

# Redes Neuronales

Visión por Computador II

# Flujo de entrenamiento

- A. Definir hiper-parámetros iniciales (LR, EPOCHS, L2...)
- B. Preparación de dataset: lectura de datos, normalización, aumento de datos
- C. Entrenamiento

Loop por cada Epoch:

Loop por cada batch del dataset:

1. Predecir con parámetros actuales ( $h_{\theta}(x)$ )
2. Calcular el costo de modelo ( $\hat{y} \stackrel{?}{=} y$ )
3. Calcular la gradiente del costo por parámetro ( $\nabla_{\theta} J$ )
4. Actualizar parámetros ( $\theta := \theta - \alpha \nabla_{\theta} J$ )

# Redes Neuronales

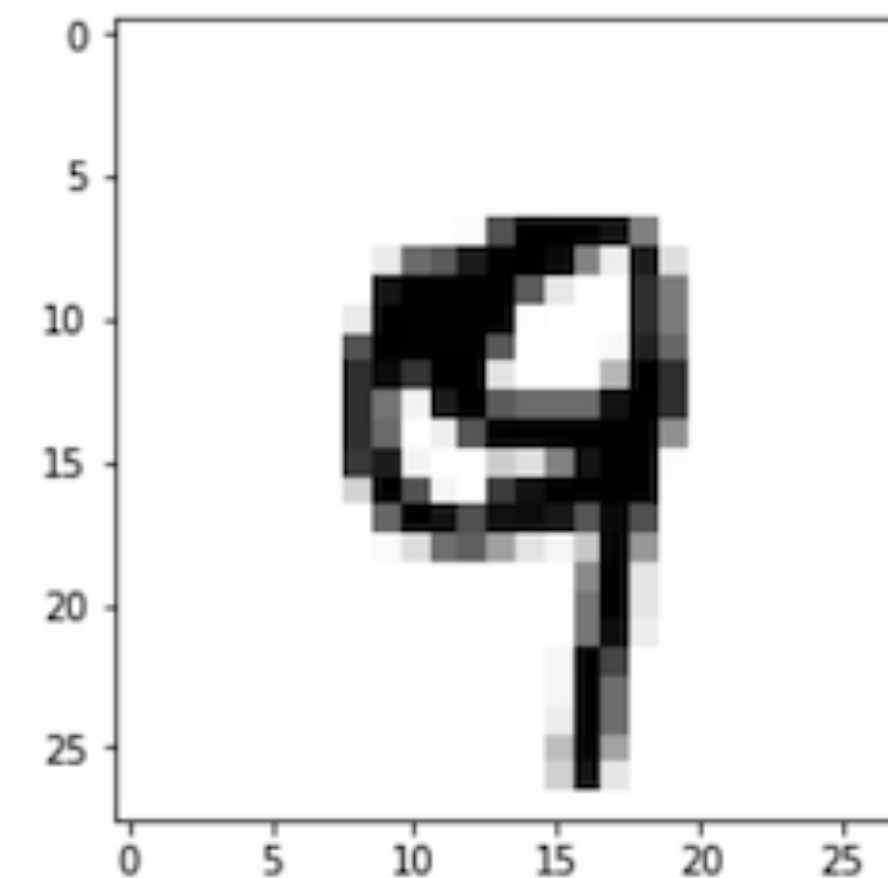
## Motivación

Supongamos que tenemos que escribir un programa que clasifique dígitos escritos a mano



*MNIST dataset*

Imagen 28x28px

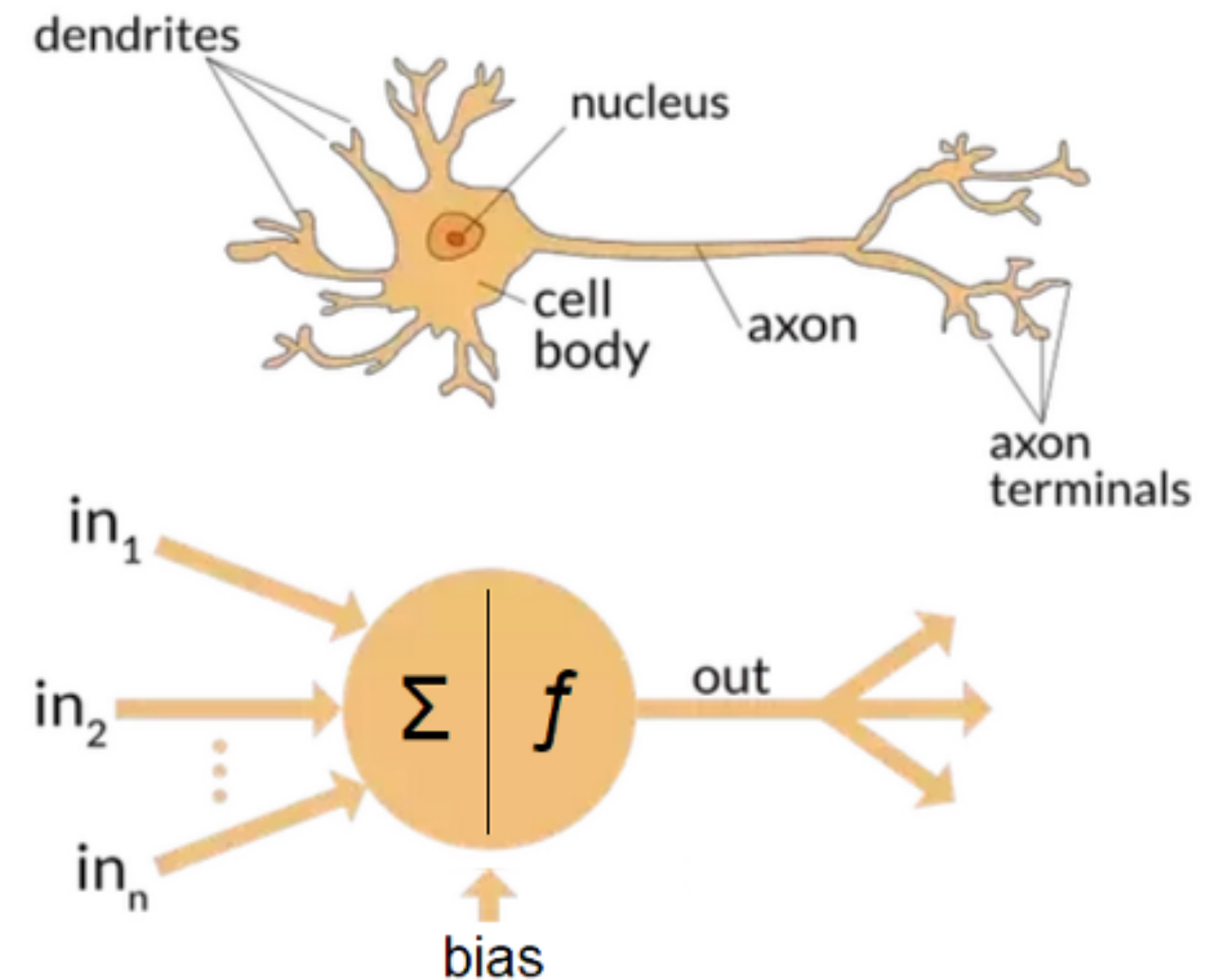


**¿Cómo podríamos clasificar los 10 dígitos?**

# Perceptrón

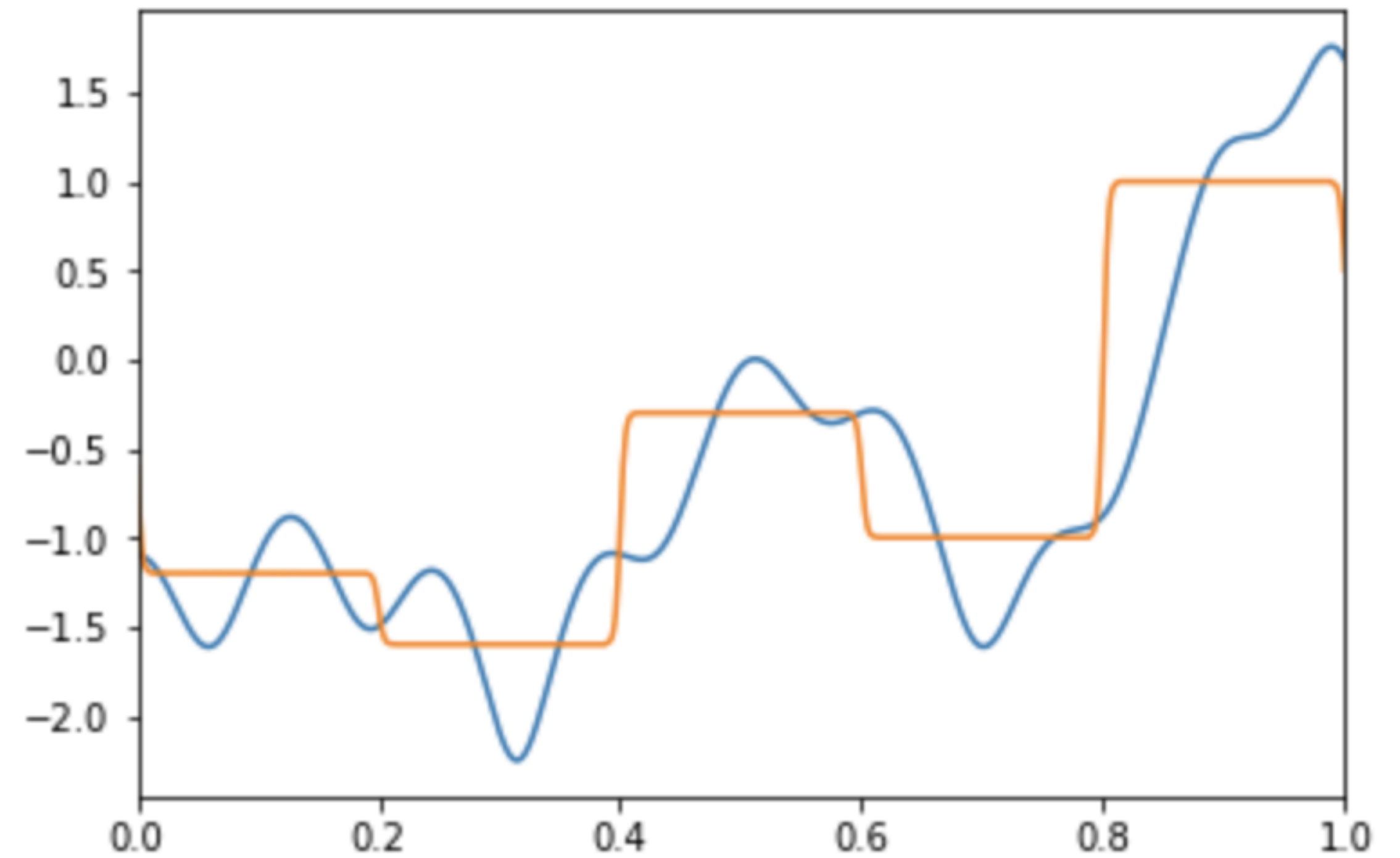
Inspirada en las redes neuronales biológicas (50s)

- Cerebro compuesto por 10 billones de neuronas
- Cada una conectada a 10.000 Neuronas
- Señal activa ciertas neuronas
- Activada si la señal supera un límite



# Redes Neuronales

- Las *redes profundas feedforward*, también llamadas *Redes Neuronales*, o *Perceptrones multicapa (MLP)*, son los modelos de ML por defecto
- El objetivo de una red es aproximar alguna función  $f^*$ .
- Define un mapeo  $y = f(x; \theta)$  y aprende el valor de los parámetros  $\theta$  que dan como resultado la mejor aproximación de la función



**A visual proof that neural nets can compute any function**



# Redes Neuronales

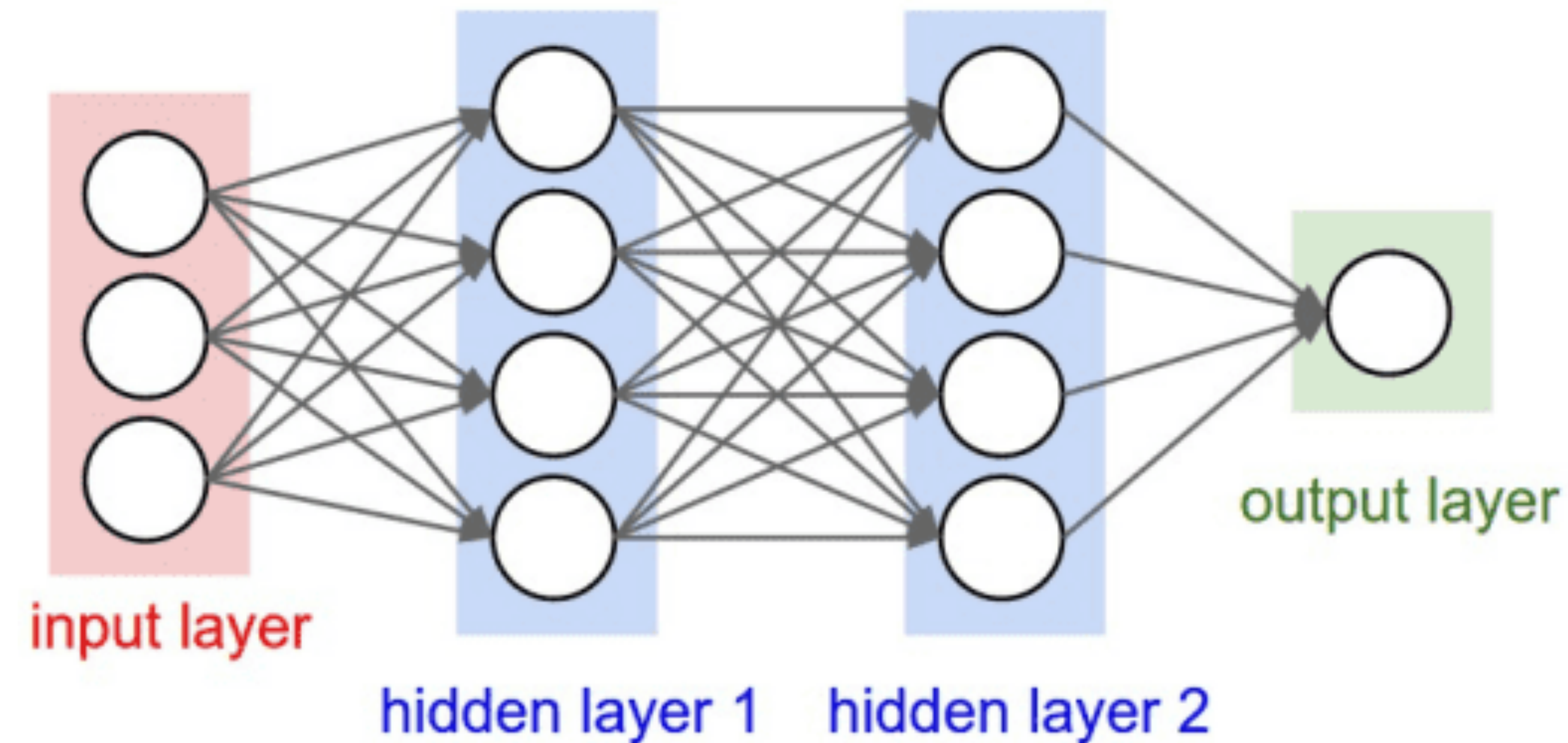
- Las redes feedforward son de extrema importancia para ML. Constituyen la base de muchas aplicaciones comerciales importantes.
- Por ejemplo, las redes CNN que se utilizan para el reconocimiento de objetos a partir de fotografías son un tipo especializado de red feedforward.
- Las redes neuronales feedforward se llaman redes porque suelen representarse componiendo muchas funciones distintas.





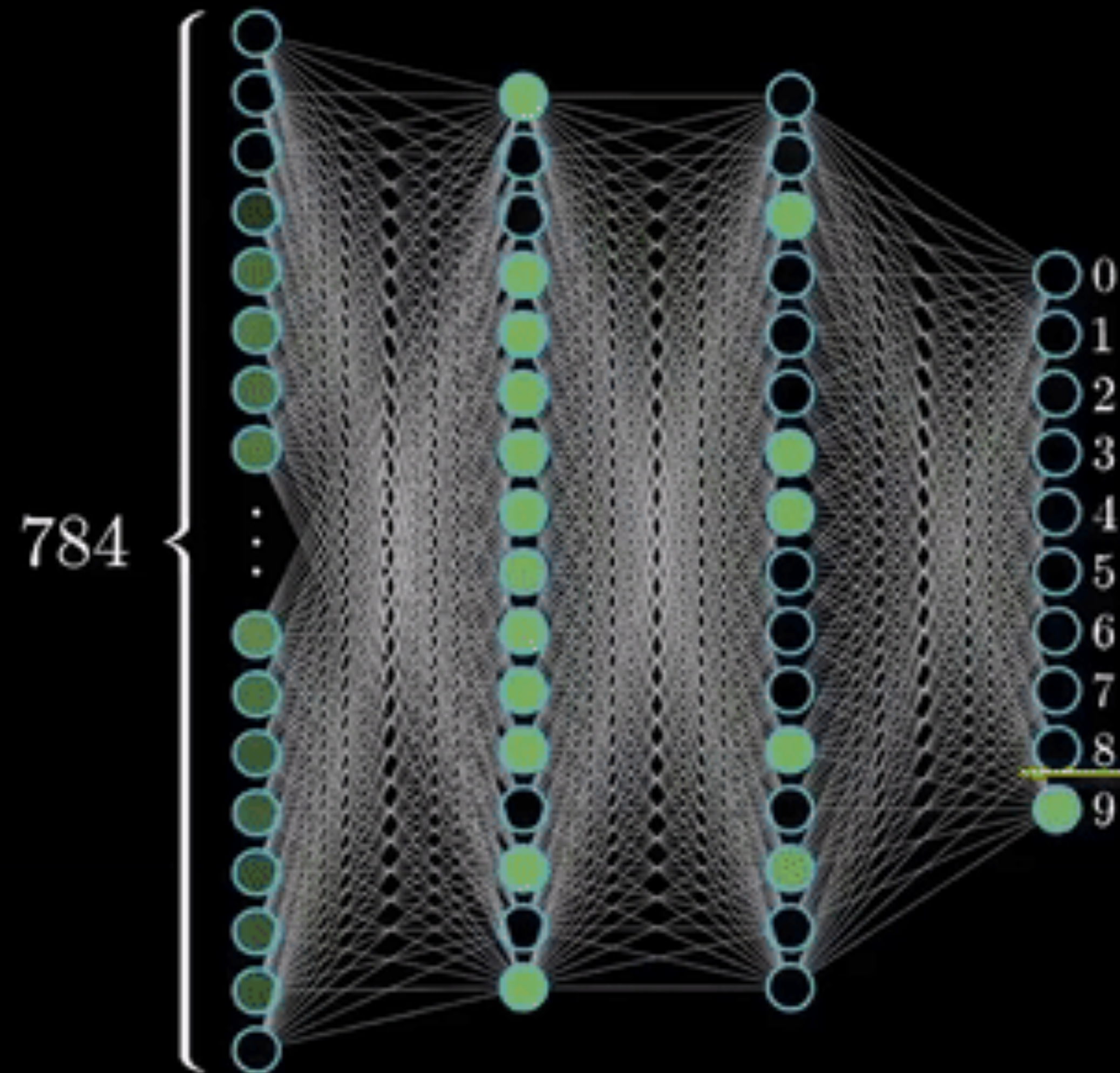
# Redes Neuronales

Estos modelos se denominan *feedforward* porque la información fluye a través de la función que se evalúa de  $x$ ,  
a través de los cálculos intermedios utilizados para definir  $f$ ,  
y finalmente a la salida  $y$ .





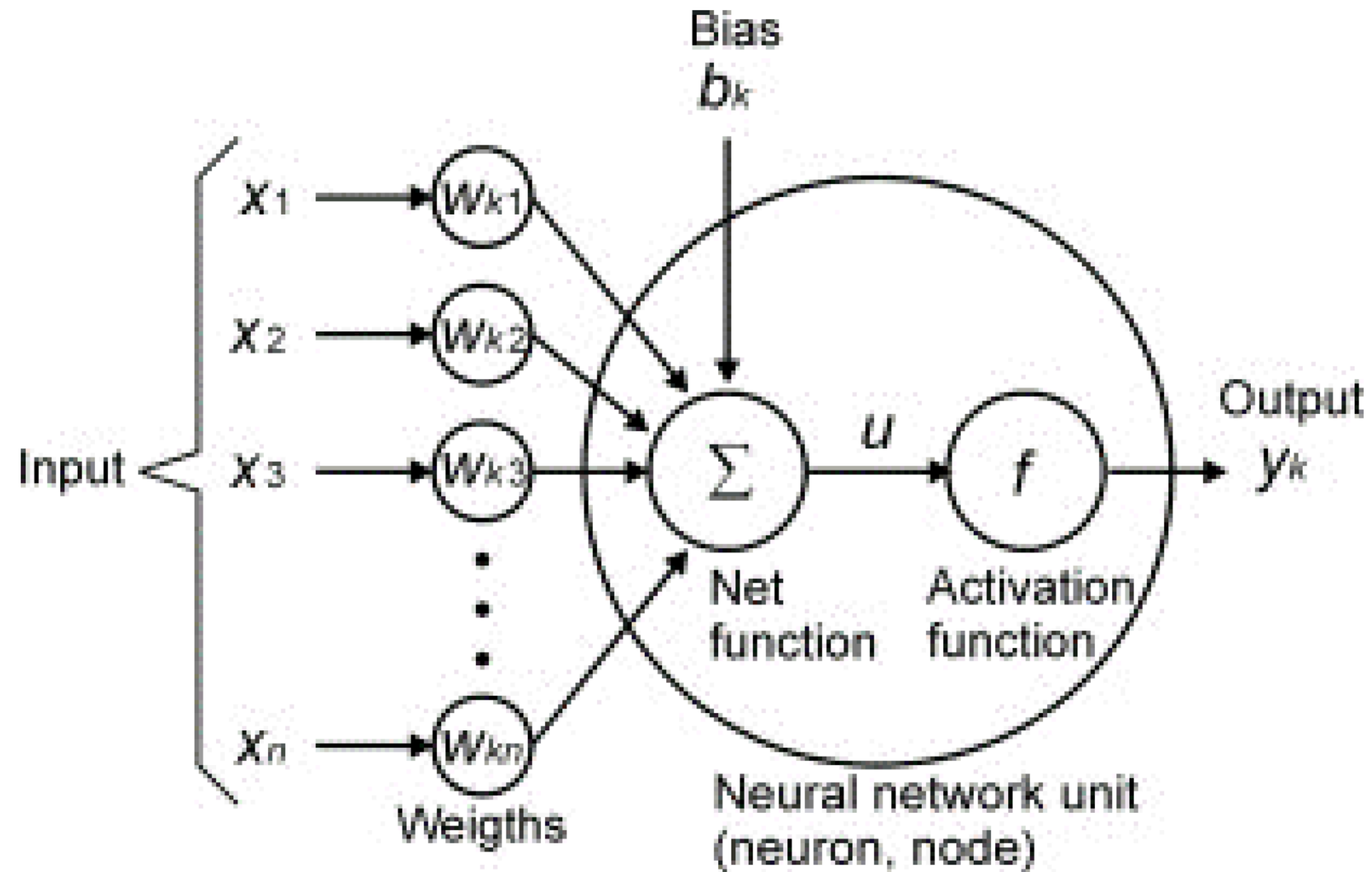
# Feedforward



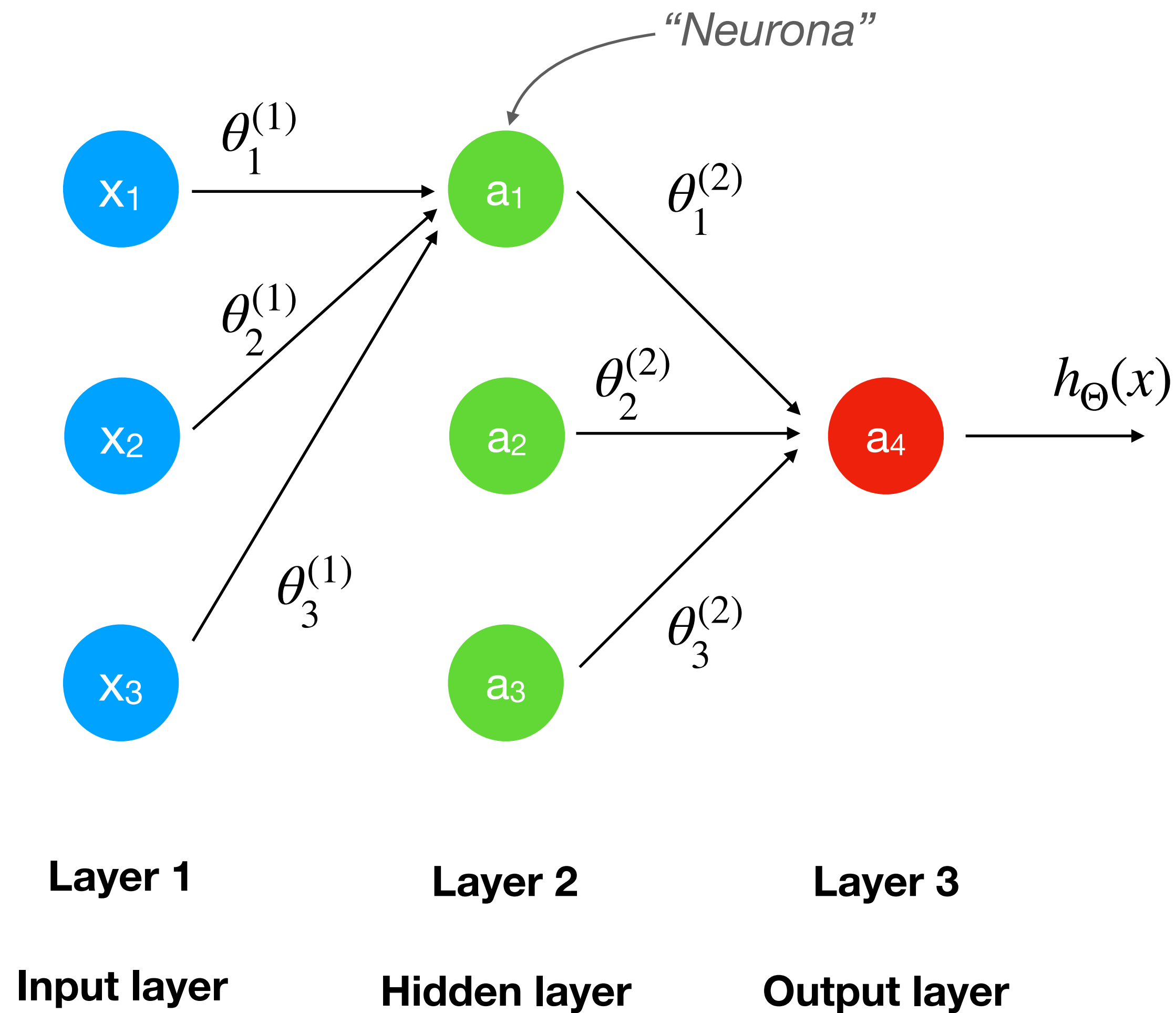
**Patrón de activación de una capa causa un patrón específico en la siguiente**



# Unidad de Red Neuronal



# Red Neuronal



$a_i^{(j)}$  Activación de la unidad  $i$  de la capa  $j$

$\Theta^{(j)}$  Matriz de los pesos de la capa  $j$

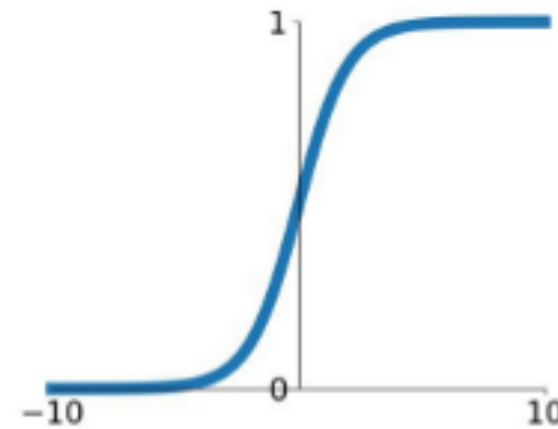
$$a_1 = \phi\left(\sum_i^n x\theta^T\right)$$

# Funciones de activación

## Activation Functions

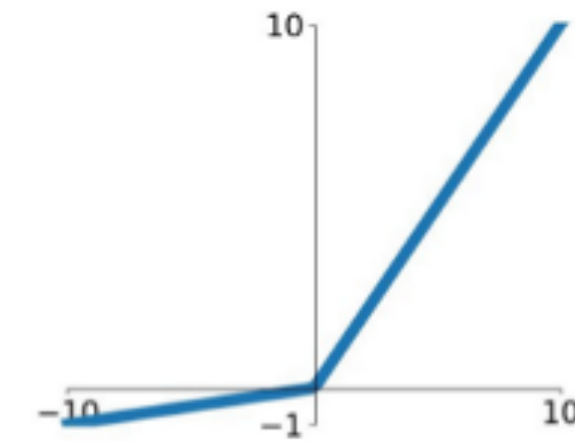
### Sigmoid

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$



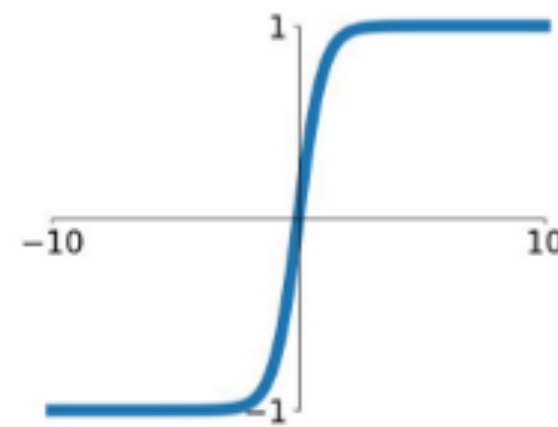
### Leaky ReLU

$$\max(0.1x, x)$$



### tanh

$$\tanh(x)$$

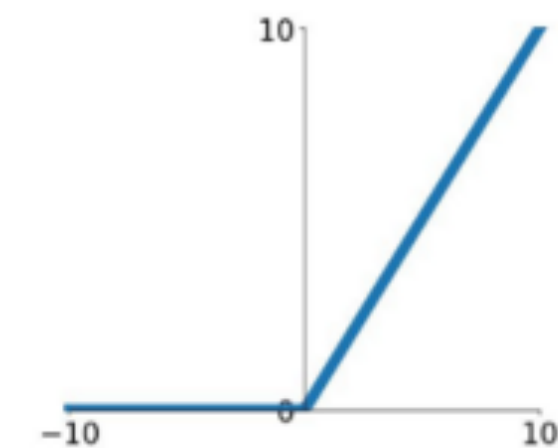


### Maxout

$$\max(w_1^T x + b_1, w_2^T x + b_2)$$

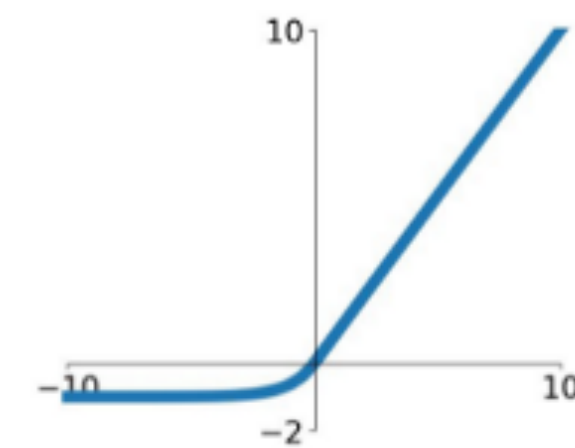
### ReLU

$$\max(0, x)$$



### ELU

$$\begin{cases} x & x \geq 0 \\ \alpha(e^x - 1) & x < 0 \end{cases}$$



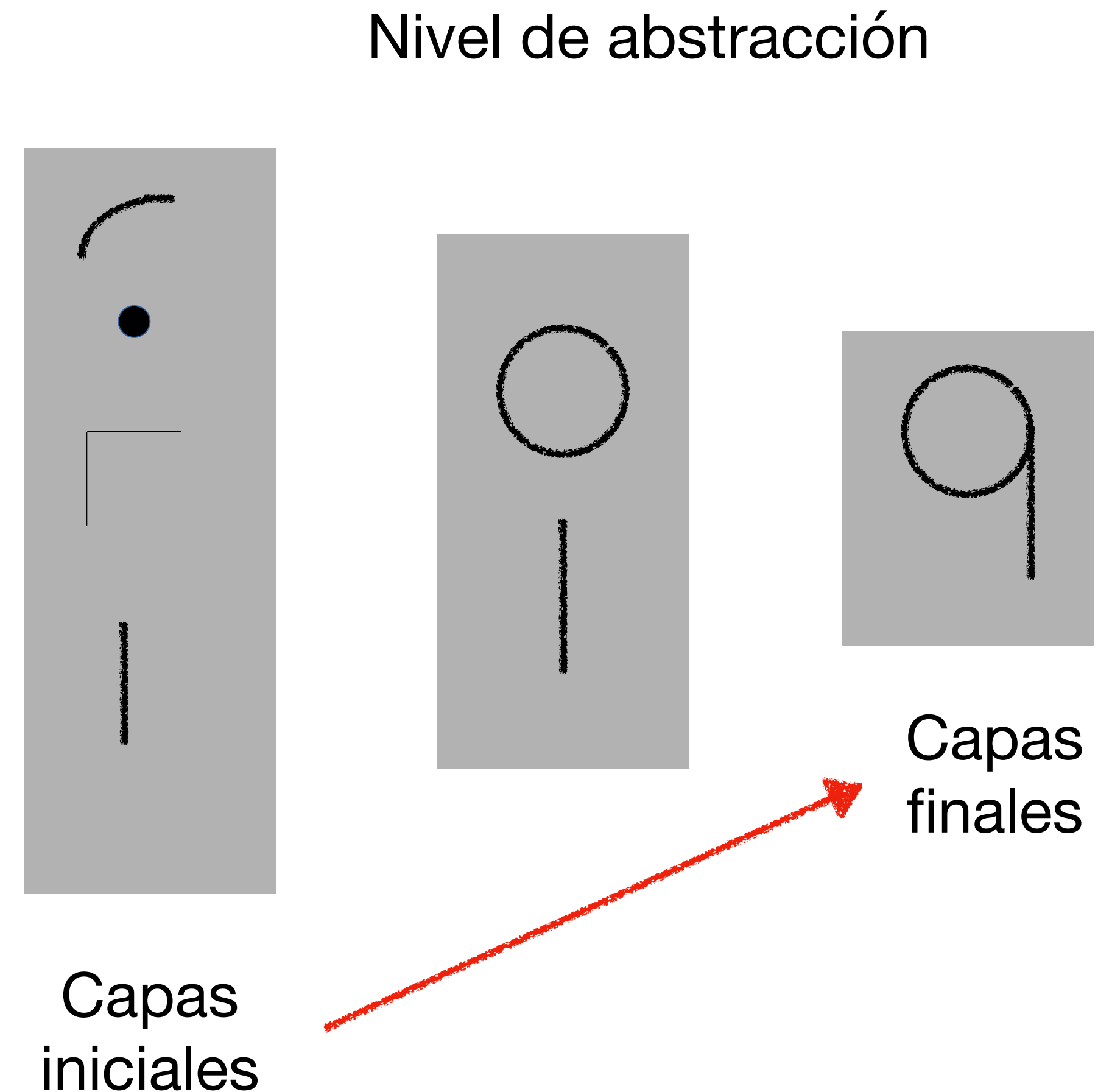


# Estructura en Capas

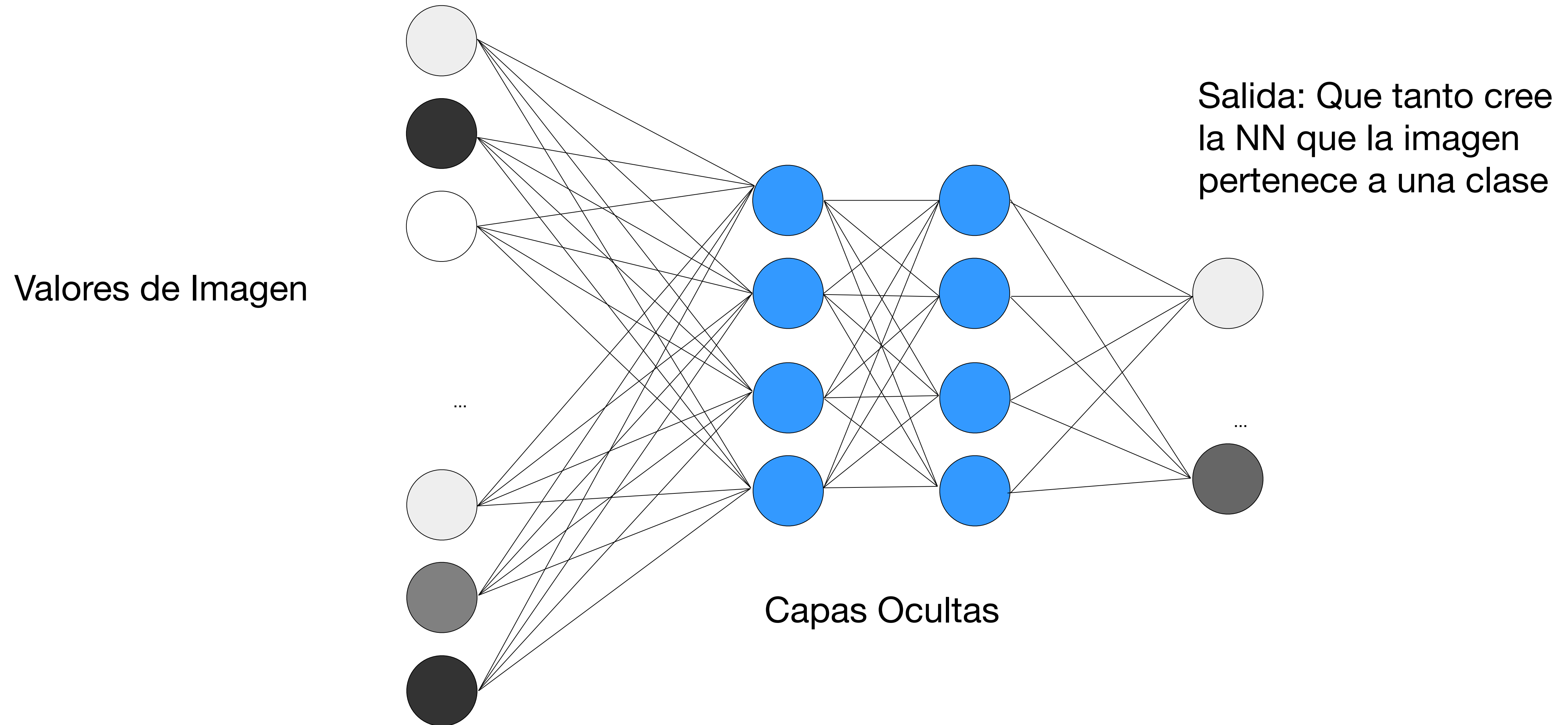
## Comportamiento hipotético

Cada unidad se activa cuándo encuentra elementos específicos en la capa anterior.

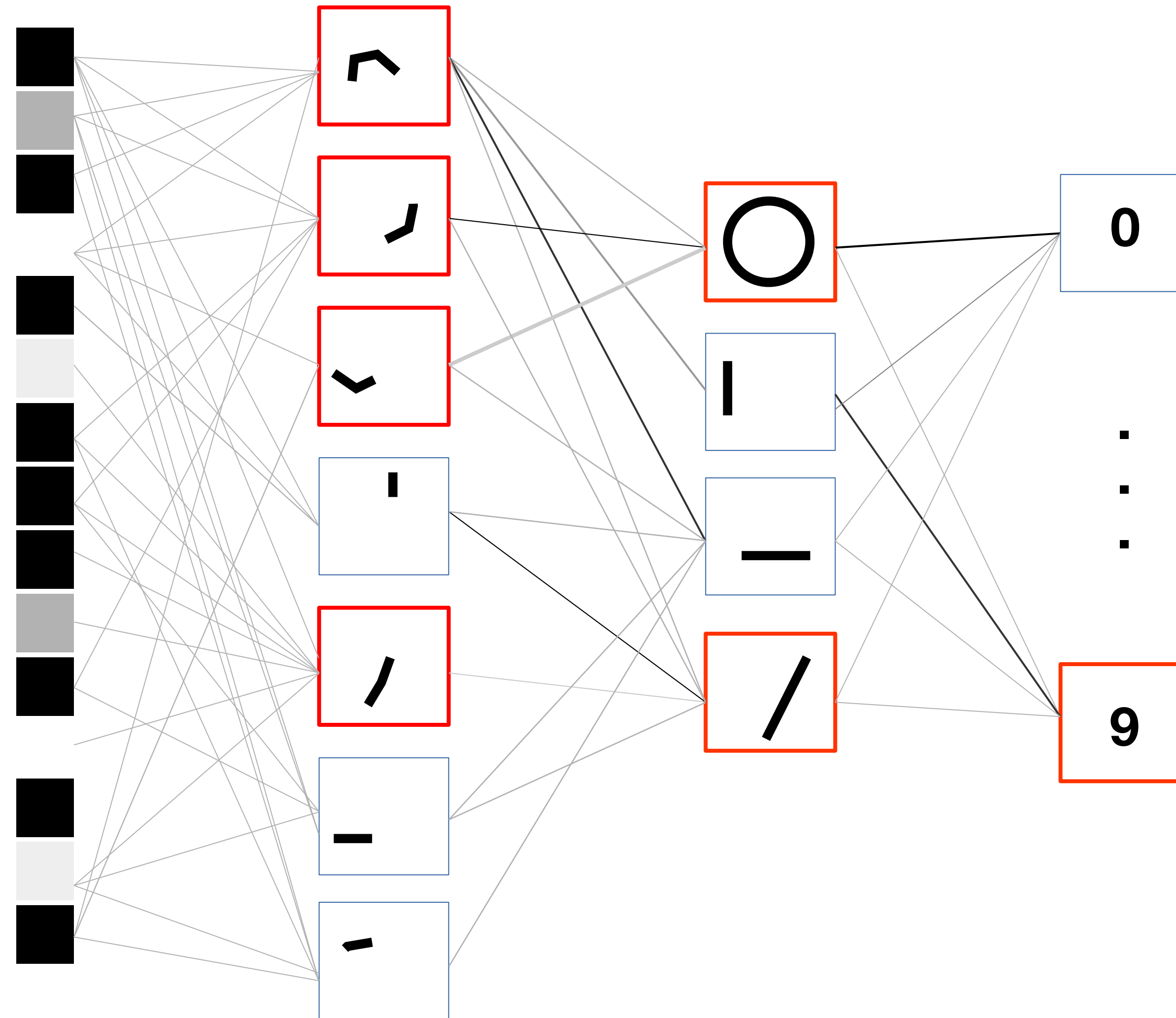
1. **Capas iniciales** Elementos básico
2. **Capas intermedias** Sub-componentes
3. **Capas finales** Respuesta



# Arquitectura Neurona Artificial

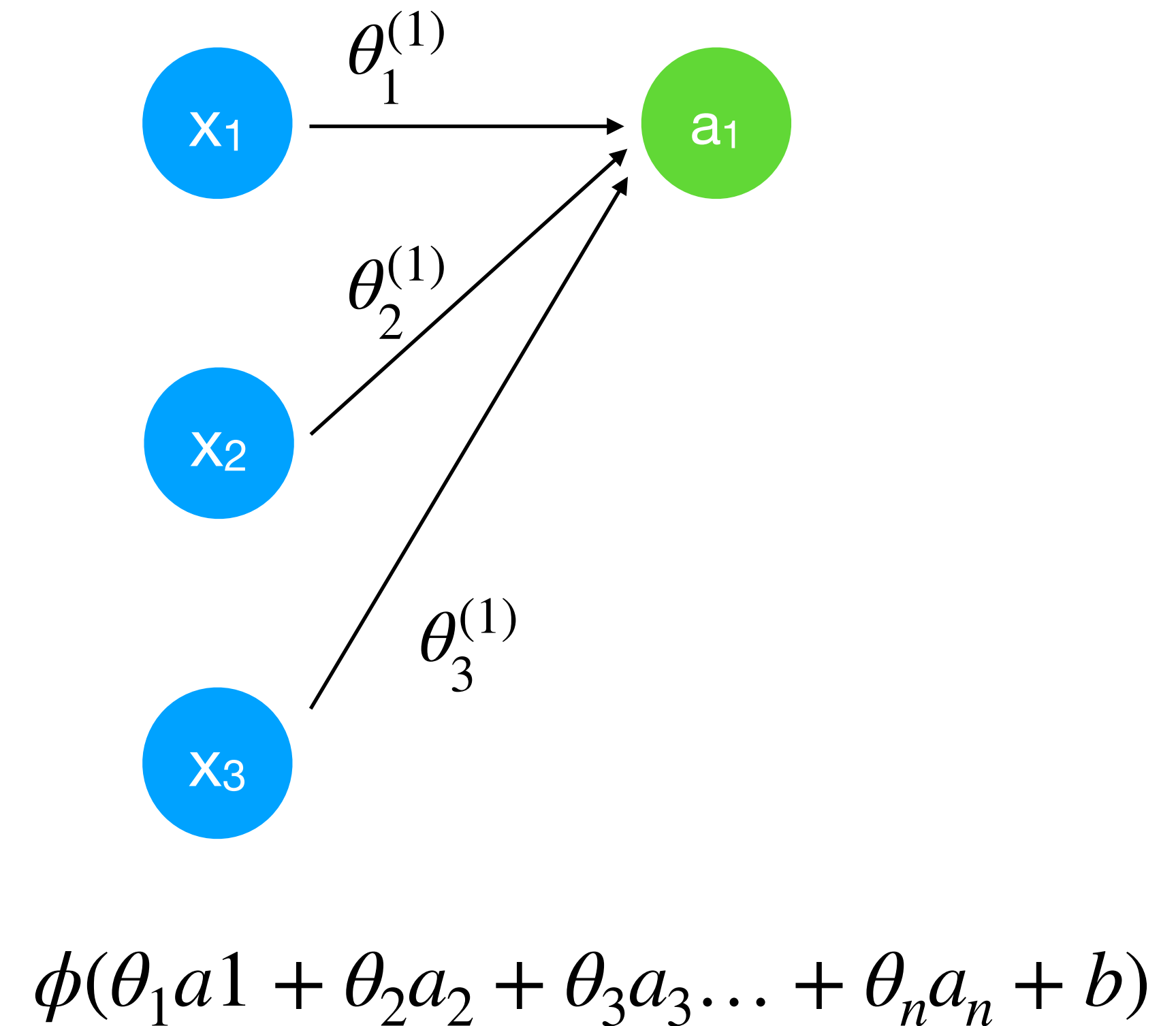
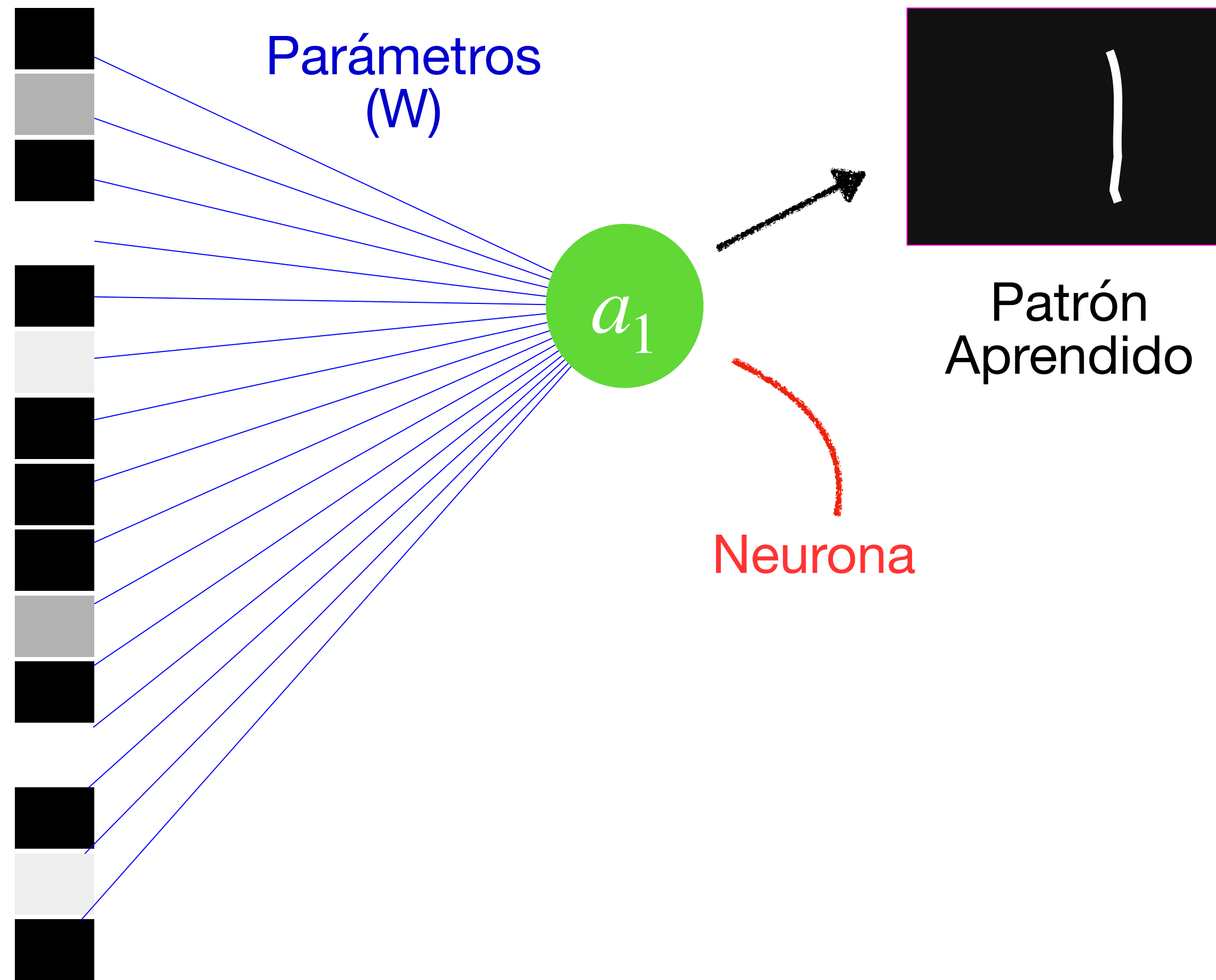


# Comportamiento Hipotético





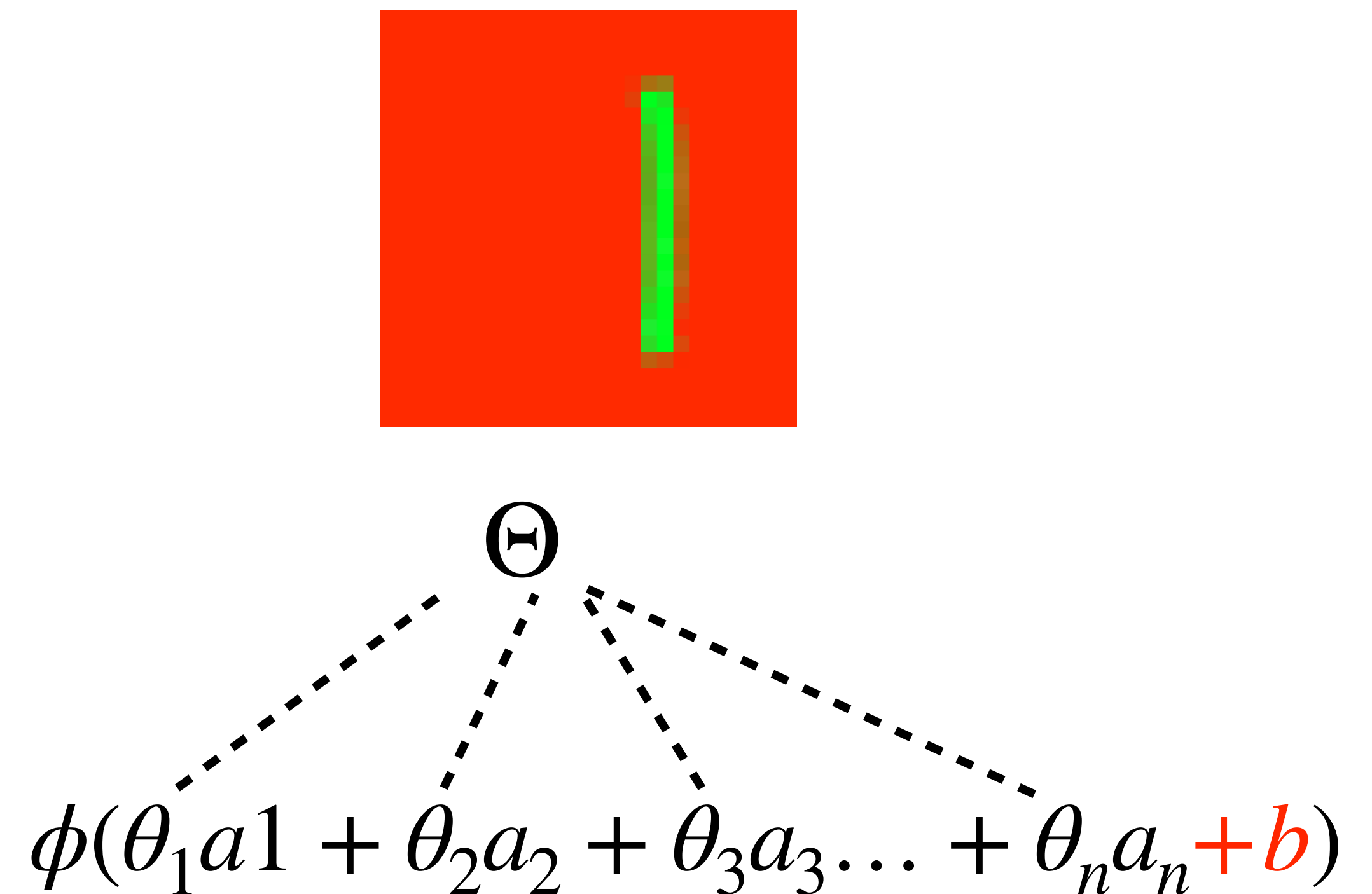
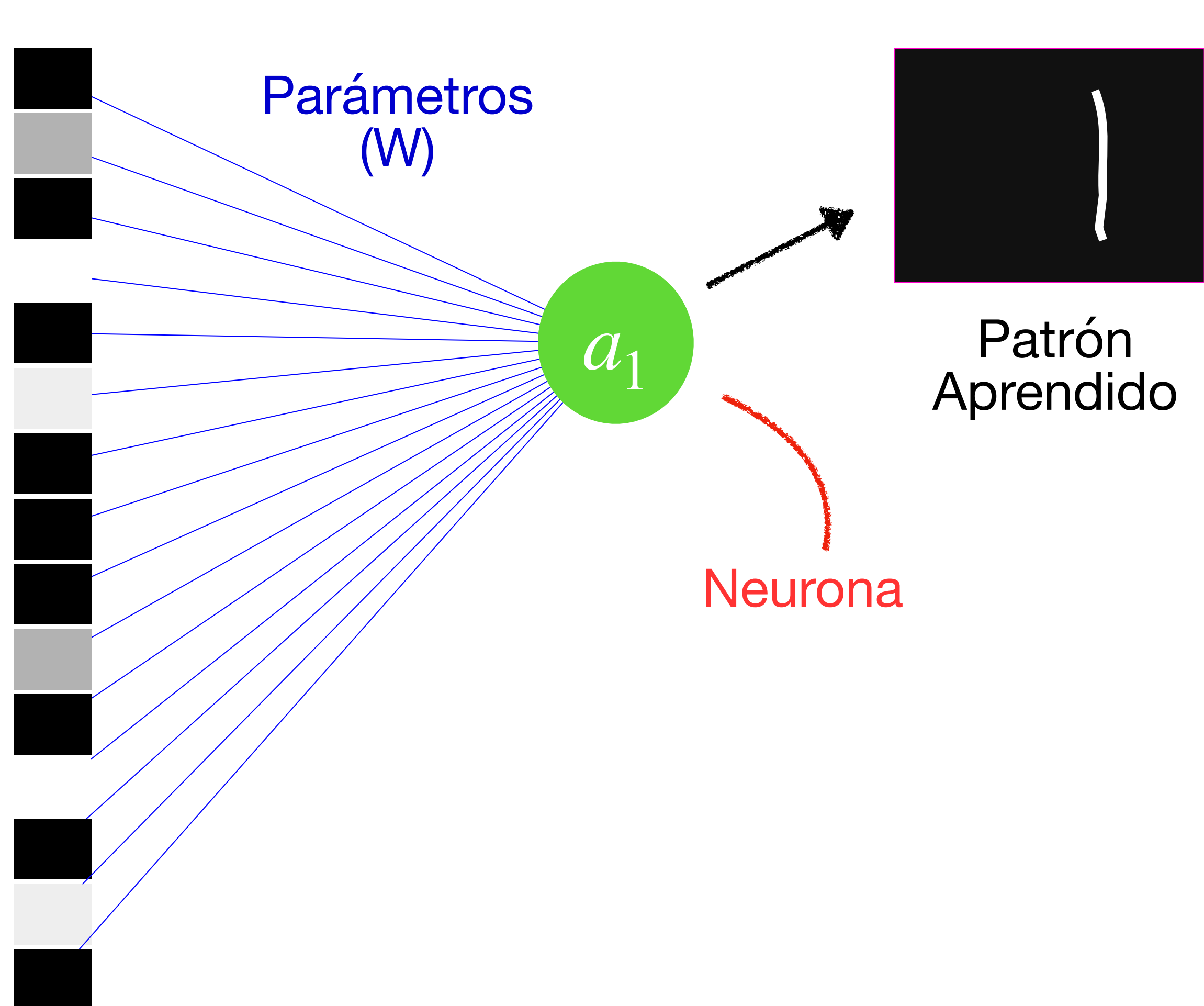
# Comportamiento Hipotético



Reconocimiento de elementos básicos

# Comportamiento Hipotético

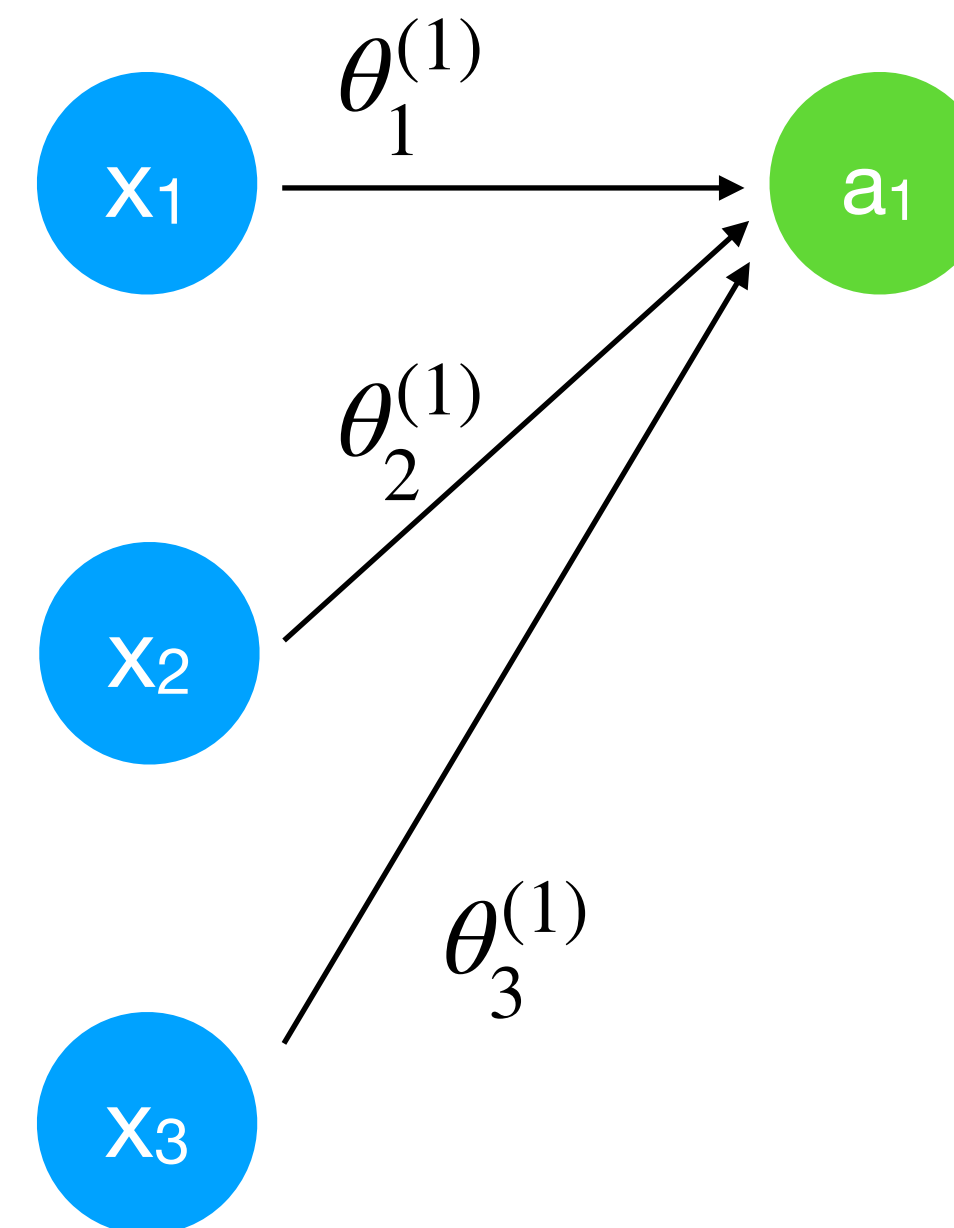
Reconocimiento de elementos básicos



# Cómputo de Predicciones

## Bias Term

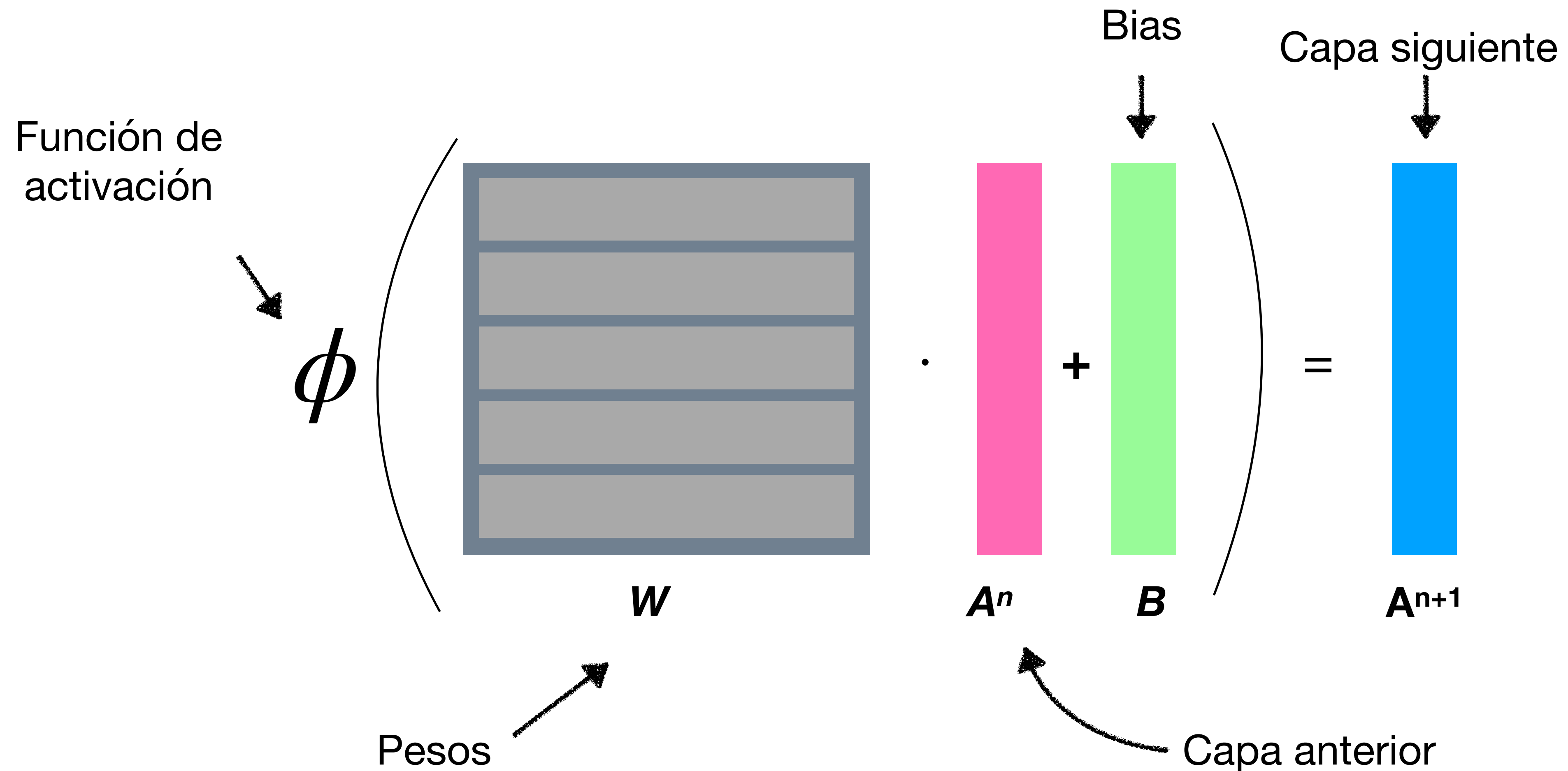
- Controla que tan difícil es activar una neurona
- Activar señales significativas
- También es entrenado



$$\phi(\theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \theta_3 a_3 \dots + \theta_n a_n + b)$$



# Cómputo de Predicciones



# Entrenamiento

## *Etapas de entrenamiento*

### i. **Feedforward**

Predicción con los pesos actuales

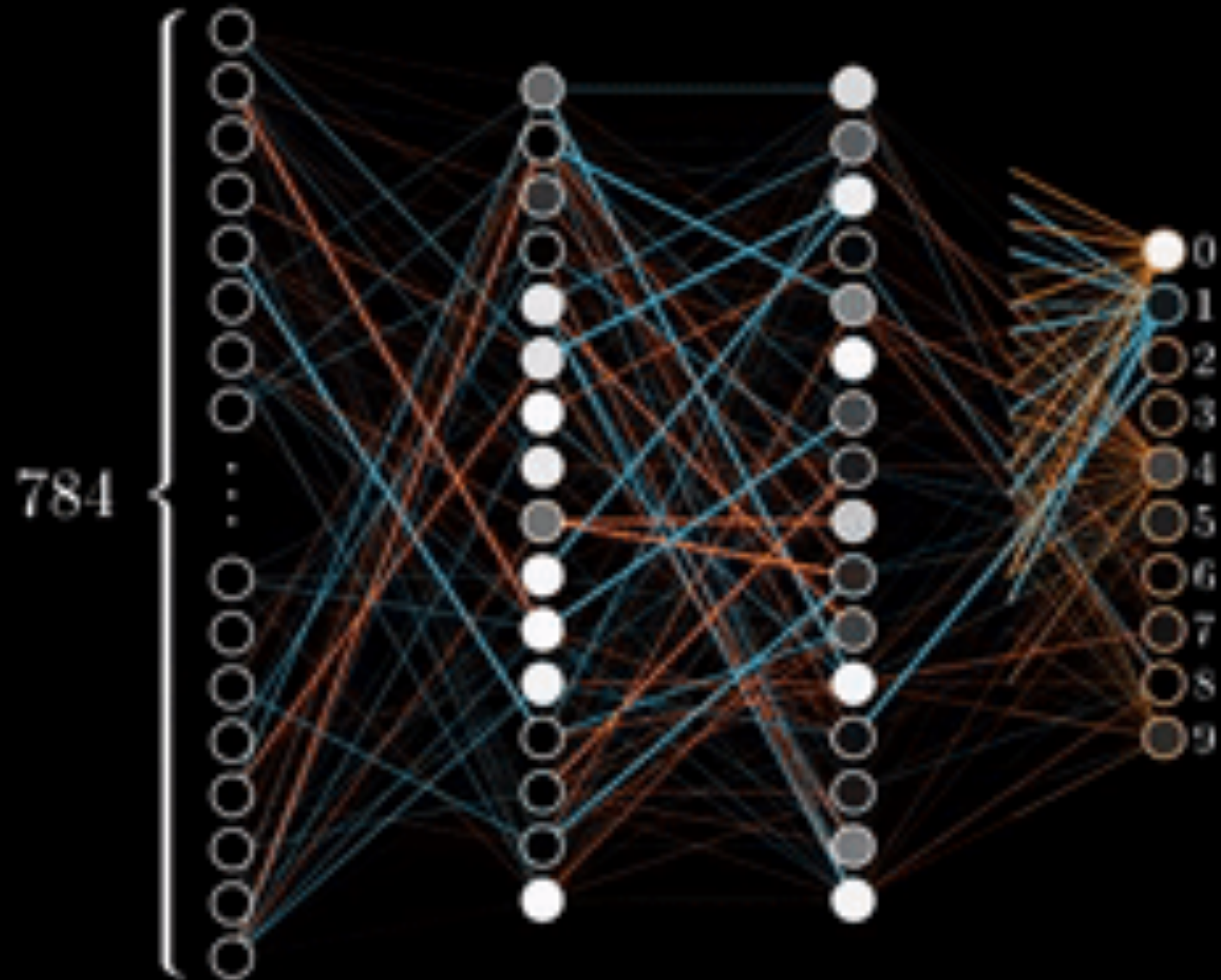
### ii. **Back Propagation**

Ajustar las ponderaciones en función del gradiente de la función de costes





# Backpropagation





# Backpropagation

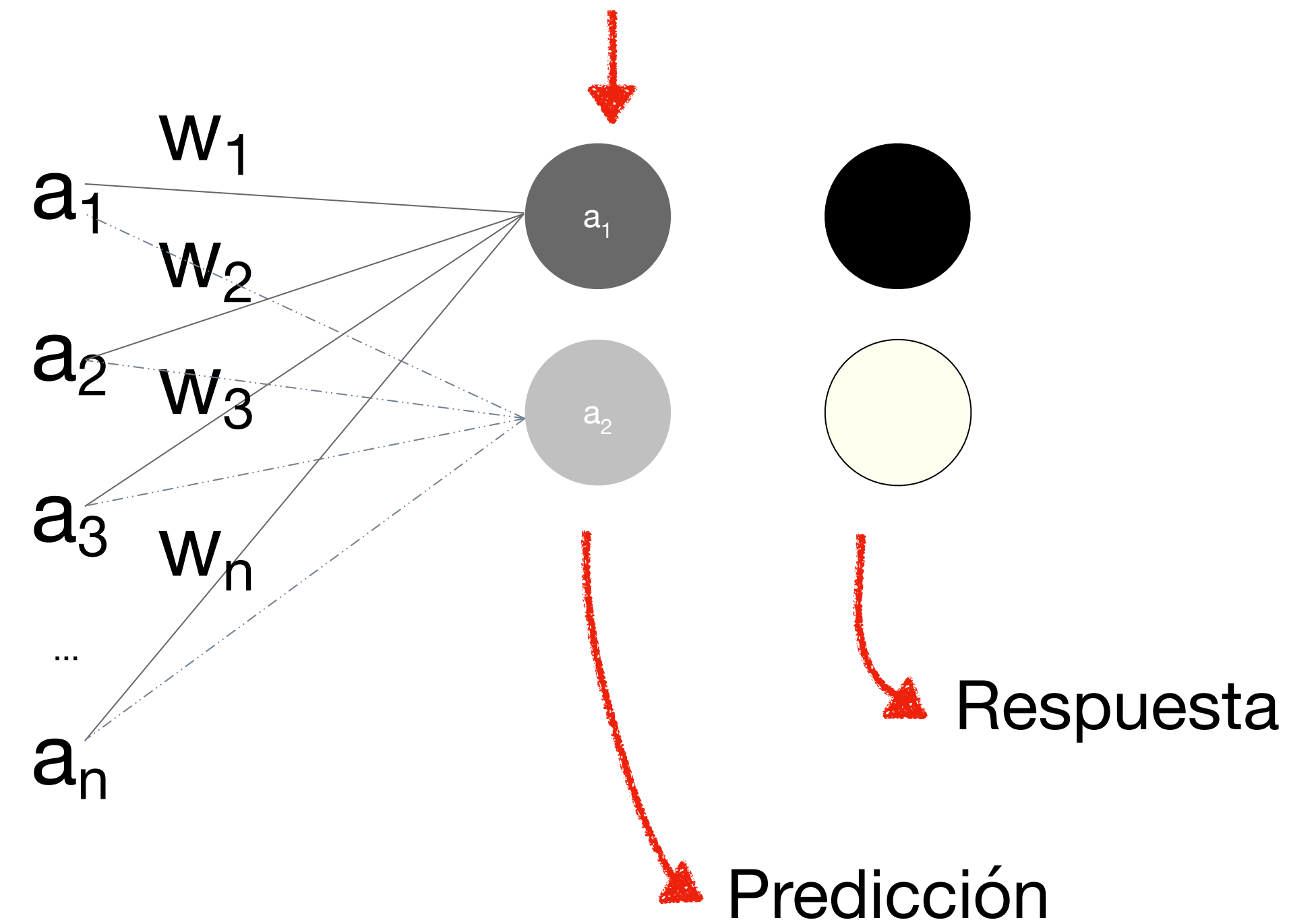
## Modificar los parámetros

- Proporcional a que tan lejos están del valor deseado
- Que tanto influyen la respuesta final
- Modificar las activaciones anteriores

## Propagar a la capa anterior

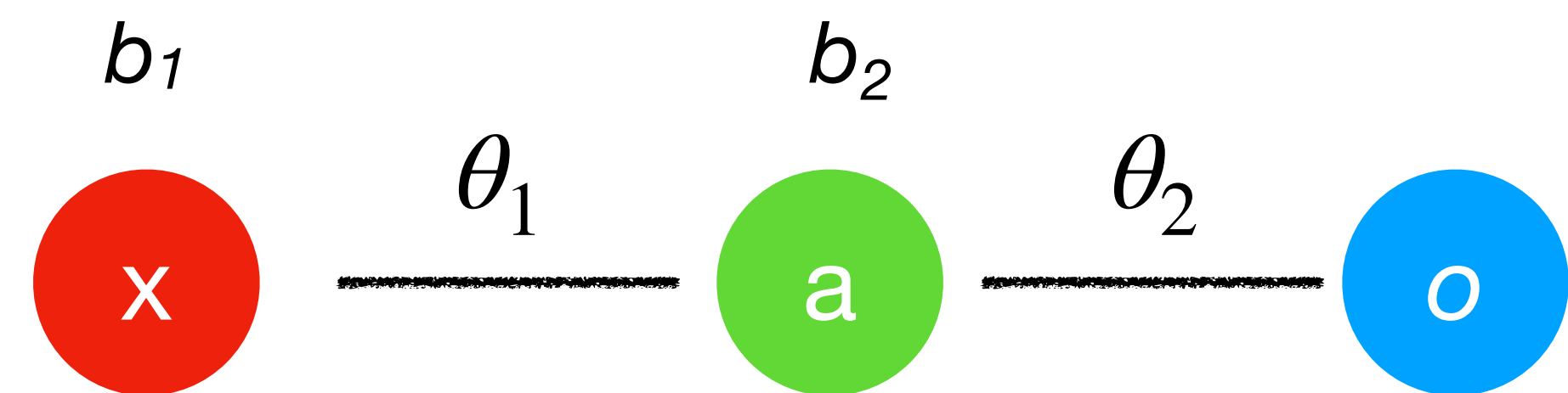
- Teniendo en cuenta las otras activaciones
- Propagar coherente

$$\phi(\theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \theta_3 a_3 \dots + \theta_n a_n + b)$$



# Backpropagation

- Ejemplo con una red simple
- Objetivo es calcular  $\nabla \theta_j$
- Regla de la cadena



NN de dos capas:

$$F(x) = f(g(x))$$

$$F'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

$$z = \theta_1^T x + b$$

$$a = \phi(z)$$

$$o = \phi(\theta_2^T a + b_2)$$

# Backpropagation

Error del modelo (costo):

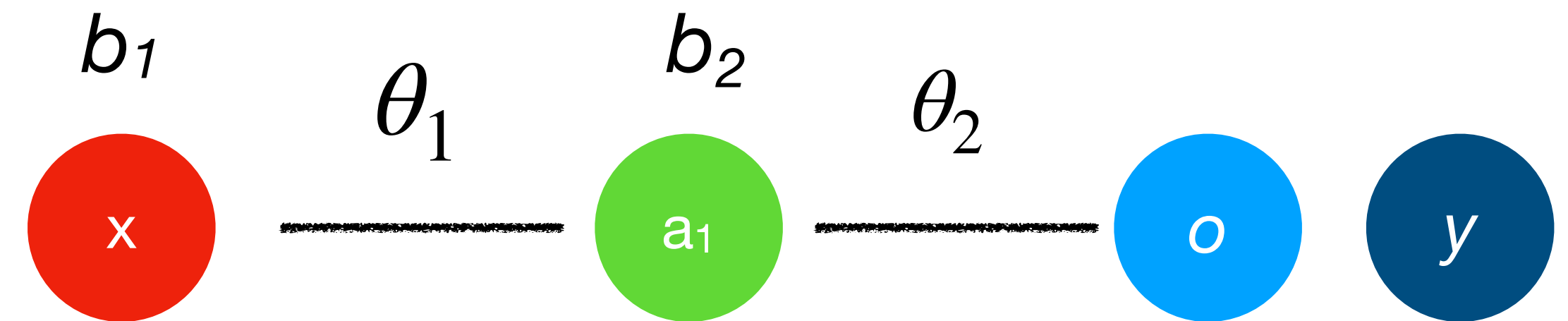
$$J = \frac{(o - y)^2}{2}$$

Necesitamos calcular las derivadas del costo con respecto a cada parámetro

$$\nabla \theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial J}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_2} = \frac{\partial J}{\partial o} \frac{\partial o}{\partial \theta_2} = (o - y)a$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_1} = \frac{\partial J}{\partial o} \frac{\partial o}{\partial \theta_1} = (o - y)\theta_2 \phi'(z)x$$



NN de dos capas:

$$o = \theta_2^T a + b_2$$

$$a = \phi(z)$$

$$z = \theta_1^T x + b$$



# Gradient descent

## Algoritmo (Forma vectorial)

1. Hacer feedforward y calcular  
 $(z, a, o)$

2. Calcular:

1.  $\delta_2 = o - y$

2.  $\delta_1 = (o - y) \cdot \theta_2^T \odot \phi'(z)$

3. Calcular gradientes

$$\frac{\partial}{\partial \theta_2} = \delta_2 a^T, \quad \frac{\partial}{\partial b_2} = \delta_2$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} = \delta_1 x^T, \quad \frac{\partial}{\partial b_1} = \delta_1$$

# Derivadas de la función de activación

- Calcular la derivada de la función de activación de acuerdo a la activación usada en cada capa
- Diferentes capas pueden tener diferentes activaciones

Function Type	Equation	Derivative
Linear	$f(x) = ax + c$	$f'(x) = a$
Sigmoid	$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	$f'(x) = f(x) (1 - f(x))$
TanH	$f(x) = \tanh(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$	$f'(x) = 1 - f(x)^2$
ReLU	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$
Parametric ReLU	$f(x) = \begin{cases} \alpha x & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$
ELU	$f(x) = \begin{cases} \alpha(e^x - 1) & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$	$f'(x) = \begin{cases} f(x) + \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$

Derivadas de funciones de activación

# Ejercicio

Crear una red neuronal de una capas para la clasificación de dígitos del dataset MNIST

