

---

---

Versuch 14

17. September 2021

**Mathematisches Pendel**

Physikalisches Anfängerpraktikum I

Juan Provencio

Betreuer: Noah Peter

---

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuches</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Fadenpendel . . . . .	2
2.2	Drehpendel . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>5</b>
3.1	Materialen und Geräte . . . . .	5
3.2	Aufbau . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Messung und Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Messprotokoll . . . . .	6
4.2	Auswertung . . . . .	9
4.3	Grobe Näherung der Erdbeschleunigung . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>15</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	15
5.2	Diskussion . . . . .	15
<b>6</b>	<b>Quellen</b>	<b>16</b>

## 1 Ziel des Versuches

Gesucht mit diesem Versuch ist, dass wir eine mathematischere Herangehensweise zur Bestimmung von Werten, insbesondere hier die Erdbeschleunigung in Heidelberg lernen. Wir werden Störfaktoren wie Luftwiderstand und Auftrieb in die Rechnung mitberücksichtigen.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Fadenpendel

Grundsätzlich geht man von folgender Formel aus:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \iff g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (1)$$

Damit kann mit bekannter Länge des Fadens und Messung der Periodendauer die Erdbeschleunigung  $g$  bestimmt werden. Dabei kann man die Messunsicherheit des Fadens nur so genau bestimmen, aber die Unsicherheit der Periodendauer lässt sich beliebig klein machen, indem man einfach die Anzahl der Schwingungen erhöht. Dabei interessiert uns aber nicht diesen Fehler am kleinsten zu machen, denn ab einer gewissen Stelle spielt nur die Unsicherheit des Fadens eine Rolle. Der relative Fehler von  $g$  ist

$$\frac{\sigma_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2} \quad (2)$$

Dabei ist der relative Fehler der Periodendauer  $\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}$  gleich dem relativen Fehler der Zeitmessung  $\frac{\sigma_t}{t}$  und die Gesamtzeit  $t$  ist gleich der Anzahl der Schwingungen  $n$  mal der Periodendauer  $T_0$  einer Schwingung, also:

$$\frac{\sigma_{T_0}}{T_0} = \frac{\sigma_t}{t} = \frac{\sigma_t}{nT_0} \quad (3)$$

Wir machen den relativen Fehler der Zeitmessung nur etwa 30% so groß wie der Fehler der Längenmessung, dann trägt er nur noch eine ganz kleine Rolle zum Gesamtfehler bei

$$\frac{2\sigma_t}{nT_0} \approx 0,3 \frac{\sigma_l}{l}. \quad (4)$$

### 2.2 Drehpendel

Um die Rechnung präziser zu machen erfordern wir die Darstellung des Pendels als Drehpendel, damit wird mithilfe des Trägheitsmomentes  $J$  und des

Richtmomentes  $D$  nach der Erdbeschleunigung gelöst:

$$T = 2\pi \frac{J}{D} \quad (5)$$

Dabei besteht das Trägheitsmoment aus dem Trägheitsmoment der Kugel, verschoben um eine Achse parallel zum Ursprung durch den Satz von Steiner, und aus dem Trägheitsmoment des Fadens. Dafür muss nichts berechnet werden, denn das Trägheitsmoment einer Kugel und eines Zylinders sind bereits bekannt. Die einzige Anpassung nötig ist die Verschiebung der Drehachse.

$$J_{\text{ges}} = J_{\text{Kugel}} + J_{\text{Faden}} = m_K l^2 + \frac{2}{5} m_K r^2 + \frac{1}{3} m_F l'^2 \quad (6)$$

Hier sind  $l$  die Länge des Pendels,  $l'$  die Länge des Fadens,  $r$  der Radius der Kugel und  $m_{K,F}$  die entsprechenden Massen.

Ein Drehmoment wirkt zusätzlich auf den Faden und auf die Kugel. Die Kräfte die darauf wirken sind die Gravitation- und die Auftriebskraft auf die Kugel  $F_g$  und  $F_a$  auf einem Abstand  $l \cdot \sin \phi$  in entgegengesetzter Richtung und die Gravitationskraft auf den Faden auf einen Abstand  $\frac{l'}{2} \sin \phi$  und eine vernachlässigbare Auftriebskraft. Das Gesamtdrehmoment sei die Summe dieser Drehmomenten:

$$M = -(F_{g,K} - F_a) l \sin \phi - F_{g,G} \frac{l'}{2} \sin \phi \quad (7)$$

Zusammengefasst mit den Massen des Fadens und Kugel ergibt sich

$$M = - \left[ (m_K - \rho_L V_K) l + m_F \frac{l'}{2} \right] g \sin \phi \quad | m_K = \rho_K V_K \quad (8)$$

$$= - \left[ m_K \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_K} \right) l + m_F \frac{l'}{2} \right] g \sin \phi \quad | \sin \phi \approx \phi \quad (9)$$

$$= - \left[ m_K \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_K} \right) l + m_F \frac{l'}{2} \right] g \phi \quad | l \approx l' \quad (10)$$

$$= - \left[ m_K \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_K} \right) + \frac{1}{2} m_F \right] g l \phi \quad | M = -D\phi \quad (11)$$

$$D = \left[ 1 - \left( \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{2} \frac{m_F}{m_K} \right) \right] m_K g l \quad (12)$$

Dieses Ergebnis setzen wir in (5) ein

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m_K g l}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left[ 1 - \left( \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{2} \frac{m_F}{m_K} \right) \right]}} \quad | \frac{1}{1 - \varepsilon} \approx 1 + \varepsilon \quad (13)$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{J}{m_K g l}} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{2} \frac{m_F}{m_K} \right)} \quad (14)$$

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{J}{m_K g l} \left( 1 + \left( \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{2} \frac{m_F}{m_K} \right) \right) \quad | J \text{ aus (6)} \quad (15)$$

$$= 4\pi^2 \frac{\left( m_K l^2 + \frac{2}{5} m_K r^2 + \frac{1}{3} m_F l^2 \right)}{m_K g l} \left( 1 + \left( \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{2} \frac{m_F}{m_K} \right) \right) \quad (16)$$

$$\approx 4\pi^2 \frac{l}{g} \left( 1 + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} \right) \quad (17)$$

Diese Annäherung ist gerechtfertigt durch die Annahme, dass die Dichte von Eisen viel größer als die Dichte von Luft ist, und dass die Masse der Kugel ebenfalls viel größer als die Masse des Fadens ist, also ist erstmals  $\varepsilon \ll 1$  und alle Kreuzterme wo ein Verhältnis Luft:Kugel oder Faden:Kugel quadratisch vorkommt weggelassen.

In dieser Berechnung müssen wir dafür korregieren, dass die Periodendauer jetzt doch von dem Ausgangswinkel  $\phi_0$  abhängt

$$T_2^2 = T_1^2 \left( 1 + \frac{\phi_0^2}{8} \right) \quad (18)$$

und von dem Luftwiderstand  $\delta$

$$T_3^2 = T_2^2 \left( 1 + \left( \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \right) \quad (19)$$

Wenn man diese Terme entfaltet erhalten wir:

$$T_3^2 = T_2^2 + T_2^2 \left( \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \quad (20)$$

$$= T_1^2 \left( 1 + \frac{\phi_0^2}{8} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \quad (21)$$

$$= 4\pi^2 \frac{l}{g} \left( 1 + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} \right) \left( 1 + \frac{\phi_0^2}{8} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \quad (22)$$

Hier fallen ebenfalls alle Kreuzterme weg und wir kriegen insgesamt

$$T_3^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \left( 1 + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{\phi_0^2}{8} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \quad (23)$$

Die Amplitude fällt exponentiell ab, also können wir mit einem Diagramm auf logarithmischem Papier

$$a(t) = a_0 e^{-\delta t} \quad (24)$$

$\delta$  bestimmen.

### 3 Versuchsaufbau

#### 3.1 Materialien und Geräte

- Mathematisches Pendel mit 2 Spiegelskalen
- Stoppuhr
- Messschieber
- Lichtschranke mit Zähler

#### 3.2 Aufbau

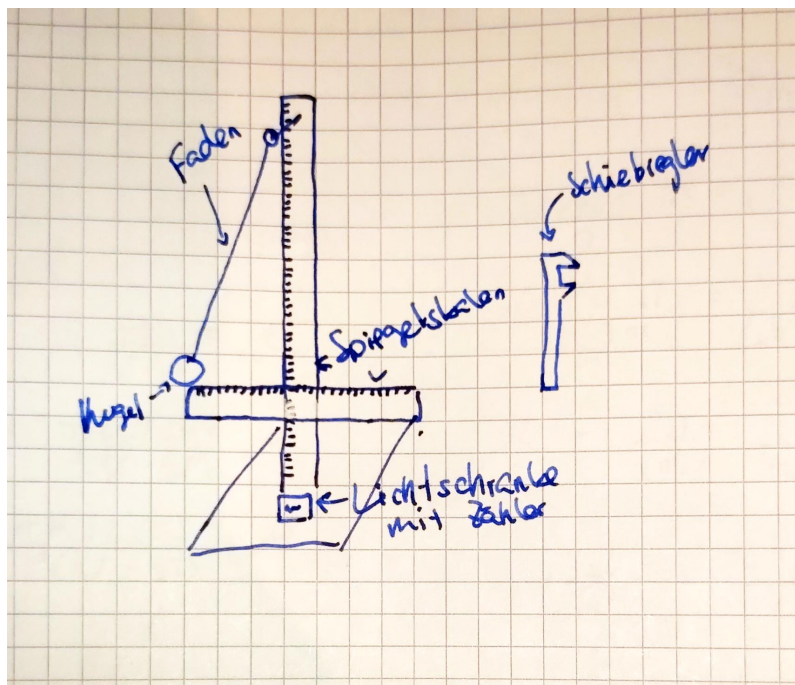


Abbildung 1: Aufbau

## 4 Messung und Auswertung

### 4.1 Messprotokoll

Messprotokoll V14 Mathematisches Pendel  
17.09.2021  
Mihe Brandt  
Juan Provencio

Teilaufgabe 1:

Wir bestimmen die Länge des Fadens anhand jeweils 3 Ablesungen

Tabelle 1: Länge des Fadens

Messung	$l'$ (Mihe) [cm]	$l'$ (Juan) [cm]	$l'$ [cm]	$\sigma_{l'}$ [cm]
1	$94,2 \pm 0,1$	$93,8 \pm 0,1$	$94,2 \pm 0,1$	
2	$94,2 \pm 0,1$	$94,3 \pm 0,1$	$94,200$	$0,026$
3	$94,1 \pm 0,1$	$94,2 \pm 0,1$		

Ebenfalls für den Durchmesser der Kugel

Tabelle 2: Durchmesser der Kugel

Messung	$d$ (Mihe) [cm]	$d$ (Juan) [cm]	$d$ [cm]	$\sigma_d$ [cm]
1	$3,51 \pm 0,05$	$3,51 \pm 0,05$		
2	$3,51 \pm 0,05$	$3,51 \pm 0,05$	$3,513$	$0,002$
3	$3,52 \pm 0,05$	$3,52 \pm 0,05$		

Damit ist die Länge  $l$  des Pendels

$$l = l' + \frac{d}{2} = (95,956 \pm 0,026) \text{ cm}$$

Wir bestimmen grob die Periodendauer  $T_0$  vom Pendel mit 5 Messungen von jeweils 20 Schwingungen

Tabelle 3: Grobe Periodendauer

Messung	$t$ [s]	$T_0$ [s]	$\sigma_{T_0}$ [s]	$\sigma_t$ [s]
1	$39,01 \pm 0,05$			
2	$39,23 \pm 0,03$			
3	$39,20 \pm 0,03$	$1,9643$	$0,0015$	$0,03$
4	$39,36 \pm 0,03$			
5	$39,25 \pm 0,03$			

Abbildung 2: Messprotokoll



Wir bestimmen die Periodenanzahl mit

$$\frac{2\pi}{nT_0} \approx 0,3 \frac{1}{s}$$

$$\rightarrow n \approx \frac{2\pi}{0,3 \pi T_0} = 2 \cdot \frac{1}{0,3 T_0} = 2 \cdot \frac{1}{0,3 \cdot 0,003827} \approx 382,7 \rightarrow 400$$

Wir messen die Amplitude jede 40 Durchgänge. Das Zentrum liegt bei  $x_0 = 12 \text{ cm}$

Tabelle 4: Amplitude

Messung	Durchgänge	Amplitude $a_n [\text{cm}]$	$\sigma_a [\text{cm}]$
1	40	21,8	
2	80	21,5	
3	120	21,0	
4	160	20,8	
5	200	19,8	0,5
6	240	19,5	
7	280	18,8	
8	320	18,0	
9	360	17,4	
10	400	17	

Die Anfangsamplitude beträgt  $a_0 = (22 \pm 0,5) \text{ cm}$

Es wurde über eine Gesamtzeit von  $t = (6 \text{ min } 38 \pm 15)$

\* Es wurde nur die Hälfte der Durchgänge gezählt

Abbildung 3: Fortsetzung Messprotokoll

Tabelle 4: Amplitude

Messung	Durchgänge	Amplitude $a + x_0$ [cm]
0	0	23,0
1	80	22,0
2	160	20,8
3	240	20,1
4	320	19,2
5	400	18,4
6	480	17,5
7	560	16,9
8	640	16,4
9	720	15,7
10	800	15,1

$x_0$  ist wo der Faden hängt

$x_0 = (1210,2) \text{ cm}$

Messzeit  $13' 05'' 39 = 785,39 \text{ sec}$

MP.

Abbildung 4: Fortsetzung Messprotokoll



## 4.2 Auswertung

### 4.3 Grobe Näherung der Erdbeschleunigung

Aus Formel (1) lässt sich ganz einfach grob die Erdbeschleunigung bestimmen. Dazu benutzen wir die Pendellänge  $l$ , die wir im Protokoll mit verschiedenen Mittlungen erhalten haben und die mittlere Periodendauer  $\bar{T}_0$  aus Tabelle 3 des Messprotokolls 2. Wir erhalten

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{\bar{T}_0^2} \quad (25)$$

$$= 4\pi^2 \frac{95,956 \text{ cm}}{(1,9643 \text{ s})^2} \quad (26)$$

$$= 9,81861 \text{ m s}^{-2} \quad (27)$$

Wir bestimmen den Fehler mittels Gleichung (2) aus der Einleitung:

$$\frac{\sigma_g}{g} = 0,16\% \quad (28)$$

Also ist die Erdbeschleunigung in Heidelberg

$$g_{\text{grob}} = 9,819 \text{ m s}^{-2} \pm 0,16\% = (9.819 \pm 0,016) \text{ m s}^{-2} \quad (29)$$

#### 4.3.1 Präzise Bestimmung der Erdbeschleunigung

Dieses Mal wollen wir ebenfalls mithilfe der Periodendauer die Erdbeschleunigung bestimmen, diese soll aber möglichst genau angegeben werden, dafür beziehen wir die Störfaktoren mit ein, wir müssen zuerst die Dämpfung  $\delta$  graphisch ermitteln. Die Amplitude wurde nicht in Abhängigkeit der Zeit, sondern der Durchgänge aufgeschrieben, dafür nehmen wir an, dass der Fehler der groben Periodendauer klein genug ist, damit folgende Näherung auf der graphischen Bestimmung von  $\delta$  keinen signifikanten Unterschied macht:  $nT_0 = t$ , das heißt, wir werden auf die Zeitachse des Diagramms  $40 \cdot T_0$  als Skaleneinheiten verwenden. Dafür tragen wir in Tabelle 6 die angepasste Amplitude und die Konversion von Schwingungen auf Zeit:

Tabelle 5: Amplitude und Zeit

Messung	Schwingungen	Amplitude $a$ [cm]	Zeit $t$ [s]
0	0	$11,0 \pm 0,5$	0
1	40	$10,0 \pm 0,5$	78,57
2	80	$8,8 \pm 0,5$	157,14
3	120	$8,1 \pm 0,5$	235,71
4	160	$7,2 \pm 0,5$	314,28
5	200	$6,4 \pm 0,5$	392,85
6	240	$5,5 \pm 0,5$	471,42
7	280	$4,9 \pm 0,5$	549,99
8	320	$4,4 \pm 0,5$	628,56
9	360	$3,7 \pm 0,5$	707,13
10	400	$3,1 \pm 0,5$	785,7

Man kann an der Konversion von Schwingungen zu Zeit, dass die vorhergesagte Zeit bei 400 Schwingungen nahezu gleich ist mit der gemessenen Zeit im Messprotokoll. Sie unterscheiden sich nur um 0,31 s.

### Dämpfung

Auf logarithmischen Papier haben wir

$$\ln a = \ln a_0 - \delta t \quad (30)$$

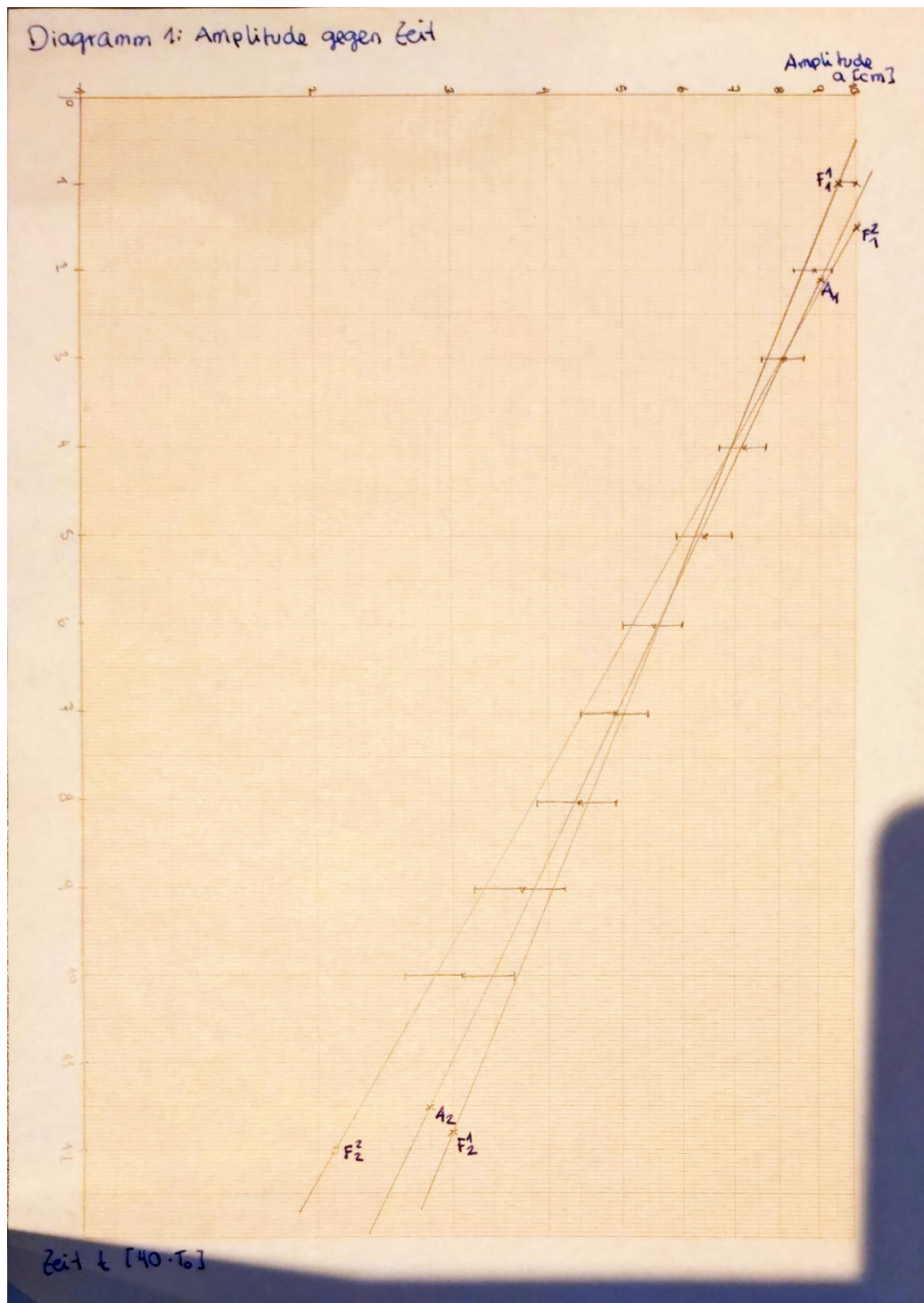


Diagramm 1: Amplitude gegen Zeit

Dabei ist  $\ln a_0$  der konstante Wert des Logarithmus der Amplitude zum Zeitpunkt  $t = 0$ , welcher aus der Skalierung nicht aufgetragen wurde. Allerdings interessiert uns  $\delta$ , dafür haben wir auf dem Diagramm Referenzpunkte

$$A_1 = (2, 6; 9) \quad A_2 = (11, 5; 2, 8) \quad (31)$$

$$F_1^1 = (1; 9, 5) \quad F_2^1 = (11, 8; 3) \quad (32)$$

$$F_1^2 = (1, 5; 10) \quad F_2^2 = (12; 2, 1) \quad (33)$$

für die jeweiligen Geraden eingetragen. Um die Steigung zu bestimmen benutzen wir folgende Formel:

$$m = \frac{\log y_1 - \log y_2}{x_1 - x_2} \quad (34)$$

Mit den gegebenen Punkten erhalten wir für die Ausgleichsgerade eine Dämpfung von:

$$\delta_{10} = \frac{\log 9 \text{ cm} - \log 2,8 \text{ cm}}{(2,6 - 11,5) \cdot 40T_0} = -7,2516 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (35)$$

Aus den Fehlergeraden erhalten wir einen Fehler von

$$\sigma_{\delta_{10}^1} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (36)$$

$$\sigma_{\delta_{10}^2} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (37)$$

Obwohl wir höchstwahrscheinlich den Fehler der Amplitude deutlich überschätzt haben, nehmen wir trotzdem den größeren Fehler und geben eine Dämpfung von:

$$\delta_{10} = (7,3 \pm 1,4) \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (38)$$

Dieses Ergebnis ist mit dem Logarithmus zur Basis 10 angegeben, die gesuchte Gleichung ist aber mit dem natürlichen Logarithmus angegeben. Wir wechseln kurz die Basis und erhalten:

$$\delta = \frac{\delta_{10}}{\log e} = (-1,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (39)$$

Außerdem ist die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = (3,199 \pm 0,003) \text{ s}^{-1}$

### Ausgangswinkel

Um den Winkel  $\phi_0$  zu bestimmen ist die maximale Amplitude und die Länge des Pendels erforderlich. Aus geometrischen Überlegungen ergibt sich das Verhältnis

$$\phi_0 = \arcsin \frac{a_0}{l} = (0,115 \pm 0,005) = (6,6 \pm 0,3)^\circ \quad (40)$$

Den Fehler haben wir mit dem Gaußschen Fortpflanzungsgesetz wie folgt bestimmt:

$$\sigma_{\phi_0} = \sqrt{(\partial_{a_0}(\phi_0) \cdot \sigma_{a_0})^2 + (\partial_l(\phi_0) \cdot \sigma_l)^2} \quad (41)$$

### Massen und Dichten

Zuletzt interessieren wir uns für die Dichte und Massenverhältnisse. Wir bestimmen die Masse des Fadens als

$$m_F = \rho_F \cdot V_F \quad | \quad \rho_F = \rho_{\text{Eisen}} = 7,86 \text{ g cm}^{-3} \quad (42)$$

$$V_F = \pi \cdot \frac{1}{4} \varnothing_{\text{Faden}}^2 \cdot l' \\ = 7,86 \text{ g cm}^{-3} \cdot \pi \cdot (0,1 \text{ mm})^2 \cdot 94,2 \text{ cm} \quad (43)$$

$$= (0,23261 \pm 0,00013) \text{ g} \quad (44)$$

Die einzige hier fehlerbehaftete Größe ist die Länge des Fadens. Für den Fehler der Masse wurde der relative Fehler nach Gauß verwendet und dann in einen absoluten Fehler übersetzt.

Für die Masse der Kugel erhalten wir

$$m_K = \rho_K \cdot V_K \quad | \quad \rho_K = \rho_{\text{Eisen}} \quad (45)$$

$$V_K = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (46)$$

$$= 7,86 \text{ g cm}^{-3} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (1,757 \text{ cm})^3 \quad (47)$$

$$= (178,4 \pm 0,3) \text{ g} \quad (48)$$

Dieser Fehler wurde mit der gleichen Methode berechnet.

Die Dichte von Luft und von Eisen sind aus dem Praktikumsskript bekanntlich

$$\rho_L = 1,20 \text{ g dm}^{-3} \quad \rho_K = 7,86 \text{ g cm}^{-3} \quad (49)$$

### Bestimmung der Erdbeschleunigung

Nun haben wir alle wichtige Größen aufgelistet, aber bevor wir mit der Rechnung weitermachen machen wir einen kleinen Einschub um die Fehlerrechnung zu vereinfachen.

Wir listen im Folgenden die relativen Fehlern der jeweiligen Summanden:



Tabelle 6: Relative und absolute Fehler

	$\frac{m_F}{m_K}$	$\frac{r^2}{l^2}$	$\phi_0^2$	$\frac{\delta^2}{\omega_0^2}$
Größenordnung	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-7}$
$\frac{\sigma_x}{x}$	0,004	0,0013	0,09	0,09
$\frac{x}{\sigma_x}$	$6 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-7}$

Aus diesen Faktoren ist der einzige signifikante Fehler der Fehler von  $\phi_0^2$ . Alle anderen sind um viele Größenordnungen kleiner und tragen nicht bedeutungsvoll zum Gesamtfehler bei. Außerdem ist nicht überraschenderweise die Dämpfung wegen der Luftreibung vernachlässigbar klein.

Nun können wir mittels der folgenden Gleichung die Erdbeschleunigung bestimmen:

$$g_{\text{genau}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_0^2} \left( 1 + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{\phi_0^2}{8} + \frac{\delta^2}{\omega_0^2} \right) \quad (50)$$

Alle Werte sind bereits bekanntgegeben worden, damit erhalten wir:

$$g_{\text{genau}} = 9,83477 \text{ m s}^{-2} \quad (51)$$

Für den Fehler berücksichtigen eine Vereinfachung:

$$g_{\text{genau}} = 4\pi^2 \frac{l}{T_0^2} \underbrace{\left( 1 + \frac{\rho_L}{\rho_K} - \frac{1}{6} \frac{m_F}{m_K} + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} + \frac{\phi_0^2}{8} \right)}_{:=x} \quad (52)$$

Damit lässt sich der Fehler wie ein relativer Fehler zuerst ausrechnen

$$\frac{\sigma_{g_{\text{genau}}}}{g_{\text{genau}}} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left( 2 \frac{\sigma_{T_0}}{T_0} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_x}{x} \right)^2} \quad (53)$$

Der Fehler von  $x$  lässt sich leicht nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ausrechnen, es ist aber auch gültig die Fehlern von  $\frac{m_F}{m_K}$  und  $\frac{r^2}{l^2}$  zu vernachlässigen, da der Fehler von  $\phi_0^2$  deutlich größer ist.

$$\frac{\sigma_{g_{\text{genau}}}}{g_{\text{genau}}} = 0,0015 \quad (54)$$

$$g_{\text{genau}} = (9,835 \pm 0,016) \text{ m s}^{-2} \quad (55)$$

Obwohl dieser Fehler zu groß erscheint, liegt dies nicht an der Vereinfachung, denn mit einer exakten Rechnung mit den Werten nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung erhalten wir einen nahezu identischen Fehler.

(56)

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

### 5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir auf einer groben und auf einer präzisen Weise die Erdbeschleunigung in Heidelberg bestimmt. Die erste Weise bestand daraus, dass wir mit einer präzisen Messung der Länge des Fadens und einer groben Messung der Periodendauer die Erdbeschleunigung als mathematisches Pendel bestimmen. Dabei spielen Phänomene wie Luftreibung oder Auftrieb und Winkelausschlag keine Rolle.

Danach haben wir mit dem Physikalischen Pendel weitere Faktoren mitberücksichtigt und die Periodendauer als ein Drehpendel modelliert. Damit haben wir die den Effekt der Luftreibung durch die Dämpfung  $\delta$  bestimmt, indem wir die Änderung der Amplitude bei 400 Schwingungen dokumentiert haben. Danach waren der Winkel  $\phi_0$  und die Massen- und Dichteverhältnisse zu bestimmen. Damit konnten wir mit der in der Einleitung hergeleiteten Formel mit Störfaktoren nach der Erdbeschleunigung umformen.

### 5.2 Diskussion

Leider zeigt sich in der Rechnung eine Diskrepanz mit den Erwartungen ablesen. Nachdem wir die Erdbeschleunigung mit der groben Näherung erhielten wir eine kleinere absolute Differenz  $\Delta g_{\text{grob}} = 0,00916 \text{ m s}^{-2}$  als bei der genaueren Rechnung  $\Delta g_{\text{genau}} = 0,02516 \text{ m s}^{-2}$  im Vergleich zum Literaturwert  $g_{\text{Lit}} = (9,80984 \pm 2 \cdot 10^{-5}) \text{ m s}^{-2}$  aus dem Praktikumsskript. Bei der Näherung weichen die Ergebnisse um

$$\frac{\Delta g_{\text{grob}}}{\sqrt{(\sigma_{g_{\text{Lit}}})^2 + (\sigma_{g_{\text{grob}}})^2}} = 0,6 \quad (57)$$

0,6  $\sigma$ -Bereiche voneinander ab. Dagegen weicht der "genaue" Wert um 1,6  $\sigma$ -Bereiche vom Erwartungswert ab.

Hinter diesem Ergebnis vermuten wir, es könnten diverse Gründe liegen, zwischen einer Sprachbarriere bis zu einer mangelhaften Durchführung des Versuchs oder eine unangemessene Angabe eines konstanten Wertes. Als erstes

meinen wir mit Sprachbarriere, dass aus dem Praktikumsskript nicht genau klar war, was mit der (mittleren) Schwingungsweite gemeint war. Zur Wahl lagen die Mittlung aller gemessenen Schwingungen, aber aus der Herleitung im Anhang erwies sich logischer für den Ausgangswinkel die Anfangsamplitude zu benutzen. Hätten wir jedoch den Mittelwert genommen, dann wäre unser Ergebnis

$$g_a = (9,801 \pm 0,015) \text{ m s}^{-2} \quad (58)$$

und würde um  $0,6 \sigma$ -Bereiche vom Erwartungswert liegen.

Eine ebenfalls wichtige Fehlerquelle könnte das Durchmesser des Fadens sein, meiner Meinung nach sogar die wichtigste Fehlerquelle. Es wurde angenommen, dass der Faden einen Durchmesser von  $\varnothing_{\text{Faden}} = 0,2 \text{ mm}$  hatte, aber eine leichte Veränderung des Durchmessers des Fadens hat einen riesigen Einfluss auf das Endergebnis im Vergleich zu den anderen Störfaktoren. Diese Vermutung kommt aber wahrscheinlich daher, dass mir  $\approx 0,2 \text{ g}$  für den Faden zu klein wirken, aber solch kleine Maßen sind menschlich schlecht einzuschätzen.

Als letztes ist zu erwähnen, dass wir möglicherweise die Spiegelskala falsch eingestellt haben könnten, und sich dadurch die Messung der Amplitude verfälscht haben könnte.

## 6 Quellen

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP1 für Studierende der Physik B.Sc., 45-50.