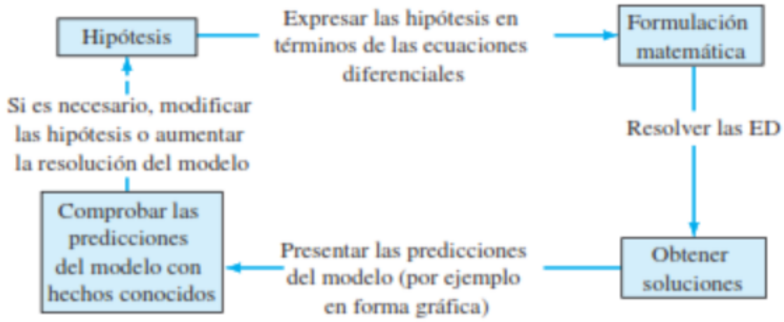
MODELOS MATEMÁTICOS

Descripción matemática de un sistema de fenómenos



Dinámica poblacional

$$\frac{dP}{dt} \propto P \qquad \text{o} \qquad \frac{dP}{dt} = kP,$$

la razón con la que la población de un país en un cierto tiempo es proporcional* a la población total del país en ese tiempo.

En el caso del crecimiento, k > 0, y para la desintegración k < 0

Decaimiento radioactivo

$$\frac{dA}{dt} = kA.$$

En el caso del crecimiento, k > 0, y para la desintegración k < 0

Ley de enfriamiento o calentamiento Newton

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m),$$

Donde T_m es la temperatura del medio

Propagación enefermedad o tecnología

$$\frac{dx}{dt} = kx(n + 1 - x). \qquad \frac{dx}{dt} = kxy,$$

x: N° Personas contagiadas
y: N° Personas sin contagiar
n: Población fija de personas

Reacción de moléculas

sustancia C. Si X denota la cantidad de un químico C formado al tiempo t y si α y β son, respectivamente, las cantidades de los dos químicos A y B en $t = 0$ (cantidades iniciales), entonces las cantidades instantáneas no convertidas de A y B al químico C son $\alpha - X$ y $\beta - X$, respectivamente. Por lo que la razón de formación de C está dada por

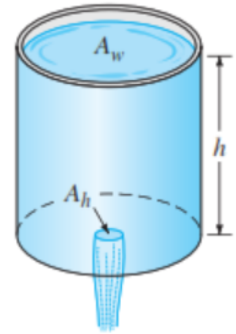
$$\frac{dX}{dt} = k(\alpha - X)(\beta - X), \qquad (6)$$

MEZCLAS

$$\frac{dA}{dt} = \begin{pmatrix} \text{razón de} \\ \text{entrada} \\ \text{de la sal} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{razón de} \\ \text{salida} \\ \text{de la sal} \end{pmatrix}$$

Donde cada razón es el producto de la concentración (lb/L) y la velocidad

DRENADO DE UN TANQUE



$$\frac{dV}{dt} = -A_h\sqrt{2gh},$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{A_h}{A_w}\sqrt{2gh}.$$

VOLTAJES

Normalmente aquí solo hay que sumar lo que tenga el circuito

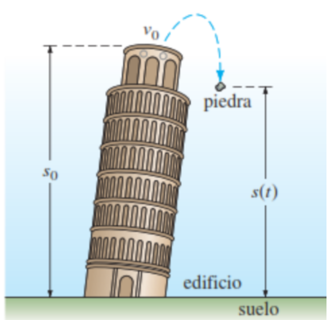
$$\underset{\text{inductor}}{L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2}}, \qquad \underset{\text{resistor}}{iR = R\frac{dq}{dt}}, \qquad \text{y} \qquad \underset{\text{capacitor}}{\frac{1}{C}q}$$

e igualando la suma de los voltajes con el voltaje aplicado se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E(t). \qquad (11)$$

Cuerpos en caída

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -g.$$



s: Distancia

Es la derrivada de F = m*a

Cables suspendidos

CUERPOS EN CAIDA Y RESISTENCIA AL AIRE

.

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv. \qquad (14)$$

Aquí k es una constante positiva de proporcionalidad. Si $s(t)$ es la distancia que el cuerpo ha caído al tiempo t desde su punto inicial o de liberación, entonces $v = ds/dt$ y $a = dv/dt = d^2s/dt^2$. En términos de s, la ecuación (14) es una ecuación diferencial de segundo orden.

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = mg - k\frac{ds}{dt} \qquad \text{o} \qquad m\frac{d^2s}{dt^2} + k\frac{ds}{dt} = mg. \qquad (15)$$