

La física del fútbol

P. Quintero-Cabra 132554* and L. Lagares-Casarubia 835088**

(Dated: 25 de Abril de 2006)

En este trabajo simulamos la trayectoria del balón que dió como resultado un espectacular gol marcado por el jugador brasileño Roberto Carlos, en un Torneo de Futbol en Francia en 1997. Utilizamos como datos para la simulación los que se pueden estimar a partir del video del gol; las dimensiones de la cancha y demás cantidades que intervienen en los cálculos fueron tomados de la literatura. Los resultados reproducen, con una buena aproximación, la trayectoria de la pelota.

I. INTRODUCCIÓN

La historia comienza a partir de un golazo. En el Torneo de Francia, o Mundialito, llevado a cabo en Lyon en el año 1997, el brasileño Roberto Carlos castigó a la selección local con un gol de tiro libre que pareció desafiar todas las leyes de la física.

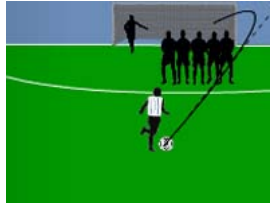


Figura 1.

Desde varios metros fuera del área, casi de frente al arco, el jugador brasileño sacó un potente disparo con la cara externa de su botín izquierdo. La pelota eludió la barrera de cinco hombres abriéndose hacia la derecha con una curva que pareció encaminarla en dirección al banderín del corner. Sin embargo, apenas superada la barrera, el balón comenzó a bajar y “enderezó” su trayectoria, derecho adentro del arco del sorprendido guardavalla francés.

La explicación para todos los movimientos extraños en deportes con útiles esféricos generalmente viene dada en términos de la fuerza de Magnus: Un objeto en rotación crea un remolino de aire a su alrededor. Sobre un lado del objeto, el movimiento del remolino tendrá la misma dirección que la corriente de aire a la que el objeto está expuesto. En este lado la velocidad se incrementará. En el otro lado, el movimiento del remolino se produce en la dirección opuesta a la de la corriente de aire y la velocidad se verá disminuida. La presión en el aire se ve reducida desde la presión atmosférica en una cantidad proporcional al cuadrado de la velocidad, con lo que la presión será menor en un lado que en otro, causando una fuerza perpendicular a la dirección de la corriente de aire. Esta fuerza desplaza al objeto de la trayectoria que tendría si no existiese el fluido. La fórmula explícita de la fuerza es:

$$\vec{F}_M = \frac{1}{2} C_s \rho A V^2 \frac{\vec{\omega} \times \vec{V}}{|\vec{\omega} \times \vec{V}|} \quad (1)$$

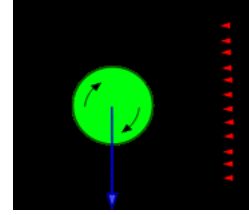


Figura 2. Efecto Magnus.

II. EL MODELO

En el modelo además de la fuerza de Magnus considerada en la introducción, tenemos una fuerza de oposición al movimiento o fuerza de arrastre, y un torque sobre el balón que al modificar su velocidad angular, modifica la fuerza de magnus (de ahí la conveniencia de usar dinámica molecular). La fuerza de arrastre es fuertemente dependiente de la velocidad:

$$\vec{F}_A = -\frac{1}{2} C_a A |V| \vec{V} \quad (2)$$

Donde ρ es la densidad del aire (1.2 kg/m^3 al nivel del mar) y A es el área de la sección transversal de la bola. El coeficiente de arrastre C_a es una cantidad adimensional que depende del número de Reynolds:

$$Re = \frac{2\rho r V}{\mu} \quad (3)$$

Donde r es el radio de la bola y μ la viscosidad ($1.83 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$). El número de Reynolds mide la razón entre las fuerzas inerciales y viscosas que actúan en la bola, pequeños valores indican flujo laminar, y grandes valores régimen turbulento.

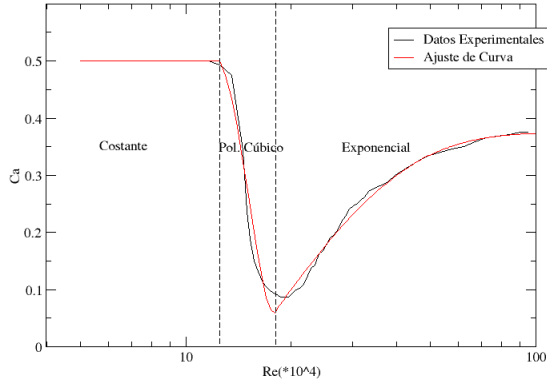
Para pequeños números de Reynolds el coeficiente de arrastre C_a está dado por la ley de Stokes (fuerza proporcional a la velocidad); sin embargo este régimen solo ocurre para velocidades irrisorias, menores que 0.1 mm/s , por tanto nuestra región de interés será la mostrada en

*paquinteroc@unal.edu.co

**lclagaresc@unal.edu.co

la Gráfica 1; en la primera parte Ca es aproximadamente constante e igual a 0.5, por tanto la fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad (para valores menores que 10^5). La zona crítica es el lugar de transición entre la fase laminar y turbulenta, en donde se da un repentino descenso del valor de Ca , para un balón de fútbol (grado de rugosidad $1.5 \cdot 10^{-3}$) esta entre 30 y 35 m/s, velocidad que se alcanza por buenos jugadores en tiros con bola quieta, gran parte de la gracia de los deportes con útiles esféricos está en las variaciones inducidas por esta región.

En la Gráfica 1 se muestra un ajuste a tres funciones de datos experimentales tomados de [4], esta regresión fue la que se uso en el programa para calcular Ca como función de la velocidad



Gráfica 1. Ajuste de los datos de Ca

En la literatura no se encuentra una expresión para los torques sobre el balón en vuelo. Para nuestro caso utilizamos dos aproximaciones, las cuales compararemos; en la primera suponemos un torque proporcional a la velocidad angular, en analogía con el movimiento traslacional (a pequeños números de Reynolds):

$$\vec{\tau} = -\alpha \vec{\omega} \quad (4)$$

en la segunda consideramos un flujo laminar que esta en rodadura con el balón, es decir, en cada punto de la superficie del balón la velocidad del viento es la velocidad relativa y ejerce una fuerza de fricción proporcional al cuadrado de esta velocidad, haciendo el promedio sobre la superficie del balón se encuentra que:

$$\vec{\tau} = -\beta |\vec{V}| \vec{\omega} \quad (5)$$

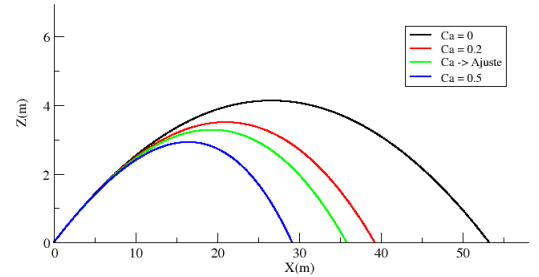
III. SIMULACIÓN

Los datos de la simulación se estiman en base al video del tiro de Roberto Carlos (available on line [5], la velocidad

angular y el ángulo inicial son difíciles de estimar, para no cometer errores de orden comparamos con [4])

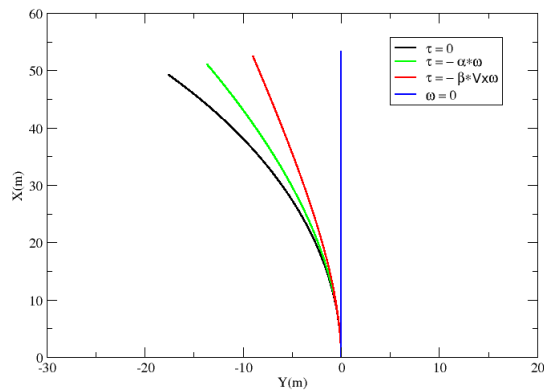
1. masa del balón 0.43 Kg
2. radio del balón 0.11 m
3. posición inicial (32,2,0) m
Origen de coordenadas en la porteria
4. Largo de la cancha 120 m
5. Ancho de la cancha 90 m
6. Distancia de tiro al arco 32 m
7. Velocidad Inicial 30.4 m/s
8. Angulo inicial 13.3° respecto al plano horizontal y 17° al vertical
9. Velocidad angular $\omega = (0, -2, 30)\text{rad/s}$
10. Torque $-\alpha \vec{\omega}$ $\alpha = 10^{-3} \text{ Nms}$
11. $\Delta t = 0.001\text{s}$

En la Gráfica 2 se muestra como se cambia la trayectoria en el plano x-z al modificar el coeficiente de arrastre Ca ; para $Ca=0$ se obtiene la parábola del movimiento sin fricción, y para Ca ajustado se obtiene un alcance considerablemente menor, en ambos casos son considerar la fuerza de Magnus.



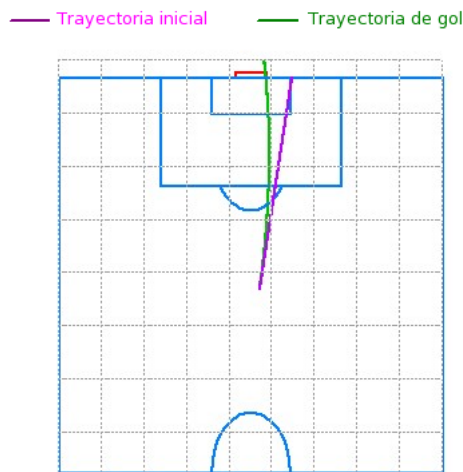
Gráfica 2. trayectoria del balón en el plano x-z para distintos valores de Ca . Sin fuerza de magnus

La Gráfica 3 muestra la diferencia de las vistas superiores de las trayectorias obtenidas al coniderar la fuerza de Magnus, con diferentes expresiones para el torque retardador del giro de la pelota; como en la gráfica anterior, la curva verde corresponde a la expresión que tomaremos en nuestra simulación.



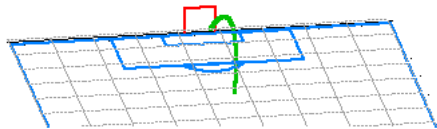
Gráfica 3. Trayectorias para los dos modelos de torques utilizados $\alpha = 10^{-3} \text{ Nms}$, $\beta = 10^{-4} \text{ N s}^2$.

Simulemos ahora el disparo de Roberto Carlos. Con las condiciones indicadas anteriormente encontramos que que el balón impacta en el borde interior del palo izquierdo del arquero, a una altura de 0.96m; los jugadores en la barrera observan como el balón, que inicialmente parecía moverse fuera del área chica, toma una extraña curva que lo lleva hasta el fondo de la red. La Gráfica 4 ilustra esto.



Gráfica 4. Vista superior de tiro de Roberto Carlos

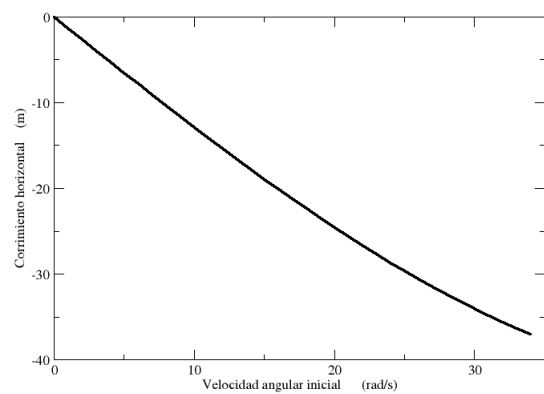
La gráfica 5 es una vista en perspectiva del mismo disparo que reproduce muy bien la figura 1 y el video.



Gráfica 5. El travesaño está a una altura de 2.44 m, el tiempo que el balón tardó en llegar fue 1.42 s

Ahora que hemos completado el objetivo principal (reproducir las condiciones del tiro libre de Roberto Carlos) podemos ver comportamientos de los parámetros que resultan interesantes, en lo que sigue utilizaremos las mismas condiciones iniciales y variaremos el parámetro indicado.

Finalmente podemos hacer una gráfica(7) del corrimiento horizontal para un tiempo de 10s en función de la velocidad angular, vemos que para los valores alcanzados (30 rad/s) el comportamiento es lineal



Gráfica 6. $y(10s)-y(0)$ vs. ω . $\vec{\tau} = -\alpha\vec{\omega}$

IV. CONCLUSIONES

El efecto Magnus puede desviar en unos pocos metros la trayectoria normal de un balón en un tiro libre, siempre que la velocidad angular y la velocidad traslacional sean lo suficientemente grandes; para buenos jugadores estos valores pueden ser muy altos (15rev/s y 30m/s) y la curva también muy pronunciada como en el caso de Roberto Carlos cuyo tiro queda completamente explicado por lo aquí expuesto. Y hasta estos valores máximos parece ser que el corrimiento horizontal para un tiempo dado es lineal con la velocidad angular inicial para el modelo de torque lineal con la velocidad angular.

[1] www.alternatura.com/futm/science/aerodynamics.htm

[2] www.fcen.uba.ar/prensa/noticias/2006/noticias_12jul_2006.html

- [3] <http://www.prnewswire.co.uk/cgi/news/release?id=87846>
- [4] Rev. Bras. Ens. Fis. vol.26 no.4 São Paulo Oct./Dec. 2004
- [5] <http://www.youtube.com/watch?v=W5XpXU8TBoo>
- [6] Gerhart P, Gross R, Hochstein J. Fundamentos de Mecánica de Fluidos. 2a edición. Addison-Wesley. USA. 1995.