
Versuch 221

3. November 2021

Adiabatenkoeffizient

Physikalisches Anfängerpraktikum 2.1

Jan A. Kesting

Betreuer/in: Niklas Merz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
1.1	Ziel/Motivation	2
1.2	Aufgaben	2
1.3	Versuchsaufbau	2
1.4	(physikalische) Grundlagen	2
3	Auswertung	6
3.1	Adiabatenkoeffizient nach Clément-Desormes	6
3.2	Adiabatenkoeffizienten nach Rüchardt	7
3.3	Vergleich der Werte	9
4	Zusammenfassung und Diskussion	10
4.1	Zusammenfassung	10
4.2	Diskussion	10

1 Einleitung

1.1 Ziel/Motivation

In diesem Versuch nimmt man sich den Adiabatenkoeffizient κ genauer unter die Lupe. Dieser ist eine essentielle, stoffabhängige Größe in der Thermodynamik und in thermodynamischen Prozessen, wie etwa der Carnot-Prozess, nicht wegzudenken.

1.2 Aufgaben

1. Mittels des Versuchsaufbaus nach Clément-Desormes ist der Adiabatenkoeffizient von Luft zu bestimmen.
2. Ermittlung der Adiabatenkoeffizienten von Luft und Argon nach Rüchardt.

1.3 Versuchsaufbau

Die Versuchsaufbauten sind auf der ersten Seite des Messprotokolls zu finden.

1.4 (physikalische) Grundlagen

Beim Versuchsaufbau nach **Clément-Desormes** wird in ein fixes Volumen ein Gas (in unserem Fall Luft) gepumpt. Hierbei entsteht ein Überdruck (die Temperatur T steigt auch, weshalb man etwas abwarten muss, bis sich die Zimmertemperatur wieder eingestellt hat). Dieser ist an einem Messrohr zu erkennen, in dem U-förmig Wasser an einer Skala gelagert ist. Je höher der Druck, desto größer die Höhendifferenz h der Wassersäulen der jeweiligen Schenkeln des Rohres.

Lässt man nun in einem kurzen Zeitintervall (1-2 s) über ein Ventil Luft austreten, sodass ein Druckausgleich mit der Atmosphäre stattfindet und das Ventil danach wieder verschließt. Wegen der geringen Öffnungszeit tritt nur Gas aus; die Temperatur wird nicht mit der Umgebung ausgeglichen. Somit kann man hier von einem **adiabatischen Prozess** sprechen. Das Gas kühlt sich hierbei aufgrund der Volumenausbreitung um ΔT ab.

Passt sich die Temperatur des Gases nun langsam wieder der Außentemperatur an, so expandiert das Gas im Behälter, wodurch der Druck steigt, was sich wieder an dem U-Rohr bemerkbar macht. Da sich das Volumen hier nicht ändert, spricht man von einer **isochoren Zustandsänderung**.

Da die einzelnen Zustände 1 und 2 (vor und nach der Öffnung des Ventils) über die **Poisson'sche Gleichung** zusammenhängen:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad (1)$$

Man erkennt, dass der Prozess auch von der Materialabhängigen Größe des **Adiabateneffizienten** κ abhängt, kann nach diesem Umstellen und anhand der gemessenen Höhendifferenz h der Wassersäulen bestimmen:

$$\Rightarrow \kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (2)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Ermittlung des Adiabateneffizienten ist die Methode nach **Rüchardt**. Hier schwingt ein Schwingkörper der Masse m in einem Schwingrohr mit Radius r , welches an einem Behälter mit Volumen V gekoppelt ist, auf und ab. Da die Bewegung allerdings stark gedämpft ist, schließt man eine Gasquelle mit Überdruck an, und bringt im Schwingrohr ein kleines Loch an. Der Schwingkörper schwingt nun an dem Loch auf und ab, und periodisch kann Luft entweichen. Somit eliminiert man die Reibungseffekte und der Schwingkörper bewegt sich nun periodisch auf und ab rein aufgrund der adiabatischen Kompression und Expansion des Gaskissens unter ihm. Für die Bewegungsgleichung der Masse gilt:

$$\ddot{x} + \frac{\pi^2 r^4 \kappa p}{mV} x = 0 \quad (3)$$

Aus dieser Differentialgleichung lässt sich die messbare Periodendauer T bestimmen, welche dann zusätzlich von dem Adiabateneffizient κ (nach welchem gesucht wird!) und dem herrschenden Druck p abhängt.

$$T = \sqrt{\frac{4mV}{r^4 \kappa p}} \quad \Rightarrow \kappa = \frac{4mV}{r^4 T^2 p} \quad (4)$$

Letzterer berechnet sich über:

$$p = p_0 + \frac{mg}{A} = p_0 + \frac{mg}{\pi r^2} \quad (5)$$

Wobei g der Ortsfaktor der Erde ist.

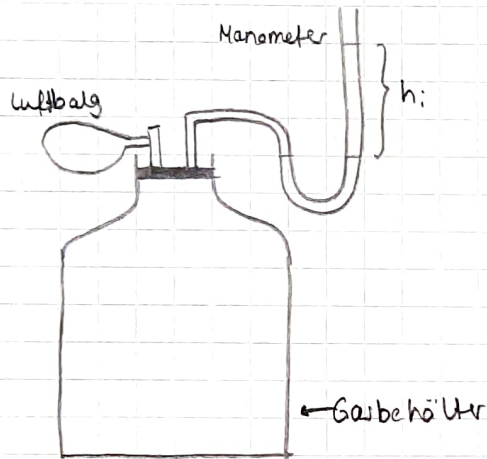
ADIABATENKOEFFIZIENT

Geräte

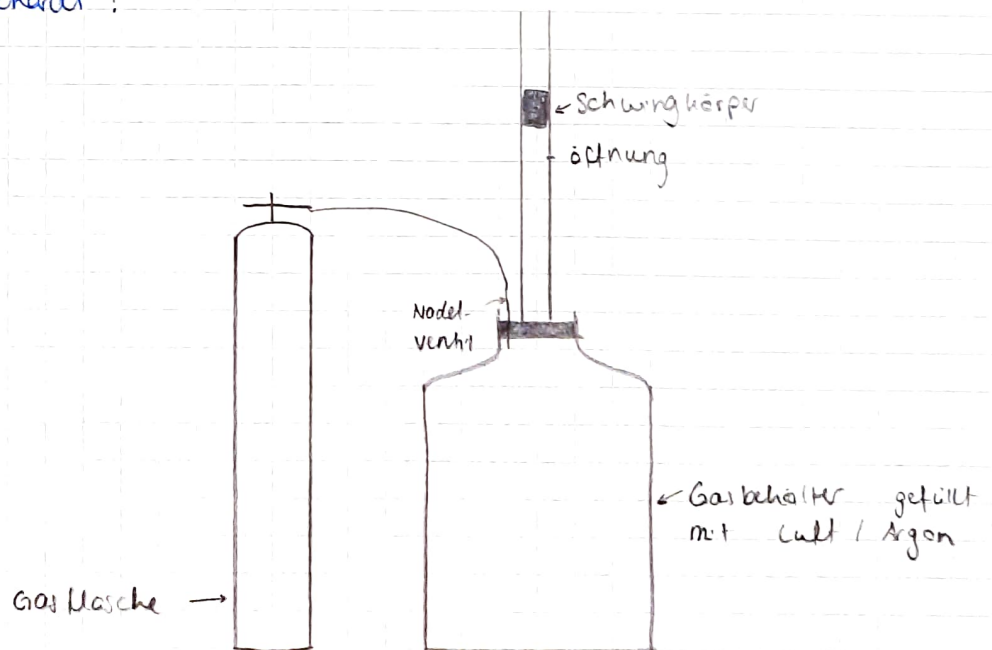
- Gasbehälter mit Manometraufsatz und Luftbalg (Clement-Desormes)
- Gasbehälter mit Rohransatz und Nadelventil (Rüchardt)
- Glasrohr mit zylindrischem Schwingkörper
- Gasflaschen (Argon, Luft)
- Stoppuhr

Aufbau

Aufbau nach Clement-Desormes:



Aufbau nach Rüchardt:



Clement - Desormes

Durch Pumpen mit dem Luftballg wird ein Überdruck erzeugt.
Nach Temperaturausgleich wird der Druck h_1 notiert.
Der Stopfen wird für 2s geöffnet und erneut der Temperaturausgleich
abgewartet. Es wird h_3 abgelesen. Die Messung wird 5 Mal wiederholt.

h_1 [cm]	10,8	5,0	7,6	8,5	8,0
h_3 [cm]	2,7	0,9	1,9	2,1	2,1

Der Fehler berechnet sich nach $\Delta h = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^2}$ $\Delta h_i = \pm 1 \text{ mm}$

Rüchardt

Luft : $V_L = (5370 \pm 5) \text{ cm}^3$
 $m_{k,L} = (26,116 \pm 0,002) \text{ g}$
 $r_{k,L} = (7,975 \pm 0,010) \text{ mm}$

Schwingdauer für 50 Perioden : $t_{50,L} = 50,14 \text{ s} / 50,18 \text{ s} / 50,20 \text{ s}, \Delta t_{50,L} = 0,2 \text{ s}$

Argon : $V_A = (5460 \pm 5) \text{ cm}^3$
 $m_{k,A} = (20,006 \pm 0,002) \text{ g}$
 $r_{k,A} = (7,985 \pm 0,025) \text{ mm}$

Schwingdauer für 50 Perioden : $t_{50,A} = 47,29 \text{ s} / 47,10 \text{ s} / 46,98 \text{ s}$ $\Delta t_{50,A} = 0,2 \text{ s}$

Luftdruck : $p_0 = 981,7 \text{ mbar} \pm 0,1 \text{ mbar}$

Niklas Men. 02.11.21

3 Auswertung

Die Berechnungen der Auswertung, und somit auch alle Ergebnisse, finden in Excel-Tabellen statt. Diese sind am Ende der Auswertungen oder Berechnungen der jeweiligen Versuchsteile eingefügt mit allen ihren Ergebnissen. Somit werden in der Auswertung nur die Rechnungen und die relevanten Endergebnisse angegeben.

3.1 Adiabatenkoeffizient nach Clément-Desormes

Da die Messung fünfmal wiederholt wurde, berechnet man den Adiabatenkoeffizient κ von Luft auch fünfmal, und bildet daraus dann den Mittelwert mit den entsprechenden Fehlern.

Man setzt die Werte der Messungen nach Clément-Desormes in (2) ein. Der Fehler berechnet sich hier nach:

$$\Delta\kappa = \sqrt{\left(\frac{\Delta h_1 h_2}{(h_1 - h_2)^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_2 h_1}{(h_1 - h_2)^2}\right)^2} \quad (6)$$

Messung i	1	2	3	4	5
h_1 [cm]	10,8	5	7,6	8,5	8
h_2 [cm]	2,7	0,9	1,9	2,1	2,1
Delta h_j [cm]	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
h_1 [m]	0,108	0,05	0,076	0,085	0,08
h_2 [m]	0,027	0,009	0,019	0,021	0,021
Delta h_j [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Adiabatenkoeffizient kappa_i	1,333333	1,219512	1,333333	1,328125	1,355932
Delta kappa_i	0,016968	0,030222	0,024112	0,021376	0,023761

Tabelle 2: Exceltabelle zur Berechnung der Adiabatenkoeffizienten κ der Messungen mit Luft

Als nächstes berechnet man den Mittelwert der Messungen i und erhält daraus den Adiabatenkoeffizienten κ_L von Luft:

$$\kappa_L = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \kappa_i \quad (7)$$

besser ist mittlerer Fehler der Mittelwerte
weil $\sigma \approx \Delta \kappa_i$

$$\Delta \kappa_L = \sqrt{\Delta \kappa_i^2 + \sigma^2} = \sqrt{\left(\frac{\sum_{j=1}^5 \Delta \kappa_i}{5}\right)^2 + \frac{\sum_{j=1}^5 (\kappa_i - \kappa_L)^2}{5}} \quad (8)$$

Durch einsetzen der jeweiligen Größen erhält man für den Adiabatenkoeffizienten von Luft:

$$\underline{\underline{\kappa_L = 1,3 \pm 0,13}} \quad \checkmark \quad (9)$$

3.2 Adiabatenkoeffizienten nach Rüchardt

Als nächstes widmet man sich der Bestimmung der Adiabatenkoeffizienten κ_L und κ_A -Luft und Argon - nach Rüchardt. Man muss den gesamten angegebenen Rechenweg zweimal durchlaufen; einmal für die Messung mit Luft und einmal mit Argon.

Wir haben drei Zeitmessungen t_i , jeweils 50 Schwingungen, durchgeführt. Daraus folgt dann für Mittelwert \bar{t} (und den entsprechenden Fehler $\Delta \bar{t}$):

$$\bar{t} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 t_i \quad \Delta \bar{t} = \sqrt{\Delta t^2 + \sigma^2} \quad \checkmark \text{ „nähern“} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{t} = \sqrt{\Delta t^2 + \frac{\sum_{i=1}^3 (t_i - \bar{t})^2}{3}} \quad (11)$$

Daraus folgt dann für eine Periodendauer T bei $n = 50$:

$$T = \frac{\bar{t}}{50} \quad \Delta T = \frac{\Delta \bar{t}}{50} \quad (12)$$

Bevor man jetzt den Adiabatenkoeffizient bestimmen kann, muss vorher noch mithilfe (5) der Druck p bestimmt werden. Dazu einfach die Werte des Messprotokolls einsetzen. Der Fehler errechnet sich folgendermaßen:

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_0^2 + \left(\frac{\Delta m g}{r^2 \pi}\right)^2 + \left(\frac{2 \Delta r m g}{r^3 \pi}\right)^2} \quad \checkmark \quad (13)$$

Nun verfügt man über alle relevanten Größen und kann die gesuchten Adiabatenkoeffizienten per (4) bestimmen, indem man einfach einsetzt. Der Fehler dessen errechnet sich über:

$$\Delta\kappa = \kappa \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta r}{r}\right)^2} \quad (14)$$

Daraus folgen für die beiden Adiabatenkoeffizienten κ_L und κ_A :

$$\Rightarrow \underline{\underline{\kappa_L = 1,38 \pm 0,013}} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\kappa_A = 1,57 \pm 0,026}} \quad (15)$$

Messung	Luft	Argon
Zeit t [s]	50,14	47,29
	50,18	47,1
	50,2	46,98
Delta t [s]	0,2	0,2
t quer [s]	50,17333	47,12333
Delta t quer [s]	0,20232	0,253837
Periodendauer T [s]	1,003467	0,942467
Delta T [s]	0,004046	0,005077
Masse m [kg]	0,026116	0,026006
Delta m [kg]	0,000002	0,000002
Rohrradius r [m]	0,007975	0,007985
Delta r [m]	0,00001	0,000025
Volumen V [m ³]	0,00537	0,00546
Delta V [m ³]	0,000005	0,000005
Luftdruck p ₀ [Pa]	98770	98770
Delta p ₀ [Pa]	10	10
Druck p [Pa]	100052,2	100043,6
Delta p [Pa]	33,28912	79,34999
Adiabatenkoeffizient kappa	1,376529	1,57219
Delta kappa	0,013144	0,026042

> Runden auf sinnvollen Wert!

/ nicht schön aus.
Langfristig würde ich euch empfehlen auf Python umzusteigen :)

Tabelle 3: Exceltabelle zur Berechnung der Adiabatenkoeffizienten κ_L und κ_A nach Rüchardt

3.3 Vergleich der Werte

Zuletzt werden noch die soeben berechneten Werte verglichen (hier wird mit den exakten Ergebnissen hantiert). Das Skript liefert einem einen Literaturwert für den Adiabatenkoeffizienten von Argon $\kappa_{A_{lit}} = 1,648$. Bei Luft vergleicht man die in den beiden Versuchsteilen bestimmten Adiabatenkoeffizienten:

$$\sigma_L = \frac{|\kappa_{LCD} - \kappa_{LR}|}{\sqrt{\Delta\kappa_{LCD}^2 + \Delta\kappa_{LR}^2}} = \underline{\underline{0,47}}$$

$$\sigma_A = \frac{|\kappa_{A_{lit}} - \kappa_A|}{\Delta\kappa_A} = \underline{\underline{2,91}} \quad (17)$$

✓ auch hier gibt es einen Literaturwert
 $\kappa_{Luft} = 0,78 \kappa_{N_2} + 0,22 \kappa_{O_2}$
 (16)

✓ Runden auf 2 Nachkommastellen

Vergleich Luftmessungen sigma	0,47480586
Kappa_L_CD	1,31404721
Kappa_L_R	1,37652948
Delta Kappa_L_CD	0,13093728
Delta Kappa_L_R	0,01314439
Vergleich Argon sigma	2,9110375
Kappa_A lit. Wert	1,648
Kappa_A	1,57219017
Delta Kappa_A	0,0260422

Tabelle 4: Exceltabelle zur Berechnung der jeweiligen σ -Abweichungen der errechneten Koeffizienten

4 Zusammenfassung und Diskussion

4.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch hat man zuerst den Adiabatenkoeffizient von Luft nach Clément-Desormes bestimmt. Anschließend wurde die Methode von Rüchardt angewendet. Hierbei haben wir uns allerdings dazu entschieden 3 Messreihen je 50 Schwingungen durchzuführen, in der Annahme, dass hierdurch exaktere Ergebnisse geliefert werden würden. ✓

4.2 Diskussion

Mit Blick auf die σ -Abweichungen erkennt man, dass in allen Fällen keine signifikanten Abweichungen auftreten. Die Abweichung der Adiabatenkoeffizienten lässt sich möglicherweise an mehreren Faktoren festmachen:

Die signifikanteste Fehlerquelle bei Clément-Desormes war, dass nach dem Aufpumpen des Gefäßes nicht lange genug gewartet wurde, sodass sich die Temperaturen nicht ganz der Umgebung angepasst haben, wodurch die Höhendifferenzen falsch abgelesen wurden. ✓

Im Versuch nach Rüchardt haben wir strikt nach Skript gearbeitet, bis auf die wiederholte Messungen der Periodendauern. Dennoch sollten diese nicht eine $2,9\sigma$ -Abweichung verursachen. Eine sinnvolle Vermutung ist, dass der Schwingkörper, welcher im Schwingrohr gelagert war, doch noch ordentliche Reibungskräfte verspürte. Diese waren zwar nicht auf das Gas zurückzuführen, aber auf Kontakt mit der Schwingröhre des Aufbau und könnten möglicherweise einen Einfluss auf das Ergebnis genommen haben. Außerdem waren die beiden Versuchsaufbauten leicht unterschiedlich, wodurch diese Erklärung noch plausibler wird, da bei Luft nur eine geringe $0,47\sigma$ -Abweichung zu sehen ist.

Trotz der Abweichungen kann man immer noch von einem gut gelungenem Versuch sprechen.

was
meint du?

→ keine konstante
harmonische
Schwingung

Bitte Wert immer hin zu einer sinnvollen signifikanten Stelle
runden.

⊕

17.11.21

Kilian Herz