Métodos de Simulación Física: Primer Parcial

Nombre____ Cédula ______________________

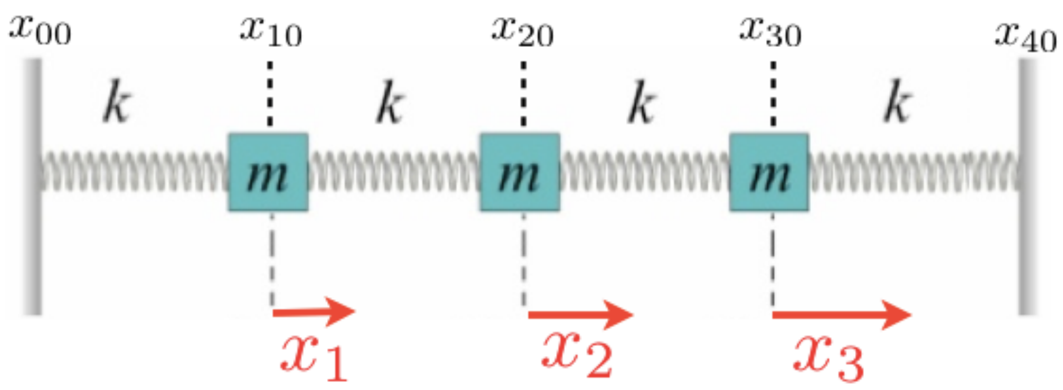
Instrucciones generales

El parcial está diseñado para desarrollarse en 2 (máximo 3) horas. Pasado ese tiempo, debe hacerse un primer envío al correo jdmunozcsimulacion@gmail.com colocando el subject "Primer Parcial Simulación: [NOMBRE], [CÉDULA]", reemplazando los espacios de [NOMBRE] y [CÉDULA] con su nombre y su cédula, respectivamente. El envío debe contener todos los códigos .cpp, las gráficas en .jpg como attachments, y los datos que se le pidan como parte del texto. Luego, pueden hacer un segundo envío antes del mediodía del día miércoles 6 de abril de 2016. El primer envío tiene en la nota un peso del 80%, y el segundo, del 20%.

Buena suerte y buen pulso!!

Problema a desarrollar

Considere el sistema formado por tres masas iguales unidas por cuatro resortes iguales, como se muestra en la figura.



Cada masa i-ésima se encuentra en reposo en una posición x_{i0}, a partir de la cual se desplaza a una posición x_i (que puede ser positiva o negativa). La fuerza neta sobre cada masa es la fuerza ejercida por los dos resortes que la conectan:

Masa 1	$F = -kx_1 + k(x_2 - x_1)$
Masa 2	$F = -k(x_2 - x_1) + k(x_3 - x_2)$
Masa 3	$F = -k(x_3 - x_2) - kx_3$

1. Oscilación Libre

a) (15pts) Construya un modelo en computador que simule por dinámica molecular el movimiento del sistema. Para ello, tome los siguientes datos:

masa	$m = 1$
constante del resorte	$k = 1$
radios de los cuerpos	$R = 1$
Posiciones iniciales	$x_{00} = 0, x_{10} = 10, x_{20} = 20,$ $x_{30} = 30, x_{40} = 40$

b) (10pts) Coloque la siguiente condición inicial,

$$x_1 = 5, x_2 = -5\sqrt{2}, x_3 = 5$$

y deje que el sistema oscile durante 20 unidades de tiempo, con un $\Delta t = 0.05$. Monitoree la posición x_1 en función del tiempo, y disminuya Δt hasta que la amplitud de oscilación se mantenga aceptablemente constante, y reporte este valor de Δt. Mida el periodo T.

c) (5pts) Repita el paso anterior para las condiciones iniciales

$$x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = 5$$

y

$$x_1 = 5, x_2 = 5\sqrt{2}, x_3 = 5$$

, anotando los periodos de oscilación que obtiene para cada una de ellas. Éstos son los 3 modos normales de oscilación del sistema

De este primer punto, envíe:

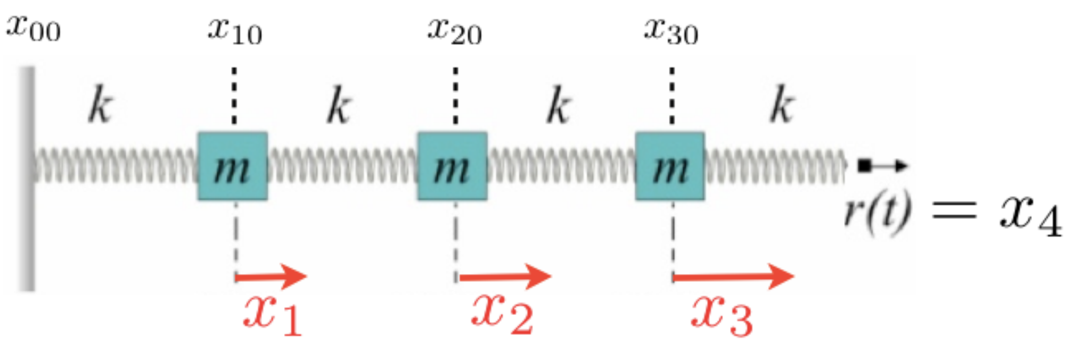
- *El programa .cpp que hace la simulación (ojalá con animación)*
- *El reporte del valor de Δt que encuentra como adecuado.*
- *La gráfica .jpg de $x_1(t)$ y el reporte del periodo T medido.*

2. Oscilación Forzada

Ahora, la barrera de la derecha no se deja fija, sino que se oscila con una frecuencia y amplitud fija,

$$x_4(t) = A \sin(\omega t)\ ,$$

como se muestra en la figura.



Además, cada masa i-ésima tiene, adicionalmente, una fuerza de rozamiento forzado, proporcional a la velocidad v_i. Las fuerzas sobre cada masa son, entonces, las siguientes:

Masa 1	$F = -kx_1 + k(x_2 - x_1) - \gamma m v_1$
Masa 2	$F = -k(x_2 - x_1) + k(x_3 - x_2) - \gamma m v_2$
Masa 3	$F = -k(x_3 - x_2) + k(x_4(t) - x_3)\ - \gamma m v_3$

La idea es, ahora, ver la amplitud de la oscilación forzada en función de la frecuencia de x_4, e identificar los modos normales como los movimientos que se generan con máxima amplitud.

a) (5pts) Modifique su modelo para simular por dinámica molecular el movimiento del sistema forzado. Para ello, tome los siguientes datos:

Fricción	$\gamma = 0.05$
Amplitud	$A = 0$
Frecuencia impulsora	$\omega = 0.5$

Observe que con cero amplitud, lo que está simulando es en realidad nuevamente el sistema libre.

b) (5pts)Coloque la siguiente condición inicial,

$$x_1 = 5, x_2 = -5\sqrt{2}, x_3 = 5$$

y deje que el sistema oscile durante 200 unidades de tiempo. Monitoree la posición x_1 en función del tiempo, y observe cómo la amplitud decae exponencialmente. Estime aproximadamente el tiempo de equilibrio t_{eq} que requiere el sistema para detenerse casi del todo.

c) (5pts) Ahora implemente la oscilación forzada haciendo $A = 0.1$, deje pasar el tiempo de equilibrio t_{eq} y mida la amplitud de oscilación de $x_1(t)$.

d) (5pts) Finalmente, varíe ω desde $\omega = 0.1$ hasta $\omega = 3.0$, en pasos de 0.1, y grafique la ampitud en función de la frecuencia.

De este segundo punto, envíe:

- *El programa .cpp que hace la simulación forzada (ojalá con animación)*
- *La gráfica .jpg de $x_1(t)$ decayendo exponencialmente y el reporte del valor de t_{eq} que mide.*
- *La gráfica .jpg de la amplitud de $x_1(t)$, luego de estabilización, en función de la frecuencia impulsora ω.*