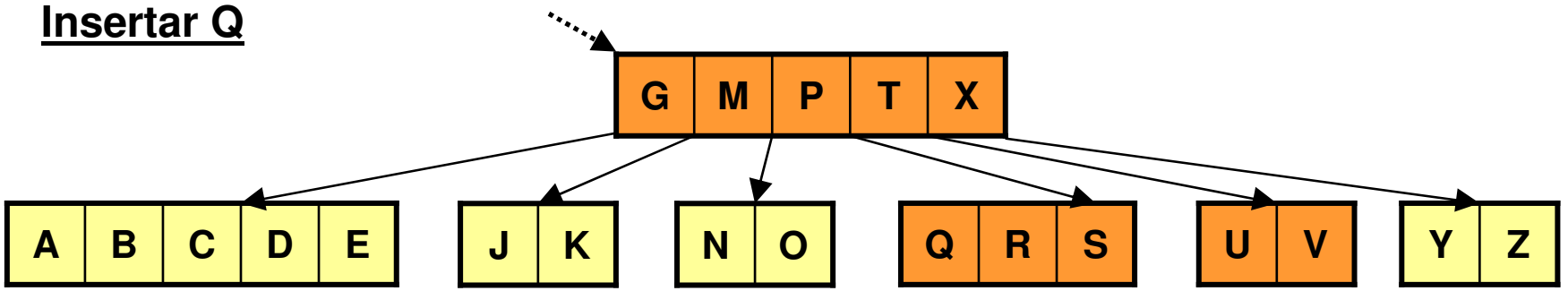
Insertar B



Insertar Q…

Ver Introduction to Algorithms. Cormen et al. Cap 18.

Ejemplo B-Tree de orden 5



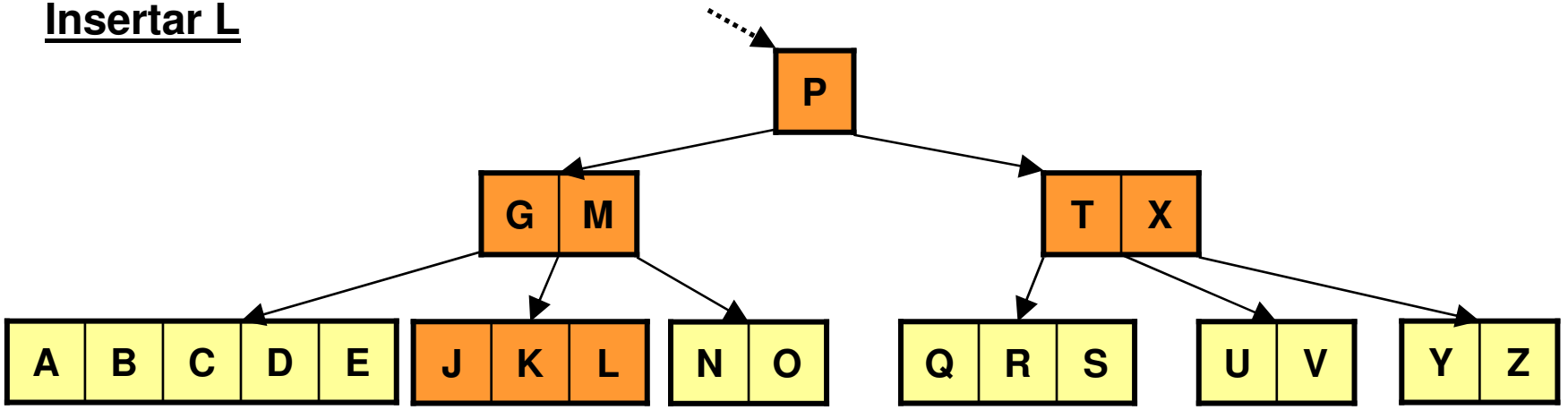
- Al agregar Q se obtiene un nodo QRSTUV que hace overflow
- Se hace split en dos nodos QRS y UV y el elemento T se agrega al padre

Insertar L…

Ver Introduction to Algorithms. Cormen et al. Cap 18.

Ejemplo B-Tree de orden 5

Insertar L



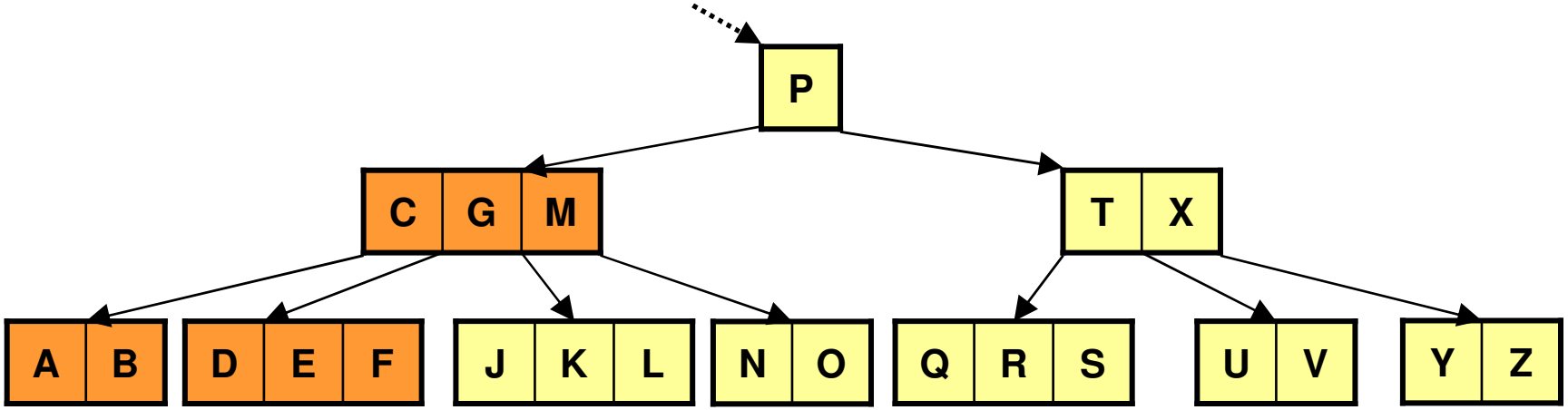
- Variante: Para evitar volver hasta la raiz con splits encadenados, mientras está bajando si se encuentra con un nodo completo dividirlo de inmediato

Insertar F…

Ver Introduction to Algorithms. Cormen et al. Cap 18.

Ejemplo B-Tree de orden 5

Insertar F



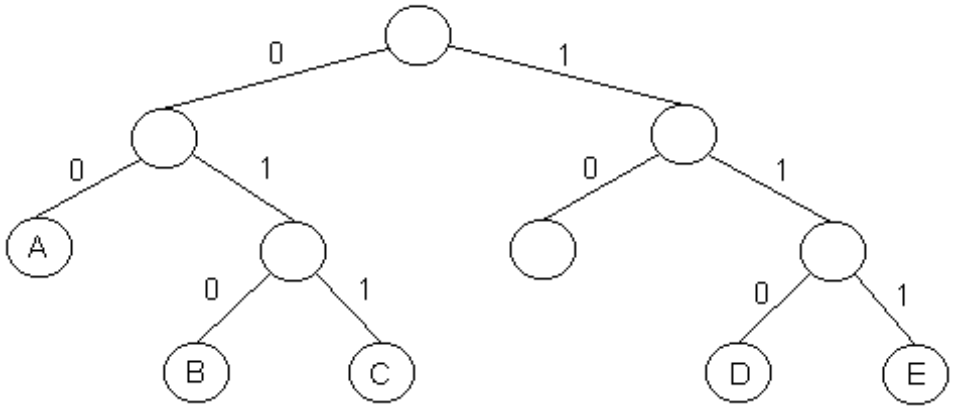
- Se obtiene un nodo ABCDEF que se divide en dos y C es el elemento que se agrega al padre

Ver Introduction to Algorithms. Cormen et al. Cap 18.

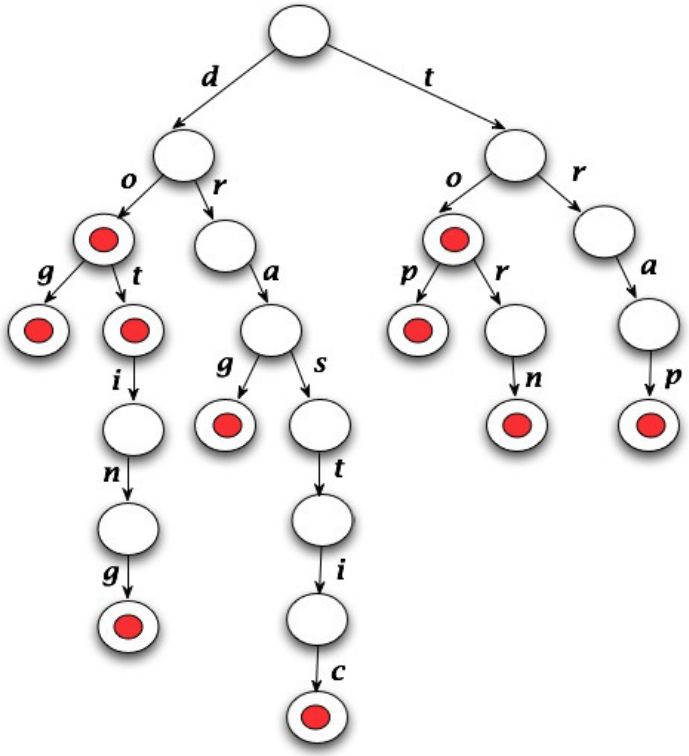
Árbol Digital (Trie)

- Árbol digital o Árbol de prefijos o Trie
- Los elementos se representan como secuencias de símbolos
  - Strings son secuencias de caracteres: “hola” = h, o, l, a
  - Números enteros son secuencias de bits: 14 = 1, 1, 1, 0
- Todas las secuencias de símbolos se guardan en un único árbol compartiendo prefijos comunes
- Las secuencias corresponden a los caminos desde la raíz a cada nodo
- Cada nodo marca si su secuencia es válida o no
- Variante: Comprimir caminos, representando cadenas de símbolos (Árbol Patricia)

Árbol Digital (Trie)



A = 00100
B = 01000
C = 01111
D = 11000
E = 11101



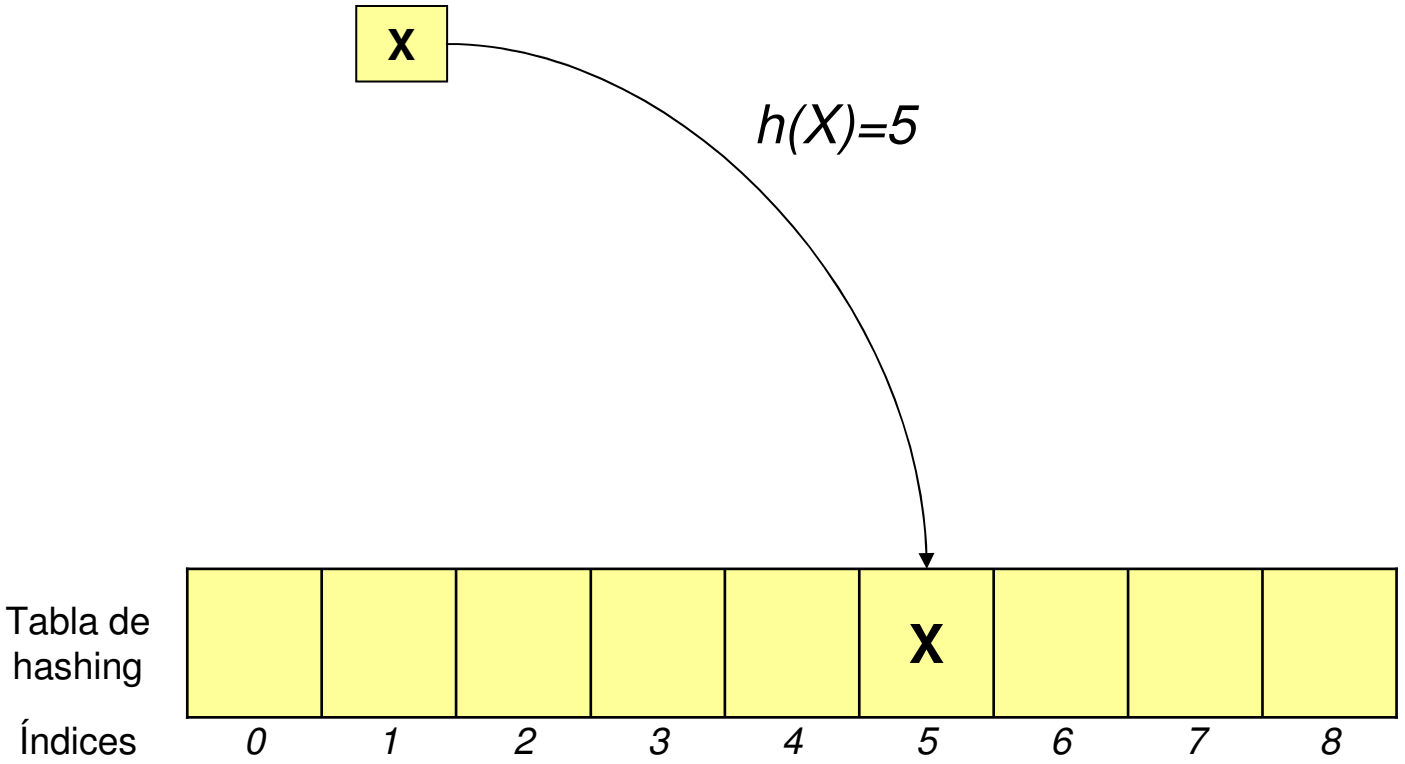
Árbol Digital (Trie)

- Para strings una opción es usar un árbol de 26 hijos por nodo (o hasta 256 hijos si se usa un byte como símbolo)
  - Muy baja ocupación de los nodos
  - Una lista enlazada de hijos evita tener un array fijo por nodo, pero hace más lento avanzar por el árbol
- Opción 1: Reducir el tamaño del alfabeto: representar bytes como pares de 4 bits (nodos con 16 hijos aunque caminos con el doble de largo)
- Opción 2: Calcular un nuevo alfabeto: Huffman Codes obtiene una representación binaria de cada símbolo según su probabilidad de aparición, generando cadenas más cortas para los más probables (ej: a=10, x=110101)

Hashing

- Guardar todos los valores en un arreglo de tamaño fijo *m* predefinido
- Definir una función *h* (función de hash) que para cada elemento *X* calcula un valor *h(X)* como un entero entre 0 y *m*-1
- El valor *h(X)* es la posición donde almacenar *X* en la tabla
- Propiedades deseadas para *h*:
  - Debe depender de todo el contenido de X
  - Debe retornar valores uniformemente distribuidos entre 0 y m-1 (función pseudoaleatoria)

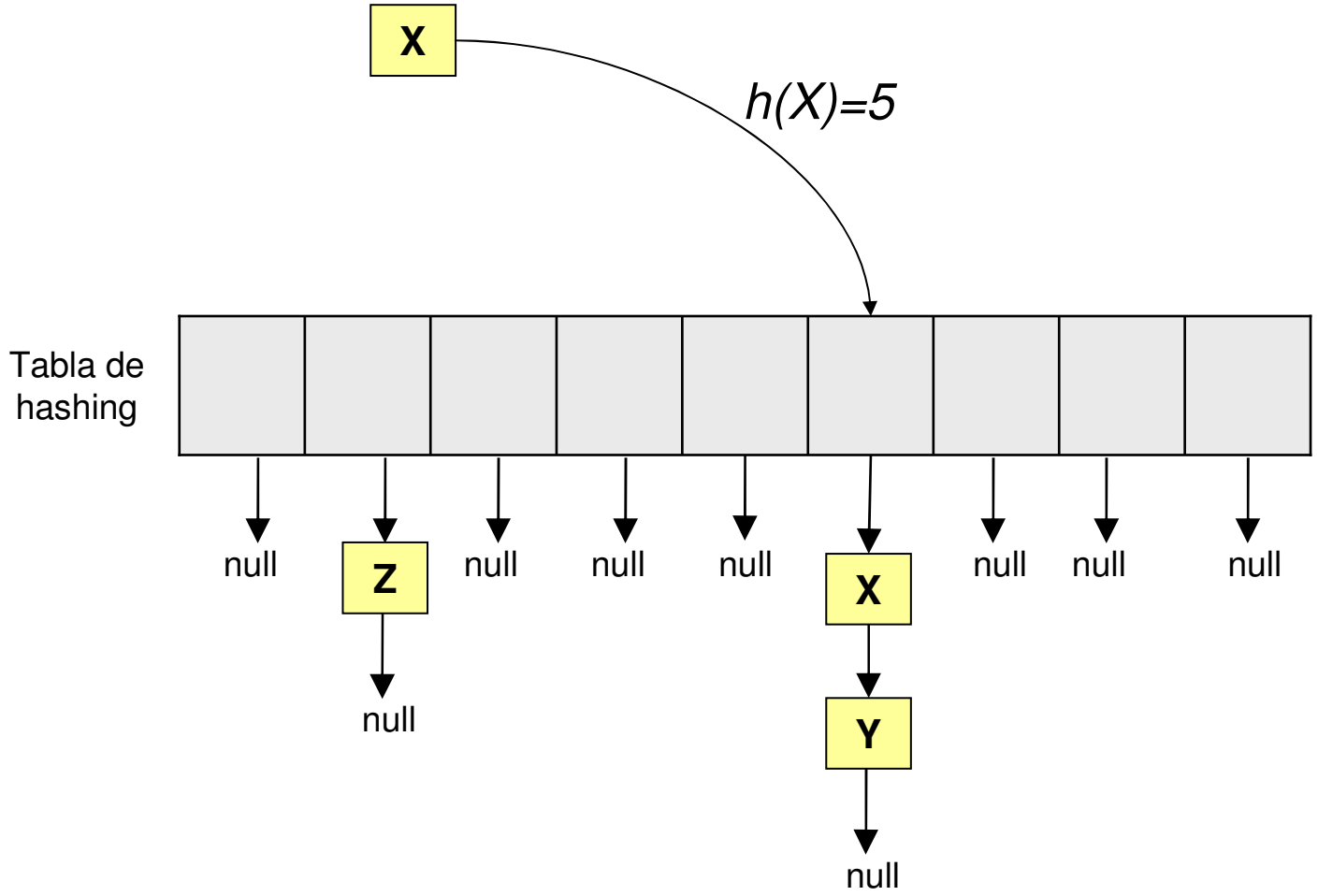
Hashing



Hashing

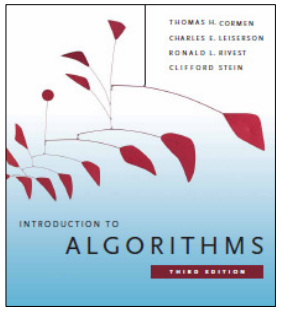
- Cuando X≠Y pero h(X)=h(Y) se dice que ocurre una colisión
  - Encadenamiento: La tabla de hashing es un arreglo de listas enlazadas con todos los elementos asignados a la misma ubicación
    - Factor de carga: cantidad de elementos / tamaño de la tabla de hashing
  - Direccionamiento abierto: No usar espacio extra, si no que intentar con otra función de hash (por ejemplo, con h(X)+1)

Encadenamiento



Material de Estudio

- **Introduction to Algorithms 3rd edition**. Cormen et al. 2009.
  - Cap 6 (heaps)
  - Cap 10 (queue, tree)
  - Cap 11 (hashtable)
  - Cap 12 (BST)
  - Cap 18 (B-Tree)



- Material del curso CC3001-Algoritmos y Estructuras de Datos
  - https://users.dcc.uchile.cl/~bebustos/apuntes/cc3001/