Un ciclo de crecimiento[1]

Richard M. Goodwin

Aquí se presenta un modelo de ciclos en las tasas de crecimiento austeramente esquemático y por tanto bastante irrealista. Me parece que este tipo de formulación ahora tiene mejores perspectivas que el enfoque más corriente de la teoría del crecimiento o de la teoría de ciclos, por separado o en combinación. Muchos de los elementos del razonamiento son comunes a ambos, pero en el presente papel se ponen juntos de una forma diferente.

Los siguientes supuestos se hacen por conveniencia:

(1) Progreso técnico sostenido (no incorporado);
(2) Crecimiento sostenido de la mano de obra;
(3) Sólo hay dos factores de producción, trabajo y 'capital' (planta y equipamiento), ambos homogéneos y no específicos;
(4) Todas las cantidades son reales y netas;
(5) Todos los salarios son consumidos, todos los beneficios son ahorrados e invertidos.

Estos supuestos son de un tipo más empírico, y más controvertido:

(6) Ratio capital-producto constante;
(7) Una tasa de salario real que aumenta en la proximidad del pleno empleo.

(5) podría sustituirse por ahorro proporcional constante, lo que cambiaría los números pero no la lógica del sistema. (6) podría ser atenuado pero significaría una seria complicación de la estructura del modelo.

Los símbolos usados son:
q es la producción;
k es el capital;
w es la tasa de salario;
$a = a_0 e^{\alpha t}$ es la productividad del trabajo; α es constante;
σ es el ratio capital-producto (inversa de la productividad del capital);
w/a es la participación de los trabajadores en el producto, $(1 - w/a)$ la de los capitalistas;
Excedente = beneficio = ahorro = inversión = $(1 - w/a)\, q = k'$.
Tasa de beneficio = $k'/k = q'/q = (1 - w/a)/\sigma$.
$n = n_0 e^{\beta t}$ es la oferta de trabajo, β es constante;
$l = q/a$ es el empleo.
Escribiendo $(q/l)'$ por $d/dt\,(q/l)$, tenemos:
$(q/l)'/\,q/l = q'/q - l'/l = \alpha$

con lo que $l'/l = (1 - w/a)\,/\,\sigma - \alpha$..

Llamemos $u = w/a$, $v = l/n$

entonces $v'/v = (1 - u)/\sigma - (\alpha + \beta)$.

[1] Título original: "A Growth Cycle", publicado en C.H. Feinstein, ed (1967): *Socialism, Capitalism and Economic Growth. Essays presented to Maurice Dobb*, Cambridge, Cambridge University Press, pgs. (54-58). Presentado en el *Primer Congreso Mundial de la Econometric Society*, celebrado en Roma, 1965.

El supuesto (7) puede escribirse como

$w'/w = f(v)$,

tal como se muestra en la figura 12.1.

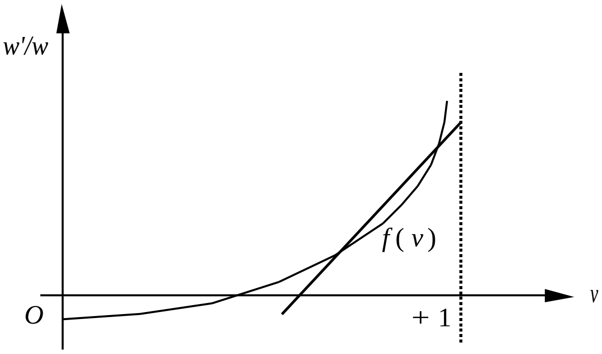

FIGURA 12. 1

El siguiente análisis puede realizarse usando una $f(v)$ como esa, con un cambio de grado pero no en el tipo de resultados. De hecho, en interés de la lucidez y facilidad del análisis, tomaré una aproximación lineal (como se muestra en la figura 12.1),

$$w'/w = -\gamma + \rho v$$

y esto se comporta bastante satisfactoriamente para movimientos moderados de v cerca del punto + 1. Ambos, γ y ρ deben ser grandes. Dado que

$$u'/u = w'/w - \alpha, \qquad u'/u = -(\alpha + \gamma) + \rho v.$$

Con ésta y la ecuación anterior para v, tenemos una presentación conveniente para nuestro modelo.

$$v' = [(1/\sigma - (\alpha + \beta)) - 1/\sigma\, u]\, v \tag{1}$$

$$u' = [-(\alpha + \beta) + \rho v]\, u \tag{2}$$

En esta formulación reconocemos el caso de la presa y el depredador de Volterra (*Théorie Mathématique de la Lutte pour la Vie*, París, 1931). Hasta cierto punto la similaridad es puramente formal, pero no totalmente. Hace mucho tiempo que creo que el problema de Volterra de la simbiosis de dos poblaciones –parcialmente complementarias, parcialmente hostiles– ayuda a entender la dinámica de las contradicciones del capitalismo, especialmente cuando se formula en una forma más o menos marxiana.

Eliminando el tiempo y realizando una primera integración tenemos

$$(1/\sigma)u + \rho v - [1/\sigma - (\alpha + \rho)] \ln u - (\gamma + \alpha) \ln v = \text{constante}$$

Haciendo: $\theta_1 = 1/\sigma$; $\eta_1 = 1/\sigma - (\alpha + \beta)$,

$\theta_2 = \rho$; $\eta_2 = \gamma + \alpha$,

podemos transformar eso en:

$$\phi(u) = u^{\eta_1} e^{-\theta_1 u} = H v^{-\eta_2} e^{\theta_2 v} = H\Psi(v), \tag{3}$$

donde H es una constante arbitraria, dependiente de las condiciones iniciales y, puesto que $1/\sigma > (\alpha + \beta)$, todos los coeficientes son positivos. Por diferenciación,

$$d\phi / du = (-\theta_1 + \eta_1 / u)\phi \,, \qquad d\Psi / dv = (-\theta_2 + \eta_2 / v)\Psi \,,$$

con lo que podemos ver que estas funciones tienen las formas del tipo dado en la Figura 12.2.

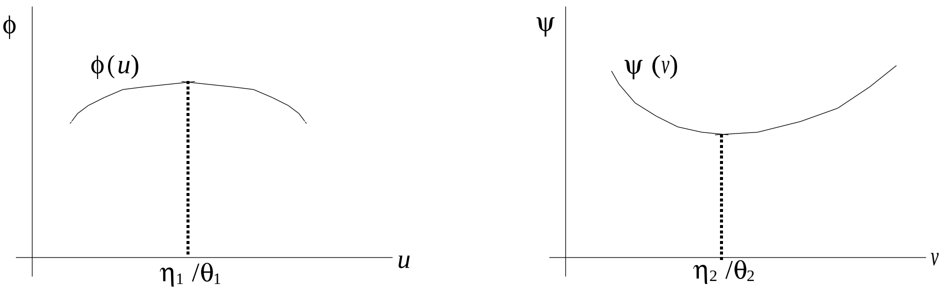

FIGURA 12.2

Nuestro problema, tal como se establece en (3) es igualar $\phi(u)$ a $\psi(v)$ multiplicada por una constante H. Esto puede hacerse limpiamente en el diagrama de cuatro cuadrantes positivos de la figura 12.3. Dibujamos a través del origen una línea recta, A, con la pendiente $\phi/\psi = H$ (arbitrariamente, puesto que depende de las condiciones iniciales). Entonces en los cuadrantes simétricos colocamos las dos curvas ϕ y ψ e igualamos estas dos a través de la constante de proporcionalidad, lo que da un posible par de valores para u y v. Todo posible par de valores de u y v constituye una solución que puede dibujarse en el cuadrante restante. Se puede mostrar, y de hecho es bastante obvio, que estos puntos solución están situados sobre una curva positiva, cerrada, B, en el espacio u, v. Volviendo a las ecuaciones (1) y (2) podemos encontrar en qué orden se suceden los puntos unos a otros y por tanto en qué dirección siguen la curva B, como se indica en las flechas en la figura 12.3.

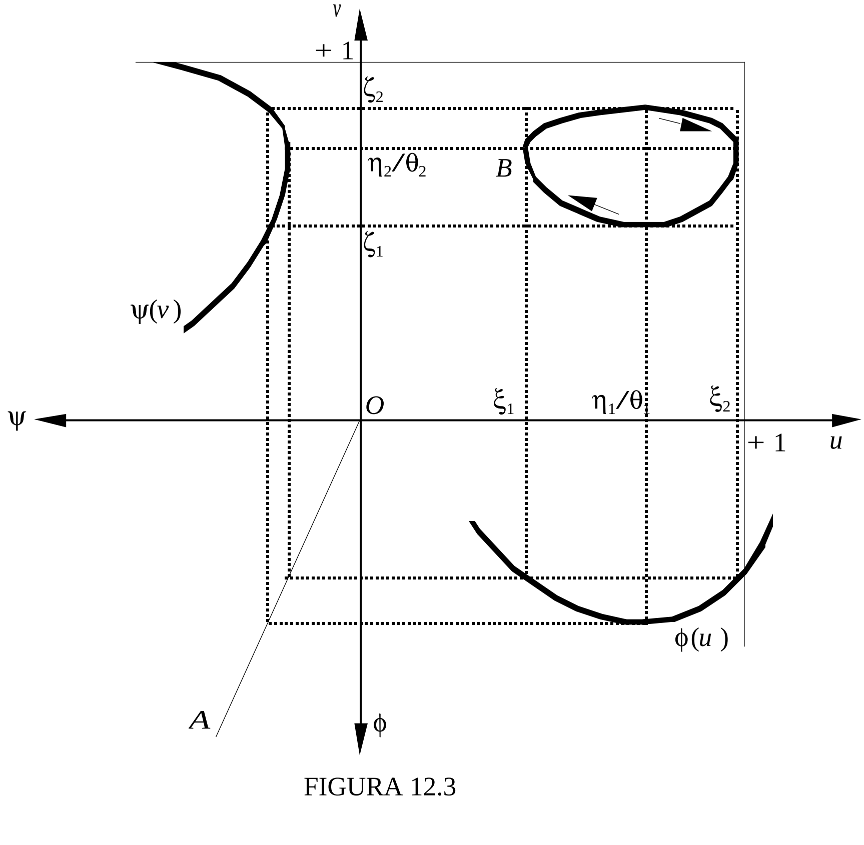

FIGURA 12.3

Una segunda integración nos proporcionaría u y v como funciones del tiempo, permitiéndonos entonces determinar el segundo factor arbitrario, el punto sobre B en el que empezamos. Variando la pendiente de A podemos generar una familia de curvas cerradas similares en términos generales a B, proporcionándonos entonces todas las posibles soluciones. Una condición inicial selecciona la curva, una segunda fija el punto de partida y entonces seguimos alguna curva particular B en la dirección de las flechas, para siempre, en ausencia de cambios externos dados. Aquí sólo queda hablar sobre el significado del movimiento.

Por consiguiente podemos clasificar nuestro modelo como un oscilador no lineal conservativo de, afortunadamente, una clase solucionable. A medida que el punto representativo se mueve sobre la curva cerrada B, u oscila entre ξ_1 y ξ_2, y v entre ζ_1 y ζ_2. Ambos, u y v, han de ser positivos y v debe ser, por definición, menor que la unidad; u normalmente también lo será pero puede, excepcionalmente, ser mayor que la unidad (los salarios y el consumo mayores que el producto total en virtud de las pérdidas y la desinversión). Sobre el intervalo 0 a +1 del eje u, el punto u indica la distribución de la renta, a la izquierda la participación de los trabajadores y a la derecha la de los capitalistas. La parte de los capitalistas, multiplicada por una constante $1/\sigma$, nos da la tasa de beneficio y la tasa de crecimiento del producto, q'/q. Cuando el beneficio es el mayor, $u = \xi_1$, el empleo es el promedio, $v = \eta_2/\theta_2$, y la alta tasa de crecimiento empuja al empleo a su máximo ζ_2, lo que restringe la tasa de beneficio hasta su valor medio η_1/θ_1. La desaceleración en el crecimiento reduce el empleo (relativo) a su valor medio de nuevo, donde el beneficio y el crecimiento están de nuevo en su punto más bajo. Esta baja tasa de crecimiento lleva a una caída en el producto y el empleo muy por debajo del pleno empleo y, por tanto, restauran la rentabilidad a su valor promedio porque la productividad está ahora aumentando más rápido que las tasas de salario. Creo que esto es esencialmente lo que Marx quería decir con la contradicción del capitalismo y su resolución en auges y depresiones. Es, sin embargo, no-marxiano afirmar que la rentabilidad se recupera no (necesariamente) por una caída de los salarios reales sino más bien por su incapacidad de aumentar con la productividad. Los salarios reales han de caer en relación a la productividad; también pueden caer en términos absolutos, dependiendo de la severidad del ciclo. La mejora de la rentabilidad lleva la semilla de su propia destrucción al engendrar una expansión demasiado vigorosa del producto y el empleo y, por tanto, destruyendo el ejército de reserva de mano de obra y reforzando el poder negociador del trabajo. Este conflicto inherente y la complementariedad de trabajadores y capitalistas es típico de la simbiosis.

Un sistema sin perturbaciones tiene unos valores promedio constantes η_1/θ_1 para u y η_2/θ_2 para v, y por tanto una distribución de la renta promedio y un grado de desempleo constantes a largo plazo. Aún más notable es el hecho que un sistema *con perturbaciones* tiene también los mismos valores constantes a largo plazo. Los promedios temporales de u y v son independientes de las condiciones iniciales. Podemos ver esto del hecho que una rotación de A (un cambio externo) sólo haría que la curva B fuera más grande o más pequeña pero no alteraría su punto central. En consecuencia, *shocks* continuados alterarán la forma del ciclo pero no sus valores promedio de largo plazo. La producción y el empleo mostrarán tasas de crecimiento variables. Si de hecho decrecen o sólo crecen menos rápidamente sólo dependerá de la severidad del ciclo. Para un ciclo suave la tasa de crecimiento puede disminuir pero nunca se hará negativa, en otros casos podría haber una fuerte caída. Sin embargo, los incrementos van a predominar sobre las disminuciones dado que el promedio temporal de $1-u$ es positivo y por tanto también lo será el de q'/q. Asimismo el empleo crece en el largo plazo a la misma tasa que la oferta de trabajo, dado que el promedio temporal de v es constante. De modo similar, la igualdad de la tasa de crecimiento de los salarios y la de la productividad se sigue de la constancia de u. En contraste, la tasa de beneficio es igual a $1 - u$ y en consecuencia tiende a la constancia. Podemos mirar estos resultados como si pusiéramos a Ricardo (y Marx) cabeza abajo. Primero el progreso se acumula como beneficios pero los beneficios llevan a la expansión y la expansión fuerza a los salarios a subir y a los beneficios a bajar. En consecuencia tenemos una malthusiana Ley de Hierro de los Beneficios. Esto es así debido a la tendencia del capital, aunque no de los capitalistas, a reproducirse excesivamente. En contraste el trabajo se comporta como un bien arrendable dado que la oferta, aunque variable, no parece ser función de los salarios. En consecuencia es el beneficiario único y último del progreso técnico. Supongo que, por ahora, habría un considerable acuerdo acerca de que lo que ha pasado en la historia es: los salarios han crecido; las tasas de beneficio han permanecido bajas. Es a explicar esto que se ha dirigido el presente *paper*.