

---

---

Versuch 33

27. September 2021

**Prismenspektrometer**

Physikalisches Anfängerpraktikum I

Juan Provencio

Betreuer: Markel Fix

---

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuches</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Prismenspektrometer . . . . .	2
2.2	Balmer-Serie . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>3</b>
3.1	Materialen und Geräte . . . . .	3
3.2	Aufbau . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Messung und Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Messprotokoll . . . . .	5
4.2	Auswertung . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>9</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	9
5.2	Diskussion . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Quellen</b>	<b>11</b>

# 1 Ziel des Versuches

Mit diesem Versuch wollen wir die Wellenlängen der Spektrallinien von Helium und Wasserstoff bestimmen. Dies machen wir indem wir mittels bekannter Wellenlängen der Spektrallinien von einer Quecksilberdampflampe und Messung der Ablenkungswinkeln durch den Prisma eine Eichkurve erstellt. Damit kann man die abgelesenen Winkeln der anderen Spektrallinien auf die Eichkurve eintragen und die Wellenlänge bestimmen. Durch die Wellenlänge der Wasserstofflampe können wir die Rydberg-Konstante  $R_\infty$  bestimmen. Dies kann nützlich sein, angenommen man wüsste nicht um welche Art von Lampe es sich handelt, um das chemische Element zu identifizieren, denn jedes Element seine eigene Konfiguration von Spektrallinien besitzt.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Prismenspektrometer

Wenn Licht auf ein Prisma fällt, dann wird diese in ihre jeweiligen Wellenlängen unterschiedlich gebrochen und zerlegt. Dieser Prisma besteht aus einem durchsichtigen Material, am häufigsten Glas mit dem Brechungsindex  $n$ . Am Prisma schneiden sich die zwei Flächen wo Licht gebrochen wird auf einem Winkel  $\varepsilon$ , diesen bezeichnen wir als brechender Winkel.

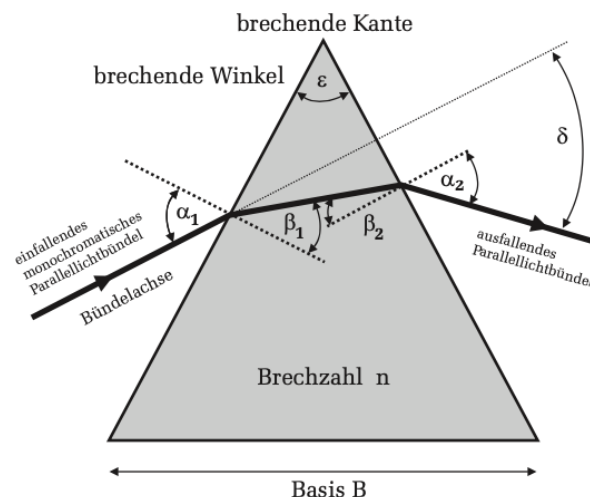


Abbildung 1: Hauptschnitt eines Prismas

Der Ausgangswinkel  $\delta$  setzt sich aus einer komplizierteren Zusammenstellung

von verschiedenen Winkeln, diesen können wir mathematisch bestimmen als

$$\delta = \alpha_1 - \varepsilon + \arcsin \left( \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} \sin \varepsilon - \sin \alpha_1 \cos \varepsilon \right) \quad (1)$$

Es ist aber deutlich einfacher, diesen Winkel durch eine Messung zu bestimmen. Der Winkel  $\delta$  wird minimal, wenn das Prisma symmetrisch vom Licht getroffen wird. Insbesondere gilt dann

$$\alpha_{\min} = \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\delta_{\min} + \varepsilon}{2} \quad (2)$$

und dabei ist die Fraunhofersche Formel

$$n = \frac{\sin \left( \frac{\delta_{\min} + \varepsilon}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)} \quad (3)$$

womit wir den Brechungsindex des Prismas bestimmen können.

## 2.2 Balmer-Serie

Die vier sichtbaren Spektrallinien von Wasserstoff werden als Balmer-Series nach ihren Entdecker Johann Jakob Balmer bekannt. Insbesondere hat er damit eine Formel gegeben, mit welcher sich die Wellenlängen der vier sichtbaren (und weitere nicht sichtbaren) Spektrallinien berechnen lassen. Diese lautet

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad | n \geq 2 + 1, m = 2 \quad (4)$$

Ein Elektron emittiert beim Übergang von einem Energieniveau zu einem anderen Energie in Form von Licht, mit der Balmer-Series identifizieren wir, dass das Elektron von einem diskreten Energieniveau der Ordnung  $n$  auf das Energieniveau der Ordnung  $m$  fällt. Damit lässt sich mit einer Proportionalitätskonstante die Wellenlänge bestimmen. Anschaulich kann man das in Abbildung 2 erkennen. Die Rydberg-Konstante beträgt  $R_{\infty} = 1,097\,373\,156\,816\,0(21) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  (CODATA, 2019)

## 3 Versuchsaufbau

### 3.1 Materialien und Geräte

- Spektrometer mit Prisma

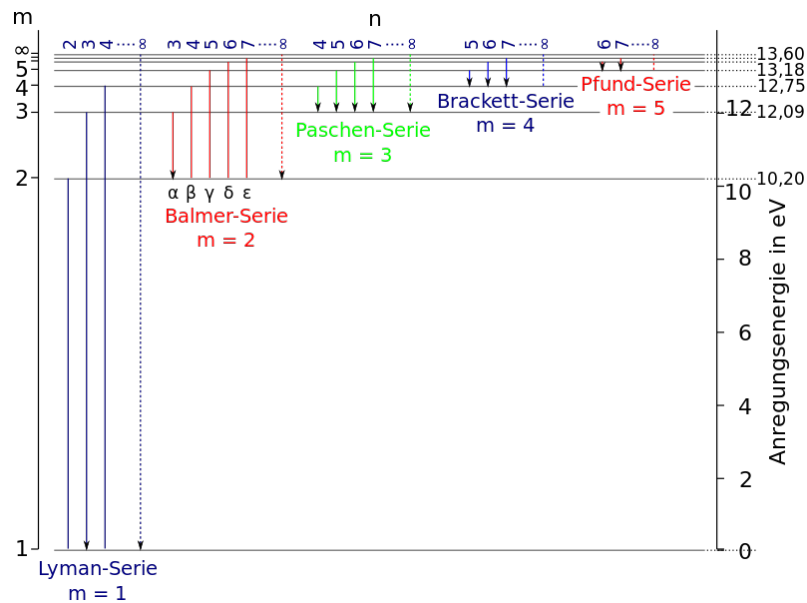


Abbildung 2: Balmer und andere Series

- Hg-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß
- He-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß
- Netzteil
- Wasserstofflampe mit Netzgerät

### 3.2 Aufbau

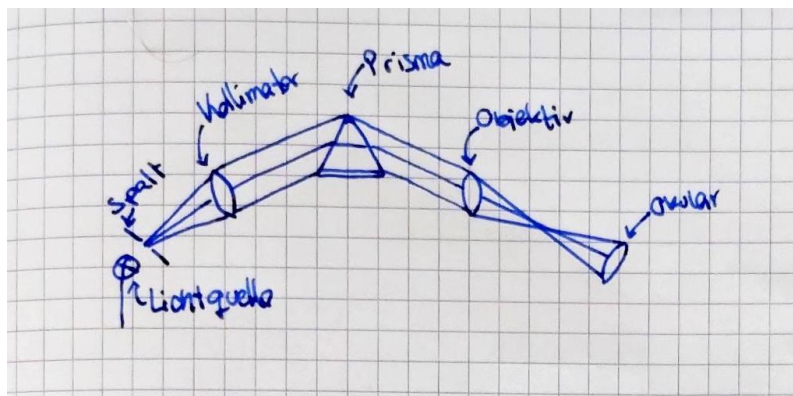


Abbildung 3: Aufbau

## 4 Messung und Auswertung

### 4.1 Messprotokoll

Messprotokoll V33 Prismenspektrometer  
27.09.2021  
Mina Brandt  
Juan Provencio

Teil Aufgabe 3: Eichkurve  
Wir messen den Ablenkswinkel für folgende zehn Linien des Hg-Spektrums

Tabelle 1: Ablenkswinkel der Spektrallinien der Hg-Lampe

Messung	Wellenlänge $\lambda$ [nm]	Farbe	Winkel $\delta$ [°]	$\sigma_\delta$ [°]
1	690,7	rot (schwach)	41,12	0,03
2	625,4	rot (mittel)	40,57	
3	579,1	gelb (stark)	40,17	
4	579,0	gelb (stark)	40,15	
5	546,1	grün (stark)	39,78	
6	499,2	blaugrün (schwach)	39,25	
7	491,6	blaugrün (mittel)	39,15	
8	435,8	blau (stark)	38,15	
9	407,8	violett (mittel)	37,27	
10	404,7	violett (stark)	37,15	

Teil Aufgabe 4: Wellenlänge des He-Spektrums  
Bei gleicher Prismeneinstellung messen wir den Ablenkswinkel für folgende sechs Linien des He-Spektrums

Tabelle 2: Ablenkswinkel der Spektrallinien der He-Lampe

Messung	Farbe	Winkel $\delta$ [°]	$\sigma_\delta$ [°]
1	rot (stark)	40,95	0,03
2	gelb (stark)	40,25	
3	grün (stark)	39,33	
4	grün (mittel)	39,20	
5	blau (mittel)	38,82	
6	blau (stark)	38,33	

Abbildung 4: Messprotokoll

Teilaufgabe 6: Balmer-Serie des Wasserstoffspektrums

Wir bestimmen den Ablenkswinkel der folgenden vier Linien des H-Spektrums.

Tabelle 3: Ablenkswinkel der Spektrallinien der H-Lampe

Messung	Farbe	Winkel $\delta$ [°]	$\sigma_\delta$ [°]
1	rot (stark)	40,72	0,03
2	türkis (stark)	39,00	
3	violett (stark)	38,00	
4	violett (schwach)	37,23	

Abbildung 5: Fortsetzung Messprotokoll



## 4.2 Auswertung

### 4.2.1 Eichkurve

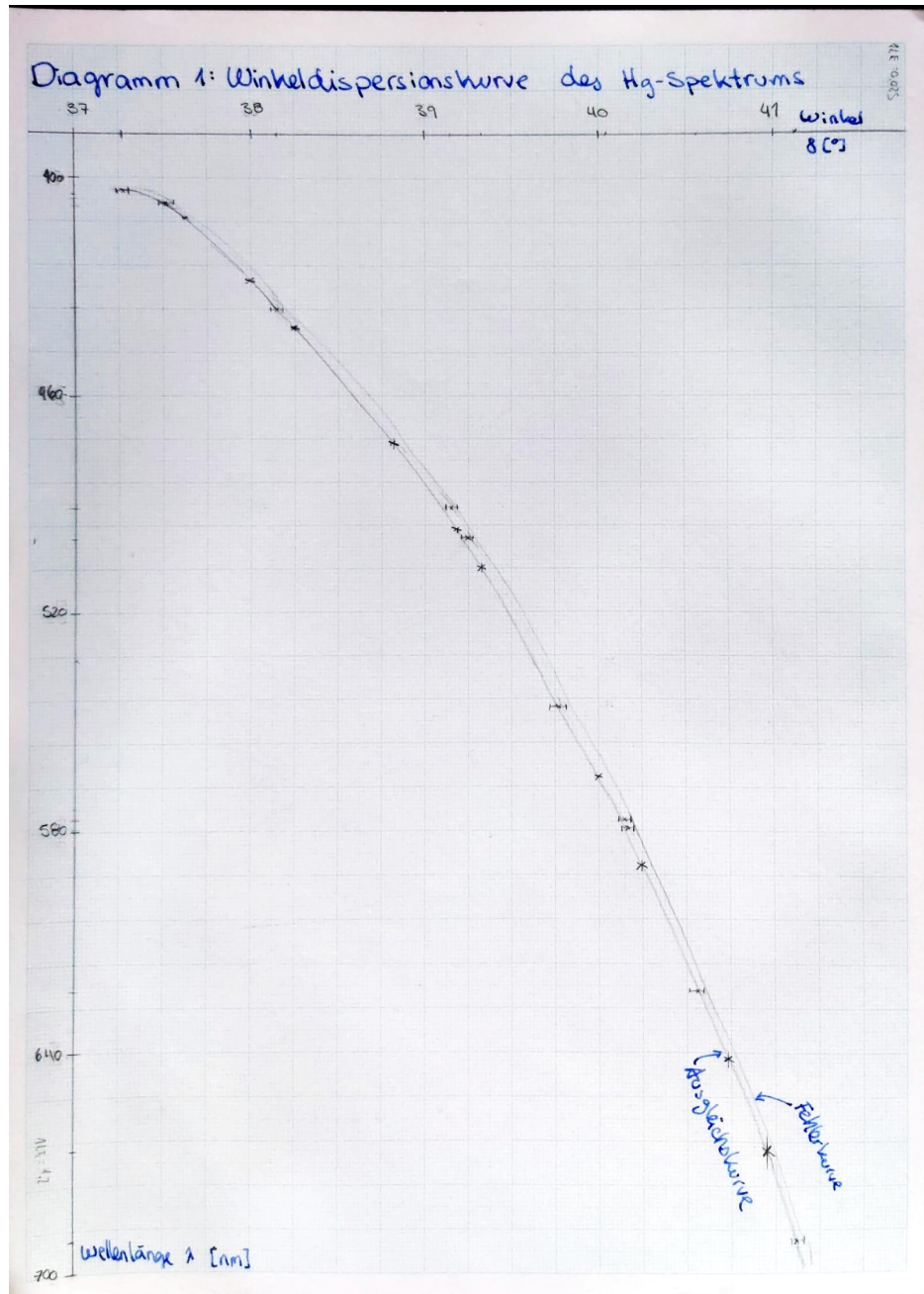


Diagramm 1: Eichkurve: Winkeldispersion der Spektrallinien

### 4.2.2 Wellenlänge des He-Spektrums

An unsere gezeichnete Eichkurve übertragen wir nun die Werte aus Tabelle 2 des Messprotokolls 4 und lesen die zugehörige Wellenlänge ab. Dies liefert uns

Messung	Farbe	Winkel $\delta$ [°]	Wellenlänge $\lambda$ [nm]	$\sigma_\lambda$ [nm]
1	rot (stark)	40,95	666	5
2	gelb (stark)	40,25	590	5
3	grün (stark)	39,33	508	4
4	grün (mittel)	39,20	497	3
5	blau (mittel)	38,82	473	3
6	blau (mittel)	38,23	441	3

Tabelle 4: Abgelesene Wellenlänge aus dem Winkel, He-Lampe

Der Fehler wurde mithilfe der Fehlerkurve abgeschätzt. Der Grund, weshalb langwelliges Licht einen größeren Fehler hat ist, weil die Kurve sich schneller bei langwelligem Licht ausstreckt, obwohl der Winkelfehler gleich bleibt, das heißt, dass für die gleiche Winkelhöhe der Fehlerbereich dabei größer ist.

### 4.2.3 Balmer-Series des Wasserstoffspektrums

Wiederum tragen wir zunächst die Wellenlängen, die man an der Eichkurve für die jeweiligen Winkeln ablesen kann auf Tabelle 5.

Messung	Farbe	Winkel $\delta$ [°]	Wellenlänge $\lambda$ [nm]	$\sigma_\lambda$ [nm]
1	rot (stark)	40,72	642	5
2	türkis (stark)	39,00	566	4
3	violett (stark)	38,00	429	3
4	violett (schwach)	37,23	411	3

Tabelle 5: Abgelesene Wellenlänge aus dem Winkel, H-Lampe

Mithilfe der Barmel-Formel (4) können wir für jede dieser Wellenlängen nach der Rydberg-Konstante umformen und aus dem Mittelwert der vier Messung eine Näherung dafür finden. Die einzelnen Werte werden in Tabelle 6 eingetragen.



Messung	Wellenlänge $\lambda$ [nm]	$n$	$R_\infty$ [ $10^7 \text{ m}^{-1}$ ]
1	$642 \pm 5$	3	$1,121 \pm 0,009$
2	$481 \pm 4$	4	$1,109 \pm 0,007$
3	$429 \pm 3$	5	$1,110 \pm 0,008$
4	$411 \pm 3$	6	$1,095 \pm 0,008$

Tabelle 6: Bestimmung der Rydberg-Konstante

Aus diesen Werten erhalten wir einen Mittelwert nach

$$\bar{R}_\infty = \frac{\sum_{i=1}^4 R_{\infty,i}}{4} = 1,10875 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (5)$$

Den Fehler bestimmen wir als

$$\sigma_{\bar{R}_\infty} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3} \sum_{i=1}^4 (R_{\infty,i} - \bar{R}_\infty)^2} = 0,05 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (6)$$

Damit gilt

$$R_\infty = (1,11 \pm 0,05) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (7)$$

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

### 5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch wurde mithilfe des Ablenkungswinkels eines Prisma nach dem Durchgang von Licht verschiedener Lampen das Spektrum der zugehörigen Lampen bestimmt. Als erstes wurde zur Kalibrierung eine Quecksilberdampflampe mit Spektrallinien bekannter Wellenlänge benutzt. Danach haben wir die Messungen von einer Helium- und einer Wasserstofflampe mithilfe dieser Eichkurve auf die zugehörige Wellenlänge übertragen. Mit bekannter Wellenlängen der Wasserstofflampe konnten wir schließlich die Rydberg-Konstante mithilfe der Barmel-Formel bestimmen.

### 5.2 Diskussion

Als erstes wollen wir uns die Genauigkeit unserer Messungen bei Teilaufgabe 3. und 4 mit den Literaturwerten vergleichen. Diese entnehmen wir dem

Praktikumsskript und führen die Berechnung der Abweichungen tabellarisch durch. Dafür geben wir die Abweichung mit der Formel

$$\frac{|\lambda - \lambda_{\text{Lit}}|}{\sigma_\lambda} \quad (8)$$

an.

Messung	$\lambda$ [nm]	$\lambda_{\text{Lit}}$ [nm]	$\sigma$
1	$666 \pm 5$	667,8	0,4
2	$590 \pm 5$	587,6	0,5
3	$508 \pm 4$	501,6	1,6
4	$497 \pm 3$	492,2	1,6
5	$473 \pm 3$	471,3	0,6
6	$441 \pm 3$	447,1	2

Tabelle 7: Vergleich mit Literaturwerte, Spektrum He-Lampe

Aus diesen Abweichungen lassen sich einige Ergebnisse einer ziemlich guten Genauigkeit zuordnen. Bei Messungen 3,4 und 6 ist allerdings die Abweichung nicht mehr so insignifikant. Mögliche Gründe dafür ist wahrscheinlich die Unterschätzung des Fehlers. Wir haben den Fehler mithilfe der Fehlerkurve abgeschätzt, aber wir haben nicht damit gerechnet, dass die Erstellung dieser Kurve, wegen der nicht linearen Natur und der unbekannten Beziehung zwischen dem Winkel und der Wellenlänge, höchst fehleranfällig war. Die Zeichnung der Eichkurve mit Papier und Bleistift gelingt bei einigen Fällen, insbesondere wenn es sich um eine lineare Beziehung handelt, hier kann man aber offensichtlich merken, dass diese Methode nicht zuverlässig ist.

Messung	$\lambda$ [nm]	$\lambda_{\text{Lit}}$ [nm]	$\sigma$
1	$642 \pm 5$	656,3	2,9
2	$481 \pm 4$	486,1	1,3
3	$429 \pm 3$	434,0	1,7
4	$411 \pm 3$	410,1	0,3

Tabelle 8: Vergleich mit Literaturwerte, Spektrum H-Lampe

Vergleichsweise zu den Werten bei der Helium Lampe zeigen die abgelesenen Wellenlängen der Wasserstoff-Lampe eine größere Abweichung. Die Literaturwerte wurden Abbildung 6 aus dem Praktikumsskript entnommen. Ablesefehler sind nicht ausgeschlossen, aber ein möglicher Grund kann die

Intensität des Spektrums beim Herausfinden des Winkels gewesen sein. Die Spektrallinien des Wasserstoffs sind ein bisschen undeutlicher als die vom Heliumspektrum, zumindest wenn man die Videoaufnahme betrachtet. Immerhin sind alle Abweichungen innerhalb des  $3\sigma$ -Bereiches, weshalb man mit großer Sicherheit die abgelesenen Wellenlänge dem Wasserstoffspektrum zuordnen könnte.

Schließlich wollen wir den ausgerechneten Wert für die Rydberg-Konstante (6) mit dem Literaturwert (CODATA, 2019) vergleichen. Es ergibt sich eine Abweichung von

$$\frac{|R_\infty - R_{\infty, \text{Lit}}|}{\sigma_{R_\infty}} = 0,25 \quad (9)$$

0,25  $\sigma$ -Abweichungen. Der Fehler des Literaturwertes war vernachlässigbar klein. Dieses Ergebnis ist ziemlich gut, insbesondere wenn man bedenkt, dass die einzelnen Ablesungen der Wellenlängen nicht als gut waren. Dies zeigt natürlich die Nützlichkeit einen Mittelwert zu bestimmen, aber auch, dass unsere Fehlern bei den Wellenlängen statistischer und nicht systematischer Natur waren. Ein systematischer Fehler hätte die Zeichnung der Eichkurve sein können. Wir begnügen uns mit diesem Ergebnis, dass die Eichkurve gut genug gewesen sein muss.

## 6 Quellen

CODATA. (2019, Mai 20). CODATA Value: Rydberg constant. NIST.gov. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ryd>

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP1 für Studierende der Physik B.Sc., 97-102.