

12. $\frac{d\vec{U}}{dt}$ bungsblatt zu Experimentalphysik II (SS 21)

Name(n): Leo Knapp, Marius Pfeiffer, Juan Provencio

Gruppe: K

Punkte: ____/____/____/____ Σ ____

12.1 Aufgabe 1

- a) Zum Reflexionsgitter finden wir im Vorlesungsskript direkt leider keine Informationen. Wir stützen uns deshalb auf das Lehrbuch von Demtröder.

Wenn m die Ordnung zählt, gilt an Orten (Winkeln) der konstruktiven Interferenz:

$$d(\sin \alpha'_1 + \sin \alpha'_2) = m\lambda \quad (1)$$

Hier gilt es jedoch zu bedenken, dass α'_i von der Gitternormale aus gemessen wird, wohingegen α_i vom Gitter aus gemessen wird.

$$d(\sin(\alpha'_1) + \sin(\alpha'_2)) = m\lambda \quad (2)$$

$$d(\sin(\alpha'_1) + \sin(\alpha'_2)) = \lambda \quad | m = 1 \quad (3)$$

$$\sin \alpha'_2 = \frac{\lambda}{d} - \sin(\alpha'_1) \quad (4)$$

$$\rightarrow \alpha'_2 = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d} - \sin \alpha'_1\right) \quad (5)$$

Mit den gegebenen Werten erhalten wir:

$$\alpha'_2 = \arcsin\left(\frac{589 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}} - \sin(88^\circ)\right) \quad (6)$$

$$\approx -83,42^\circ \quad (7)$$

$$(8)$$

$-83,43^\circ$ bedeutet hier, dass der reflektierte Strahl nicht auf der gleichen Seite austritt wie der eingehende Strahl. Die Seiten sind hierbei durch die Normale zum Gitter am Reflexionspunkt bestimmt. Wir rechnen um und erhalten $\alpha_2 = 6,58^\circ$

- b) Blaues Licht besitzt eine kürzere Wellenlänge als rotes Licht. Es gilt

$$\lambda_{\text{blau}} < \lambda_{\text{gelb}} < \lambda_{\text{rot}}$$

Damit sieht man anhand der Formel aus Aufgabenteil a), dass für geringere Wellenlängen, also blaues Licht, der Winkel α'_2 (negativ) wächst, wohingegen er bei rotem Licht abnimmt - hier immer verglichen mit dem gegebenen gelben Licht. Da sich dies aber auf den Winkel zu Gitternormalen bezieht, muss beim blauen Licht der tatsächliche Beobachtungswinkel α_2 verringert werden und beim roten Licht muss er zunehmen.

12.2 Aufgabe 2

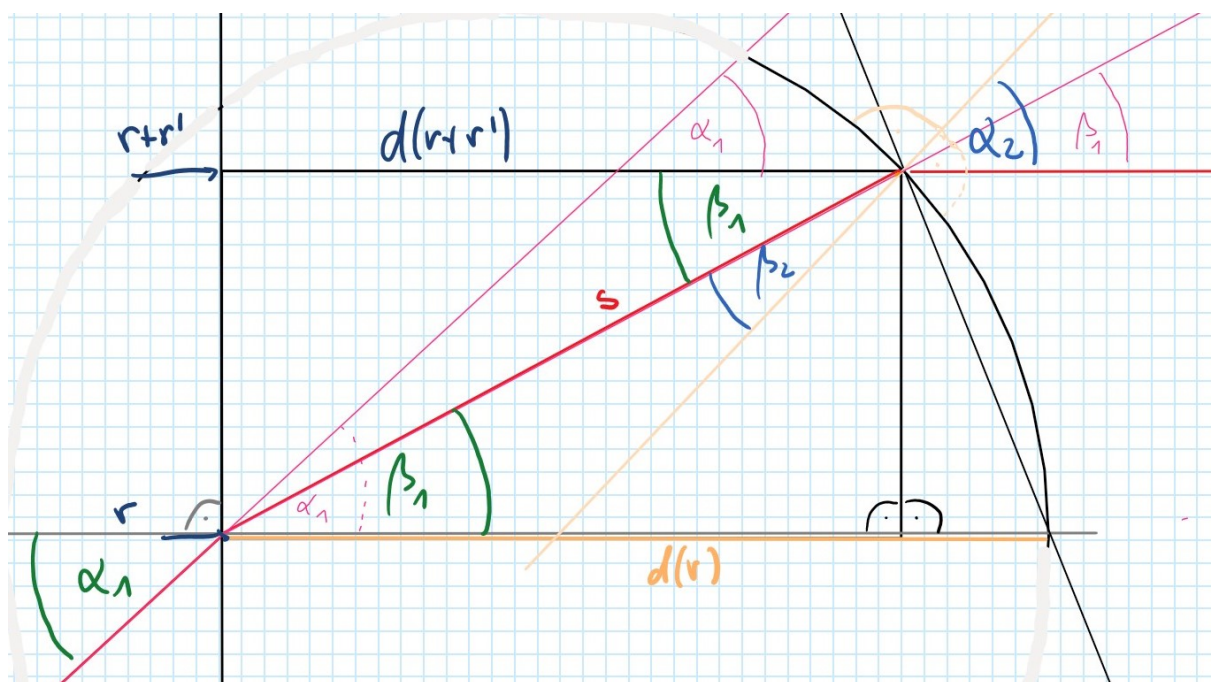


Abbildung 1: Geometrische Konstruktion

Wir gehen davon aus, dass der optische Weg für einen Strahl durch die Linse stets konstant sein muss. Da die Linse und das umgebende Medium (wir gehen hier von Vakuum aus) klar abgegrenzt sind, können wir mit einer Summe der optischen Wege rechnen.

$$L_a + n_2 L_i = \text{const} \quad L_i \text{ in Linse, } L_a \text{ außen} \quad (9)$$

Wir nutzen die Kenntnis von d_0 aus

$$f + n_2 d_0 =: r \quad (10)$$

$$\Rightarrow \forall r \neq 0 : L_i + n_2 L_a = r \quad (11)$$

$$(12)$$

Leider gab es für diese Aufgabe bis kurz vor Abgabeschluss keine Lösung, beziehungsweise keine Gelegenheit mehr, den letzten Ansatz zu überprüfen. Wir möchten ihn jedoch kurz beschreiben:

Betrachtet man einen auf der planen Seite einfallenden Strahl, so wird dieser in der Linse mit dem Winkel α_2 zum Lot gebrochen und ist dann eine Gerade bis zum nächsten Medienübergang von Glas zu Vakuum. Die zurückgelegte Strecke im Glas kann aus trigonometrischen Beziehungen über den Winkel α_2 bestimmt werden mit:

$$\sqrt{r'^2 + d(r + r')^2} = L_i(r)$$

Hier gibt r' die Höhendifferenz zwischen Ein- und Austrittsort an. Dies hätte dann iterativ ausgenutzt werden können bis zum Auftreten bekannter Größe von $d(r)$, also d_0 . Die gefundenen Beziehungen hätten wir dann in obige Formel für die optischen Wege eingesetzt und mit ihr die Funktion $d(r)$ bestimmt.

Folglich hätten wir so Teilaufgabe b,c) auch gelöst.

12.3 Aufgabe 3

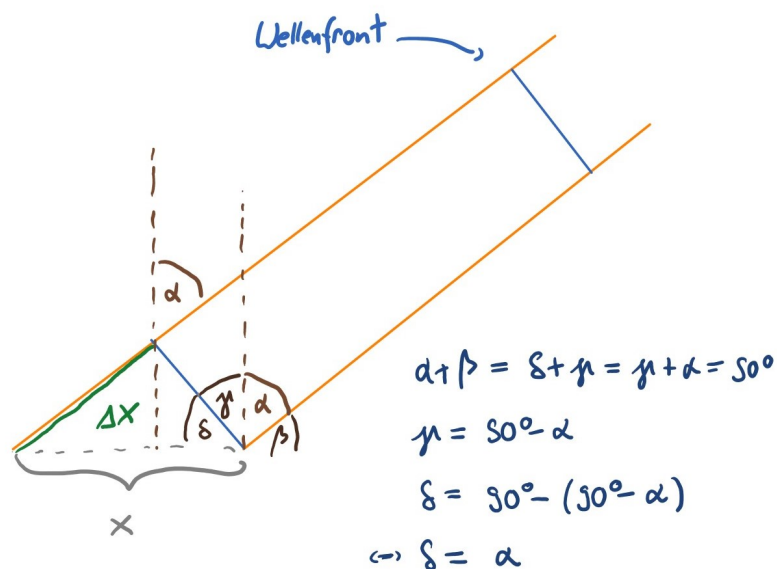


Abbildung 2: Skizze

a)

Aus den Konstruktionen in der Skizze folgt:

$$\Delta x = x \cdot \sin \alpha \quad (13)$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi x \frac{\sin \alpha}{\lambda} \quad (14)$$

b)

$$P_I(x) = \langle E_1(x, t) \cdot \overline{E_2}(x, t) \rangle \quad (15)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T E_1(x, t) \cdot \overline{E_2}(x, t) \, dT \quad (16)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T E_0 e^{i(kx - \omega t)} E_0 e^{-i(kx - \omega t + \varphi(x))} \, dT \quad (17)$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T E_0^2 e^{i(kx - \omega t) - i(kx - \omega t + \varphi(x))} \, dT \quad (18)$$

$$= \frac{E_0^2}{T} \int_0^T e^{-i\varphi(x)} \, dT \quad (19)$$

$$= \frac{E_0^2}{T} e^{-i\varphi(x)} T \quad (20)$$

$$= E_0^2 e^{-i\varphi(x)} \quad (21)$$

$$= E_0^2 e^{-i \frac{2\pi x \sin \alpha}{\lambda}} \quad (22)$$

Da nur der Realteil physikalische Relevanz tragt, gilt

$$P(x) = \text{Re}(P_I(x)) = E_0^2 \cos \left(\frac{2\pi x \sin \alpha}{\lambda} \right). \quad (23)$$

Die Skizze zur Funktion $P(x) = E_0^2 \cos\left(\frac{2\pi x \sin \alpha}{\lambda}\right)$.

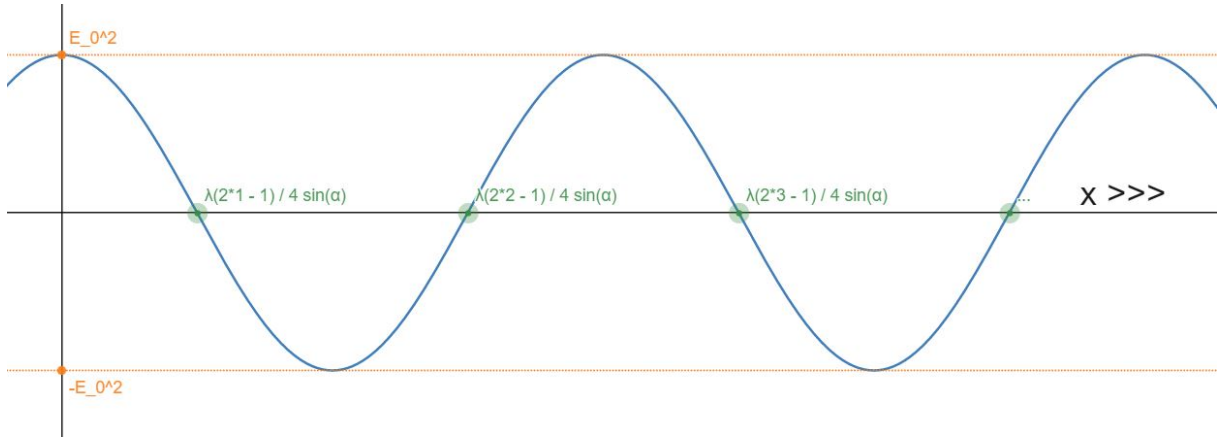


Abbildung 3: Skizze

c)

Wir betrachten wieder nur den Realteil der Schwingungsfunktion und definieren:

$$P_1(x) = E_0^2 \cos\left(\frac{2\pi x \sin \alpha_1}{\lambda}\right) \quad (24)$$

$$P_2(x) = E_0^2 \cos\left(\frac{2\pi x \sin \alpha_2}{\lambda}\right) \quad (25)$$

Aus der Summe der beiden Korrelatorsignale erhalten wir

$$P(x) = E_0^2 \left[\cos\left(\frac{2\pi x \sin \alpha_1}{\lambda}\right) + \cos\left(\frac{2\pi x \sin \alpha_2}{\lambda}\right) \right] \quad (26)$$

Nun wenden die folgende Identität für die Addition der Kosinusfunktionen an:

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad (27)$$

Sei also

$$a := \frac{2\pi x \sin \alpha_1}{\lambda}, \quad b := \frac{2\pi x \sin \alpha_2}{\lambda} \quad (28)$$

$$a + b = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)) \quad (29)$$

$$a - b = \frac{2\pi x}{\lambda} (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)) \quad (30)$$

Daraus folgt

$$P(x) = 2E_0^2 \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda} [\sin(\alpha_1) + \sin(\alpha_2)]\right) \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda} [\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)]\right) \quad (31)$$

Steht das Objekt nahezu im Zenit, so „gehen“ die Winkel α_1 und α_2 gegen 0. Wir können also, dank der uns als Physiker verliehenen Macht, die Kleinwinkelnäherung $\sin(\alpha) \approx \alpha$ anwenden und erhalten so

$$P(x) = 2E_0^2 \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda}[\alpha_1 + \alpha_2]\right) \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda}[\alpha_1 - \alpha_2]\right) \quad (32)$$

Hierbei ist der hintere Kosinus verantwortlich für die Schwebung. Je kleiner $\Delta\alpha$, also $\alpha_1 - \alpha_2$, ist, desto größer muss x sein, um den Effekt der Schwebung klar nachweisen zu können. Um einen Ausdruck für die Auflösung zu bestimmen, wollen wir im zweiten Kosinusterm eine Nullstelle erreichen. Somit setzen wir gleich:

$$\frac{\pi x}{\lambda} \Delta\alpha \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} \quad (33)$$

$$\iff \Delta\alpha = \frac{\pi\lambda}{2\pi x} = \frac{\lambda}{2x} \quad | \leftarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \quad (34)$$

$$\iff \Delta\alpha = \frac{c}{2x\nu} \quad (35)$$

- d) Für den letzten Aufgabenteil werden wir die gegebenen Werte in die zuvor bestimmte Formel für $\Delta\alpha$ einsetzen:

$$\nu = 1 \text{ GHz} = 10^9 \frac{1}{\text{s}} \quad (36)$$

$$x = 1000 \text{ km} = 10^6 \text{ m} \quad (37)$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (38)$$

$$\Delta\alpha = \frac{c}{2x\nu} \quad (39)$$

$$= \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}} \quad (40)$$

$$\iff \Delta\alpha = 1.5 \cdot 10^{-7} \quad (41)$$

$$(42)$$