# Modelos Dinámicos y Computacionales en Economía

## Una extensión dinámica del modelo clásico de determinación de precios


Gabriel Brida - Emiliano Alvarez - Gaston Cayssials

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y DE ADMINISTRACIÓN
DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

## Resumen

Este documento generaliza el modelo clásico de determinación de precios de producción para dos bienes mediante la introducción de una dinámica generada por la posibilidad que la tasa de ganancia sea calculada usando precios de diferentes períodos. En este marco, los precios presentan una codependencia entre los dos sectores, dados por la tasa de ganancia, y las transacciones entre industrias. En esta configuración y en tiempo discreto, el modelo puede ser representado por un sistema dinámico bidimensional no lineal de ecuaciones en diferencias de segundo orden. El estudio muestra que el sistema dinámico admite una solución única para cualquier condición inicial y que existe un equilibrio no trivial único. Además, se puede demostrar que, localmente, el sistema dinámico puede ser representado en la forma canónica $x_{t+1} = f(x_t)$ y que la estabilidad del equilibrio depende de los parámetros tecnológicos del proceso de producción.
Brida, J.G., Cayssials, G., Córdoba, O. And Puchet, M. (2020) A dynamic extension of the classical model of production price determination. *Journal of Dynamics and Games* v.:7 (3) pp. 185 -196

# estructura

1) Introducción
2) Caso I: Tasa de Ganancia Nula
3) Caso II: Tasa de Ganancia Constante
4) Caso III: Tasa de Ganancia calculada en el período de producción
5) Caso IV: Tasa de Ganancia adelantando salarios
6) Caso V: Tasa de Ganancia calculada a partir de precios de insumos y de realización de las mercancías
7) Conclusiones del trabajo
8) Oferta y demanda dinámica: modelo de la telaraña.

# 1.-Introducción: una historia simple de un asunto complicado

El modelo clásico de determinación de precios especifica una relación entre precios y costos de producción.
Los costos de producción son de dos tipos: capital circulante y salarios.
El cálculo de los precios se realiza agregando a estos costos una proporción que constituye el beneficio del capitalista.
Ese excedente cubre la reposición del capital fijo, los gastos de consumo capitalista y la inversión en nuevos medios de producción.

El modelo asume que:

1. el productor es, a su vez, el propietario de los medios de producción y el capitalista
2. se paga un salario competitivo
3. la proporción que se suma a los costos para obtener una ganancia resulta de la competencia entre quienes producen diferentes mercancias.
4. el período de producción es tan largo como para poder llevar a cabo todas las etapas del proceso.

Esta concepción supone entonces

1. que los precios se determinan por los costos de producción
2. que existe competencia entre trabajadores y entre capitalistas
3. y al mismo tiempo, la tasa de salario y la tasa de ganancia resultan **uniformes** para todas las actividades como resultado de la competencia en los mercados respectivos.

El período en que transcurren las acciones de los capitalistas y trabajadores comprende las siguientes etapas:

1. Adquisición de todas las mercancias para producir
2. contratación de la mano de obra
3. puesta en práctica del proceso productivo
4. realización por medio del mercado de las mercancias producidas
5. obtención de los fondos para recuperar todos los gastos y para financiar el siguiente período
6. entradas y salidas de productores hasta que exista una composición por actividades del conjunto de mercancías que sea estable

En términos generales, en este marco conceptual opera el modelo de producción simple propuesto por Sraffa. La especificación del modelo para $n$ bienes, la tasa de salario $w$ para la fuerza de trabajo y la tasa de ganancia $r$ requiere de un sistema de $n+1$ ecuaciones lineales. Uno de los precios es el numerario de forma que los demas precios se miden en forma relativa respecto de esa mercancia de referencia.

Los precios determinados en el modelo son **Precios Naturales**, expresan lo persistente, lo no accidental y las fuerzas no contingentes que rigen al sistema económico.
Se distinguen de los **Precios de Mercado**, que reflejan todo tipo de influencias, muchas de tipo accidental o contingente.
Los precios resultantes del modelo son aquellos que se determinan en el largo periodo e igualan el precio con los costos de producción más el excedente dada una de las tasas de salario o de ganancias.

Foco, la preocupación de Sraffa: determinar las condiciones de equilibrio de un sistema de precios y la tasa de ganancia, **independientemente del estudio de las fuerzas que pueden llevar a ese estado de equilibrio**

El período de la determinación de los precios constituye la idea del tiempo subyacente en el proceso de producción que tenian los clásicos.
El tiempo contiene los momentos de la competencia a la entrada y a la salida del proceso productivo y es consistente con sus fases:

1. compra de insumos
2. transformación de mercancias en mercancias
3. realización de los productos resultantes

Los precios se determinan una vez que se han efectuado todas las fases y hasta que las condiciones para reiniciar el proceso se han cumplido.
**Ese es el largo período del modelo.**

Desde el punto de vista de la dinámica intrínseca del proceso de producción, el supuesto de que todas sus etapas ocurren sin distinguir momentos para cada una de ellas es extremadamente restrictivo.

**....asunto complicado...**

1. Si los precios de producción se forman a partir de los costos, entonces los precios mediante los cuales se calculan los costos ya se dan cuando comienza la producción y, por lo tanto, deben diferenciarse de los precios de los bienes producidos.
2. Si el cálculo del precio consiste en adicionar a los costos la ganancia estimada como resultado de aplicar una tasa de ganancia a esos costos, esta tasa es el cociente entre: a) el precio de la mercancía menos el costo en que incurrió el productor y ,
   b) el costo en sí mismo.
   Por lo tanto, esta tasa es una función tanto de i) el precio normal que el productor calcula dado el capital y el trabajo que utiliza como de ii) los precios a través de los cuales pagó sus insumos.

En el proceso de producción la determinación de los precios se basa en dos tipos de condiciones:

1. condiciones estructurales especificadas mediante la existencia de la técnica de producción y la competencia entre los trabajadores que se expresa en una tasa uniforme de salario; ambas, técnica y tasa, están dadas y fijan la estructura en el sentido sustancial de que delimitan el entorno en que operan los productores y en el formal de la representación matemática, y

condiciones de comportamiento de los productores establecidas mediante un cálculo de costos que reconoce que la producción es un proceso secuencial de tres fases y que los productores toman en consideración:

1. los precios de los insumos (o precios de compra)
2. los precios de la fase transformación de las mercancías - insumos - por el trabajo para obtener nuevas mercancías - productos - y
3. los precios de realización de las mercancías o precios de venta.

El **largo período** comprende la realización de los tres momentos anteriormente descritos, el supuesto de que todos ellos ocurran simultaneamente es una restricción demasiado fuerte.

La introducción de estos diferentes momentos conduce a considerar precios diferentes para cada uno de ellos y a modificar en concordancia el cálculo de la tasa de ganancia de la siguiente manera según el caso: a) como una tasa constante y uniforme,
b) función de los precios de los insumos y el precio normal y
c) dependiente de esos dos precios y del precio de realización.
En estas especificaciones, se puede analizar en conjunto:

1. la determinación de los precios,
2. la existencia de precios positivos (o la viabilidad de la representación del modelo)
3. la existencia y estabilidad de un vector de precios de equilibrio del modelo, y
4. el rol que juega la tasa de ganancia uniforme respecto de los tres puntos anteriores.

**el modelo**

Se considera una economía de producción simple de dos mercancías por dos mercancías. La tecnología relacionada con los medios de producción se define con cuatro coeficientes de entrada $a_{ij}$. Es decir, la matriz 2 x 2 que representa las condiciones técnicas de producción en el sector 1 y el sector 2 está dada por:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \tag{1}$$

el modelo:

$$P = \begin{pmatrix} 1 + r_1 & 0 \\ 0 & 1 + r_2 \end{pmatrix} A'P + wL \tag{2}$$

donde $P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $l_1 + l_2 = l$

## 2.-Caso I: Tasa de Ganancia Nula

En este caso el modelo es:

$$P_t = A' P_{t-1} + wL \tag{3}$$

El equilibrio viene dado por:

$$P^* = (I - A')^{-1} wL \tag{4}$$

Observación: el punto de equilibrio $P^*$ del sistema (3) es un atractor para todos los valores de los parámetros que verifican las condiciones de Brauer-Solow:

$$1 - tr(A) + det(A) > 0$$

# 3.-Caso II: Tasa de Ganancia Constante

El modelo ahora está representado por:

$$P_t = (1 + r)A'P_{t-1} + wL \tag{5}$$

y $r_t = r, \forall t$
La existencia del equilibrio depende de que $\frac{1}{1+r}$ no sea raíz característica de $A$, en ese caso
el punto de equilibrio viene dado por:

$$P^* = (I - (1 + r)A')^{-1}wL \tag{6}$$

La estabilidad del equilibrio depende de los valores propios de $(1+r)A$. Para que el sistema (5) tenga precios convergentes al equilibrio, es necesario que los valores propios $\lambda$ cumplan con la siguiente desigualdad:

$$0 < r < \frac{2}{\sqrt{Tr^2(A) - 4det(A)}} - 1 \tag{7}$$

# 4.-Caso III: Tasa de Ganancia calculada en el período de producción

Supongamos que la tasa de ganancia aplicada por el productor en el período $t$ se calcula en términos del precio del período anterior $r_t = r(p_{t-1})$.

$$\begin{cases} r_{1t} = \frac{p_{1t} - (a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1)}{a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1} \\ r_{2t} = \frac{p_{2t} - (a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2)}{a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2} \end{cases} \tag{8}$$

La tasa de ganancia como un cociente entre, por un lado el precio de la mercancía menos los costos incurridos en un período anterior y, por el otro, los costos.

Luego de reemplazar en el sistema (5):

$$\begin{cases} p_{1t} = (1 + \frac{p_{1t} - (a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1)}{a_{11}p_{1t} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1})(a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1}) + wl_1 \\ p_{2t} = (1 + \frac{p_{2t} - (a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2)}{a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2})(a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1}) + wl_2 \end{cases} \tag{9}$$

Resolviendo (11) para $P_t$ :

$$P_t = A' P_{t-1} + wL \tag{10}$$

Tenga en cuenta que la ecuación (10) coincide con la ecuación (2). Esto implica que la introducción de dos períodos en el modelo no cambia las propiedades dinámicas.

# 5.-Caso IV: Tasa de Ganancia adelantando salarios

En esta sección, el modelo se modifica asumiendo que a tasa de ganancia se calcula suponiendo que en los costos no entran los salarios y se mantiene el supuesto de que los salarios se pagan después de la venta de las mercancías. En este caso, los salarios $wl_i$ no entran en el cálculo de las tasas de ganancia.
el modelo es:

$$\begin{cases} p_{1t} = (1 + \frac{p_{1t} - (a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1})}{a_{11}p_{1t} + a_{21}p_{2t-1}})(a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1}) + wl_1 \\ p_{2t} = (1 + \frac{p_{2t} - (a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1})}{a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1}})(a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1}) + wl_2 \end{cases} \tag{11}$$

Resolviendo:

$$\begin{cases} p_{1t} = a_{11}p_{1t-1} + a_{12}p_{2t-1} + p_{1t} - a_{11}p_{1t-1} - a_{12}p_{2t-1} + wl_1 \\ p_{2t} = a_{21}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + p_{1t} - a_{21}p_{1t-1} - a_{22}p_{2t-1} + wl_2 \end{cases} \tag{12}$$

Por lo tanto, $w = 0$. Cuando la tasa de ganancia se calcula sin incorporar los costos salariales y los salarios se pagan ex post, la tasa de salario es nula lo que supone que todo el excedente generado son ganancias para el capitalista.

## 6.-Caso V: Tasa de Ganancia calculada a partir de precios de insumos y de realización de las mercancías

El modelo está representado por

$$\begin{cases} p_{1t} = \left(1 + \frac{p_{1t+1} - (a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1)}{a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1}\right)(a_{11}p_{1t+1} + a_{21}p_{2t+1}) + wl_1 \\ p_{2t} = \left(1 + \frac{p_{2t+1} - (a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2)}{a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2}\right)(a_{12}p_{1t+1} + a_{22}p_{2t+1}) + wl_2 \end{cases} \tag{13}$$

Reordenando:

$$\begin{cases} p_{1t}(a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1) = p_{1t+1}(a_{11}p_{1t+1} + a_{21}p_{2t+1}) \\ +wl_1(a_{11}p_{1t-1} + a_{21}p_{2t-1} + wl_1) \\ p_{2t}(a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2) = p_{2t+1}(a_{12}p_{1t+1} + a_{22}p_{2t+1}) \\ +wl_2(a_{12}p_{1t-1} + a_{22}p_{2t-1} + wl_2) \end{cases} \tag{14}$$

Notar que (14) es un sistema dinámico **no lineal** de ecuaciones en diferencias de orden dos.

# Equilibrio y estabilidad: análisis cualitativo

**Lema** El modelo (14) presenta un único equilibrio $P^* = \begin{pmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{pmatrix}$ que verifica:

$$P^* = (I - A')^{-1} wL \tag{15}$$

Además, ambos precios de equilibrio son positivos cuando las siguientes condiciones (de Hawkins-Simon) se verifican:

$$1 - a_{11} > 0$$
$$1 - Tr(A) + det(A) > 0$$

**Observación**

*Notar que los valores de equilibrio para $p_1^*$ y $p_2^*$ coinciden con los de los modelos lineales introducidos previamente.*

# Forma canónica del sistema dinámico

Para analizar la estabilidad del equilibrio único $P^* = (p_1^*, p_2^*)$, el primer paso es transformarlo en un sistema de ecuaciones en diferencias de primer orden de dimensión cuatro.

# Forma canónica del sistema dinámico

**Lema**
Despues de introducir el siguiente cambio de variables:

$$x_{1t} = p_{1t}, x_{2t} = p_{1t-1}, y_{1t} = p_{2t}, y_{2t} = p_{2t-1}$$

el modelo (14) puede ser representado por el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias de primer orden:

$$\begin{cases} x_{1t}\left(a_{11}x_{2t} + a_{21}y_{2t} + wl_1\right) - x_{1t+1}\left(a_{11}x_{1t+1} + a_{21}y_{1t+1}\right) \\ -wl_1\left(a_{11}x_{2t} + a_{21}y_{2t} + wl_1\right) = 0 \\ y_{1t}\left(a_{12}x_{2t} + a_{22}y_{2t} + wl_2\right) - y_{1t+1}\left(a_{12}x_{1t+1} + a_{22}y_{1t+1}\right) \\ -wl_2\left(a_{12}x_{2t} + a_{22}y_{2t} + wl_2\right) = 0 \\ x_{2t+1} = x_{1t} \\ y_{2t+1} = y_{1t} \end{cases} \tag{16}$$

# Forma canónica del sistema dinámico

### Observación

*Notar que las dos primeras ecuaciones del sistema nos dan las variables* $x_{1t+1}$ *y* $x_{2t+1}$ *como función de las variables rezagadas* $x_{1t}$, $y_{1t}$, $x_{2t}$, *y* $y_{2t}$. *Entonces, para representar el sistema dinámico en la forma canonica* $Z_{t+1} = \varphi(Z_t)$ *-donde* $Z_t = (x_{1t}, y_{1t}, x_{2t}, y_{2t})$*- introducimos el siguiente Lema.*

**Lema**

En las proximidades del punto de equilibrio $Z^* = (p_1^*, p_1^*, p_2^*, p_2^*)$ el sistema (16) puede ser representado en forma canónica

$$Z_{t+1} = \varphi(Z_t)$$

donde $Z_t = (x_{1t}, x_{2t}, y_{1t}, y_{2t})$

**Demostración**: Sea $G : R_+^8 \longrightarrow R_+^4$ dada por:

$$G(Z_{t+1}, Z_t) = \begin{pmatrix} x_{1t}\left(a_{11}x_{2t} + a_{21}y_{2t} + wl_1\right) - x_{1t+1}\left(a_{11}x_{1t+1} + a_{21}y_{1t+1}\right) - wl_1\left(a_{11}x_{2t} + a_{21}y_{2t} + wl_1\right) \\ y_{1t}\left(a_{12}x_{2t} + a_{22}y_{2t} + wl_2\right) - y_{1t+1}\left(a_{12}x_{1t+1} + a_{22}y_{1t+1}\right) - wl_2\left(a_{12}x_{2t} + a_{22}y_{2t} + wl_2\right) \\ x_{1t} \\ y_{1t} \end{pmatrix}$$

$G$ es una función continua, diferenciable que verifica:
$G(Z^*, Z^*) = (0, 0, 0, 0)$. Además, la matriz jacobiana de $G$ evaluada en $(Z^*, Z^*)$ es no singular. Entonces el teorema de la función implícita permite afirmar que existe un conjunto abierto $U \subset R_+^4$ que contiene a $Z^*$, un conjunto abierto $V \subset R_+^4$ que contiene a $Z^*$, y una única función continua diferenciable $\varphi : U \longrightarrow V$ tal que

$$\{(X, \varphi(Y)) | X \in U\} = \{(X, Y) \in U \times V | G(X, Y) = 0\} \tag{17}$$

En particular, si $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)$ la condición (17) implica que $\forall Z_t = (x_{1t}, y_{1t}, x_{2t}, y_{2t})$ el sistema (16) es equivalente a

$$\begin{cases} \varphi_1(x_{1t}, x_{2t}, y_{1t}, y_{2t}) = x_{1t+1} \\ \varphi_2(x_{1t}, x_{2t}, y_{1t}, y_{2t}) = x_{2t+1} \\ \varphi_3(x_{1t}, x_{2t}, y_{1t}, y_{2t}) = y_{1t+1} \\ \varphi_4(x_{1t}, x_{2t}, y_{1t}, y_{2t}) = y_{2t+1} \end{cases} \tag{18}$$

# Estabilidad del Equilibrio

Para estudiar la estabilidad del equilibrio $Z^*$ del sistema dinámico $Z_{t+1} = \varphi(Z_t)$ consideramos la aproximación lineal de $\varphi$ en las proximidades de dicho punto. La matriz jacobiana de la aproximación lineal está dada por:

$$J_\varphi(Z^*) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_1} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial y_1} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial y_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{19}$$

Entonces el polinomio característico de esta matriz es

$$P(\lambda) = \lambda^4 + C_3\lambda^3 + C_2\lambda^2 + C_1\lambda + C_0 \tag{20}$$

$$\begin{cases} C_3 = \frac{-1}{Det(B)}\left[a_{12}((1-a_{22})l_1 + a_{21}l_2)^2\right. \\ +2(a_{11}+a_{22})((1-a_{22})l_1 + a_{21}l_2)(a_{12}l_1 + (1-a_{11})l_2) + a_{21}(a_{12}l_1 + (1-a_{11})l_2)^2 \\ \\ C_2 = \frac{1}{Det(B)}\left[((1-a_{22})l_1 + a_{21}l_2)(a_{12}l_1 + (1-a_{11})l_2)\right. \\ -2a_{11}\left((a_{22}(a_{12}l_1 + (1-a_{11})l_2)(-a_{22}l_1 + a_{21}l_2) + a_{12}(a_{12}l_1 - a_{11}l_2)((1-a_{22})l_1 + a\right. \\ +(1-a_{12}-a_{22})l_1 - (1-a_{21}-a_{11})l_2 \\ \\ C_1 = \frac{1}{Det(B)}\left[a_{22}(a_{12}l_1 - a_{11}l_2)((1-a_{22})l_1 + a_{21}l_2)\right. \\ +a_{11}(a_{21}l_2 - a_{22}l_1)(a_{12}l_1 + (1-a_{11})l_2) \\ \\ C_0 = \frac{Det(A)}{Det(B)}(a_{21}l_2 - a_{22}l_1)(a_{12}l_1 - a_{11}l_2) \end{cases} \tag{21}$$

### Observación

*Dada la complejidad del polinomio característico $P(\lambda)$, la estrategia para analizar la estabilidad del sistema dinámico es presentar algunos casos particulares que reflejan los diferentes tipos de equilibrio posibles, y ejecutar una simulación para comprender la distribución de los diferentes tipos de equilibrio según el espacio de parámetros.*

La siguiente tabla tiene como entradas valores factibles de los parámetros para los cuales el punto de equilibrio del sistema tiene cero, uno, dos, tres o cuatro autovalores con un módulo menor que uno.

Cuadro:

| $a_{11}$ | $a_{12}$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | $l_1$ | $l_2$ | N$^o$ de valores propios con módulo menor que uno |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,96 | 0,02 | 0,01 | 0,94 | 0,09 | 0, 91 | cero (repulsor) |
| 0,89 | 0,06 | 0,06 | 0,75 | 0,53 | 0,47 | un (punto de silla) |
| 0,17 | 0,23 | 0,8 | 0,17 | 0,19 | 0,81 | dos (punto de silla) |
| 0,04 | 0,18 | 0,02 | 0,27 | 0,99 | 0,01 | tres (punto de silla) |
| 0,69 | 0,28 | 0,14 | 0,49 | 0,29 | 0,71 | cuatro (atractor) |

Para analizar la distribución de los diferentes tipos de equilibrios con respecto al espacio de parámetros ejecutamos una simulación. Los modelos de simulación permiten obtener información sobre variables (en este caso, la caracterización del estado estacionario del modelo) que no tienen un valor exacto, pero para las cuales asumimos una distribución. Entonces las variables de resultado también tendrán una distribución. Las simulaciones permiten obtener una distribución empírica de las variables de entrada y salida, así como las estadísticas correspondientes.

En el caso bajo estudio, los seis coeficientes del modelo se generan con una distribución uniforme, con valores entre cero y uno y verificando las condiciones de viabilidad. En el caso donde los valores generados cumplen con todas las condiciones, se evalúa el polinomio característico y sus raíces. Esta simulación se realizó por $100,000$ veces, donde $16,720$ casos verifican las restricciones. El resultado del ejercicio se describe en la siguiente tabla:

Cuadro:

| tipo de equilibrio | frecuencia | porcentaje |
|---|---|---|
| repulsor | 18 | 0,11 % |
| punto de silla | 16711 | 97,2 % |
| atractor | 29 | 0,17 % |

Notar que, de acuerdo con la simulación, el caso más frecuente para el punto de equilibrio del modelo es ser un punto de silla.