Modelos dinámicos y computacionales en Economía

Modelo de Oferta y Demanda Dinámica (Modelo de la telaraña)

Licenciatura en Economía, FCEA, UDELAR

21 de septiembre de 2021

Contenido de la clase:

- Repaso del modelo
  1. Modelo original
  2. Modelo con expectativas adaptativas
- Otras extensiones
  1. Modelo con inventario
- Solución numérica en R
  1. ¿Cómo escribimos un modelo en R?
  2. Modelo original
  3. Extensiones

Cobweb model: introducción

- Este modelo muestra que los precios pueden estar sujetos a fluctuaciones periódicas.
- Importancia del tiempo discreto.
- Para algunos valores de los parámetros, se alcanza el equilibrio.
- El comportamiento dinámico de los agentes no siempre converge al equilibrio.

Ecuaciones:

1. $D_t = \alpha - \beta p_t$
2. $S_t = -\gamma + \delta p_{t-1}$
3. $D_t = S_t$ (condición de equilibrio)

Variables:

- D: cantidad demandada
- S: cantidad ofrecida
- p: precio

Parámetros:

- α, β (parámetros demanda)
- γ, δ: (parámetros oferta)

Dinámica:

$$p_{t+1} = -\frac{\delta}{\beta} p_t + \frac{\alpha + \gamma}{\beta} \qquad (1)$$

Solución particular:

$$p^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{2}$$

Solución general:

$$p_t = \left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)\left(-\frac{\delta}{\beta}\right)^{t-1} + \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{3}$$

Importante:

- La ecuación 2 refleja el equilibrio intertemporal del modelo.
- $\left(p_1 - \dfrac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)$ nos muestra si comenzamos por encima o por debajo del precio de equilibrio y la distancia a él.
- La expresión $\left|\dfrac{\delta}{\beta}\right|$ es importante para conocer la estabilidad del modelo: atractor si es < 1, repulsor si es > 1, oscilatorio (puntos períodicos de período 2) si es igual a 1.

Cobweb model: modelo con expectativas adaptativas

Presentación del modelo

Ecuaciones:

1. $D_t = \alpha - \beta p_t$
2. $S_t = -\gamma + \delta p_t^e$
3. $p_t^e = \lambda p_{t-1} + (1-\lambda) p_{t-1}^e$
4. $D_t = S_t$ (condición de equilibrio)

Variables:

- D: cantidad demandada
- S: cantidad ofrecida
- p: precio
- p^e: precio esperado

Parámetros:

- α, β (parámetros demanda)
- γ, δ (parámetros oferta)
- λ: parámetro expectativas, $\lambda \in [0, 1]$

Dinámica:

$$p_{t+1} = \left[\frac{\beta - \lambda(\beta + \delta)}{\beta}\right] p_t + \frac{\alpha + \gamma}{\beta} \quad (4)$$

Solución particular:

$$p^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{5}$$

Solución general:

$$p_t = \left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)\left[\frac{\beta - \lambda(\beta + \delta)}{\beta}\right]^{t-1} + \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{6}$$

Importante:

- La ecuación 5 refleja el equilibrio intertemporal del modelo.
- $\left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)$ nos muestra si comenzamos por encima o por debajo del precio de equilibrio y la distancia a él.
- La expresión $\left[\frac{\beta - \lambda(\beta + \delta)}{\beta}\right]$ es importante para conocer la estabilidad del modelo.

- En este caso, levantamos el supuesto que $D_t = S_t$, $\forall t$.
- Como la oferta reacciona a las variaciones de precios, los productores guardan un inventario para hacer frente a imprevistos.

Ecuaciones:

1. $D_t = \alpha - \beta p_t$
2. $S_t = -\gamma + \delta p_t$
3. $p_{t+1} = p_t - \sigma(S_t - D_t)$

Variables:

- D: cantidad demandada
- S: cantidad ofrecida
- p: precio

Parámetros:

- α, β (parámetros demanda)
- γ, δ: (parámetros oferta)
- σ: parámetro de ajuste de precios

Pasos a seguir:

- sustituimos S_t y D_t en la tercera ecuación para que dependa sólo del precio y los parámetros.

$$p_{t+1} = [1 - \sigma(\beta + \delta)]p_t + \sigma(\alpha + \gamma) \tag{7}$$

1. ¿Solución particular?
2. ¿Solución general?

Cobweb model: modelo con inventario

Solución particular y general del modelo

1. Solución particular:

$$p^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{8}$$

2. Solución general:

$$p_t = \left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)[1 - \sigma(\beta + \delta)]^{t-1} + \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{9}$$

Importante:

- La ecuación 8 refleja (el mismo) el equilibrio intertemporal del modelo.
- $\left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)$ nos muestra (nuevamente) si comenzamos por encima o por debajo del precio de equilibrio y la distancia a él.
- Estabilidad? Ver valores de σ para los cuales la solución es estable.

Cobweb model: modelo con inventario

Solución particular y general del modelo

1. Solución particular:

$$p^* = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{8}$$

2. Solución general:

$$p_t = \left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right) [1 - \sigma(\beta + \delta)]^{t-1} + \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \tag{9}$$

Importante:

- La ecuación 8 refleja (el mismo) el equilibrio intertemporal del modelo.
- $\left(p_1 - \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}\right)$ nos muestra (nuevamente) si comenzamos por encima o por debajo del precio de equilibrio y la distancia a él.
- Estabilidad? Ver valores de σ para los cuales la solución es estable.
  Solución: $0 < \sigma < \frac{2}{\beta + \delta}$

Para escribir un modelo, necesitamos conocer:

- Parámetros del modelo.
- Variables del modelo.
- Manera en que se relacionan los parámetros y las variables (ecuaciones).
- Valores iniciales de las variables.

- Dar valores a los parámetros:
  - $\beta = 10$; $\delta = 5$;
  - $\alpha = 1000$; $-\gamma = 250$.
- Generar las variables relevantes para la dinámica (p, S, D).
- Establecer una condición inicial para p: $p_{(t=1)} = 25$
- Escribir la estructura de control para generar la dinámica del sistema:
  - utilizamos la ecuación de movimiento del sistema.
  - por 50 iteraciones (utilizar un *for* o un *while*)
  - Para los valores iniciales, ¿qué podemos decir de la estabilidad del modelo?

- Dar valores a los parámetros:
  - $\beta = 10$; $\delta = 5$;
  - $\alpha = 1000$; $-\gamma = 250$.
- Generar las variables relevantes para la dinámica (p, S, D).
- Establecer una condición inicial para p: $p_{(t=1)} = 25$
- Escribir la estructura de control para generar la dinámica del sistema:
  - utilizamos la ecuación de movimiento del sistema.
  - por 50 iteraciones (utilizar un *for* o un *while*)
  - Para los valores iniciales, ¿qué podemos decir de la estabilidad del modelo? Probar con:
    - $\beta = \delta = 10$
    - $\beta = 10$, $\delta = 10.5$

Escribir un modelo en R

Ejemplo 2: modelo Cobweb con expectativas adaptativas

- Utilizaremos los mismos valores de los parámetros $\longrightarrow \lambda = 0.5$
- ¿qué debemos cambiar en el código anterior para trabajar con expectativas adaptativas?
- Mostrar que el equilibrio es el mismo $\longrightarrow$ ¿qué es lo que cambia?

- Utilizaremos los mismos valores de los parámetros $\longrightarrow \sigma = 0.5$
- ¿qué debemos cambiar en el código original para trabajar con inventarios?
- Mostrar que el equilibrio es el mismo $\longrightarrow$ ¿qué es lo que cambia?