

---

---

Versuch 245

18. Oktober 2021

**Induktion**

Physikalisches Anfängerpraktikum II

Juan Provencio

Betreuer/in: Jana Wolf

---

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuches</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Induktionsgesetz . . . . .	2
2.2	Helmholtz-Spulen . . . . .	2
2.3	Impedanz und Induktivität der Spule . . . . .	4
2.4	Erdmagnetfeld . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>6</b>
3.1	Materialien und Geräte . . . . .	6
3.2	Aufbau . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Messung und Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Messprotokoll . . . . .	8
4.2	Auswertung . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>18</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	18
5.2	Diskussion . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Quellen</b>	<b>22</b>
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>22</b>

# 1 Ziel des Versuches

Mit diesem Versuch werden wir das Induktionsgesetz mithilfe einer Helmholtzspule überprüfen. Dabei wird die Spannung mithilfe der Drehfrequenz und des Stroms aufgetragen und daraus wird das Magnetfeld graphisch bestimmt. Außerdem wird die Induktionsspannung bei einem periodischem Strom gemessen. Aus dem Verhältnis von Strom und Spannung wird der Widerstand bestimmt, woraus wir dann die Induktivität der Spule bestimmen möchten. Als letztes wollen wir das Erdmagnetfeld bestimmen. Dafür werden wir zuerst den Betrag ausrechnen, und danach mit einem Kompensator den horizontalen und den vertikalen Komponent bestimmen.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Induktionsgesetz

Nach dem Induktionsgesetz entsteht ein elektrisches Feld  $\mathbf{E}$ , wenn sich der magnetische Fluss ändert. Dies kann man beispielsweise an einer Spule, aber allgemeiner an einer Fläche, beobachten, durch welche sich ein Magnetfeld  $\mathbf{B}$  ändert. Am Rand der Fläche entsteht eine Spannung. Dieses Gesetz lässt sich in differentieller Form beschreiben als

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (1)$$

Durch Integration und Anwendung des Satz von Stokes auf dieser Gleichung erhalten wir auch die Aussage bezogen auf die Spannung  $U$  und die magnetische Flussdichte  $\Phi$ :

$$\int_{\partial M} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_M \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (2)$$

Dies lässt sich angewandt auf eine Spule mit  $N$  Windungen ausrechnen als

$$U = -N \cdot \dot{\Phi} \quad (3)$$

### 2.2 Helmholtz-Spulen

Durch die Gegenüberstellung zweier zueinander identischer paralleler Spulen mit Radius  $r$  in einem Abstand  $l$  lässt sich ein homogenes Magnetfeld in der Mittelebene der Spulen annähern. Bei  $r = l$  wird die Homogenität dieses

Feldes maximisiert. In der Mittelebene ist das Magnetfeld am stärksten, und man kann ihn ausrechnen als

$$B = \mu_0 \cdot \frac{8 \cdot N \cdot I}{5\sqrt{5} \cdot r} \quad (4)$$

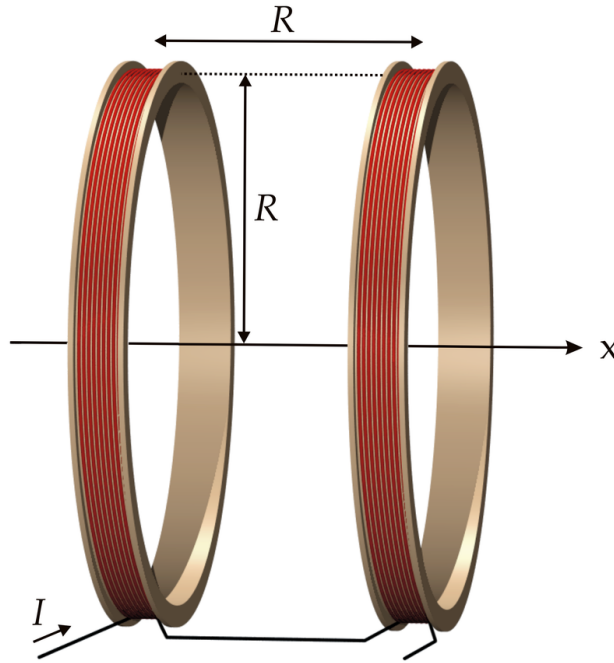


Abbildung 1: Helmholtzspule

Im Zentrum der Anordnung legen wir eine weitere Spule, die sich mit gleichmäßiger Kreisfrequenz  $\omega$  rotiert, das Magnetfeld der Helmholtzspule durch die Fläche  $A$  der sich drehenden Spule ändert sich also mit der Zeit, und an den Ausgangsbuchsen, die an die Drehspule angeschlossen sind messen wir eine Spannung. Dabei ändert sich die effektive Fläche der Drehsupule mit der Zeit und wir erhalten eine Spannung

$$U_{\text{ind}} = -NBA\omega \sin \omega t \quad (5)$$

Nun rotieren wir nicht die Spule selber, sondern legen einen Wechselstrom mit der Kreisfrequenz  $\Omega$  mithilfe des Sinusgenerators an die Helmholtzspule an. Die Spule liegt dabei an einem Winkel  $\alpha$ . Dann ändert sich die Intensität des Magnetfeldes und es wird ebenfalls eine Spannung induziert:

$$U = U_m \sin \Omega t \quad | \quad U_m = NBA \cos \alpha \quad (6)$$

## 2.3 Impedanz und Induktivität der Spule

Bei Wechselstrom besteht der Gesamtwiderstand einer Spule aus dem Widerstand  $R$  und zusätzlich aus dem Widerstand  $Z_L$ , der wegen der Selbstinduktion der Spule auftritt. Aus einer Kombination von beiden erhält man den Gesamtwiderstand, oder auch als Impedanz  $Z$  bekannt. Diese lautet

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \quad | \quad Z_L = \omega L = 2\pi f L \quad (7)$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (8)$$

Die Größe  $L$  ist die Selbstinduktivität der Spule. Nun lässt sich mit der Induktivität auch den Zusammenhang zwischen der Klemmspannung  $U$  und des Stroms  $I$  in der Spule beschreiben als:

$$U(t) = L \cdot \dot{I}(t) \quad (9)$$

## 2.4 Erdmagnetfeld

Das Magnetfeld der Erde lässt sich in vereinfachter Weise als ein Stabmagnet annähern. Dabei besitzt die Erde ja einen Plus- und einen Minuspol.

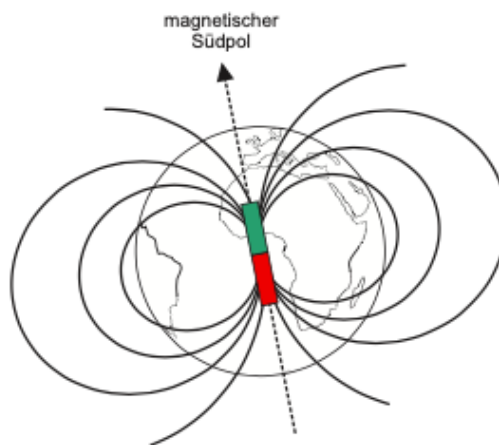


Abbildung 2: Erde als Stabmagnet

Die magnetischen Pole wandern allerdings leicht mit der Zeit, und per unseren Definitionen liegt der magnetische Südpol in der Nähe des geographischen Nordpols. Die Abweichung sieht man in Abbildung 3



Abbildung 3: Die Abweichung bezeichnen wir als Deklination, diese beträgt  $11,5^\circ$

Man kann den Betrag des Erdmagnetfeldes bestimmen, aber auch den Winkel, mit welchem die Magnetfeldlinien auf uns treffen mithilfe der vertikalen und horizontalen Komponenten:

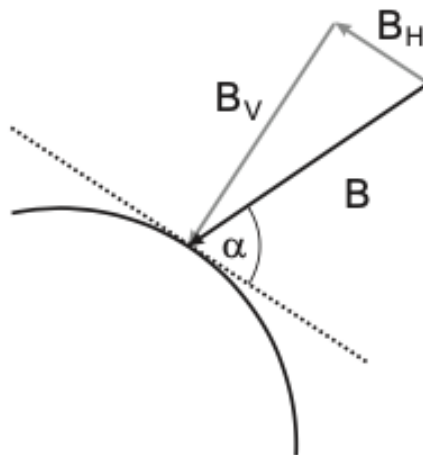


Abbildung 4: Zerlegung des Magnetfeldes in Vertikal- und Horizontalkomponente. In Deutschland beträgt die Inklination  $\alpha \approx 66^\circ$

Aus geometrischen Überlegungen ergibt sich aus dem Verhältnis der beiden Komponenten:

$$\tan \alpha = \frac{B_{\text{vert}}}{B_{\text{hor}}} \quad (10)$$

## 3 Versuchsaufbau

### 3.1 Materialien und Geräte

- Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor mit Treibriemen
- Diverse Netzteile
- Multimeter
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule mit einer im Zentrum drehbar gelagerten Induktionsspule.

Helmholtzspule:

- Durchmesser:  $d = 295 \text{ mm}$
- Abstand der Spulen:  $l = 147 \text{ mm}$
- Windungszahl je Spule:  $N_1 = 124$

Induktionsspule:

- Windungszahl:  $N_2 = 4000$
- Fläche  $A = 41,7 \text{ cm}^2$

### 3.2 Aufbau

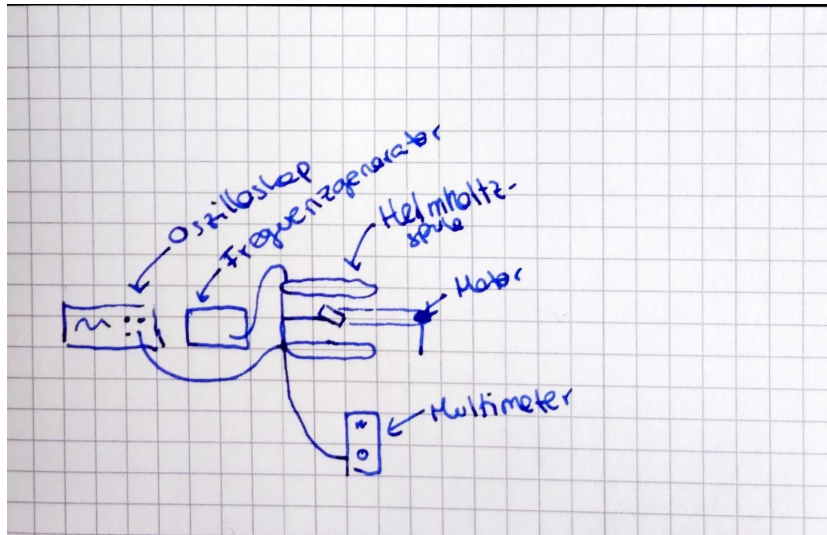


Abbildung 5: Aufbau

## 4 Messung und Auswertung

### 4.1 Messprotokoll

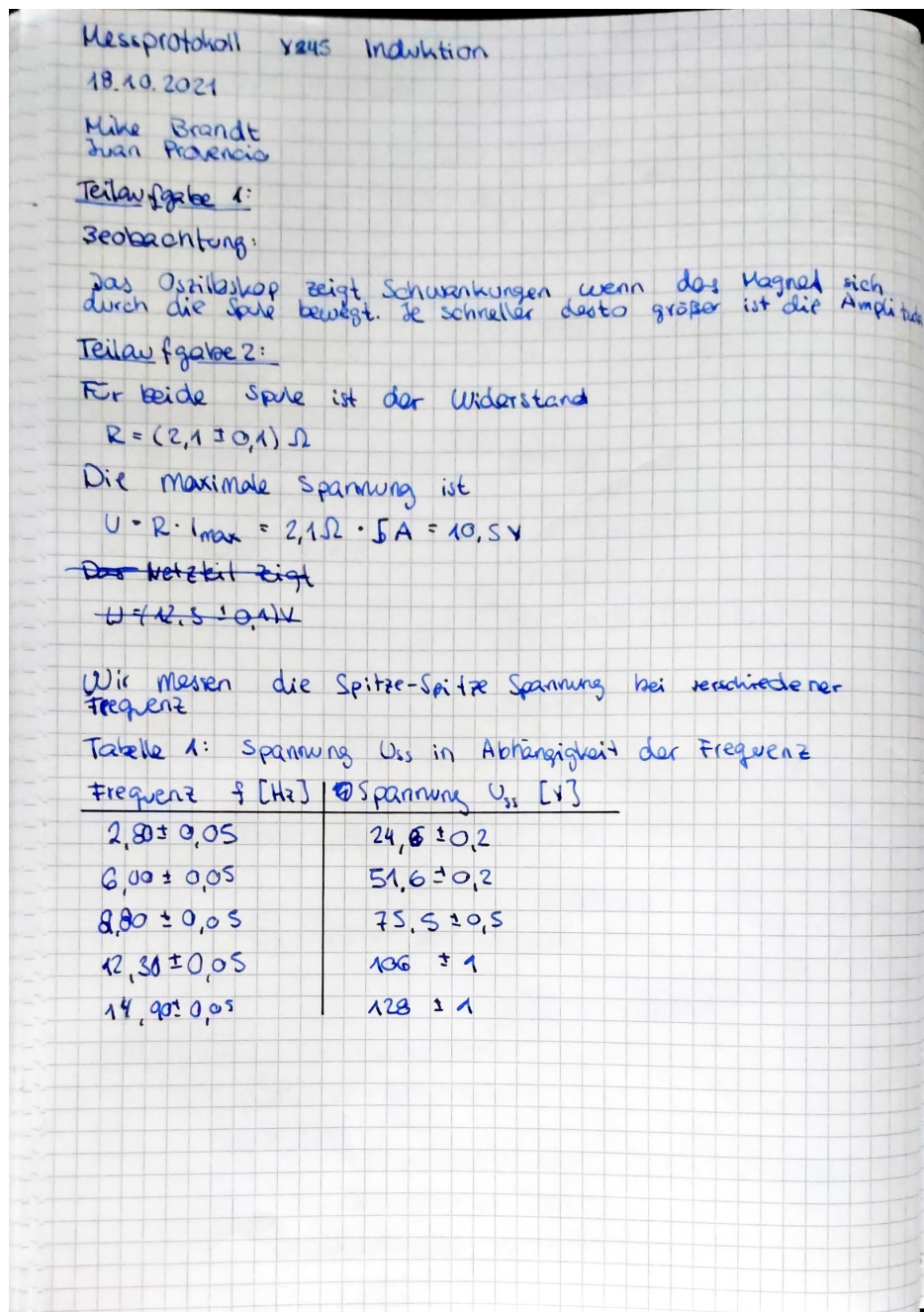


Abbildung 6: Messprotokoll 1



Wir legen eine Frequenz von  $f = 9,7 \pm 0,5$  Hz und ändern den Strom.

Tabelle 2: Spannung  $U_{ss}$  in Abhängigkeit des Stroms

Strom $I$ [A]	Spannung $U_{ss}$ [V]	$\Delta I$ [A]
0,5	$11,5 \pm 0,5$	0,1
1,0	$19,5 \pm 0,5$	
1,5	$27,5 \pm 0,5$	
2,0	$35,5 \pm 0,5$	
2,5	$44,0 \pm 0,1$	
3,0	$52,0 \pm 0,1$	
3,5	$58,4 \pm 0,2$	
4,0	$67,5 \pm 0,5$	
4,5	$75,3 \pm 0,5$	

Teilaufgabe 3:

Wir legen eine Frequenz von  $f = 101,5 \pm 0,2$  Hz

Wir messen die Spannung bei unterschiedlichem Winkel.

Tabelle 3: Spannung  $U_{ss}$  in Abhängigkeit des Winkels

Winkel $\alpha$ [°]	Spannung $U_{ss}$ [V]
$0 \pm 5$	$23,5 \pm 0,5$
$30 \pm 5$	$20,1 \pm 0,2$
$60 \pm 5$	$11,4 \pm 0,2$
$90 \pm 5$	$1,4 \pm 0,2$
$120 \pm 5$	$13,4 \pm 0,2$
$150 \pm 5$	$21,2 \pm 0,2$
$180 \pm 5$	$23,2 \pm 0,2$

Abbildung 7: Messprotokoll 2

Wir ändern die Frequenz und messen die induzierte Spitze-Spitze Spannung, den Strom und die Spannung der Helmholtzspule

Tabelle 4: Größen in Abhängigkeit der Frequenz

Frequenz $f$ [Hz]	Strom $I$ [mA]	Spannung $U$ [V]	Spannung $U_L$ [V]
$20,6 \pm 0,2$	$25,7 \pm 0,1$	1,505	$13,8 \pm 0,2$
$40,8 \pm 0,2$	$214,7 \pm 0,1$	1,5	$21,2 \pm 0,2$
$59,8 \pm 0,2$	$172,9 \pm 0,1$	1,5	$25,0 \pm 0,2$
$80,2 \pm 0,2$	$138,6 \pm 0,1$	1,5	$26,8 \pm 0,2$
$101,0 \pm 0,2$	$114,5 \pm 0,1$	1,5	$27,8 \pm 0,2$
$123,3 \pm 0,3$	$96,2 \pm 0,1$	1,5	$28,6 \pm 0,2$
$140,5 \pm 0,3$	$85,3 \pm 0,1$	1,5	$29,0 \pm 0,2$
$161,0 \pm 0,5$	$75,1 \pm 0,1$	1,5	$29,5 \pm 0,2$
$184,5 \pm 0,6$	$66,0 \pm 0,1$	1,5	$29,4 \pm 0,2$
$189,6 \pm 0,6$	$61,9 \pm 0,1$	1,5	$29,4 \pm 0,2$
$399 \pm 1$	$31,2 \pm 0,1$	1,49	$29,8 \pm 0,2$
$601 \pm 2$	$20,7 \pm 0,1$	1,49	$30,0 \pm 0,2$
$801 \pm 2$	$15,6 \pm 0,1$	1,49	$30,1 \pm 0,2$
$1004 \pm 2$	$12,4 \pm 0,1$	1,48	$30,2 \pm 0,2$
$1212 \pm 2$	$10,3 \pm 0,05$	1,47	$30,2 \pm 0,2$
$1420 \pm 3$	$8,76 \pm 0,05$	1,45	$30,3 \pm 0,2$
$1622 \pm 3$	$7,63 \pm 0,05$	1,43	$30,6 \pm 0,2$
$1817 \pm 3$	$6,76 \pm 0,05$	1,40	$30,8 \pm 0,2$
$2012 \pm 4$	$6,00 \pm 0,05$	1,40	$31,2 \pm 0,2$

Die Spannung  $U$  hat einen Fehler von  $U \pm (1,5\% + 4)$   
 $\Delta U = 0,025 \text{ V}$

Abbildung 8: Messprotokoll 3



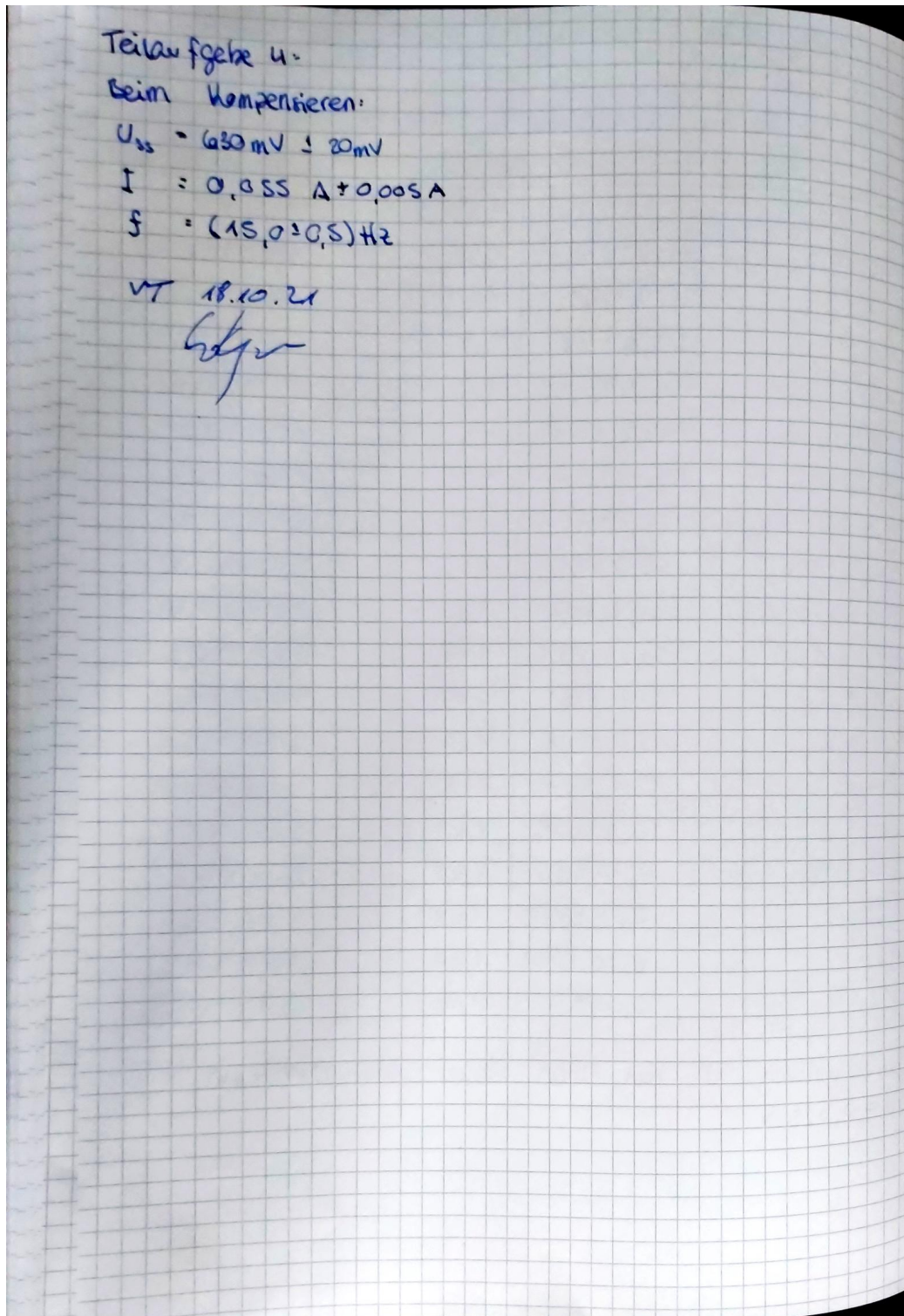


Abbildung 9: Messprotokoll 4

## 4.2 Auswertung

Im Folgenden wird mit Mathematica's Werkzeugen zur Fehlerrechnung der Fehler der angegebenen Größen nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben. Es wird dabei angenommen, dass jede Variable voneinander unabhängig ist, und dass der relative Fehler klein ist, sodass eine Näherung erster Ordnung durchgeführt werden kann. Genauere Informationen sind hier zu finden.

### 4.2.1 Induktionsgesetz

Aus den Werten von Tabelle 1 und 2 im Messprotokoll fertigen wir zwei Diagramme auf, in welchen wir entsprechend die Induktionsspannung gegen die Frequenz bzw. den Spulenstrom auftragen. Dafür nehmen wir die jeweils die Hälfte der gemessenen Spitze-Spitze Spannung. Wir haben mit einer linearen Anpassung  $f(x) = a \cdot x$  eine Kurve dargestellt. Zusätzlich haben wir im Python-Skript korregiert, dass wir beim Oszilloskop eine Dämpfung von einem Faktor 10x eingestellt hatten, weshalb die Werte für die Spitze-Spitze-Spannung aus dem Messprotokoll um einen Faktor  $10^{-1}$  korregiert sein sollen. Dies gilt ebenfalls für die anderen  $U_{SS}$ .

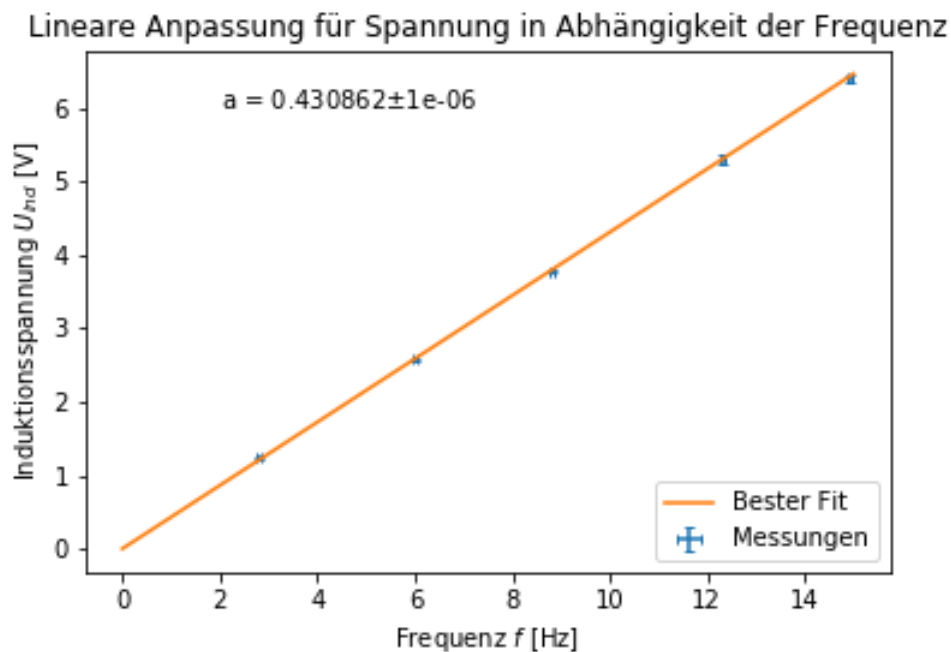


Diagramm 1: Spannung als Funktion der Frequenz

Für das Verhältnis zwischen der Spannung  $U_{\text{ind}}$  und der Frequenz wissen wir aus der Einleitung, dass folgendes gilt:

$$U_{\text{ind,max}} = BAN\omega \quad | \omega = 2\pi f \quad (11)$$

$$= 2\pi BANf \quad (12)$$

Dabei bezieht sich  $N$  auf die Anzahl der Windungen der Helmholtzspule, also  $2N_1$ . Daraus folgt für die Steigung:

$$a = 4\pi BAN_1 \quad | a = 0,430862(6) \text{ V Hz}^{-1} \quad (13)$$

$$B = \frac{a}{4\pi AN_1} \quad (14)$$

Mit bekannten Werten für  $a$ ,  $A$  und  $N$  erhalten wir:

$$B = 4,1111(6) \text{ mT} \quad (15)$$

Theoretisch hätten wir an dieser Stelle einen Wert nach Gleichung (4) von

$$B = \mu_0 \cdot \frac{8NI}{5\sqrt{5}r} \quad (16)$$

Mit einem Strom von  $I_A = (5,0 \pm 0,1) \text{ A}$  entspricht dies

$$B_{\text{theo}} = 3,79(8) \text{ mT} \quad (17)$$

In Diagramm 2 ist die Anpassung für das lineare Verhältnis zwischen Spannung und Strom dargestellt.

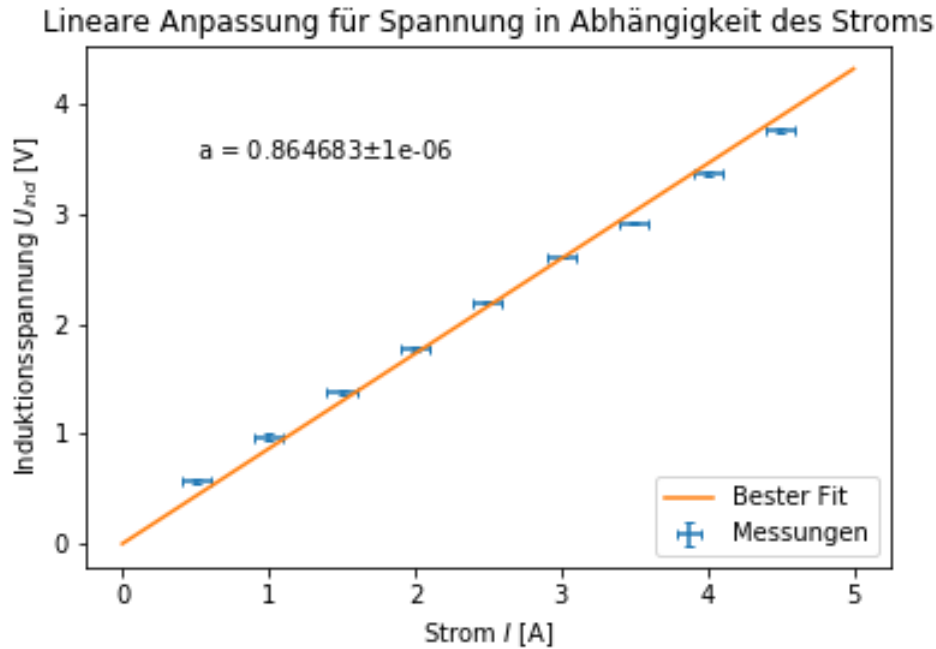


Diagramm 2: Spannung als Funktion des Stroms

#### 4.2.2 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Nun tragen wir die gemessenen Werten der Spannung in Abhängigkeit des Winkels auf, dabei steht die Spannung im Verhältnis

$$U_m = BAN \cos \alpha \quad (18)$$

mit dem Winkel nach Gleichung (6) zusammen. Dabei lässt sich allerdings nichts über das Vorzeichen der Spannung sagen, weil wir nur die Spitze-Spitze Spannung gemessen haben, dafür werden wir dann die Spannung  $U_m$  mit absoluten Werten bestimmen müssen. Wir haben dann dafür eine Anpassung gemäß folgender Formel gefunden:

$$|U_m| = a \cdot |\cos \alpha| \quad (19)$$

Trigonometrische Anpassung für Spannung in Abhängigkeit des Winkels

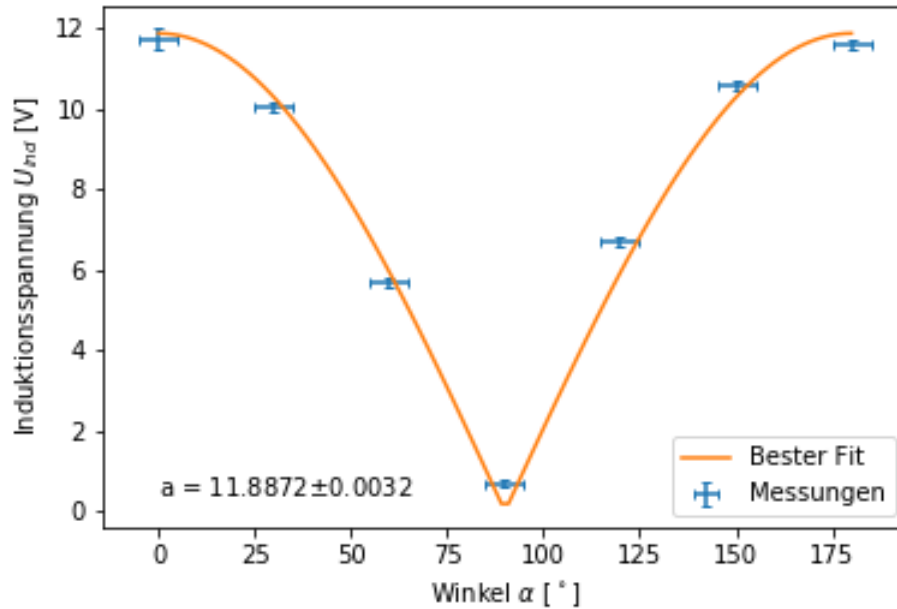


Diagramm 3: Spannung als Funktion des Winkels

Für die Amplitude  $a$  hat sich folgender Wert ergeben:

$$a = 11,887(3) \text{ V} \quad (20)$$

Die Induktionsspannung hängt nach Gleichung (6) mit dieser gemessenen Spannung zusammen:

$$U_{ind} = U_m \cos \Omega t \quad (21)$$

$\Omega$  ist dabei die Kreisfrequenz des angelegten Wechselstroms. Die Frequenz haben wir gemessen als  $f = 101,5(2) \text{ Hz}$ , also ist die Kreisfrequenz  $\Omega = 2\pi f$

Das Verhältnis zwischen der induzierten Spannung und der gemessenen Spannung wird ebenfalls graphisch auf Diagramm 4 dargestellt.

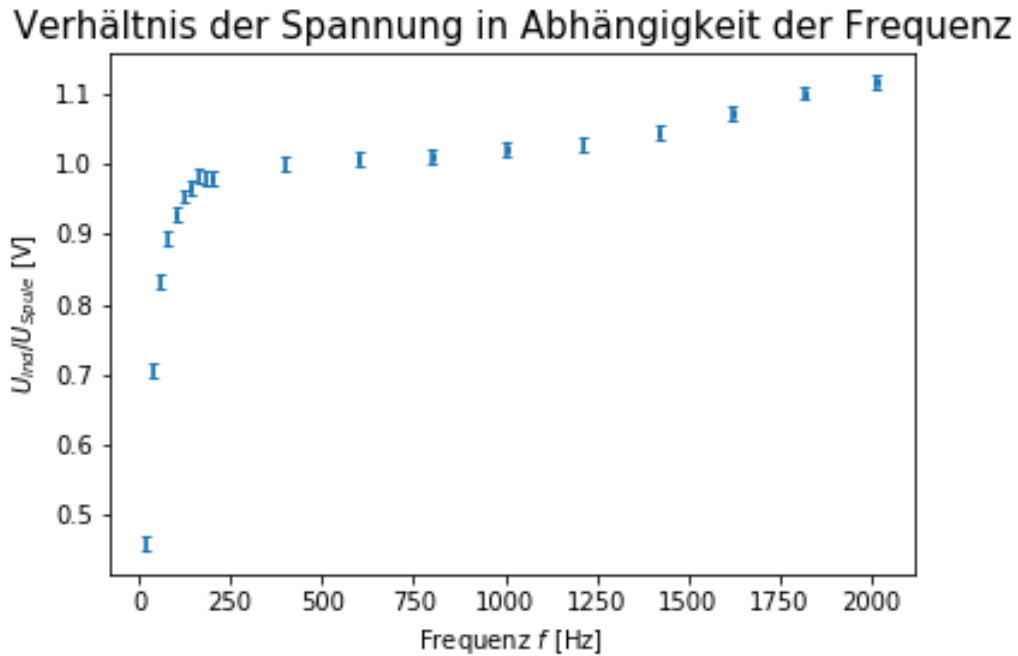


Diagramm 4: Verhältnis der Spannung als Funktion der Frequenz

Als nächstes definieren wir im Python-Skript den Widerstand, als das Verhältnis der zueinander gehörigen Spannungen zu den Strömen und tragen diesen gegen die Frequenz auf. Aus Gleichung (7) ist uns bekannt, dass der induktive Widerstand  $Z_L$  linear über die Frequenz mit der Induktivität der Spule zusammenhängt, also lässt sich diese als

$$L = \frac{Z_L}{2\pi f} \quad (22)$$

Und hier ist genau  $\frac{Z_L}{f} = a$  die Steigung der Gerade aus Diagramm 5. Daraus erhalten wir

$$L = \frac{a}{2\pi} \quad (23)$$

$$L = 0,1930227951(16) \text{ mH} \quad (24)$$



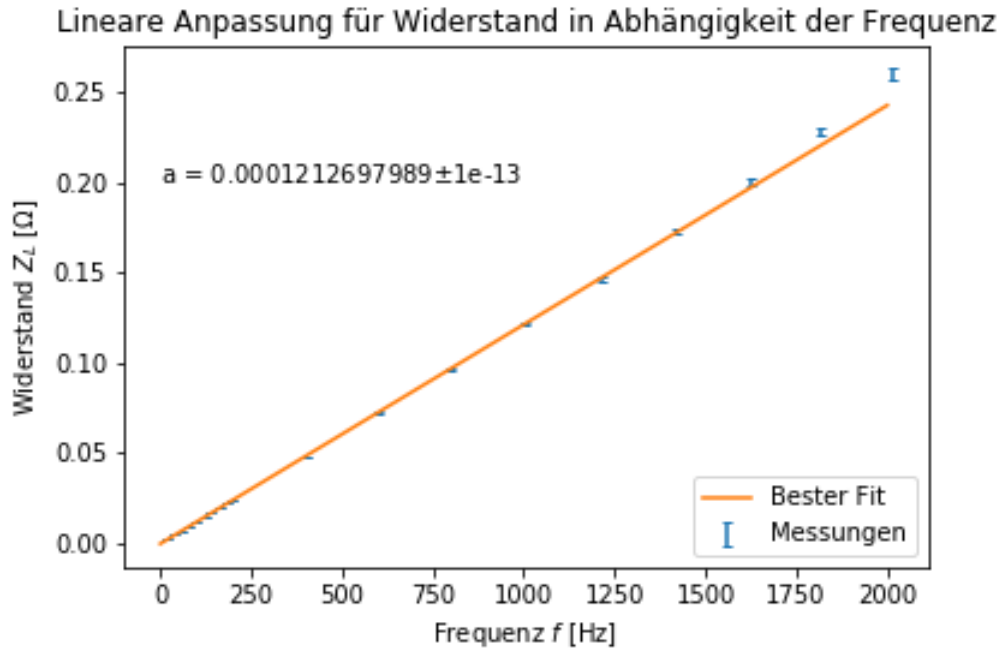


Diagramm 5: Widerstand als Funktion der Frequenz

#### 4.2.3 Erdmagnetfeld

Nun wird das Erdmagnetfeld nach Gleichung (5) bestimmt. Dabei betrachten wir die maximale Spannung. Es gilt also

$$B_{\text{Erde}} = \frac{U}{N_2 A \omega} = \frac{U}{N_2 A 2\pi f} \quad U = \frac{U_{ss}}{2} \quad (25)$$

$$= \frac{U_{ss}}{4\pi N_2 A f} \quad (26)$$

Hierfür benutzen wir die Daten aus Teilaufgabe 4.

$$= \frac{630 \text{ mV}}{4\pi \cdot 4000 \cdot 15 \text{ Hz}} \quad (27)$$

$$(28)$$

Mit Einberechnung des Fehlers wie am Anfang erläutert erhalten wir:

$$B_{\text{Erde}} = 20(1) \mu\text{T} \quad (29)$$

Zunächst wollen wir die Komponente des Erdmagnetfelds in Vertikal- und Horizontalrichtung bestimmen, und daraus die Inklination des Feldes in Deutschland bestimmen. Dafür haben wir den Versuch in Nord-Süd Richtung angeordnet. Die Vertikalkomponente erhält man als

$$B_{\text{vert}} = \frac{\mu_0 8 I N_1}{\sqrt{125} r} \quad (30)$$

$$= 42(4) \mu\text{T} \quad (31)$$

Die Vertikalkomponente bestimmen wir als

$$B_{\text{hor}} = \frac{U_{SS}}{4\pi A N_2} \quad (32)$$

$$= 20(1) \mu\text{T} \quad (33)$$

Aus dem Verhältnis beider Komponente lässt sich der Winkel  $\alpha$  nach Gleichung (10) bestimmen mit

$$\alpha = \arctan\left(\frac{B_{\text{vert}}}{B_{\text{hor}}}\right) \quad (34)$$

Damit erhalten wir

$$\alpha = 1,12(4) = 64,3(3)^\circ \quad (35)$$

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

### 5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir verschiedene Größen des Erdmagnetfeldes bestimmt und charakteristische Eigenschaften einer Spule, spezifisch einer Helmholtzspule, untersucht. Dafür hatten wir in der Anordnung eine Helmholtzspule und eine kleinere Spule (aber mit mehr Windungen) im Zentrum der HH-Spule. Diese konnte man an einen Motor anschließen, und durch physikalische Drehung der Spule eine Änderung des Magnetfeldes bewirken, womit sich eine induzierte Spannung ablesen ließ, oder man konnte alternativ den Strom der HH-Spule ändern und dadurch die Änderung des Magnetfeldes bewirken.

Als erstes wollten wir das Induktionsgesetz überprüfen indem wir die induzierte Spannung gegen die Frequenz und gegen den Strom in einem Diagramm

auftragen. Anhand der Steigung des ersteren ließ sich das Erdmagnetfeld experimentell berechnen. Diesen Wert wollen wir später bei der Diskussion mit dem theoretischen Wert vergleichen.

Als nächstes haben wir einen periodischen Strom in die HH-Spule angelegt und die induzierte Spannung der Drehspule abgelesen, dabei haben wir den Winkel bezüglich des Magnetfeldes verändert und dann die induzierte Spannung gegen den Winkel in einem Diagramm aufgetragen. Dabei wurde die Spitze-Spitze Spannung gemessen, also hatten wir dafür absolute Werte rausbekommen.

Dann haben wir das Verhältnis der induzierten Spannung und der in der Spule gemessenen Spannung in Abhängigkeit der Frequenz graphisch dargestellt. Die gemessene Spannung wurde mithilfe eines Multimeters bestimmt. Mit der gleichen Messreihe konnte man den induktiven Widerstand der Spule messen, als das Verhältnis der Spannung gegen den angelegten Strom. Daraus ließ sich die Induktivität der Spule berechnen.

Zum Schluss haben wir den Betrag des Magnetfeldes in Heidelberg und die jeweiligen Horizontal- und Vertikalkomponente bestimmt. Mit den letzteren ließ sich auch die Inklination des Magnetfeldes berechnen. Dafür musste man aber die Versuchsanordnung parallel zu den Magnetfeldlinien ausrichten.

## 5.2 Diskussion

Nun wollen wir die in der Auswertung erhaltenen Ergebnissen kritisch diskutieren und mit den Erwartungswerten vergleichen. Dazu wurde ein Online Inklinationsrechner des Deutschen GeoForschungsZentrum (GFZ) in Potsdam benutzt, um die Werte in Oktober 2021 in Mannheim auszurechnen. Diese sind in 10 abgebildet.

Als erstes möchten wir ein Thema diskutieren, und zwar die Genauigkeit der mit Python ausgewerteten und interpolierten Größen. Beispielsweise wird aus Diagramm 5 ein Fehler in der Größenordnung von  $10^{-13}$  angegeben. Für eine Steigung fast 10 Größenordnungen größer klingt das Ergebnis unrealistisch. Schön wäre es, wenn wir so genaue Ergebnisse erzielen könnten. Dadurch, dass es noch unverständlich ist, wie Python diesen Fehler ausrechnet nehmen wir diese Werte nur mit Vorsicht, denn zu kleine abgeschätzte Fehler könnten die Abweichung zweier Werte verfälschen. Weiterhin ist zu erwähnen, dass die "curve\_fit" Funktion in Python nur Fehler auf der  $y$ -Achse annimmt, denn das Algorithmus zur Bestimmung des Fehlers setzt einen Punkt fest und bestimmt daraus quadratisch den Weg des geringsten "Widerstands", und

es wäre für das Programm unmöglich diesen Weg zu bestimmen, wenn es in sich auch in  $x$ -Richtung bewegen sollte<sup>1</sup>.

Zuerst wollen wir das experimentell- und das theoretisch berechnete Wert des Magnetfeldes der Helmholtzspule miteinander vergleichen. Wichtig zu sagen ist, dass bei dem experimentell bestimmten Wert diese "Scheingenauigkeit" der Pythonanpassung auftritt. Es wird meiner Meinung nach ein zu genauer Wert für die Steigung der Gerade angegeben, und da diese die einzige fehlerbehaftete Größe ist, ist der Fehler des Magnetfeldes auch sehr gering. Dieser überschneidet sich nicht mit dem Fehlerbereich des theoretisch gemessenen Wertes. Zwischen den beiden erhält man eine Abweichung von

$$\frac{|B - B_{\text{theo}}|}{\sqrt{(\sigma_B)^2 + (\sigma_{B_{\text{theo}}})^2}} = 4 \quad (36)$$

4  $\sigma$ -Bereiche. Dies ist eine signifikante Abweichung.

In Diagramm 2 lässt sich auch das erwartete Verhältnis zwischen Spannung und Strom beobachten, es ergibt sich ziemlich genau eine Gerade, deren Steigung dem Widerstand entspricht. Hier ist der Fehler der Steigung ziemlich klein, obwohl die Gerade durch ganz viele Messpunkten nicht verläuft. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die größten Fehlern dem Strom entsprechen, und das "curve\_fit" Programm damit nicht umgehen kann.

Als nächstes haben wir die Induktionsspannung gegen den Winkel der Drehspule bezüglich des Magnetfeldes geplottet. Daraus würden wir ein Verhältnis einer Cosinus Funktion erwarten, aber dadurch, dass wir nur die Spitze-Spitze-Spannung gemessen haben können wir nur den Betrag  $|\cos \alpha|$  plotten. Dies ist aber nicht schlimm, denn wir sind in der Amplitude interessiert und mit dem Betrag können wir diese bestimmen, und daraus die richtige induzierte Spannung bestimmen. Dies hätte man vermeiden können, wenn man in den Einstellungen des Oszilloskops nicht bzw. nicht nur die Spitze-Spitze-Spannung gemessen hätte, sondern die Spannung abgelesen hätte, entweder mit der Cursor-Funktion oder einer Einstellung mit Measure.

Aus Diagramm 4 lässt sich die Beziehung zwischen dem Verhältnis der beiden Spannungen gegen die Frequenz beobachten. Man sieht, dass er am Anfang sehr steil zunimmt und dann ab einer gewissen Frequenz anfängt sich abzuflachen. Jedoch scheint es gegen das Ende wieder zu steigen. Man kann vermuten, dass es sich bei den letzten Werten um Messfehler handelt, aber selbst dann kann man die grundlegende Beziehung beobachten, dass ab einer gewissen Frequenz das Verhältnis der beiden Spannungen gegen 1 geht.

<sup>1</sup>Paraphrasiert von Robert Schmidt, Leiter des Python Kurses

Für die Bestimmung der Induktivität der Spule wurde nur der induktive Widerstand betrachtet, den haben wir aus dem Verhältnis der Spannung zur Strom beschrieben. Im Vergleich zu anderen Helmholtzspulen mit ähnlichen Eigenschaften (Schwarzbeck) scheint die Induktivität ein bisschen klein zu sein, vermutlich wurde in der Auswertung ein Faktor 10 weggelassen, den haben wir aber nicht entdeckt. Außerdem ist die angegebene Anzahl an "genauen" Nachkommastellen absurd. Dieses Ergebnis sollte man nur mit Vorsicht betrachten. Da es aber für die nächsten Versuchsteilen nicht relevant ist kann man mit der Diskussion weiter machen.

Zum Vergleich der relevanten Größen tragen wir die  $\sigma$ -Abweichung in eine Tabelle auf. Die werden analog zur ersten Abweichung zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Magnetfeld ausgerechnet. Die Vergleichswerte sind Abbildung 10 zu entnehmen.

	GFZ	Messung	$\sigma$
$B_{\text{Erde}} [\text{nT}]$	48782,8	20000(1000)	29
$B_{\text{vert}} [\text{nT}]$	44302,1	42000(4000)	0,6
$B_{\text{hor}} [\text{nT}]$	20422,6	20000(1000)	0,4
$\alpha$	$65^\circ 15'$	$64,3(3)^\circ$	0,5

Tabelle 5: Abweichung der Größen

Es ist besonders auffällig, dass die Abweichung des Betrag des Magnetfeldes so stark ist. Dies liegt daran, dass dafür die Spannung  $U_{SS} = 10^{-1} \cdot 630 \text{ mV}$  verwendet. Diese ist aber die Spannung, welche bei der Kompensation gemessen wurde. Für die andere Messung wurde die Spannung nicht im Messprotokoll hinzugefügt. Aus geometrischen Überlegungen können wir das Magnetfeld neu aus den jeweiligen Komponenten ausrechnen. Damit ergibt sich

$$B_{\text{Erde, Remastered (2021)}} = \sqrt{B_{\text{vert}}^2 + B_{\text{hor}}^2} = 46000(4000) \text{ nT} \quad (37)$$

Damit ergibt sich eine Abweichung von nur noch 0,7  $\sigma$ -Abweichungen.

Ort:	Mannheim
Datum:	Oktober 2021
Höhe ü.NN:	97 m
Geographische Breite:	49° 29'
Geographische Länge:	8° 28'

Komponente	Wert	Säkularvariation
Deklination*	3° 4'	10.5 arcmin/year
Totalintensität	48782.8 nT	52.1 nT/year
Inklination	65° 15'	0.9 arcmin/year
Horizontalintensität	20422.6 nT	9.6 nT/year
Nord-Komponente	20393.3 nT	6.2 nT/year
Ost-Komponente	1093.7 nT	62.7 nT/year
Vertikal Komponente	44302.1 nT	52.9 nT/year

**\*Negative Deklinationswerte bedeuten eine Abweichung der Magnetnadel nach Westen, positive nach Osten!**

Abbildung 10: Magnetfeld Rechner des GFZ, Oktober 2021

## 6 Quellen

Inklinationsrechner:

<http://www-app3.gfz-potsdam.de/Declinationcalc/declinationcalc.html>

Schwarzbeck, Mess-Elektronik. (n.d.). Helmholtz Coils. Schwarzbeck.De. Retrieved October 29, 2021, from <http://www.schwarzbeck.de/en/helmholtz-coils-radiating-loops/helmholtz-coils.html>

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP 2.2 für Studierende der Physik B.Sc..

## 7 Anhang

# Versuch 245

In [8]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
from scipy.optimize import curve_fit
from IPython.display import display, Math, Latex
```

## VI.1 Induktionsgesetz

Diagramm 1: Frequenz gegen Spannung

In [14]:

```
# Liste der Werten und Fehlern
f = np.array([2.8, 6, 8.8, 12.3, 14.9]) # Hz
df = 0.05 * np.ones(5) # Hz
U1 = 10 ** -1 * np.array([24.6, 51.6, 75.5, 106, 128]) / 2 # V
dU1 = 10 ** -1 * np.array([0.2, 0.2, 0.5, 1, 1]) / 2 # V

# Funktion für lineare Anpassung
def line(x, a):
    return a * x

# Anpassung
popt, pcov = curve_fit(line, f, U1, sigma = dU1, absolute_sigma = True)
'''Fehler auf Abszisse wird nicht berücksichtigt, Python Prof meinte
das wäre schwarze Magie'''
display(Math('a = ' + str(popt))) # Gibt als Argument Parameter a
display(Math(r'\Delta a = ' + str(pcov))) # Diagonalelemente geben die Varianz der Parameter

# Plot
plt.errorbar(f, U1, yerr = dU1, fmt = 'none', capsize = 2, xerr = df,
             label = 'Messungen')
xfine = np.linspace(0., 15., 100) # define values to plot the function for
plt.plot(xfine, line(xfine, *popt), '-', label = 'Bester Fit')
plt.title('Lineare Anpassung für Spannung in Abhängigkeit der Frequenz')
plt.xlabel('Frequenz $f$ [Hz]')
plt.ylabel('Induktionsspannung $U_{ind}$ [V]')
plt.text(2, 6, 'a = ' + str(round(popt[0], 6)) + '$\pm$'
        + str(round(pcov[0,0], 6)))
plt.legend(loc = 'lower right')
display(Math(r'$\text{Benutzte Anpassung: } U_{ind} = a \cdot f$'))
# display(Math()) für Latex
# Anscheinend funktioniert es im pdf nicht

# Save plot
plt.savefig('V245Diagramm1.png')
plt.show()
```



$$a = [0.43086237]$$

$$\Delta a = [1.40523646 \cdot 10^{-6}]$$

$$\text{Benutzte Anpassung: } U_{\text{ind}} = a \cdot f$$

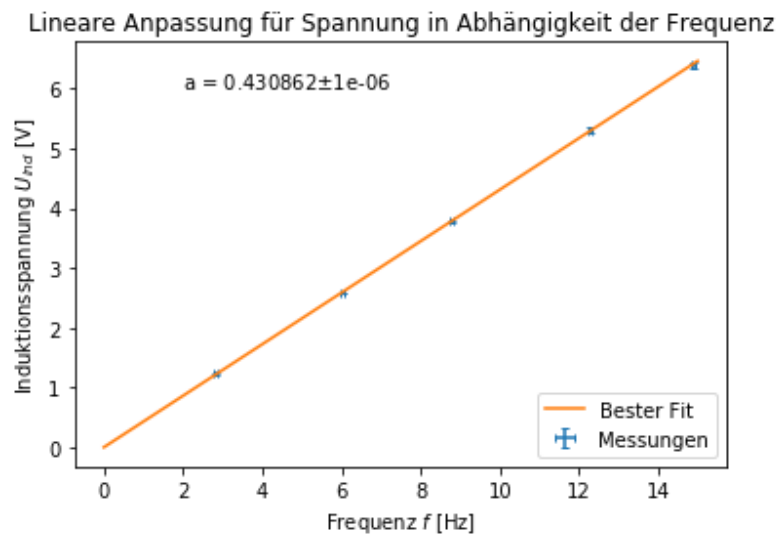


Diagramm 2: Strom und Spannung

In [10]:

```
# Liste der Werten und Fehlern
I = np.array([0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5]) # A
dI = 0.1 * np.ones(9) # A
U2 = 10 ** -1 * np.array([11.5, 19.5, 27.5, 35.5, 44, 52, 58.4, 67.5, 75.3]) / 2 #
V
dU2 = 10 ** -1 * np.array([0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.1, 0.1, 0.2, 0.5, 0.5]) / 2 # V

# Anpassung
popt, pcov = curve_fit(line, I, U2, sigma = dU2, absolute_sigma = True)
'''Fehler auf Abszisse wird nicht berücksichtigt, Python Prof meinte
das wäre schwarze Magie'''
display(Math('a = ' + str(popt))) # Gibt als Argument Parameter a
display(Math(r'\Delta a = ' + str(pcov))) # Diagonalelemente geben die Varianz der P
arameter

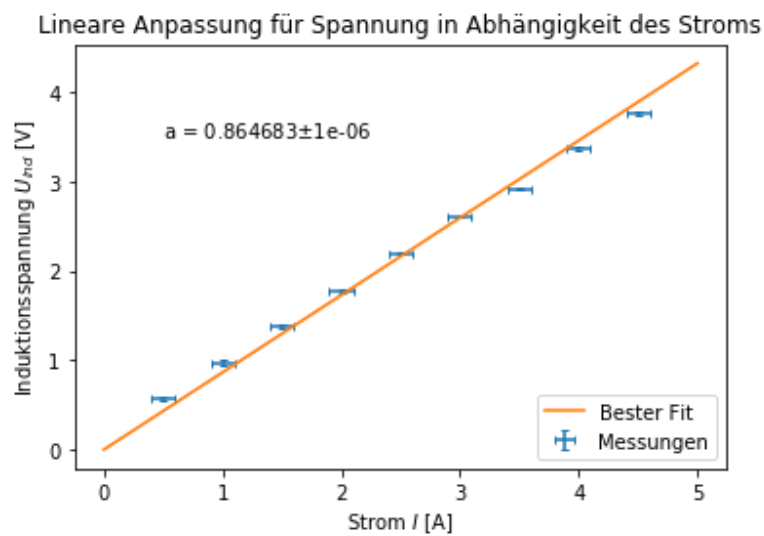
# Plot
plt.errorbar(I, U2, yerr = dU2, fmt = 'none', capsize = 2,
             label = 'Messungen', xerr = dI)
xfine2 = np.linspace(0., 5., 100) # define values to plot the function for
plt.plot(xfine2, line(xfine2, *popt), '-', label = 'Bester Fit',
         color = 'tab:orange')
plt.title('Lineare Anpassung für Spannung in Abhängigkeit des Stroms')
plt.xlabel('Strom  $I$  [A]')
plt.ylabel('Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  [V]')
plt.text(0.5, 3.5, 'a = ' + str(round(popt[0], 6)) + '$\pm$'
        + str(round(pcov[0,0], 6)))
plt.legend(loc = 'lower right')
display(Math(r'$\text{Benutzte Anpassung: } U_{\text{ind}} = a \cdot I$'))

# Save plot
plt.savefig('V245Diagramm2.png')
plt.show()
```

$$a = [0.86468287]$$

$$\Delta a = [1.24610592e-06]$$

$$\text{Benutzte Anpassung: } U_{\text{ind}} = a \cdot I$$



## VI.2 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Diagramm 3: Winkel gegen Spannung

In [11]:

```
# Liste der Werten und Fehlern
alpha = np.array([0, 30, 60, 90, 120, 150, 180]) # Grad
dalpha = 5 * np.ones(7) # Grad
U3 = np.array([23.5, 20.1, 11.4, 1.4, 13.4, 21.2, 23.2]) / 2 # V
dU3 = np.array([0.5, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2]) / 2 # V

# Funktion für trigonometrische Anpassung
def cosine(x, a):#, b):#, c):
    return a * np.abs(np.cos(np.radians(x)))# + c
    # np.abs weil nur die Spitze-Spitze Spannung gemessen wurde

# Anpassung
popt, pcov = curve_fit(cosine, alpha, U3, sigma = dU3, absolute_sigma = True)
'''Fehler auf Abszisse wird nicht berücksichtigt, Python Prof meinte
das wäre schwarze Magie'''
display(Math('a = ' + str(popt))) # Gibt als Argument Parameter a
display(Math(r'\Delta a = ' + str(pcov))) # Diagonalelemente geben die Varianz der Parameter

# Plot
plt.errorbar(alpha, U3, yerr = dU3, fmt = 'none', capsize = 2,
             label = 'Messungen', xerr = dalpha)
xfine3 = np.linspace(0., 180, 100) # define values to plot the function for
plt.plot(xfine3, cosine(xfine3, *popt), '-', label = 'Bester Fit',
        color = 'tab:orange')
plt.title('Trigonometrische Anpassung für Spannung in Abhängigkeit des Winkels')
plt.xlabel('Winkel  $\alpha$  [°]')
plt.ylabel('Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  [V]')
plt.text(0, 0.4, 'a = ' + str(round(popt[0], 4)) + ' ± '
        + str(round(pcov[0,0], 4)))
plt.legend(loc = 'lower right')
display(Math(r'\text{Benutzte Anpassung: } U_{\text{m}} = a \cdot |\cos\{\alpha\}|'))

# Save plot
plt.savefig('V245Diagramm3.png')
plt.show()
```

$$a = [11.88715968]$$

$$\Delta a = [[0.00316456]]$$

$$\text{Benutzte Anpassung: } U_m = a \cdot |\cos(\alpha)|$$

Trigonometrische Anpassung für Spannung in Abhängigkeit des Winkels

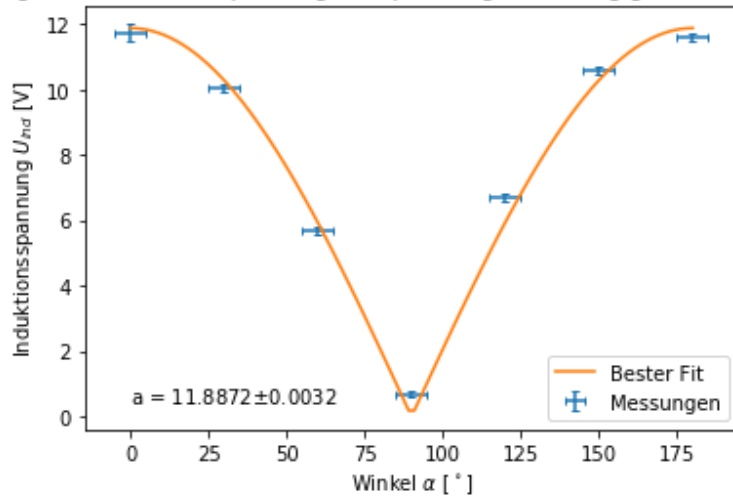


Diagramm 4: Verhältnis zwischen induzierter und angelegter Strom gegen Frequenz

In [12]:

```
# Liste der Werten und Fehlern
f4 = np.array([20.6, 40.8, 59.8, 80.2, 101, 123.3, 140.3, 161, 184.5, 199.6,
               399, 601, 801, 1004, 1212, 1420, 1622, 1817, 2012]) # Hz
df4 = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.3, 0.3, 0.5, 0.6, 0.6, 1, 2, 2, 2,
                2, 3, 3, 3, 4]) # Hz
I4 = np.array([275.7, 214.7, 172.9, 138.6, 114.5, 96.2, 85.3, 75.1, 66, 61.4,
               31.2, 20.7, 15.6, 12.4, 10.3, 8.76, 7.63, 6.76, 6]) # mA
dI4 = np.array([0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1,
                0.1, 0.1, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05]) # mA
U4 = 10 ** -1 * np.array([13.8, 21.2, 25, 26.8, 27.8, 28.6, 29, 29.5, 29.4, 29.4, 2
                           9.8,
                           30, 30.1, 30.2, 30.2, 30.3, 30.6, 30.8, 31.2]) / 2 # V
dU4 = 10 ** -1 * 0.1 * np.ones(19) # V
USpule = np.array([1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.49,
                   1.49, 1.49, 1.48, 1.47, 1.45, 1.43, 1.4]) # V
dUSpule = 0.025 * np.ones(19)
R = U4 / I4
dR = np.sqrt((dU4 / I4) ** 2 + (U4 / (I4 ** 2) * dI4) ** 2)

# Plot
plt.errorbar(f4, U4 / USpule, yerr = dU4, fmt = 'none', capsize = 2,
             label = 'Messungen', xerr = df4)
plt.title('Verhältnis der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz', size = 15)
plt.xlabel('Frequenz $f$ [Hz]')
plt.ylabel('$U_{ind} / U_{Spule}$ [V]')

# Save plot
plt.savefig('V245Diagramm4.png')
plt.show()
```

Verhältnis der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz

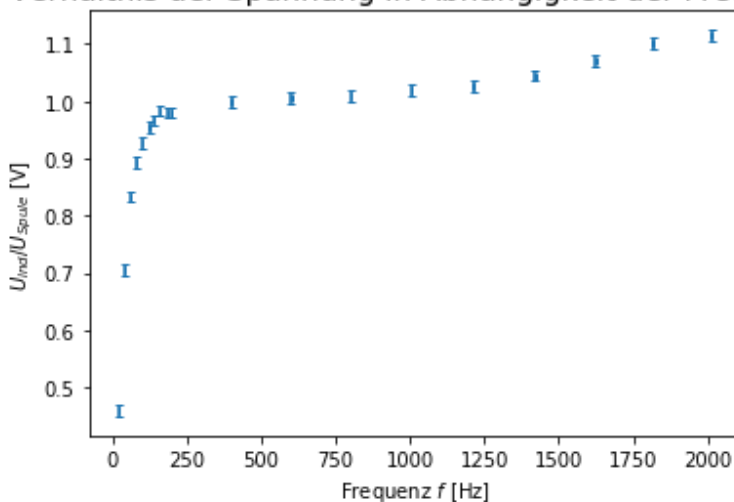


Diagramm 5: Widerstand gegen Frequenz

In [13]:

```
# Plot für Widerstand

# Funktion für lineare Anpassung
def line(x, a):
    return a * x

# Anpassung
popt, pcov = curve_fit(line, f4, R, sigma = dR, absolute_sigma = True)
'''Fehler auf Abszisse wird nicht berücksichtigt, Python Prof meinte
das wäre schwarze Magie'''
display(Math('a = ' + str(popt))) # Gibt als Argument Parameter a
display(Math(r'\Delta a = ' + str(pcov))) # Diagonalelemente geben die Varianz der P
arameter

# Plot
plt.errorbar(f4, R, yerr = dR, fmt = 'none', capsize = 2,
             label = 'Messungen')
xfine4 = np.linspace(0., 2000, 300) # define values to plot the function for
plt.plot(xfine4, line(xfine4, *popt), '-', label = 'Bester Fit',
         color = 'tab:orange')
plt.title('Lineare Anpassung für Widerstand in Abhängigkeit der Frequenz')
plt.xlabel('Frequenz $f$ [Hz]')
plt.ylabel('Widerstand $Z_L$ [$\Omega$]')
plt.text(0, 0.2, 'a = ' + str(round(popt[0], 13)) + '$\pm$'
        + str(round(pcov[0,0], 13)))
plt.legend(loc = 'lower right')
display(Math(r'$\text{Benutzte Anpassung: } Z_L = a \cdot f$'))

# Save plot
plt.savefig('V245Diagramm5.png')
plt.show()
```

$$a = [0.00012127]\Omega$$

$$\Delta a = [[5.18837983e-14]]\Omega$$

$$\text{Benutzte Anpassung: } Z_L = a \cdot f$$

