-1. Konstanten

Boltzmann-Konstante:
$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}
Avogadro Zahl:
$N_A = 6,022\ 147\ 76 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Universelle Gaskonstante:
$R = k_B N_A = 8,314\ 54$ J mol^{-1}
Thermischer Ausdehnungskoeffizient:
$\gamma = \frac{1}{273,15}$
Elektrische Feldkonstante:
$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ A s V^{-1} m^{-1}
Elementarladung:
$e = 1,602\ 176 \cdot 10^{-19}$ C
Masse Elektron:
$m_e = 9,109383 \cdot 10^{-31}$ kg
Magnetische Feldkonstante:
$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ N A^{-2}

0. Wärmelehre

Ideales Gasgesetz:
$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
Druck-Dichte-Temperatur:
$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$
Gesetz von Gay-Lussac:
$V(T) = V_0(1 + \gamma T)$
Kraft:
$F_n = p_{\text{Druck}} \cdot A$
$F = m \cdot A \cdot N \cdot \overline{v_x^2}$
Mittlere kinetische Energie:
$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$
Innere Energie:
$U = N \cdot \overline{E_{\text{kin}}}$
Thermisches Gleichgewicht:
$c_A \cdot m_A (T - T_A) = c_B \cdot m_B (T - T_B)$
Arbeit:
$W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p \cdot \mathrm{d}V$
Wirkungsgrad:
$\eta = \frac{|\Delta W|}{\Delta Q_W}$
Zustandsänderungen
Isobare (p=const):
$\Delta W_{12} = -p(V_2 - V_1)$
$= -nR(T_2 - T_1)$
$\Delta Q_{12} = nc_p(T_2 - T_1)$
$\Delta U_{12} = n(c_p - R)(T_2 - T_1)$
Isotherme (T=const):
$\Delta U = \frac{f}{2} R \Delta T = 0$
$\Delta Q = -\Delta W$
$\Delta Q_{12} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
Isochore (V=const):
$\mathrm{d}W = p\mathrm{d}V = 0$
$\Delta Q_{12} = n \cdot c_V (T_2 - T_1)$
$\Delta U_{12} = \Delta Q_{12} = \frac{f}{2} nR(T_2 - T_1) c_V$
$= \frac{f}{2} R = c_p - R$
Adiabate ($\Delta Q = 0$):
$\Delta U_{12} = \Delta W_{12}$
$\mathrm{d}U = \frac{f}{2} nR\mathrm{d}T = nc_V \mathrm{d}T$
$\mathrm{d}W = -p\mathrm{d}V = -nRT\frac{\mathrm{d}V}{V}$
$c_V \frac{\mathrm{d}T}{T} = -R\frac{\mathrm{d}V}{V}$
$\to c_V \ln T = -R \ln V + \text{const}$
$\to p \cdot V^\gamma = \text{ const}$
Molwärme:
$c_v = \frac{f}{2} R$
$c_p = \frac{f+2}{2} R$
Van-der-Waals-Gleichung[1]:
$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - bn) = nRT$
Entropie:
$\Delta S = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}Q_{\text{rev}}}{T}$
$S = k_B \cdot \ln\left(\frac{1}{W}\right)$
$\Delta S = -k_B \cdot \ln W(V_1) > 0$
Reversibler Prozess:
$\sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i} = \text{const}$
$\Rightarrow \mathbf{p}, \mathbf{L}, E = \text{const}$
Irreversibler Prozess:
$\sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i} < 0$

1. Transportprozesse

Fluss:
Energie $: J_E = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$
Masse $: J_m = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$
Ladung $: J_q = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$
Flussdichte:
Energie $: j_E = \frac{\mathrm{d}E}{A\mathrm{d}t}$
Masse $: j_m = \frac{\mathrm{d}m}{A\mathrm{d}t}$
Ladung $: j_q = \frac{\mathrm{d}q}{A\mathrm{d}t}$
Kontinuitätsgleichung:
$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \mathbf{j}$
Wärmefluss:
$J_Q = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$
Fourier-Gesetz:
$j_Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
Teilchenstromdichte:
$\mathbf{j} = \phi \mathbf{v}$
Ficksches Gesetz:
$\mathbf{j}_D = -D(T) \nabla n$

2. Elektrizität und Magnetismus

Maxwell Gleichungen
Gaußsches Gesetz:
$\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
Quellenfreiheit:
$\nabla \mathbf{B} = 0$
Induktionsgesetz:
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
Durchflutungsgesetz:
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
Coulombsches Gesetz:
$\mathbf{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \mathbf{e}_r \mathbf{F}_C = -\nabla E_{\text{pot}}(\mathbf{r})$
Elektrisches Feld:
$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \mathbf{e}_r$
$E_{\text{Linie}} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R}$
$E_{\text{Fläche}} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}$
Elektrischer Fluss:
$\Phi_E = \int_A \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$
Gaußsches Gesetz:
$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho_q}{\varepsilon_0} = -\nabla\nabla\phi = -\nabla^2 \phi$
Satz von Gauß:
$\oint_A \mathbf{E}\ \mathrm{d}\mathbf{A} = \int_V \nabla \mathbf{E} \mathrm{d}V$
Elektrisches Potential:
$\phi(\mathbf{r}) = \frac{E_{\text{pot}}(\mathbf{r})}{q}$
Elektrische Spannung:
$U_{12} = \Delta\phi_{12} = -\int_1^2 \mathbf{E}\ \mathrm{d}\mathbf{s}$
Dipolmoment:
$\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d}$
Arbeit Dipol:
$W = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$
Kraft Dipol:
$\mathbf{F} = qd\frac{\mathrm{d}\mathbf{E}}{\mathrm{d}r} = \mathbf{p}\nabla\mathbf{E}$
Kapazität:
$C = \frac{Q}{U}$
Parallelschaltung:
$C = \sum_i^N C_i,\ U = U_i$
Reihenschaltung:
$\frac{1}{C} = \sum_i^N \frac{1}{C_i},\ Q = Q_i$
Arbeit Kondensator:
$W = \int U\ \mathrm{d}Q = \frac{1}{2} C U^2$
Mit Dielektrikum:
$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 C_0 U^2 = \frac{Q^2}{2 \cdot \varepsilon_0 C_0}$
Energie Kondensator:
$E_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 V E^2$
Energiedichte:
$\omega_e = \frac{E_C}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$
Permittivität:
$C_{\text{Diel}} = \varepsilon_r C_0$
Feldstärke Dielektrikum:
$E_{\text{Diel}} = \frac{\sigma_{\text{tot}}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0$
Ladungsdichte Dipol:
$\sigma_p = \sigma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$
Totale Ladungsdichte:
$\sigma_{tot} = \sigma_0 - \sigma_p$
Feldstärke Vakuum:
$E_0 = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0} \sigma_{\text{tot}}$
Polarisation:
$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$

[1] $b = 4 N_A V_A$: Covolumen, a: Kohäsionsdruck

$P = \frac{Q_p d}{V} = \frac{\sigma_p A d}{V} = \sigma_p$

Dielektrische Verschiebung:

$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_{diel} + \mathbf{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E}_{diel}$
$= \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$

Energiedichte:

$\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E}^2 = \frac{1}{2}\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$

Ohmsches Gesetz:

$U = R \cdot I$

Strom:

$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \int_A \mathbf{j} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$

Stromdichte:

$j = \frac{I}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$
$\mathbf{j} = \rho \cdot \mathbf{v} = n \cdot q_e \cdot \mathbf{v}_D$
$j = \frac{U}{R \cdot A} = \frac{l \cdot E}{R \cdot A} = \sigma \cdot E$

Kontinuitätsgleichung:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0$

Spannung:

$U = \phi_a - \phi_b = E \cdot \Delta l$

Differentieller Widerstand:

$r = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I}$

Differentielle Leitfähigkeit:

$s = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}U}$

Spezifische Leitfähigkeit:

$\sigma = \frac{l}{RA}$

Leitfähigkeit:

$S = \sigma \frac{A}{l}$

Widerstand:

$R = \rho \frac{l}{A}$

Elektrische Leistung:

$P = IU$

Konstanter Widerstand:

$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$

Leistungsverlust:

$P_V = P - P_L$

Kirchhoffsche Regeln:

Knotenregel $: \sum I_K = 0$
Maschenregel $: \sum U_K = 0$

Widerstand:

Reihenschaltung $: R = \sum R_i$
Parallelschaltung $: \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

Magnetischer Fluss:

$\Phi_m = \int_A \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$

Magnetische Kraft:

$\mathbf{F} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$

Lorentz-Kraft:

$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Drehmoment:

$\mathbf{M} = \mathbf{d} \times \mathbf{F} = \mathbf{d} \times I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$
$= I(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$
Dipol $: \mathbf{M} = \mu \times \mathbf{B}$

Magnetisches Moment:

$\mu = I \cdot \mathbf{A}$

Hallspannung:

$U_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d} = \frac{R_H \cdot I \cdot B}{d}$

Magnetisches Feld:

$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}\left(\hat{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}\right)$

Magnetischer Fluss durch geschlossene Oberfläche:

$\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A} = 0$

Satz von Gauß:

$\int_V \nabla \mathbf{B} = \oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$

Biot-Savart-Gesetz:

$\mathrm{d}\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}\ \mathrm{d}V$

Magnetisierung:

$\mathbf{M} = \frac{1}{V}\sum \mu_\mathbf{i} = \frac{I_m}{l}\hat{\mathbf{n}}\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$
$= \frac{\chi_m}{\chi_m + 1}\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$
$\mathbf{M} = \frac{1}{3}\frac{\mu \mathbf{B}_{\text{ext}}}{k_B T} \cdot \mathbf{M}_s$

Dipolmoment:

$\boldsymbol{\mu_i} = I_i \cdot \mathbf{A} = I_m \frac{dl}{l}\mathbf{A}$

Gesamtmagnetstärke:

$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}$
$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$

Magnetische Erregung:

$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$

Induzierte Spannung:

$U_{\text{ind}} = -\dot{\Phi}_m(t)$
$U_{\text{ind}} = -L \cdot \dot{I}$

Potentialdifferenz:

$\mathrm{d}U_{\text{ind}} = E_{\text{ind}}\mathrm{d}l = vB\mathrm{d}l$

Induktivität:

$L = \frac{\Phi_m}{I}$

Ampere-Maxwell Gesetz:

$\oint \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0 \int \mathbf{j}\ \mathrm{d}\mathbf{A} + \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \int \dot{\mathbf{E}}\ \mathrm{d}\mathbf{A}$
$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{j} + \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

Einschaltvorgang

Induktivität:

$U_0 - L \cdot \dot{I} = I \cdot R$
$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\right)$

Kapazität:

$U_0 - RI = \frac{Q}{C}$
$-R\dot{I} = \frac{I}{C}$
$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{R \cdot C}}$
$U(t) = U_0 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$

Ausschaltvorgang

Induktivität:

$I(t) = \frac{U_0}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$
$U(t) = I(t) \cdot R = U_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$

Kapazität:

$I(t) = -I_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{R \cdot C}}$
$U(t) = U_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{R \cdot C}}$

RLC-Stromkreis

Leistung:

$P(t) = U \cdot I = U_0 I_0 \cos^2 \omega t$
$\overline{P} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}}$

Stromstärke:

$I = \frac{1}{L}\int_0^\tau U_0 \cos \omega t'\ \mathrm{d}t' = \frac{U_0}{\omega L}\sin \omega t$

Widerstand:

$Z_C = \frac{1}{\omega C}$
$Z_L = \omega L$

Komplexe Beschreibung:

$U(t) = \hat{U}\mathrm{e}^{i\omega t}$
$I(t) = \hat{I}\mathrm{e}^{i\omega t}$
$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$
$Z_L = i\omega L$

RLC-Schwingkreis

Differentialgleichung:

a. $0 = L \cdot \ddot{I} + \dot{I} \cdot R + \frac{I}{C}$
b. $\omega \cdot U_0 \cdot \mathrm{e}^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = L \cdot \ddot{I} + \dot{I} \cdot R + \frac{I}{C}$

Lösung:

$I_a(t) = C_1 \mathrm{e}^{-\gamma t}\mathrm{e}^{i\omega_R t}$
$+ C_2 \mathrm{e}^{-\gamma t}\mathrm{e}^{-i\omega_R t}$
$I_b(t) = \rho \mathrm{e}^{i\varphi}\mathrm{e}^{i\omega t}$
$\rho = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$
$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\gamma \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

Transformator

Spannung:

$U_i = -N_i \cdot \dot{\Phi}_M$
$U_2 = \frac{N_2}{N_1}U_1$

Leistung:

$P = U_2 I_2 = U_1 I_1$

Elektrische und magnetische Energie

RC-Kreis:

$P = C \cdot U \cdot \dot{U}$
$E_{RC} = \int_0^t P(t')\ \mathrm{d}t' = \frac{CU(t)^2}{2}$
$W_{\text{el}} = \frac{1}{2}\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V \cdot E^2 = \frac{DE}{2}$

LC-Kreis:

$P = L \cdot I \cdot \dot{I}$
$E_{LC} = \frac{LI(t)^2}{2}$
$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2}\mu \cdot \mu_0 \cdot V \cdot H^2 = \frac{BH}{2}$

Elekromagnetische Energiedichte:

$\omega_{\text{em}} = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H})$