Modelos dinámicos y computacionales en Economía

Modelo de Solow

Licenciatura en Economía, FCEA, UDELAR

18 de setiembre de 2019

Contenido de la clase:

- Introducción del modelo de Solow en tiempo discreto
- Ecuaciones en tiempo continuo
- Resolución del modelo básico en tiempo discreto
- Resolución en tiempo continuo
- Extensiones
    1. Modelo con n decreciente
    2. Modelo con migración de trabajadores

Información del modelo:

- Consideremos una economía cerrada, con un único bien final.
- Los consumidores ahorran una proporción s de su ingreso disponible.
- Esta economía admite una firma representativa, con una función de producción agregada.
- Los mercados son competitivos $\rightarrow$ la cantidad de capital en el período t es consistente con el comportamiento de los hogares y la optimización de las empresas.

Ecuaciones en tiempo discreto

- $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$
- $Y_t = C_t + I_t$
- $K_{t+1} \leq F(K_t, L_t) + (1-\delta)K_t - C_t$
- $S_t \equiv I_t = Y_t - C_t = sY_t$
- $C_t = (1-s)Y_t$
- Ley de movimiento: $K_{t+1} = sF(K_t, L_t) + (1-\delta)K_t$

Algunas simplificaciones:

- La población crece a tasa constante
- No hay progreso técnico
- Trabajaremos en términos per cápita

Ecuaciones en tiempo discreto

En términos per cápita

- $k_t = \dfrac{K_t}{L_t}$
- $k_{t+1} = sf(k_t) + (1-\delta)k_t$
- $y_t = f(k_t) = k_t^{\alpha}$

Donde los valores de Estado Estacionario son:

- $k^* = \left(\dfrac{s}{\delta + n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$
- $y^* = \left(\dfrac{s}{\delta + n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$
- $k^{gr} = \left(\dfrac{\alpha}{\delta + n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ (golden rule: acumulación de capital que maximiza el consumo de los individuos)

Escribir el modelo per cápita, con $s = 0.25$, $\delta = 0.05$, $n = 0.02$, $\alpha = 0.40$, desde $t = 1$ hasta $t = 200$.

Pasos a seguir

- Generar los parámetros.
- Generar las variables relevantes para la dinámica (k, y).
- Establecer una condición inicial para k: $k_{(t=1)} = 1$
- Escribir la estructura de control para generar la dinámica del sistema.

Modelo en tiempo continuo

Modificamos un par de ecuaciones:

- $y(t) = f[k(t)] = k(t)^{\alpha}$
- $\dot{k}(t) = sf[k(t)] - (\delta + n)k(t)$

Para resolver el porblema en tiempo continuo, utilizamos el paquete "deSolve": **library(deSolve)** y la función **ode**.
¿Llegaremos al mismo resultado?

Extensión 1: modelo con n decreciente

Ahora, suponemos la población crece a una tasa n_t, decreciente y que tiende a cero.
Otra manera de verlo, es suponiendo la existe una cota superior $\boldsymbol{B}$ para la población total.
Utilizamos la ley de población de Verhulst (Verhulst, 1838):

$$L_{t+1} = L_t e^{r(1-\frac{L_t}{B})}$$

con $L_\infty = B$
Implementar en R, en base a la siguiente información:

- $n_t = \dfrac{L_{t+1}}{L_t} - 1 \rightarrow n_t = e^{r(1-\frac{L_t}{B})} - 1$
- $n_1 = 0.02$
- $r = 0.03$
- $L_1 = 100 \longrightarrow L_\infty = 300$

Extensión 2: modelo con dos países

Primer caso: dos países sin interacción, con $s^A < s^B$
¿cuál país tendrá un mayor capital y producto per cápita?

Segundo caso: dos países con interacción

- $s^A < s^B$
- Existen 1000 trabajadores, que eligen aleatoriamente su lugar de residencia en el primer período.
- En los períodos siguientes, toman en cuenta el diferencial de consumo per capita para decidir el país de residencia. La probabilidad de residir en el país A e el próximo período es igual a:
    - $p(A)=\dfrac{1}{1+e^{-\sigma(c_A-c_B)}}$ $\qquad \sigma > 0$ (parámetro de ajuste)