

Heißluftmotor

Physikalisches Anfängerpraktikum II

Juan Provencio

Betreuer/in: Nico Lorenz

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuches	2
2 Grundlagen	2
2.1 Wirkungsweise des Heißluftmotors	2
2.2 Thermodynamische Beschreibung	4
2.3 Wärmepumpe und Kältemaschine	5
2.4 Wärmekraftmaschine	6
3 Versuchsaufbau	7
3.1 Materialen und Geräte	7
3.2 Aufbau	8
4 Messung und Auswertung	9
4.1 Messprotokoll	9
4.2 Auswertung	11
5 Zusammenfassung und Diskussion	19
5.1 Zusammenfassung	19
5.2 Diskussion	19
6 Quellen	21
7 Anhang	22

1 Ziel des Versuches

In diesem Versuch wollen wir uns mit einem der wichtigsten Treiber der Industrialisierung, dem Stirling Motor, beschäftigen. Daraus ermittelt man den Wirkungsgrad der Maschine

2 Grundlagen

2.1 Wirkungsweise des Heißluftmotors

Der Heißluftmotor basiert auf eine Serie von adiabatischen Zustandsänderungen (im Idealfall) bei den durch Kompression und Expansion eines Gases Energie zwischen mechanischer und thermischer Energie umgewandelt wird.

Wir werden uns in diesem Versuch den Stirlingmotor vom Typ β anschauen. Der Grundprinzip davon ist der Transport eines Gases zwischen einer kalten und einer heißen Kammer im Motor.

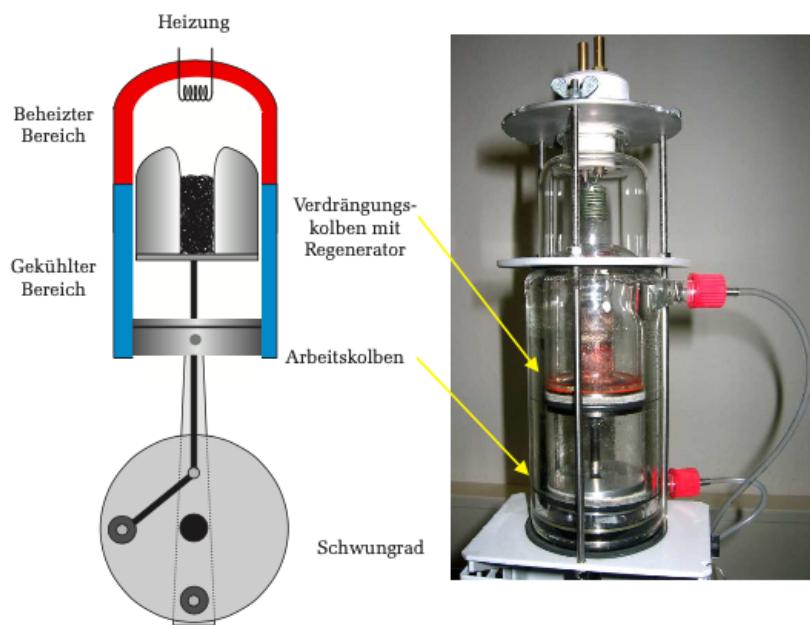


Abbildung 1: Aufbau vom Stirlingmotor Typ β

Der Motor besteht aus einem Arbeiter- und einem Verdrängerkolben, welche sich in einem gemeinsamen Rohr mit einer erhitzten und einer gekühlten Kammer befinden. Der Verdrängerkolben ist dafür verantwortlich, das heiße Gas zwischen dem heißen und kalten Bereich zu transportieren, und die Volumenänderung des Gases bei diesem Vorgang, bringt den Arbeiterkolben sich zu bewegen, was hier an ein Schwungrad gekoppelt ist. Im

Verdrängerkolben befindet sich der sogenannte Regenerator, dies ist ein Stück Kupferwolle welches sich im Zentrum des Kolbens befindet und wodurch die Luft zwischen kaltem und heißem Bereich fließt. Beim Durchgang von Heiß zu Kalt nimmt diese Wolle einiges der Wärme ab, weshalb nicht so viel Energie verschwendet wird wenn man die Luft wieder kühlen muss, und umgekehrt beim Durchgang von Kalt zu Warm nimmt die Luft ein bisschen von der gespeicherten Wärme auf.

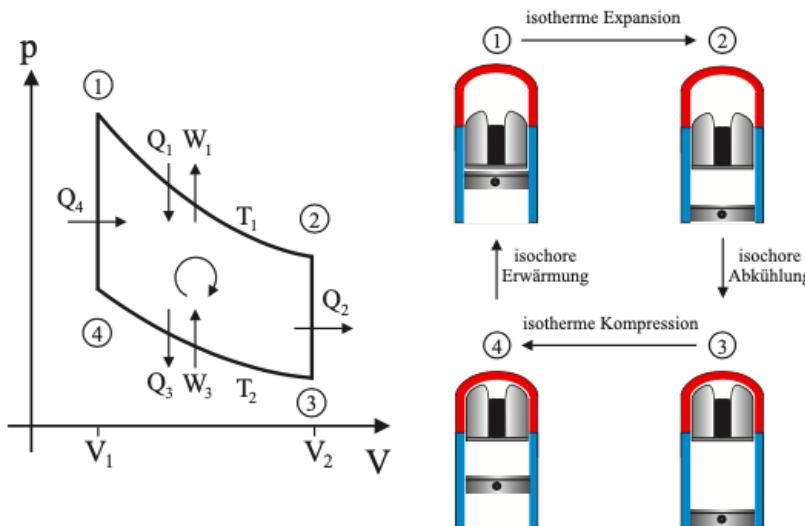


Abbildung 5: Links: pV-Diagramm des idealen Stirling Prozess. Rechts: Korrespondierende Stellungen des Arbeits- und Verdrängungskolbens bei einem β -Typ Heißluftmotor.

Abbildung 2: pV-Diagramm und Wirkungsweise

Der Vorgang ist in den Schritten 1-4 auf Abbildung 2 dargestellt. Als erstes wird zwischen **1-2** die Luft aufgeheizt und das Volumen nimmt zu. Dabei wird der Arbeitskolben nach unten gedrückt. Das Gas nimmt hier eine Wärmemenge Q_1 und er leistet die Volumenarbeit W_1 um den Arbeiterkolben zu drücken. Zwischen **2-3** wird der Verdrängerkolben nach oben geschoben und die Luft fließt in den kalten Bereich. Die Wärmemenge Q_2 wird an das Kühlungssystem abgegeben. Danach bei **3-4** bewegt sich der Arbeiterkolben nach oben und komprimiert die kalte Luft. Dabei gibt er die Wärmemenge Q_3 an das System ab. Schließlich zwischen **4-1** wird die Luft wieder in den heißen Bereich verdrängt und der Zyklus fängt von vorne an. Im Idealfall ist dieser Prozess adiabatisch, das heißt keine Energie wird verloren, was auf diese scharfe Kanten im Diagramm führt. In der Praxis ist aber kein adiabatischer Prozess realisierbar, weshalb das tatsächliche Diagramm eher bananenförmig aussieht. Um Energieverluste zu verringern wird der Regenerator eingesetzt.

2.2 Thermodynamische Beschreibung

Nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik ist die Änderung der Wärme Q in folgender Weise proportional zur Änderung der inneren Energie U und des Volumens V :

$$dQ = dU + p dV \quad (1)$$

wobei wir bei der inneren Energie nur die Bewegung der Gasmoleküle betrachten:

$$dQ = C_V \nu dT + p dV \quad (2)$$

mit der Gasmenge in Mol ν und der molaren Wärmekapazität C_V .

Bei der isothermen Expansion (**1-2**) bleibt die Temperatur konstant, weshalb wir für die Wärmemenge Q_1 gilt:

$$Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3)$$

und da die ganze Wärme in Volumenarbeit umgewandelt wird, gilt auch $Q_1 = W_1$.

Bei der isochoren Abkühlung (**2-3**) bleibt dagegen das Volumen konstant also ist die Wärmemenge Q_2 :

$$Q_2 = -C_V \nu (T_1 - T_2) \quad (4)$$

Bei der isothermen Kompression (**3-4**) funktioniert es analog wie bei (**1-2**), aber mit der kalten Temperatur T_2 :

$$Q_3 = -\nu R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = W_3 \quad (5)$$

Im letzten Schritt bei der isochoren Aufwärmung nimmt der Gas die Wärmemenge Q_4 auf:

$$Q_4 = c_V \nu (T_1 - T_2) \quad (6)$$

Es wird keine mechanische Arbeit hier verrichtet.

Die sogenannte Nutzarbeit W_N entspricht dem Kurvenintegral über den Kreisprozess

$$W_N = \oint p dV \quad (7)$$

$$= \nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (8)$$

Der ideale Wirkungsgrad lässt sich nun als das Verhältnis der geleisteten mechanischen Arbeit W_N und der zugeführten Wärmemenge Q^+

$$\eta_{\text{th}} = \frac{W_N}{Q^+} \quad (9)$$

Je nach dem ob man einen Regenerator einbaut, ist die Wärmemenge Q^+ anders. Ohne Regenerator geht einiges an Wärme verloren, weshalb mehr Wärme hinzugefügt werden muss. Wir betrachten den Fall eines idealen Regenerators, dann entspricht der thermische Wirkungsgrad genau

$$\eta_{\text{th}} = \frac{W_N}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (10)$$

Dies entspricht dem idealen Carnot-Prozess und ist damit der maximal erreichbare Wirkungsgrad einer periodisch arbeitenden Wärmekraftmaschine.

2.3 Wärmepumpe und Kältemaschine

Der Kreisprozess des Stirling Motors ist umkehrbar. Das heißt, wenn man stattdessen das Schwungrad antreibt, so funktioniert dieser wie eine Wärmepumpe oder eine Kältemaschine.

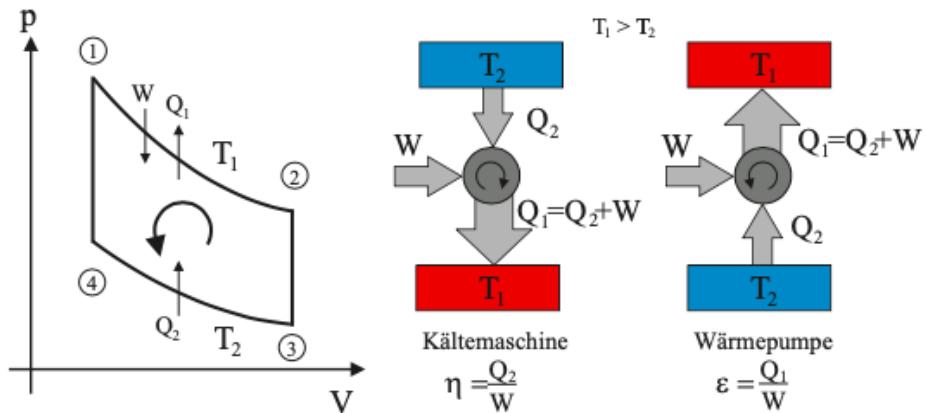


Abbildung 3: Umkehrung des Kreisprozesses

In diesem Fall wird der Kreisprozess in umgekehrter Richtung durchgeführt. Als Kältemaschine angetrieben besitzt unser Motor einen Wirkungsgrad von

$$\eta = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (11)$$

mit W als die von außen zugeführte mechanische Arbeit des Motors. Als Wärmepumpe definieren wir die Effizienz durch die Leistungsziffer ε

$$\varepsilon = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (12)$$

Wir wollen in diesem Versuch den Wirkungsgrad der Maschine bestimmen, weshalb wir die Größen Q_1, Q_2, W messen müssen. Dies werden wir für Q_2 indirekt über eine Messung über die Heizspannung und Heizstrom U_H, I_H und der Motordrehzahl f machen:

$$Q_2 = W_H = \frac{U_H I_H}{f} \quad (13)$$

Im Fall der an das Kühlwasser abgegebene Wärme Q_1 werden wir mit der kalorischen Zustandsgleichung fortfahren. Dafür sind die Wärmekapazität c_W und die Dichte von Wasser ρ_W gegeben.

$$Q_1 = \frac{c_W \rho_W \Delta T \dot{V}}{f} \quad (14)$$

Die mechanische Arbeit W erhalten wir ebenfalls aus einer Spannungs- und Strommessung mit der Drehzahl des Motors:

$$W_M = \frac{U_M I_M}{f} \quad (15)$$

2.4 Wärmekraftmaschine

Wird durch elektrische Energie Q_{el} der Stirling Motor oben aufgeheizt und das Schwungrad kurz manuell angestoßen, so wirkt dieses dann als eine Kraftmaschine und das Schwungrad bleibt dann ständig am Arbeiten. Unter Berücksichtigung eines Verlustes Q_v wird dem Motor insgesamt die Wärmemenge $Q_{\text{el}} - Q_V$ zugeführt. Diese Wärme wird zum Teil in mechanische Arbeit Q_{mech} umgewandelt, einige geht in den Kühlkreislauf "ungenutzt" Q_{ab} und einige geht in Reibungsverloste verschwendet Q_R . Insgesamt erhalten wir eine Energiebilanz:

$$Q_{\text{el}} = Q_v + Q_{\text{mech}} + Q_{\text{ab}} + Q_R \quad (16)$$

Die Verlustenergie ist sehr schwierig zu messen, dafür werden stattdessen $Q_{\text{el}}, Q_{\text{mech}}$ und Q_{ab} gemessen und durch diese indirekt auch $Q_V = Q_v + Q_R$. Für die elektrische Energie

gilt:

$$Q_{\text{el}} = \frac{UI}{f} \quad (17)$$

für die abgegebene Wärme an das Kühlsystem

$$Q_{\text{ab}} = \frac{c_W \rho_W \Delta T \dot{V}}{f} \quad (18)$$

und für die mechanische Arbeit setzen wir zwei Methoden ein: Eine basiert auf der digitalen Auswertung des pV -Diagramms und der Berechnung des "Integrals" W_{PV} über die Kurve durch den Computer. Die zweite basiert auf einer Drehmomentmessung und es gilt

$$W_D = 2\pi D \quad |D = lF \quad (19)$$

mit dem Drehmoment D , die Länge des Bremszauns l und die Kraft F . Zusätzlich sind auch der thermische und der effektive Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine zu bestimmen:

$$\eta_{\text{th, D}} = \frac{W_{\text{PV}}}{Q_{\text{el}}} \quad (20)$$

$$\eta_{\text{eff, D}} = \frac{W_D}{Q_{\text{el}}} \quad (21)$$

3 Versuchsaufbau

3.1 Materialen und Geräte

- Heißluftmotor
- regelbares Netzteil für die Heizwendel
- Sensorsystem "Cassy" mit Druck-Temperatur- und Wegsensor
- PC
- Dreikanal Thermometer
- Multimeter
- Elektrischer Antriebsmotor mit regelbarem Netzteil
- Durchflussmengen- Messgerät des Kühlwassers

3.2 Aufbau

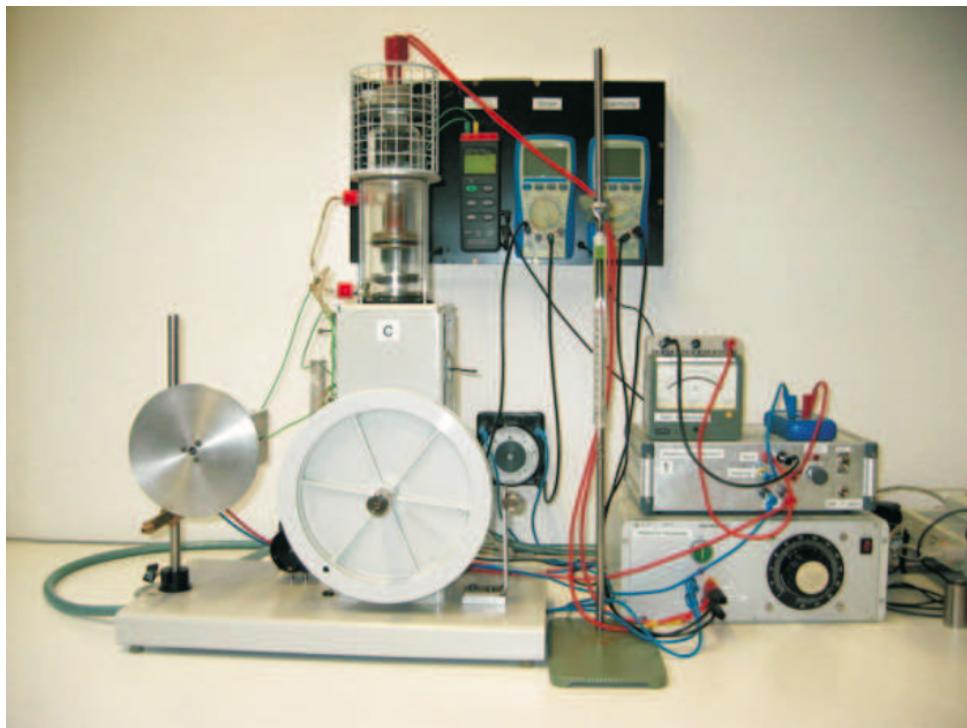


Abbildung 4: Aufbau nach Praktikumsskript

4 Messung und Auswertung

4.1 Messprotokoll

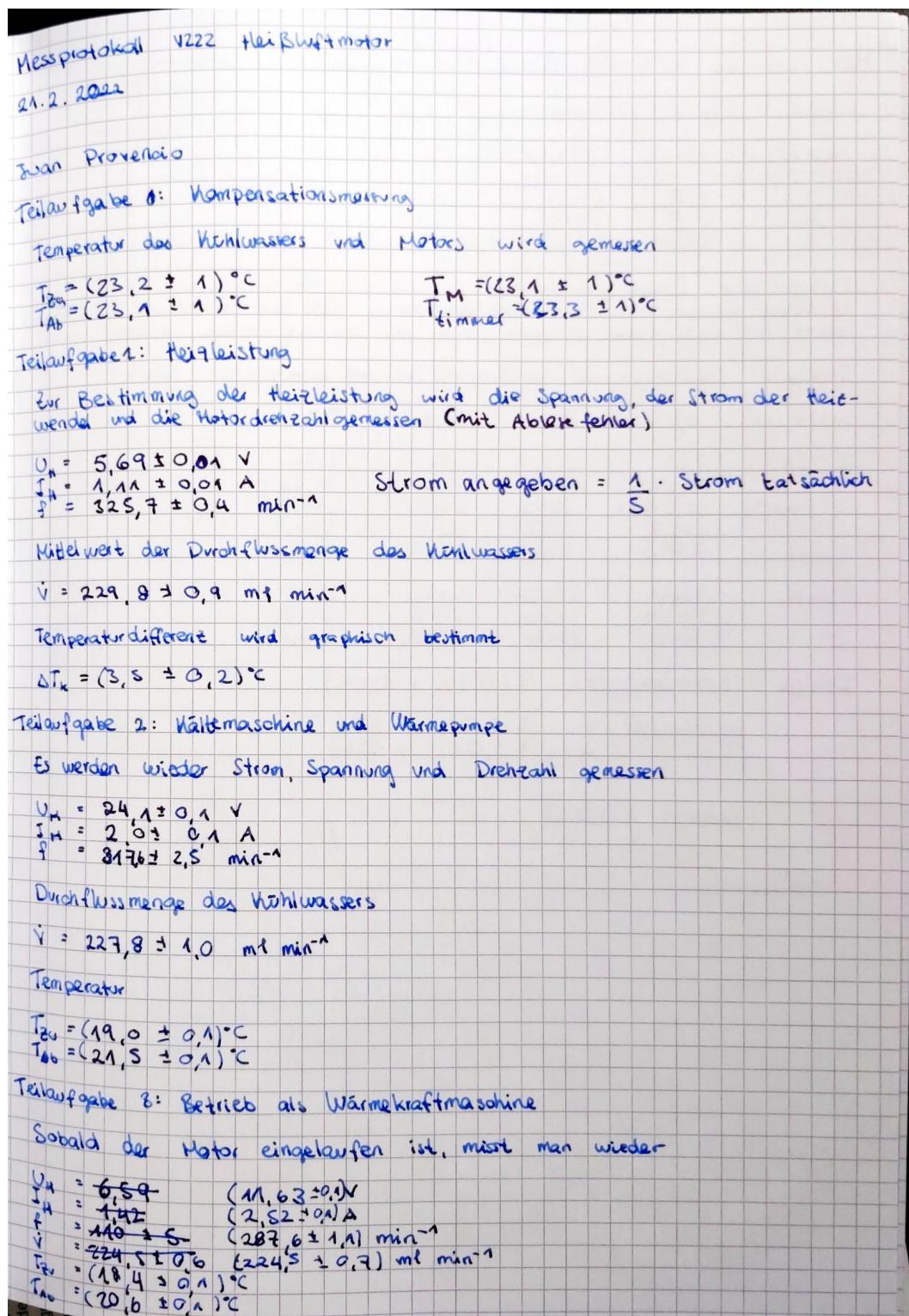


Abbildung 5: Messprotokoll

Mit dem PC wird die Fläche des pV-Diagramms gemessen

Tabelle 1: Fläche pV-Diagramm

Messung	Fläche [hPa cm ³]
1	9970
2	9770
3	9260
	19230
	17060
	14050

Durch eine Drehmomentmessung wird die real abgegebene Arbeit bestimmt, in dem man bei der Anordnung mit dem Bremszahn die Bremskraft an einer Feder abgleiten wird und relevante Größen gemessen werden.

Tabelle 2: Messungen zur Bestimmung der real abgegebenen Arbeit

Kraft [N]	0,8	0,6	0,4	0,2
I _A [A]	2,53	2,53	2,52	2,52
U _H [V]	11,64	12,64	11,60	11,62
F _r [mN·m ⁻¹]	62,5034,9	260,1	296,7	319,1
L ₁ [m]	285,7	258,2	282,3	310,2
L ₂ [m]	232,3	258,0	278,9	308,0
Fläche [L]	72620	68650	21820	20220
	73200	70040	22010	20150
	73420	70090	21880	20540

Fehler Thermometer: $\pm (0,2\% + 1,0\text{K})$

Multimeter V: $\pm 1,0\%$ + 3 St.
A: $\pm 3,0\%$ + 10 St.

Feder: $\pm 0,5\text{ N}$

Nico Jäger

Abbildung 6: Messprotokoll

4.2 Auswertung

Im Folgenden wird bei der Fehleranalyse wenn nicht anders explizit angegeben die Gaußsche Fehlerfortpflanzung benutzt um die Fehlern der Größen zu bestimmen. Diese wird explizit in der digitalen Auswertung durch Python und wird in trivialen Fällen nicht nochmal bei der Ausarbeitung vorkommen.

4.2.1 Betrieb als Kältemaschine

Im Folgenden ist die Wärmemenge Q_2 bzw. die Kälteleistung im Motor zu bestimmen. Diese entspricht

$$P_H = U_H I_H \quad (22)$$

Aus den Werten der Heizspannung und Heizstroms aus dem Messprotokoll erhält man hier eine Leistung von

$$P_H = 31,58(29) \text{ W} \quad (23)$$

Mittels Gleichungen (14), (13) und (15) berechnen wir als nächstes die Wärmemengen Q_1 , Q_2 und die mechanische Arbeit des Motors W_M um die Energiebilanz aufzustellen. Nach dieser soll gelten

$$Q_1 = Q_2 + W_M \quad (24)$$

Allerdings erhalten wir für die einzelnen Werten:

$$Q_1 = 10,3(6) \text{ J} \quad (25)$$

$$Q_2 = 5,82(5) \text{ J} \quad (26)$$

$$W_M = 9,10(9) \text{ J} \quad (27)$$

Für die Wärmemenge Q_2 wurde der Fehler normal mit Gauß berechnet, allerdings für Q_1 und W_M wurde für eine Funktion der Art $f(x, y, z) = x^a y^b z^c$ der Fehler gemäß

$$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt{\left(a \frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b \frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \left(c \frac{\Delta z}{z}\right)^2} \quad (28)$$

bestimmt. Insgesamt erhalten wir einen Wärmeverlust von

$$\Delta Q = Q_2 + W_N - Q_1 = 4,6(1,0) \text{ J} \quad (29)$$

Aus diesen Werten lässt sich als nächstes der Wirkungsgrad η_{th} berechnen nach (11)

$$\eta_{\text{th}} = 63,9(9)\% \quad (30)$$

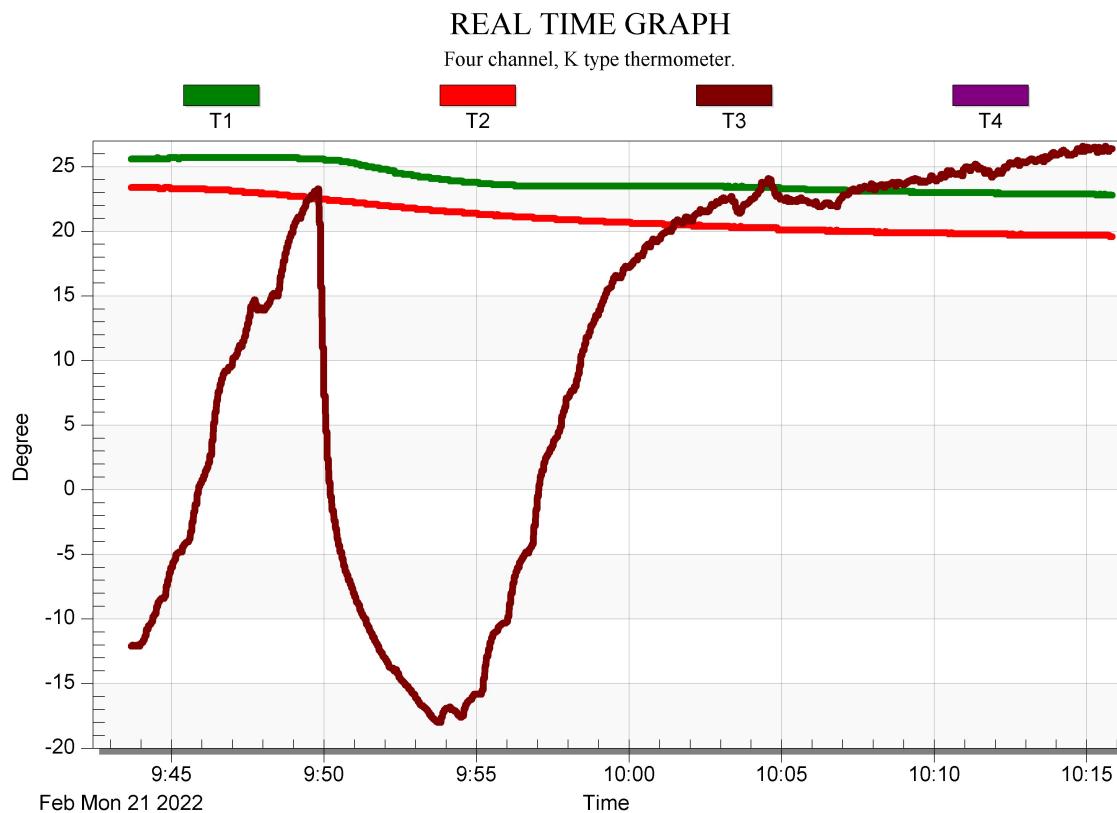


Diagramm 1: Messung des zu- (rot) und ab- (grün) laufenden Wassers und Temperatur (dunkel rot) im Zylinder bei Betrieb als Kältemaschine

4.2.2 Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

Wir betreiben nun als nächstes den Stirling Motor als Kältemaschine bzw. später als Wärmepumpe. Es wurde der Kopf mit dem Reagenzglas mit einer Menge Wasser gefüllt und mit der Einstellung in Richtung "kalt" den Motor angetrieben. Auf Diagramm Diagramm 2 erkennen wir als erstes einen exponentiellen Abfall von Zimmertemperatur auf die Gefriertemperatur, dieser Prozess dauert schätzungsweise

$$t = 180(10) \text{ s.} \quad (31)$$

Auf dieser Temperatur bleibt das konstant bis das ganze Wasser gefroren ist, und ab diesem Punkt gibt es einen weiteren exponentiellen Abfall bis etwa -30°C . An dieser Stelle ist die Kältelsitung des Motors gleich groß wie die äußere Wärmezufuhr.

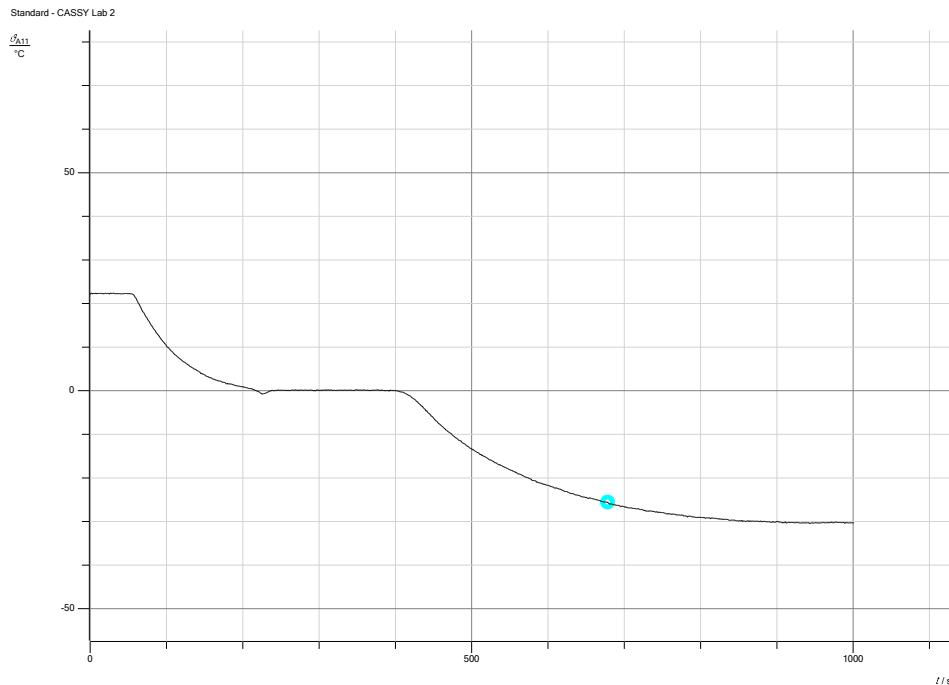


Diagramm 2: Temperaturverlauf des Wassers im Reagenzglas (kalt)

Auf Diagramm 3 ist der Temperaturverlauf des Wasserzu- und abflusses zu sehen. Man kann beobachten, dass dieser Prozess zeitgleich mit dem obigen Diagramm gelaufen ist, für eine Dauer von etwa 15 min oder etwa 900 s, was der Dauer des Abkühlungsprozesses im obigen Diagramm entspricht. Allerdings ist in dem Verlauf der Temperaturen T_{zu} und T_{ab} ist keine Änderung zu beobachten.

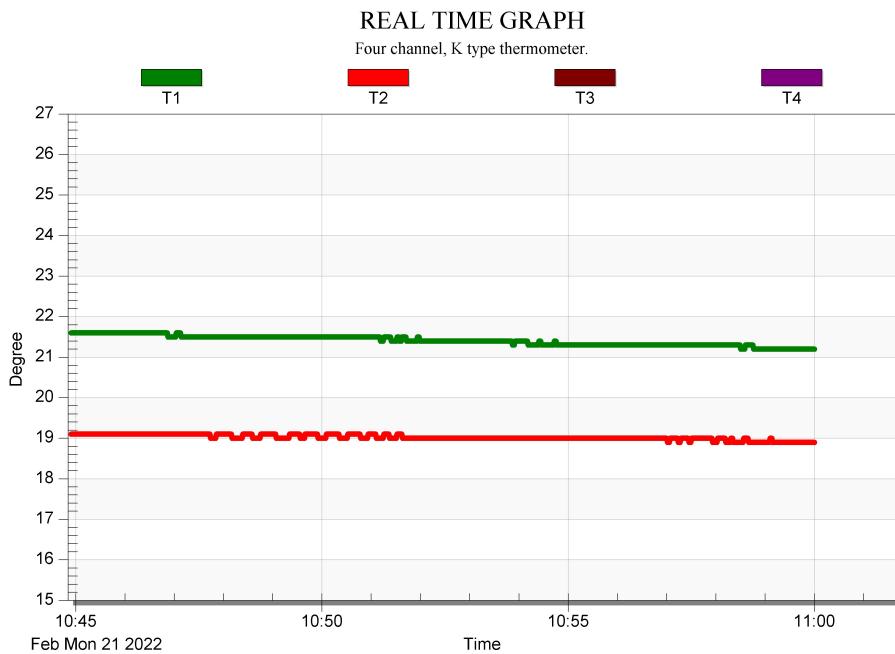


Diagramm 3: Temperaturverlauf des Zu- und Abflusswassers (kalt)

Die Kälteleistung berechnet sich gemäß folgender Formel

$$P_K = \frac{\lambda_{H_2O} V}{t} \quad (32)$$

Für das Volumen wurde nicht genau die erwähnte Menge von 1 ml benutzt, sondern schätzungsweise $V = 4(1)$ ml. Darauf wird später bei der Diskussion tiefer eingegangen. Hier bezieht sich $\lambda_{H_2O} = 335 \text{ J g}^{-1}$ auf die spezifische Schmelzwärme von Wasser. Wir bekommen einen Wert von

$$P_K = 7,4(1,9) \text{ W} \quad (33)$$

Auf Diagramm 4 beobachten wir den Anstieg der Temperatur im Reagenzglas, wenn wir nun anschließend den Motor auf Modus "warm" stellen. Da steigt die Temperatur schnell auf 0, bis das ganze Eis verschmilzt und wir beobachten ein beschränktes Wachstum was sich langsam dem Siedepunkt des Wassers annähert. In diesem Fall lässt sich erkennen, dass dieser Vorgang ein bisschen langsamer als der Abkühlvorgang verläuft. Nicht im Bild dargestellt ist genau der Anfang des Schmelzens, aber wenn wir uns nur den Zeitabschnitt anschauen, den das Wasser von 0 auf 100, bzw. auf -30°C braucht, erkennen wir den Unterschied. Der Abkühlvorgang verläuft innerhalb etwa 600 s und der Aufheizvorgang etwa 800 s. Dies lässt sich dadurch erklären, dass das Wasser insgesamt einen kleineren Temperaturunterschied überwinden muss (30°C gegen 100°C).

Allerdings bekommt das Motor auch Hilfe durch den äußeren Einfluss, denn ständig wird auch Wärme von Außen übertragen, was den Aufheizvorgang unterstützen sollte. Da könnte das Volumen des Wassers eine große Rolle gespielt haben, da wir nicht mit 1 ml Wasser gearbeitet haben, sondern mit etwa 4 ml, kostet es auch mehr Energie es aufzuheizen oder abzukühlen. Daher ist der äußere Einfluss geringer.

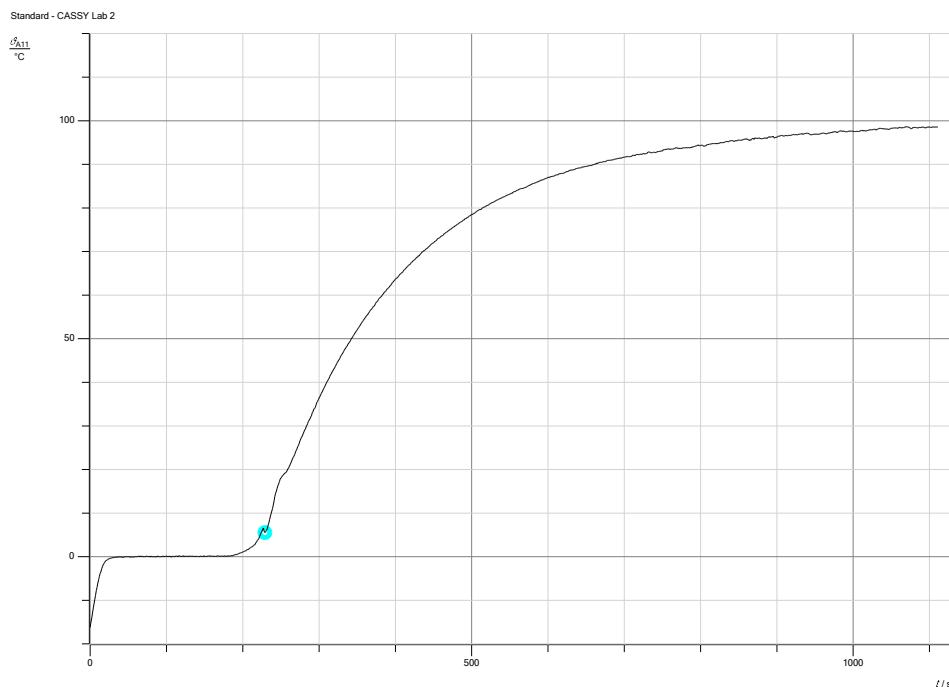


Diagramm 4: Temperaturverlauf des Wassers im Reagenzglas (warm)

Auf Diagramm 5 lässt sich doch einen Unterschied erkennen, was das Temperatur des Zu- und Abflusswassers angeht. Direkt nach Anmachen des Motors in Richtung warm erkennen wir einen großen Abfall der Temperatur des Abflusswassers, aber keine Änderung in der Temperatur des Zuflusswassers.

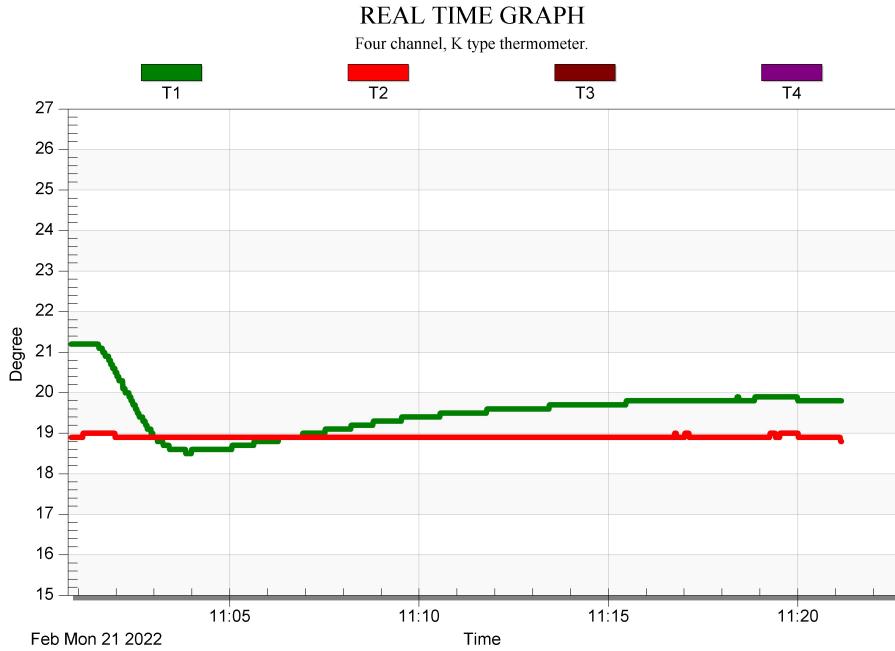


Diagramm 5: Temperaturverlauf des Zu- und Abflusswassers (warm)

4.2.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine

Als nächstes operieren wir den Motor als eine Wärmekraftmaschine und stellen dabei eine Energiebilanz auf. Dafür brauchen wir folgende Größen:

Tabelle 3: Leerlaufmessung mit Motor als Wärmekraftmaschine

$f [s^{-1}]$	$P_{el} [W]$	$Q_{el} [J]$	$P_{ab} [W]$	$Q_{ab} [J]$	$P_{pV} [W]$	$Q_{pV} [J]$	$\eta_{th} [\%]$
4,79(2)	147(6)	30,6(1,2)	34(3)	7,2(7)	8,20(4)	1,711(5)	5,6(2)

Daraus bestimmen wir nach (16) die "Verlustenergie" Q_V

$$Q_V = Q_{el} - Q_{ab} - Q_{pV} = 21,7(1,4) \text{ J} \quad (34)$$

Als nächstes ist die Messung mit dem Bremszaun auszuwerten, woraus wir die vom Motor verrichtete Arbeit durch eine Drehmomentmessung W_D und durch eine digitale Auswertung des pV -Kurvenintegrals W_{pV} bestimmen wollen. Anschließend werden wir auch den effektiven und den thermischen Wirkungsgrad des Motors unter verschiedener Belastung bestimmen. Die Arbeit W_D ist nach (19) zu bestimmen, dafür bekommen wir für die unterschiedlichen Kräfte vier verschiedene Werte. Es wurde mit einer Länge von $l = 25 \text{ cm}$ des Bremszauns gerechnet, wobei im Praktikumsskript kein Fehler dazu angegeben war. Diese Größen sind in folgender Tabelle angegeben

Tabelle 4: Größen bei Drehmomentmessung

Größe	$F = 0,8 \text{ N}$	$F = 0,6 \text{ N}$	$F = 0,4 \text{ N}$	$F = 0,2 \text{ N}$
$f [\text{s}^{-1}]$	3,905(14)	4,302(16)	4,76(7)	5,21(5)
$W_{\text{PV}} [\text{J}]$	7,310(18)	6,96(4)	2,190(5)	2,024(5)
$W_D [\text{J}]$	1,26(8)	0,94(8)	0,63(8)	0,31(8)
$\eta_{\text{th,D}} [\%]$	24(1)	22,8(9)	7,2(3)	6,6(3)
$\eta_{\text{eff}} [\%]$	4,1(3)	3,1(3)	2,1(3)	1,0(3)

Für die digitale Messung der Arbeit haben wir zusätzlich den Druck und das Volumen auf Diagramm 6 gegeneinander aufgetragen, daran erkennt man diesen periodischen Verlauf wo der Druck steigt an den Stellen wo das Volumen am tiefsten ist. Außerdem ist auf Diagramm 7 die das pV-Diagramm inklusiv eingeschlossenes Integral dargestellt.

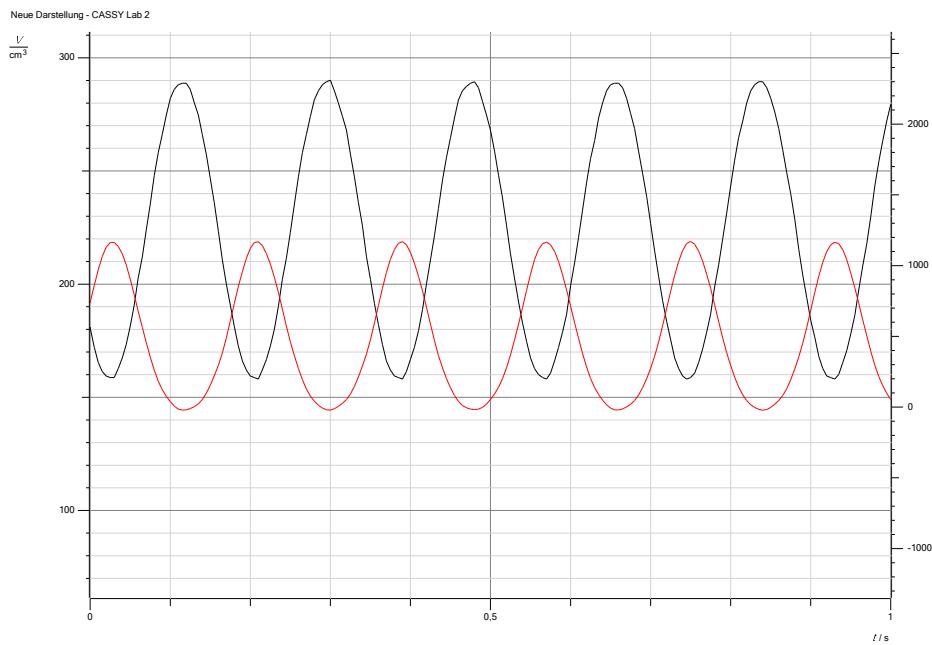


Diagramm 6: Druck- und Volumenverlauf

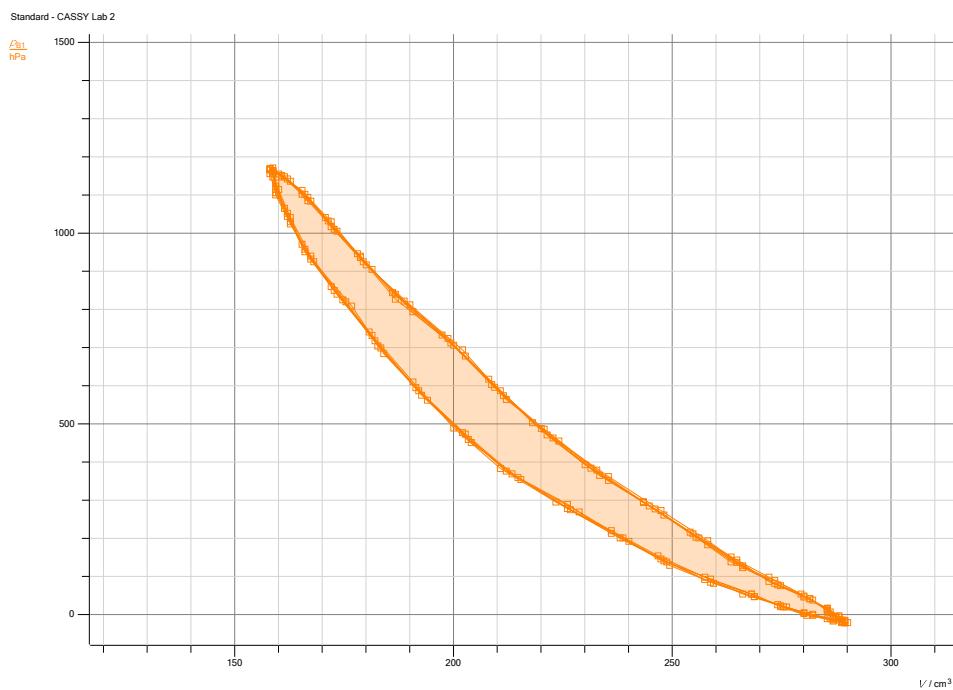


Diagramm 7: Eingeschlossene Fläche des pV-Diagramms

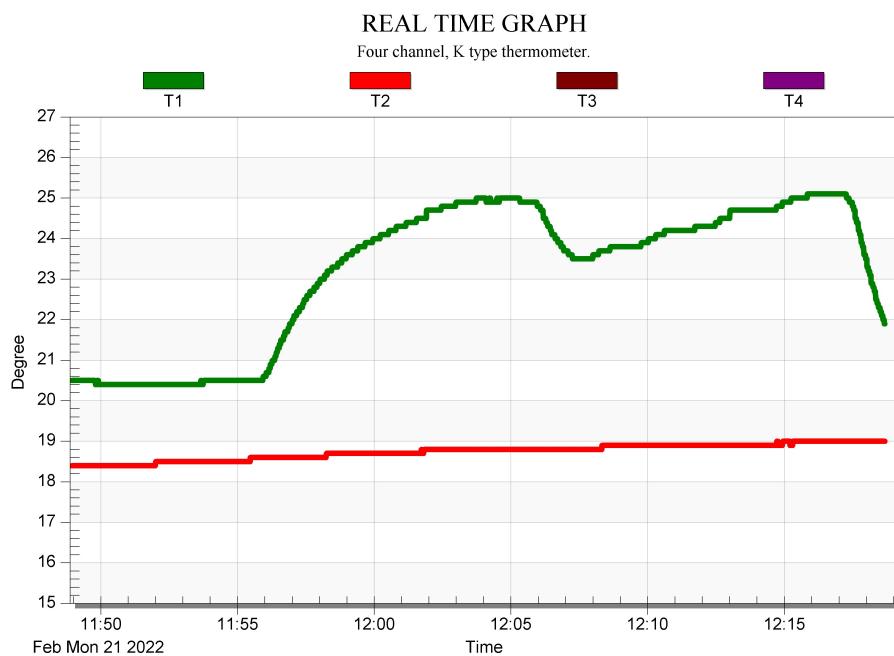


Diagramm 8: Diagramm

5 Zusammenfassung und Diskussion

5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir uns mit dem historisch äußerst relevanten Stirling Motor beschäftigt, wir haben seine Wirkungsweise als Kältemaschine, Wärmepumpe und Wärmekraftmaschine untersucht. Als erstes haben wir die Kälteleistung des Motors betrieben als Kältemaschine ausgerechnet und die Energiebilanz aufgestellt, um zu überprüfen, inwiefern hinzugefügte Wärme auch der abgezogenen Wärme und der geleisteten Arbeit nach der Theorie entspricht. Aus diesen Werten ließ sich zusätzlich der Wirkungsgrad berechnen.

Im nächsten Teil wurde der Motor weiter als Kältemaschine und anschließend als Wärmepumpe betrieben. Hier haben wir den Verlauf der Temperatur in einem Reagenzglas beobachtet und die verschiedene Abkühlung und Gefrierungsprozesse graphisch dargestellt. Anhand der Gefrierzeit und anderen Faktoren haben wir die Kälteleistung wieder bestimmt. Sofort nach Erreichen einer minimalen Temperatur wurde der Motor als Wärmepumpe angetrieben und wir haben ebenfalls den Verlauf graphisch dargestellt.

Schließlich haben wir den Motor als Wärmekraftmaschine untersucht, dafür haben wir den oberen Bereich kurz erhitzt und dann per Hand das Schwungrad kurz zum Laufen gebracht, wodurch der Motor mit geringer Leistung alleine weiter laufen konnte. Hieraus wurden verschiedene Größen gemessen, die zur Energiebilanz beigetragen haben. Mit einer digitalen Integrierung über das pV-Diagramm haben wir hier zusätzlich die Wärmemenge Q_{pV} bestimmt. Andere Größen folgten aus der Bestimmung der Motorleistung. Damit haben wir unter anderem die Verlustenergie und den Wirkungsgrad bestimmt. Mit einem Stock am Schwungrad konnten wir eine Gegenkraft auf das Motor ausüben, woran wir aus einer Drehmomentmessung die Arbeit und den thermischen und effektiven Wirkungsgrad bestimmt haben.

5.2 Diskussion

Die erste Messung der Kälteleistung wurde durch eine Kompensationsmessung der Heizspannung und des Heizstroms des Motors mit einer Heizwendel durchgeführt. Die zweite Messung der Kälteleistung wurde anhand der Messung der Gefrierzeit des Wassers durchgeführt. Zwischen den beiden erhalten wir gemäß

$$\frac{|G - G_{\text{Lit}}|}{\sqrt{(\Delta G)^2 - (\Delta G_{\text{Lit}})^2}} \quad (35)$$

eine σ -Abweichung von 13. Zusätzlich ist wichtig zu erwähnen, die Messung der Kälteleistung bei der ersten Methode hat einen relativen Fehler von unter 1%, wobei sich einen Fehler von etwa 25% bei der zweiten Methode ergibt. Dies liegt an zwei Sachen: Einerseits ist die Messung der Zeit durch Ablesen auf dem Diagramm eine nicht so verlässliche Methode, andererseits wurde bei der Durchführung folgender Fehler gemacht. Wir haben aufgrund eines Missverständnisses am Anfang einen Versuchsaufbau benutzt, was nicht geeignet für die Messung war. Dementsprechend war das Reagenzglas wo sich 1 ml Wasser befinden sollte leer. Zusätzlich hat der nebenstehende Thermometer auf das Reagenzglas nicht optimal gepasst, weshalb der Sensor nicht völlig nach unten im Reagenzglas gereicht hat. Auf diesem Grund haben wir das Reagenzglas mit etwas mehr Wasser gefüllt als nötig. Auf dem Skript war nicht explizit gegeben, dass man die Wassermenge für eine Messung benötigte, weshalb wir darauf nicht geachtet haben. Am Ende des Versuchs wurde angemerkt, dass man den Aufbau neben an benutzt haben sollte, und damit konnte ich das dort gefüllte Reagenzglas für einen groben Maßstab benutzen. Ich kann abschätzen, dass das benutzte Reagenzglas eine Wassermenge von etwa $V = 4(1)$ ml beinhaltete, aber dies ist schon für einen relativen Fehler von 25% zuständig. Bei beiden Methoden entsteht allerdingsein systematischer Fehler und zwar durch die schlechte Isolierungsfähigkeit des Motors findet ständig ein Wärmeaustausch zwischen dem Motor und seiner Umgebung statt. Bei der ersten Messung wurde die Temperatur im gesamten oberen Bereich, welches in direkterem Kontakt mit der Luft steht und zusätzlich auf einer größeren Fläche. Bei der zweiten Messung befindet sich das Reagenzglas zum größten Teil eingetaucht im Kolben, und der obere Bereich, welcher in direktem Kontakt mit der Umgebung steht besitzt eine deutlich kleinere Oberfläche, allerdings ist diese Oberfläche schlecht isoliert. Außerdem besteht auch folgendes Problem: Im ersten Fall wirkt die Umgebung (Zimmertemperatur) unterstützend zur Leistung, wodurch diese möglicherweise überschätzt wurde und im zweiten Fall wirkt die Zimmertemperatur entgegen, denn die Kältemaschine Energie aus dem Wasser und der Umgebung entziehen kann, weshalb hier wahrscheinlich die Leistung unterschätzt wurde. Insgesamt vermuten wir, dass die tatsächliche Leistung etwas in der Mitte von diesen beiden liegt, wobei wir eher in Richtung größer als kleiner neigen, aufgrund der oben genannten systematischen Fehlern bei der Durchführung. Insgesamt sind beide Messungen fehlerhaft, was sich dadurch lösen könnte durch einen besser isolierten Aufbau, allerdings würde das auf Kosten des didaktischen Elements sein, was die Beobachtung des Motors beim Laufen entspricht.

Als nächstes haben wir die Energiebilanz bei Betrieb als Kältemaschine 4.2.1 aufgestellt. Dafür haben wir die Wärmemenge Q_1 , welche wir aus dem Temperaturunterschied, der Durchflussmenge und der Drehzahl des Motors (und gegebene Konstanten) bestimmt haben, die Wärmemenge Q_2 welche aus der Heizspannung, des Heizstroms und der Mo-

tordrehzahl bestimmt wurde und die mechanische Arbeit W_N , welche auch aus einer Spannung-, Strom- und Drehzahlmessung erfolgte. Bei der Wärmemenge Q_1 zeigt sich der größte relative Fehler mit etwa 6% und kombiniert zwischen Q_2 und W_N erhalten wir einen relativen Fehler von etwa 0,7%. Insgesamt erhalten wir zwischen beiden Messungen eine σ -Abweichung von etwa 8. Dies ist schon wieder eine inakzeptable Abweichung, was auf systematischen Fehlern andeutet. Die Fehlern hier sind wahrscheinlich einer ähnlichen Natur wie vorher, und zwar dem nicht mitberücksichtigten Austausch mit der Umgebung und andere vernachlässigte Größen wie zum Beispiel Reibung des Motors. Für den Wirkungsgrad bekommen wir $\eta = 63,9(9)\%$. Zu diesem ist kein Vergleichswert gegeben, aber 63,9% klingt sehr groß wenn wir die großen Energieverluste mitberücksichtigen.

Als nächstes wollen wir den Verlauf der Abkühlung und Aufheizung des Wassers angehen. Und zwar kamen wir aus unseren Beobachtungen auf angeblich widersprechende Schlussfolgerungen, wenn man bedenkt dass man argumentieren sollte, weshalb der Aufheizvorgang viel schneller als der Abkühlvorgang läuft. In unserer Beobachtung ist allerdings das Gegenteil zu beobachten. Wir haben zwar unterschiedliche Maßstäbe benutzt, weshalb die Beobachtung unfair wirken könnte, es ist nicht klar was Aufheiz- und Abkühlvorgang alles einschließt. Unter Betrachtung von einschließlich der Zeit, wo das Wasser gefriert bzw. auftaut stimmt die Beobachtung schon mit der Theorie überein, für den Aufheizvorgang dauert es abgelesen etwa $t = 150(10)$ s bis das Wasser aufgetaut ist, gegen etwa $t = 180(10)$ s bis das Wasser friert. Global über die ganze Aufheiz- bzw. Abkühlperiode stimmt dies wie gesagt nicht mit der Theorie überein.

Schließlich haben wir durch den Betrieb des Motors als Wärmekraftmaschine verschiedene Größen berechnet und daraus die Energiebilanz aufgestellt und die Verlustenergie ausgerechnet. Wir erhalten für diesen Verlust etwa $Q_V = 21,7(1,4)$ J im Vergleich zu einer totalen hinzugefügten elektrischen Energie von $Q_{el} = 30,6(1,2)$. Zusätzlich haben wir die mechanische Arbeit durch eine Drehmomentmessung und eine digitale Integration über das pV-Diagramm bestimmt

6 Quellen

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP 2.1 für Studierende der Physik B.Sc..

Versuch Heißluftmotor

20. März 2022

7 Anhang

```
[1]: import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
import numpy as np
from numpy import exp, sqrt, log, pi
from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.stats import chi2

def fehler(G, sig_G, G_lit, sig_G_lit):
    print('Relativer Fehler: ', sig_G / G * 100)
    print('Rel. Fehler (Vergleich): ', sig_G_lit / G_lit * 100)
    print('Absoluter Fehler: ', np.abs(G - G_lit))
    print('Sigma-Abweichung: ', np.abs(G - G_lit) / sqrt(sig_G ** 2
                                                          + sig_G_lit ** 2))
```

1: Betrieb als Kältemaschine

```
[2]: ## Teilaufgabe 1: Heizwendel ##
UH_1 = 5.69 # V
sig_UH_1 = 0.01
IH_1 = 5 * 1.11 # A
sig_IH_1 = 5 * 0.01
c_W = 4180 # J kg^-1 K^-1
rho_W = 997 # kg m^-3
Delta_T_1 = 3.5 # K
sig_Delta_T_1 = 0.2 # K
```

```

f_list = np.array([324.8, 326.5, 325.9]) / 60 # min^-1
f = np.mean(f_list)
sig_f = 1 / sqrt(3) * np.std(f_list)

Vdot_list = np.array([232.1, 228.9, 228.5])
Vdot = np.mean(Vdot_list)
sig_Vdot = 1 / sqrt(3) * np.std(Vdot_list)

# Teilaufgabe 2: Motor

UM = 24.1 # V
sig_UM = 0.1
IM = 2 # A
sig_IM = 0.01
T_zu_2 = 19 # °C
T_ab_2 = 21.5
Delta_T_2 = T_ab_2 - T_zu_2 # K
sig_Delta_T_2 = 0.2

f_list_2 = np.array([320.9, 320.4, 311.6]) / 60
f_2 = np.mean(f_list_2)
sig_f_2 = 1 / sqrt(3) * np.std(f_list_2)

Vdot_list_2 = np.array([225.4, 229.2, 228.9])
Vdot_2 = np.mean(Vdot_list_2)
sig_Vdot_2 = 1 / sqrt(3) * np.std(Vdot_list_2)

```

[3] : # Berechnungen:

```

PH_1 = UH_1 * IH_1 # V A = W
sig_PH_1 = sqrt( (UH_1 * sig_IH_1) ** 2 + (sig_UH_1 * IH_1) ** 2)

print('Kälteleistung P_H_1 = ', np.round(PH_1,3), '+/-',
      np.round(sig_PH_1,3), '[W]')

Q_2 = PH_1 / f # W / min^-1 = J
sig_Q_2 = sqrt( (sig_PH_1 / f) ** 2 + (PH_1 * sig_f / f ** 2) ** 2)

```

```

print('Wärmemenge Q_2 =', np.round(Q_2, 2), '+/-', np.round(sig_Q_2, ↵2), '[J]')

Q_1 = 1/60 * 1e-6 * c_W * rho_W * Delta_T_1 * Vdot / f # J
rho_Q_1 = sqrt( (sig_Delta_T_1 / Delta_T_1) ** 2 + (sig_Vdot / Vdot) ** ↵2
                + (sig_f / f) ** 2 )
sig_Q_1 = Q_1 * rho_Q_1
print('Wärmemenge Q_1 =', np.round(Q_1, 1), '+/-', np.round(sig_Q_1, ↵1), '[J]')

W_M = IM * UM / f_2 # W * min = J * 60
rho_W_M = sqrt( (sig_IM / IM) ** 2 + (sig UM / UM) ** 2 + (sig_f_2 / ↵f_2) ** 2 )
sig_W_M = W_M * rho_W_M
print('Mechanische Arbeit W_M =', np.round(W_M, 2), '+/-',
      np.round(sig_W_M, 2), '[J]')

print('\nWärmeverlust Delta Q =', np.round(Q_2 + W_M - Q_1, 1), '+/-',
      np.round(sqrt(sig_Q_2 ** 2 + sig_Q_1 ** 2 + sig_W_M ** 2)))

```

Kälteleistung P_H_1 = 31.58 +/- 0.29 [W]

Wärmemenge Q_2 = 5.82 +/- 0.05 [J]

Wärmemenge Q_1 = 10.3 +/- 0.6 [J]

Mechanische Arbeit W_M = 9.1 +/- 0.09 [J]

Wärmeverlust Delta Q = 4.6 +/- 1.0

```
[4]: # Wirkungsgrad und Energiebilanz
eta = Q_2 / W_M
sig_eta = sqrt( (sig_Q_2 / W_M) ** 2 + (Q_2 * sig_W_M / W_M ** 2) ** 2 )
print('Wirkungsgrad eta =', np.round(100 * eta, 1), '+/-', np.round(100 ↵* sig_eta, 1))
print('\nEnergiebilanz:')
fehler(Q_1, sig_Q_1, Q_2 + W_M, sqrt(sig_Q_2 ** 2 + sig_W_M ** 2))
```

Wirkungsgrad eta = 63.9 +/- 0.9

Energiebilanz:

Relativer Fehler: 5.729957947893736
 Rel. Fehler (Vergleich): 0.715520945367871
 Absoluter Fehler: 4.629998685100039
 Sigma-Abweichung: 7.725655433281795

2: Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

```
[5]: V = 4 # ml
sig_V = 1
lambda_H2O = 335 * 1e3 # J kg^-1
t = 180 # s
sig_t = 10

# Berechnung:
PK_2 = 1e-6 * lambda_H2O * rho_W * V / t # W
sig_PK_2 = 1e-6 * lambda_H2O * rho_W * sqrt( (sig_V / t) ** 2
                                              + (V * sig_t / t ** 2) ** 2)
print('Kälteleistung P_K =', np.round(PK_2, 1), '+/-',
      np.round(sig_PK_2, 1), '[W]\n')

# Vergleich zwischen PH_1 und PK_2
fehler(PH_1, sig_PH_1, PK_2, sig_PK_2)
```

Kälteleistung P_K = 7.4 +/- 1.9 [W]

Relativer Fehler: 0.9178831160285306
 Rel. Fehler (Vergleich): 25.609845714702466
 Absoluter Fehler: 24.157388888888896
 Sigma-Abweichung: 12.56387590827737

3: Wärmekraftmaschine

```
[6]: # Teil 3
UH_3 = 11.63 # V
sig_UH_3 = 0.1
IH_3 = 5 * 2.52 # A
```

```

sig_IH_3 = 5 * 0.1
T_zu = 18.4 # C
T_ab = 20.6
Delta_T_3 = T_ab - T_zu # K
sig_Delta_T_3 = 0.2

f_list_3 = np.array([285.3, 290.0, 287.6]) / 60
f_3 = np.mean(f_list_3)
sig_f_3 = 1 / sqrt(3) * np.std(f_list_3)

Vdot_list_3 = np.array([225.0, 222.9, 225.6])
Vdot_3 = np.mean(Vdot_list_3)
sig_Vdot_3 = 1 / sqrt(3) * np.std(Vdot_list_3)

W_pV_list = 1e-4 * np.array([17230, 17060, 17050]) # 10^-4 hPa cm^3 = J
W_pV = np.mean(W_pV_list)
sig_W_pV = 1 / sqrt(3) * np.std(W_pV_list)

```

[7] : *# Berechnungen:*

```

P_el = UH_3 * IH_3 # W
sig_P_el = sqrt( (sig_UH_3 * IH_3) ** 2 + (UH_3 * sig_IH_3) ** 2 ) # W
Q_el = P_el / f_3 # J
sig_Q_el = sqrt( (sig_P_el / f_3) ** 2 + (P_el * sig_f_3 / f_3 ** 2) **_
    ↵2 )

P_ab = 1/60 * 1e-6 * c_W * rho_W * Delta_T_3 * Vdot_3 # W
sig_P_ab = 1/60 * 1e-6 * c_W * rho_W * sqrt( (sig_Delta_T_3 * Vdot_3)_
    ↵** 2
        + (Delta_T_3 * sig_Vdot_3)_
    ↵** 2 )

Q_ab = P_ab / f_3 # J
sig_Q_ab = sqrt( (sig_P_ab / f_3) ** 2 + (P_ab * sig_f_3 / f_3 ** 2) **_
    ↵2 )

P_pV = W_pV * f_3 # W
sig_P_pV = sqrt( (sig_W_pV * f_3) ** 2 + (W_pV * sig_f_3) ** 2)

```

```

eta_th = W_pV / Q_el # %

sig_eta_th = sqrt((sig_W_pV / Q_el) ** 2 + (W_pV * sig_Q_el / Q_el) ** 2)
    ↪) ** 2)

print('P_el =', np.round(P_el, 0), '+/-', np.round(sig_P_el, 0), '[W]')
print('Q_el =', np.round(Q_el, 1), '+/-', np.round(sig_Q_el, 1), '[J]')
print('\nP_ab =', np.round(P_ab, 0), '+/-', np.round(sig_P_ab, 0),
    ↪[W'])

print('Q_ab =', np.round(Q_ab, 1), '+/-', np.round(sig_Q_ab, 1), '[J]')
print('\nP_pV =', np.round(P_pV, 2), '+/-', np.round(sig_P_pV, 2),
    ↪[W'])

print('W_pV =', np.round(W_pV, 3), '+/-', np.round(sig_W_pV, 3), '[J]')
print('\neta_th =', np.round(100 * eta_th, 1), '+/-',
    np.round(100 * sig_eta_th, 1), [%])

```

P_el = 147.0 +/- 6.0 [W]

Q_el = 30.6 +/- 1.2 [J]

P_ab = 34.0 +/- 3.0 [W]

Q_ab = 7.2 +/- 0.7 [J]

P_pV = 8.2 +/- 0.04 [W]

W_pV = 1.711 +/- 0.005 [J]

eta_th = 5.6 +/- 0.2 [%]

[8]: # Energiebilanz:

```

Q_V = Q_el - W_pV - Q_ab
sig_Q_V = sqrt(sig_Q_el ** 2 + sig_W_pV ** 2 + sig_Q_ab ** 2)

print('Energieverluste:')
print('Q_V =', np.round(Q_V, 1), '+/-', np.round(sig_Q_V, 1), '[J]')

```

Energieverluste:

Q_V = 21.7 +/- 1.4 [J]

```
[9]: # Drehmomentmessung:
l = 0.25 # m
F = np.array([0.8, 0.6, 0.4, 0.2])
sig_F = 0.05 * np.ones(4)

UH_3b = np.array([11.64, 11.64, 11.60, 11.62]) # V
sig_UH_3b = 0.1 * np.ones(4)
IH_3b = 5 * np.array([2.53, 2.53, 2.52, 2.52]) # A
sig_IH_3b = 0.5 * np.ones(4)

f_3b_list = np.array([[234.9, 235.7, 232.3], [260.1, 258.2, 256],
                     [296.1, 282.5, 278.9], [319.1, 310.2, 308.0]])/_
                     ↪60 # s^-1
f_3b = np.array([np.mean(f_3b_list[i]) for i in range(4)])
sig_f_3b = 1/sqrt(3) * np.array([np.std(f_3b_list[i]) for i in_
                     ↪range(4)])]

W_pV_D_list = 1e-4 * np.array([[72690, 73200, 73420], [68650, 70040,_
                     ↪70090],
                     [21820, 22010, 21880], [20220, 20150, 20340]]) # J
W_pV_D = np.array([np.mean(W_pV_D_list[i]) for i in range(4)])
sig_W_pV_D = 1 / sqrt(3) * np.array([np.std(W_pV_D_list[i]) for i in_
                     ↪range(4)])]

print(np.round(f_3b,3))
print(np.round(sig_f_3b,3))
```

[3.905 4.302 4.764 5.207]

[0.014 0.016 0.071 0.046]

```
[10]: # Berechnungen:
W_D = 2 * pi * l * F
sig_W_D = 2 * pi * l * sig_F

eta_th_D = W_pV_D / Q_el
sig_eta_th_D = sqrt((sig_W_pV_D / Q_el) ** 2 + (W_pV_D * sig_Q_el /_
                     ↪Q_el ** 2) ** 2)
```

```

eta_eff = W_D / Q_el
sig_eta_eff = sqrt( (sig_W_D / Q_el) ** 2 + (W_D * sig_Q_el / Q_el **_
                     2) ** 2 )

print('W_pV_D = ', np.round(W_pV_D, 3))
print('      +/-', np.round(sig_W_pV_D, 3), '[J]')
print('\nW_D = ', np.round(W_D, 2))
print('      +/-', np.round(sig_W_D, 2), '[J] ')
print('\neta_th_D = ', np.round(100 * eta_th_D, 1))
print('      +/-', np.round(100 * sig_eta_th_D, 1))
print('\neta_eff = ', np.round(100 * eta_eff, 1))
print('      +/-', np.round(100 * sig_eta_eff, 1))

```

W_pV_D = [7.31 6.959 2.19 2.024]
 +/- [0.018 0.039 0.005 0.005] [J]

W_D = [1.26 0.94 0.63 0.31]
 +/- [0.08 0.08 0.08 0.08] [J]

eta_th_D = [23.9 22.8 7.2 6.6]
 +/- [1. 0.9 0.3 0.3]

eta_eff = [4.1 3.1 2.1 1.]
 +/- [0.3 0.3 0.3 0.3]

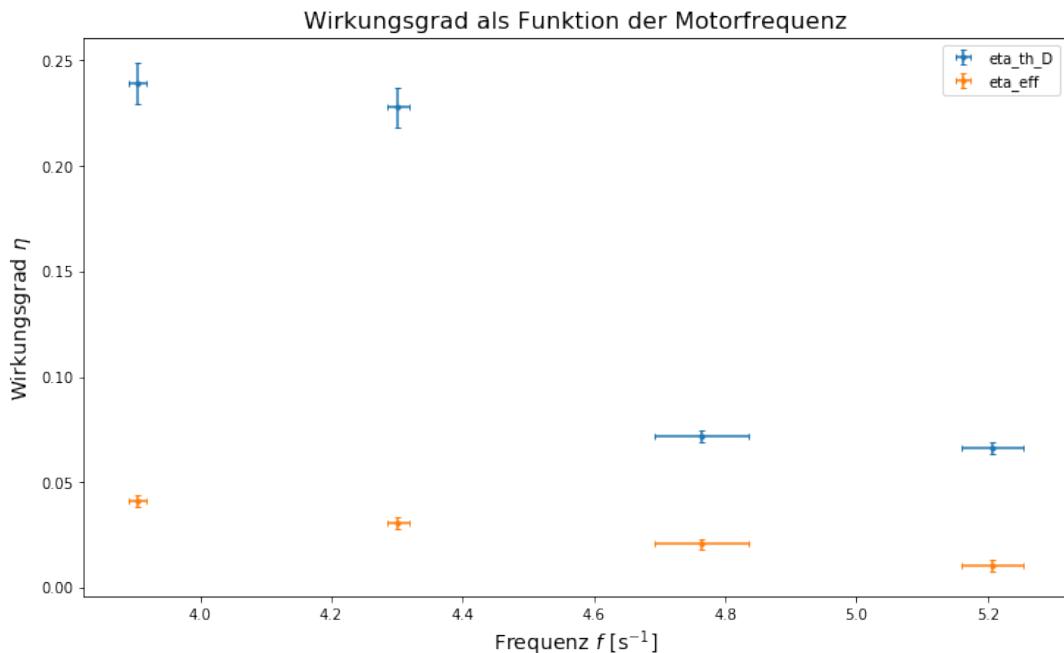
[11]: # Graphische Darstellung

```

plt.figure(figsize = (12, 7))
plt.errorbar(f_3b, eta_th_D, fmt = '.', yerr = sig_eta_th_D, xerr =_
             sig_f_3b,
             capsize = 2, label = 'eta_th_D')
plt.errorbar(f_3b, eta_eff, fmt = '.', yerr = sig_eta_eff, xerr =_
             sig_f_3b,
             capsize = 2, label = 'eta_eff')
plt.title('Wirkungsgrad als Funktion der Motorfrequenz', size = 16)
plt.ylabel('Wirkungsgrad $\eta$', size = 14)
plt.xlabel('Frequenz $f$ [s$^{-1}$]', size = 14)

```

```
plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('images/222/V222Diagramm1.png')
plt.show()
```



Sigmas

```
[12]: # Kälteleistung
fehler(PH_1, sig_PH_1, PK_2, sig_PK_2)
```

Relativer Fehler: 0.9178831160285306
 Rel. Fehler (Vergleich): 25.609845714702466
 Absoluter Fehler: 24.157388888888896
 Sigma-Abweichung: 12.56387590827737