4.10 Reducción - orden: solo hay que hacer sustitución

si la ec es autónoma | si no lo es

$z = y'$ $\quad y'' = z\frac{dz}{dy}$ | $z = y'$ $\quad z' = y''$

4.1) Para determinar si una solución tiene sol. particular, se reemplazan las condiciones iniciales

$f_1, f_2, \dots f_n$ son Linealmente independientes si $W(f_1, f_2, \dots f_n) \neq 0$

$$W_{n\times n}(f_1, f_2, \dots f_n) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ f_1' & f_2' & \cdot & f_n' \\ f_1'' & f_2'' & \cdot & f_n'' \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

Verificar que una familia de soluciones es solución general de una ED

a) Ver que cada solución particular satisface la ED
b) Ver que las soluciones particulares son Linealmente I.

** Ej 35 4.1 dia a dia**
superposición

1 SQUARE = ____________

4.2) Hallar una segunda solución a partir de la primera solución

$x^2 y'' - 5xy' + 9y = 0$

$y'' \underbrace{- \frac{5}{x}}_{p(x)} y' + \frac{9}{x^2} y = 0$

$$y_2 = y_1(x) \int \frac{e^{-\int p(x)dx}}{y_1^2(x)} dx$$

SOLUCIÓN A ECUACIONES LINEALES

coeficientes constantes

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

a) Solucionar la Ec asociada (reemplazar $y^{(n)}$ por m^n y hallar las raíces)

b) Formar la solución general según el tipo de raíces:

raíces iguales: $y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 x e^{m_1 x}$

si m_1 apareció 2 veces

raíces distintas: $y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x}$

raíz compleja $a \pm bi$: $y = e^{ax}(c_1 \cos(bx) + c_2 \operatorname{sen}(bx))$

raíces complejas repetidas:

$$y = e^{a_1 x}(c_1 \cos(b_1 x) + c_2 \operatorname{sen}(b_2 x)) + x e^{a_2 x}(c_3 \cos(b_2 x) + c_4 \operatorname{sen}(b_2 x))$$

1 SQUARE =

Coeficientes indeterminados: método superposición

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = g(x)$$

La idea es hallar una solución particular y_p, una homogénea y_h y sumarlas para obtener la familia de soluciones.

a) Hallar y_h resolviendo la Ec homogenea asociada

b) analizar $g(x)$, y en base a ella identificar la forma de y_p

cte	A
Ax^2+Bx+C	Ax^2+Bx+C
$\text{sen}(Ax)$, $\cos(Ax)$	$B\,\text{sen}(Ax) + B\cos(Ax)$
e^{Ax}	Be^{Ax}
Ej: $5x\,\text{sen}\,4x$	$(Ax+B)\,\text{sen}(4x) + (Cx+D)\cos 4x$

b.1) Hacer y_p linealmente independiente de y_h

c) Derivar y_p para reemplazarla en la ED y hallar el valor de sus ctes

d) $y = y_h + y_p$

1 SQUARE = ____________

Coeficientes indeterminados: Anulador

a) Resolver asociada

b) Averiguar anulador para $g(x)$

Anulador	Funcion
D^{n+1}	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$
$(D-a)^{n+1}$	$x^n e^{ax}$
$D^2 + \beta^2$	Cos(bx), Sen(bx)

Ej: $4 - 4e^x + e^{2x}$ $\quad D(D-1)(D-2)$

c) Reemplazar $y^{(n)}$ por D^n en la ED, multiplicar a ambos lados por el anulador

Ej: Si $y'' + 3y' = 4x+5$; Anulador $= D^2$

$$D^2 (D^2 + 3D)\, y = D^2 (4x+5)$$

$$D^2 (D^2 + 3D)\, y = 0$$

d) Resolver raices para D y armar y

e) Identificar y_p sabiendo que $y = y_h + y_p$

f) Reemplazar y_p en la ED (para hallar sus ctes)

g) Reemplazar ctes en la solución general

1 SQUARE =

Método variación de parámetros:

a) solucionar asociada y_h

b) calcular Wronskiano de las funciones de y_h

c) calcular los otros wronskianos

$$ej: \quad W_1 = \begin{vmatrix} 0 & y_1 \\ f(x) & y_1' \end{vmatrix}$$

NOTA: f(x) se calcula al dividir g(x) entre el coeficiente de la mayor derivada

d) Calcular $u_i = \int \frac{W_i}{W}$

e) Hallar $y_p = u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_i y_i$

f) $y = y_h + y_p$

Ver ejercicios 1 y 2o 4-6

Cauchy-Euler: sirve para coeficientes variables

El grado de la x debe ser igual al de la y (REVISAR)

$$ej: \quad x^2 y'' + y = 0$$

a) Sustituir $y = x^m$ y solucionar asociada para m.

b) Formar la solución homogenea según el tipo de raíz:

raíces repetidas: $y_h = C_1 x^{m_1} + C_2 x^{m_1} \ln x$

raíces distintas: $y_h = C_1 x^{m_1} + C_2 x^{m_2}$

raíces complejas $a \pm bi$: $y_h = x^a \left[C_1 \cos(b \ln x) + C_2 \operatorname{sen}(b \ln x) \right]$

1 SQUARE =