



# Modelos dinámicos y computacionales en Economía

## Modelos Basados en Agentes: Distribución

Licenciatura en Economía, FCEA, UDELAR

18 de noviembre de 2021

## Contenido de la clase:

- Problema de la distribución del ingreso en Economía
- Distribuciones en los sistemas económicos: distribuciones estables
- Ejemplos en R
- Ejemplo: SugarScape

# Distribuciones estables

## Introducción

- Introducidos por Paul Lévy en 1920
- Idea: son funciones de distribución que conservan su “forma” bajo adición.
- Ejemplo: en las distribuciones normales, con  $X_1 \sim N(\mu, \sigma)$  y  $X_2 \sim N(\mu, \sigma)$ , entonces  $aX_1 + bX_2 \xrightarrow{d} cX + d$ .
  - para  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$  y  $d \in \mathbb{R}$ .
- Distribuciones para las cuales conocemos sus formas funcionales: distribución normal, distribución de Cauchy y distribución de Lévy.

### En general:

$X$  es estable  $\iff \forall n > 1$ , existen constantes  $c_n > 0$  y  $d_n \in \mathbb{R}$  tales que:  
 $X_1 + \dots + X_n \stackrel{d}{=} c_n X + d_n$ , donde  $X_1 + \dots + X_n$  son copias independientes de  $X$ .

# Distribuciones estables

## Parametrización

- Las distribuciones estables requieren de 4 parámetros para describirse:
  - un índice de estabilidad o exponente característico  $\alpha \in (0, 2]$
  - un parámetro de asimetría  $\beta \in [-1, 1]$
  - un parámetro de escala  $\gamma > 0$
  - un parámetro de localización  $\delta \in \mathbb{R}$
- observar relación entre  $(\gamma, \delta)$  y  $(\sigma, \mu)$
- Algunos casos particulares:
  - $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  es estable, con  $(\alpha = 2)$
  - $X \sim \text{Cauchy}(\gamma, \delta)$  es estable, con  $(\alpha = 1, \beta = 0)$
  - $X \sim \text{Lévy}(\gamma, \delta)$  es estable, con  $(\alpha = 1/2, \beta = 1)$

# Distribuciones estables

## Propiedades (I)

Sea  $X \sim S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$  con  $0 < \alpha < 2$  y  $-1 < \beta < 1$ .

Cuando  $x \rightarrow \infty$ ,

- $P(X > x) \sim \gamma^\alpha c_\alpha (1 + \beta) x^{-\alpha}$
- $f(x) \sim \alpha \gamma^\alpha c_\alpha (1 + \beta) x^{-(\alpha+1)}$
- la cola de la distribución se distribuye como una ley de potencias.
- consecuencia:  $\langle x^m \rangle$  es finito para  $0 < m < \alpha \rightarrow$   
para  $\alpha < 2$ ,  $\langle x^2 \rangle$  no es finito.

# Distribuciones estables

## Propiedades (II)

### Repaso: Teorema Central del Límite

La suma normalizada de v.a. I.I.D. con varianza finita converge a una distribución Normal.

$$\frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{d} Z \sim N(0, 1) \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (1)$$

$$a_n(X_1 + \dots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z \sim N(0, 1) \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (2)$$

con  $a_n = 1/\sigma\sqrt{n}$  y  $b_n = \sqrt{n}\mu/\sigma$ .

El Teorema Central del Límite Generalizado levanta el supuesto de varianzas finitas y llega a la conclusión que el único resultado posible es una distribución estable (ver que incluye a la definición anterior).

### Teorema Central del Límite Generalizado

Una v.a.  $Z$  es  $\alpha$ -estable para  $0 < \alpha \leq 2 \iff$  existe una secuencia de v.a. I.I.D. y constantes  $a_n > 0$ ,  $b_n \in \mathbb{R}$  tales que

$$a_n(X_1 + \dots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z \quad (3)$$

# SugarScape

## Breve introducción

- Uno de los primeros Modelos Basados en Agentes (ABM) a gran escala fue SugarScape<sup>1</sup>.
- Consiste en una serie de modelos basados en una población con visión limitada y con recursos disponibles que se encuentran distribuidos en un espacio de dos dimensiones.
- Los agentes observan a su alrededor, encuentran el lugar más cercano con azúcar, se mueven hacia allí y metabolizan.
- Los agentes también pueden contaminar, morir, reproducirse, heredar recursos, transferir información, comerciar azúcar o transmitir enfermedades.

---

<sup>1</sup>Epstein, J. M., & Axtell, R. (1996). *Growing artificial societies: social science from the bottom up*. Brookings Institution Press.

# SugarScape

## Breve introducción (cont.)

- El azúcar es una metáfora de los recursos en este mundo simulado, a través del cual podemos analizar los efectos de distintas dinámicas sociales.
- Este trabajo fue la inspiración para una serie de “modelos generativos”, lo que hizo crecer el campo de los ABM en economía y en las Ciencias sociales en general.
- Es una metodología especialmente útil para la economía del comportamiento: se utilizan modelos con racionalidad limitada, cuyos agentes no tienen información completa y utilizan atajos o heurísticas para tomar decisiones.



# SugarScape

## Modelo

- En **Archivo / Biblioteca de Modelos / Sample Models / Social Science / Economics / Sugarscape / "Sugarscape 3 Wealth Distribution"**.
- Incluido en el capítulo 2 de Epstein & Axtell (1996), nos permite analizar la distribución de la riqueza.
- Cada patch contiene azúcar, cuya cantidad aumenta hasta un cierto límite.
- En cada tick del reloj, cada agente se moverá al lugar más cercano visible con la mayor cantidad de azúcar y recolecta todo el azúcar que encuentra en el patch.
- Cada agente consume energía, por lo cual gasta azúcar. Si se queda sin azúcar, muere.
- Los agentes también mueren cuando llegan a la edad máxima que les fue asignada. En ese momento, se crea un nuevo agente en otro punto de la grilla.

- En este caso, notar que existen variables globales, variables que afectan a los agentes y variables que afectan a los patches.
- Procedimientos:
  - Se encuentran presentes SETUP y GO, junto con otros que son más específicos.
  - Específicos de los patches (setup-patches, patch-growback, patch-recolor)
  - Específicos de los agentes (turtle-setup, turtle-move, turtle-eat)

- Podemos visualizar la población inicial y las cantidades mínima y máxima de riqueza (azúcar) inicial.
- También se observan gráficos de la distribución de la riqueza, la curva de Lorenz y la dinámica del Índice de Gini.

- ① ¿Cantidad mínima y máxima de azúcar inicial?
- ② ¿Metabolismo?
- ③ ¿Visión?
- ④ ¿Cantidad de azúcar que obtienen del patch?
- ⑤ Un monitor para observar el valor del Índice de Gini.
- ⑥ Un impuesto *progresivo* al azúcar en conjunto con un reparto similar a una *renta básica*, ¿que efecto tiene sobre la desigualdad? (para la próxima clase).