1.3 ED & modelos matemático

* Como a uno le piden P(t), pero las ED se dan en termino de sus derivadas, entonces hay que integrar?

① $\frac{dP}{dt} = kP$ crecimiento de la población

"La razón de cambio de la población en un país es proporcional a la población actual"

2) La ec ① falla al no considerar tasa de mortalidad

a) La razón de crecimiento es igual a la tasa de natalidad en ①
b) La razón de cambio de la Población es neta: diferencia entre tasa de natalidad & mortalidad

c) Determinar P(t) si: tasa-natalidad & mortalidad son proporcionales a la población presente

$\frac{dP}{dt}$ = tasaNatalidad − tasaMortalidad (Por ⓑ)

$\frac{dP}{dt} = K(nP - mP)$; donde: n: N°-nacidos
m: N°- muertos (Por ⓒ)

se borra $\frac{dP}{dt} = KP$ por ⓐ, ya q̃ ese es el motivo por el q̀ está mal

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = KP(n-m)}$$

1 SQUARE =

3) en base al ②. determinar $P(t)$ si

a) tasa Natalidad es proporcional a la población actual
b) tasa Mortalidad es proporcional al cuadrado de la población actual

$$\frac{dP}{dt} = nP - mP$$ en base al punto ②

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = nP - mP^2}$$ por (b)

4) Usar ③. pero suponer q'

a) es razón de cambio de población de un pez
b) son pescados con una razón cte $h > 0$

$$\frac{dP}{dt} = nP - mP^2$$ en base a ③

$$\frac{dP}{dt} nP - mP^2 - h$$ por (b)

. Ley enfriamiento / Calentamiento de Newton

② ② $\frac{dT}{dt} = K(T - T_m)$ $K < 0$ si T_m es cte

↳ temperatura del ambiente

" La rapidez de cambio de temperatura es proporcional a la diff entre la temperatura del cuerpo y el medio"

1 SQUARE =

6) En base a ② :

a) T_m varía en función del tiempo
b) T_m es periódica con un periodo de 24 h

** Punto 6 gráfica

$$\frac{dT}{dt} = k\left(T - T_m(t)\right)$$ por (a)

Para $T_m(t)$: $T_m(t)$ = amplitud * sen ó cos + desfase Y

amplitud en 24 h

$$\text{amplitud} = \frac{D}{F} = \frac{110-50}{2} = 30$$

N° veces q se repite la onda en un periodo

$$\text{desfase } Y = \frac{max + min}{2} = \frac{110+50}{2} = 80$$

$\theta = ?$ $\frac{2\pi}{24}$

$$T_m(t) = -30\cos(\theta t) + 80$$

1 SQUARE =

1

Propagación de una enfermedad ó tecnología

$$\frac{dx}{dt} = Kxy$$

donde: n: Población Fija

$x(t)$: N° Personas enfermas

$y(t)$: Personas q' no han sido expuestas al cambio

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = Kx(n+1-x)}$$

" Es lógico suponer q' dx/dt es proporcional al N° - encuentros entre estos grupos de Personas

8) en $t=0$, se crea una innovación tecnológica en una comunidad de n Personas. Determinar $x(t)$ si:

ⓐ La razón con la q' se propaga es Proporcional al N° de Personas que ya la han adoptado y ⓑ al N° de personas q' no la han adoptado

$$\frac{dx}{dt} = Kx(n+1-x)$$ Formula base

$$\frac{dx}{dt} = K\cancel{xy} \quad ; \quad y = n - X$$

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = KX(n-x)}$$

1 SQUARE =

A(t): sal en el tanque en el tiempo t

R_{entra} = concentración sal en fluido · razón de entrada

//

$\dfrac{dA}{dt} = \text{razón entrada} - \text{razón de salida}$

R_{sale} concentración sal en el flujo de salida · razón de salida

Mezclas

10)

** enunciado 10

300 gal, hay 50 lb de sal

razón entrada: 3 gal/min * concentración sal en fluido

razón salida: 2 gal/min · * concentración sal en flujo-salida

concentración sal en fluido = 2 lb / gal

concentración sal en flujo de salida: A(t)

$$r_{in} = 3\,\frac{gal}{min} \times \frac{2\,lb}{\cancel{gal}} = \boxed{6\ lb/min}$$

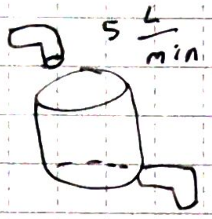
$$r_{out} = \frac{A(t)}{300+t} \times \frac{2\,lb}{gal} \times \left(\frac{3\,gal}{min} - \frac{2\,gal}{min}\right) = \frac{2A(t)}{300+t}$$

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = 6 - \frac{2\,A(t)}{300+t}}$$

1 SQUARE =

Inicialmente en 100L de agua se disuelven 15 Kg de cierta sustancia

Ej extra:



$5 \frac{L}{min}$ $\quad 2 \frac{Kg}{L}$

$4 \frac{L}{min}$

500 L capacidad

x: Cantidad de sustancia mezclada en tiempo T

$$\frac{dx}{dt} = \text{tasa de entrada} - \text{tasa de salida}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{5L}{min} \times \frac{2Kg}{L} - 4\frac{L}{min}\left(\text{concentración salida}\right)$$

$$\frac{dx}{dt} = 10\frac{Kg}{min} - 4\frac{L}{min} \cdot \frac{x(t)}{V(t)}$$

t [min]	V [L]
0	100
1	$100 + \left(5\frac{L}{min} - 4\frac{L}{min}\right) = 100+1$
⋮	⋮
A	$100 + t = V(t)$

d.

$$500 - 100$$

$$0 \leq t \leq 400$$

$$\boxed{\frac{dx}{dt} = 10\frac{Kg}{min} - 4\frac{L}{min}\frac{x(t)}{100+t}}$$

1 SQUARE =