

9. Übungsblatt zu Experimentalphysik (SS 21)

Name(n): Leo Knapp, Marius Pfeiffer, Juan Provencio

Gruppe: K

Punkte: ____/____/____ Σ ____

9.1 Stromdurchflossene Rohre

a) Skizze:

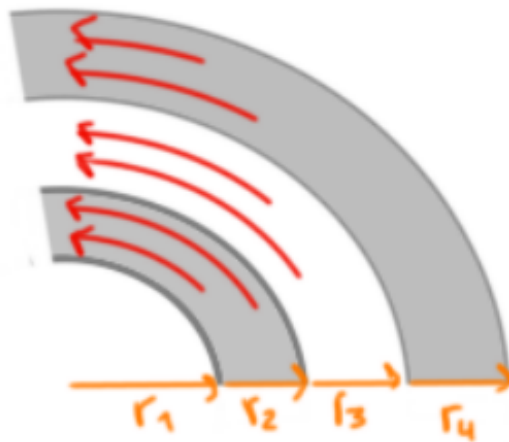


Abbildung 1: Magnetfeld in konzentrischen Rohren

- b) **Gesucht** ist das magnetische Feld für $r < 0$. Um das magnetische Feld zu bestimmen brauchen wir uns an das Amperesche Durchflutungsgesetz erinnern, welches besagt dass das Magnetfeld entlang eines geschlossenen Weges proportional zum eingeschlossenen Strom ist.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_{\text{innen}} \quad (1)$$

Wir wählen im folgenden immer einen Kreis und können somit das Magnetfeld über die unterschiedlichen Strecken bestimmen.

- (a) Fall: $0 \leq r < r_1$

Dieser Weg schließt überhaupt keinen Strom ein. Dementsprechend ist das Magnetfeld an dieser Stelle 0.

$$B(r) = 0 \quad (2)$$

- (b) Fall: $r_1 < r < r_2$

In diesem Fall schließt der Weg eine unterschiedliche Menge an Strom, je nachdem wie viel prozentueller Anteil des Rohres zu einem Zeitpunkt gedeckt wird.

Dafür kommt der korrigierende Faktor am Ende der Rechnung:

$$\oint \mathbf{B} \, ds = \mu_0 I_{\text{innen}} \quad (3)$$

$$B 2\pi r = \mu_0 I_0 \cdot \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (4)$$

$$= \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cdot \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (5)$$

(c) Fall: $r_2 < r < r_3$

In diesem Fall ist der eingeschlossene Strom im ganzen Abschnitt gleich, also braucht man keinen Korrekturfaktor.

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \quad (6)$$

(d) Fall: $r_3 < r < r_4$ Analog zum 2. Fall müssen wir den Abschnitt des Rohres betrachten, des vom Radius schon "gedeckt" worden ist. Außerdem muss man auch den Strom, der in entgegengesetzte Richtung fließt berücksichtigen und ihn vom gesamten Magnetfeld abziehen.

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cdot \left(1 - \frac{r^2 - r_3^2}{r_4^2 - r_3^2} \right) \quad (7)$$

(e) Fall: $r_4 < r$

In diesem Fall gleicht sich der Strom, der durch jeden Kreis eingeschlossen wird aus, den betragsmäßig gleich viel in die eine als in die andere Richtung fließt. Das Magnetfeld ist dementsprechend gleich 0

$$B = 0 \quad (8)$$

c) Der Verlauf des Magnetfelds sieht folgendermaßen aus:

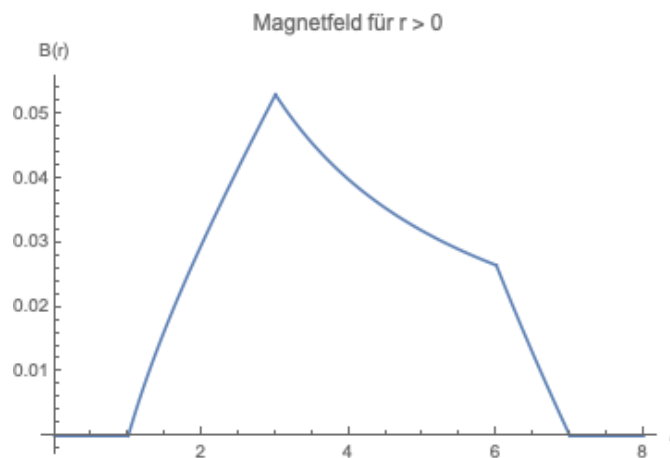


Abbildung 2: B(r)

9.2 Leiterschleife

Eine Schleife der Breite W , Masse m , Widerstand R fällt im homogenen Magnetfeld \mathbf{B} und erreicht eine konstante Fallgeschwindigkeit v .

Der Fall der Schleife wird durch den Induktionsstrom in der Schleife gebremst, da dieser der Ursache der Änderung des magnetischen Fluss entgegengerichtet ist (Lenz).

Wir erhalten

$$U_{\text{ind}} = -N\dot{\Phi} \quad (9)$$

$$= -B\dot{A} \quad |\dot{B} \text{ verschwindet} \quad (10)$$

$$= -BWv(t) \quad (11)$$

$$\Rightarrow I_{\text{ind}} = \frac{U_{\text{ind}}}{R} \quad (12)$$

Ferner gilt für stromdurchflossene Leiter der Länge L im Feld B :

$$F_{\text{mag}} = ILB \quad (13)$$

Wir sind nur an der Endgeschwindigkeit interessiert. Gehen wir also davon aus, dass genügend Zeit vergangen ist und $v = \text{const}$ gilt. Wir können einen Kraftansatz machen. Es genügt dabei, die Seite W zu betrachten, da sich alle Kräfte entlang der anderen Seiten im Feld kompensieren:

$$F_{\text{mag}} = F_g \quad (14)$$

$$-IWB = mg \quad (15)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{U_{\text{ind}}}{R}WB = mg \quad (16)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{-BWv}{R}WB = mg \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(BW)^2v}{R} = mg \quad (18)$$

$$\Rightarrow v = \frac{mgR}{(BW)^2} \quad (19)$$

9.3 Induktivität eines Koaxialkabels

Geg.:

- $a = 0,3 \text{ mm}$
- $b = 2 \text{ mm}$
- $\mu_r = 1$
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sei ein Koaxialkabel bestehend aus einem zylindrischen Innenleiter des Radius a , umschlossen von einem Mantel aus Aluminium des Radius b . Der Strom in beiden Leitern ist betragsmäßig gleich, aber mit umgekehrter Richtung. **Gesucht** ist die Induktivität pro Länge $\frac{L}{l}$ des Koaxialkabels.

Da wir davon ausgehen können, dass die Energie erhalten bleibt, können von Folgender Formel ausgehen:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_r \mu_0 V H^2}{2} \quad (20)$$

Dabei entspricht aber diese Beziehung nur begrenzt der Realität. Für die rechte Seite müssen wir über die Länge des Kabels integrieren. Wir wählen ein Zylindrisches Volumen dafür.

$$E_{\text{außen}} = \int_a^b \rho \, d\rho \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\mu_0 \mu_r H^2}{2} \quad | \quad H = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (21)$$

$$= \frac{\mu_0 \mu_r}{2} \int_a^b \rho \, d\rho \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \frac{I^2}{4\pi^2 \rho^2} \quad (22)$$

$$= \frac{\mu_0 \mu_r l I^2}{4\pi} \int_a^b d\rho \frac{1}{\rho} \quad (23)$$

$$= \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (24)$$

Hier haben wir aber ausschließlich die Energie zwischen dem Innenleiter und Außenleiter bestimmt. Zusätzlich muss noch die Energie innerhalb des Leiters berechnet werden. Dafür gilt:

$$E_{\text{innen}} = \frac{\mu_0}{2} \int_{V_1}^{V_2} H^2 \, dV \quad | \quad \oint_C \mathbf{H} \, ds = \int_O \mathbf{j} \, d\mathbf{A} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2} \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a \left(\frac{I}{2\pi a^2} \rho \right)^2 \rho \, d\rho & 2\pi\rho H &= j\pi\rho^2 \\ & = \frac{\mu_0 I^2 l 2\pi}{8\pi^2 a^4} \int_0^a \rho^3 \, d\rho & 2\pi H &= \frac{I}{\pi a^2} \rho \end{aligned} \quad (26)$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l 2\pi}{8\pi^2 a^4} \int_0^a \rho^3 \, d\rho \quad (27)$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi a^4} \cdot \frac{a^4}{4} \quad (28)$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{16\pi} \quad (29)$$

Die gesamte magnetische Energie ist also

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{innen}} + E_{\text{außen}} \quad (30)$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right) \quad (31)$$

Nach gleichsetzen mit der Energie der Induktivität erhalten wir:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right) \quad (32)$$

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right) \quad (33)$$

$$\approx 4,29 \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2} \quad (34)$$