

---

---

Versuch 22

21. September 2021

**Bestimmung der Elementarladung nach Millikan**

Physikalisches Anfängerpraktikum I

Juan Provencio

Betreuer: Pham Huy Thang Le

---

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuches</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Elementarladung . . . . .	2
2.2	Wirkende Kräfte . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>4</b>
3.1	Materialen und Geräte . . . . .	4
3.2	Aufbau . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Messung und Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Messprotokoll . . . . .	5
4.2	Auswertung . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>14</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	14
5.2	Diskussion . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Quellen</b>	<b>15</b>

# 1 Ziel des Versuches

1913 veröffentlichte Millikann eine Arbeit, in der er die Messung der Elementarladung beschrieb. Diese Elementarladung ist eine äußerst wichtige Größe, denn als die kleinstmögliche Ladung, Ladung eines einzelnen Protons oder Elektrons, stellt sie die Basis für jedes geladene System. Wir wollen in diesem Versuch einen ähnlichen Aufbau analysieren und damit ebenfalls die Elementarladung bestimmen. Dabei werden wir ein Öltröpfchen in einem homogenen elektrischen Feld beobachten, und die Fallgeschwindigkeit beim Ausmachen und die Steiggeschwindigkeit beim Anmachen messen um das Ergebnis zu bestimmen.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Elementarladung

Die Elementarladung ist eine fundamentale physikalische Größe, die die Ladung eines einzelnen Elektrons (bzw. Protons) angibt. Dadurch, dass geladene Systeme nur natürliche Vielfachen von dieser Elementarladung besitzen können, nennen wir die elektrische Ladung eine quantisierte Größe. Diese Ladung wurde 2019 mit der neuen Definition des Internationalen Einheitensystems als eine exakte Größe definiert (CODATA, 2019), d.h., es ist eine Naturkonstante und besitzt keinen Fehler. Der Wert lautet

$$e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (1)$$

### 2.2 Wirkende Kräfte

#### 2.2.1 Gewichtskraft

Das Öltröpfchen im homogenen Feld erfährt selbstverständlich die Gewichtskraft, diese geben wir mit den von uns bestimmbar Größen an als

$$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Öl}} g \quad (2)$$

Dabei haben wir für die Masse das Volumen des Tröpfchens mit Radius  $r$  multipliziert mit ihrer Dichte  $\rho_{\text{Öl}}$

#### 2.2.2 Auftriebskraft

In einem Medium wie zum Beispiel eine Flüssigkeit oder ein Gas wirkt eine Kraft entgegen der Gewichtskraft, beispielsweise wenn ein Schiff auf Wasser

schwebt, dann nur dadurch, dass es eine genauso große Auftriebskraft wie Gewichtskraft erfährt. Der Schiff habe dabei Wasser aus seiner Position verdrängt, und der Betrag der Auftriebskraft ist gleich der der Gewichtskraft, die auf den verdrängten Anteil wirken würde:

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{Luft}} g \quad (3)$$

### 2.2.3 Stokesche Reibung

Auf sphärischen Körpern kann ein Zusammenhang zwischen der Reibungskraft und anderen Größen mithilfe des Stokseschen Gesetz hergeleitet werden. Insbesondere gilt dabei

$$F_R = 6\pi r \eta v \quad (4)$$

Dabei sind  $r$  der Radius der Sphäre,  $\eta$  die dynamische Viskosität der Luft und  $v$  die Geschwindigkeit dieser.

### 2.2.4 Elektrische Kraft

Beim Anlegen einer Spannung  $U$  wird ein homogenes elektrisches Feld im Plattenkondensator mit dem Plattenabstand  $d$  erzeugt. Auf die geladenen Öltröpfchen wirkt dann eine Elektrische Kraft

$$F_e = q \frac{U}{d} \quad (5)$$

Dabei ist  $q$  die Gesamtladung des Tröpfchens.

### 2.2.5 Bestimmung der Ladung

Durch die Kräftebilanz lässt sich eine Gleichung nach dem Radius eines Tröpfchens und nach ihrer Ladung umformen:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g}} v_f \quad (6)$$

$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f \eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (7)$$

Dabei ist  $\rho$  die Differenz ( $\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}$ ) und  $v_{f,s}$  die fallende und steigende Geschwindigkeit. Allerdings kämen wir hier zu einem falschen Ergebnis, denn die von uns angegebene Viskosität  $\eta$  als konstant angenommen wurde. Jedoch hat es sich gezeigt, dass diese für kleine Teilchen im Bereich

$10^{-6}$  m bis  $10^{-7}$  m, etwa die mittlere freie Weglänge der Moleküle in Luft, vom Radius des Teilchens abhängt. Diese Abhängigkeit wird durch den Korrekturfaktor

$$\eta(r) = \eta_0 f(r) = \frac{\eta_0}{1 + \frac{b}{rp}} \quad (8)$$

Dabei sind  $b$  eine experimentell bestimmte Konstante und  $p$  der Luftdruck.

### 3 Versuchsaufbau

#### 3.1 Materialien und Geräte

- Millikan-Gerät (Plattenkondensator, Ölzerstäuber und Beleuchtung)
- Mikroskop-Kamera mit Monitor
- Millikan-Steuergerät (Hochspannungsquelle, Triggerung der Stoppuhren)
- Zwei elektronische Stoppuhren
- PC mit Drucker, Datenauswertung mit dem Programm Excel

#### 3.2 Aufbau

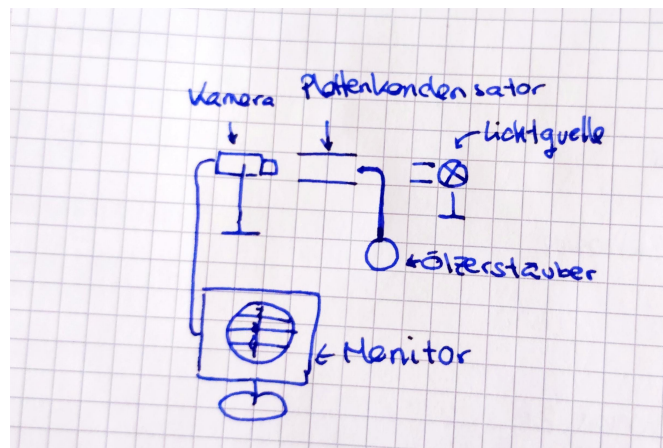


Abbildung 1: Aufbau nach Millikan-isch

## 4 Messung und Auswertung

### 4.1 Messprotokoll

Messprotokoll V22 Bestimmung der Elementarladung nach Millikan  
21.09.2021  
Mike Brandt  
Juan Provencio

Teilaufgabe 2:  
Die Spannungseinstellungen sind auf der Excel Tabelle zu sehen

Teilaufgabe 3:  
Wir messen die Steig- und Fallzeit eines Tröpfchens 5 mal

Tabelle 1: Steig- und Fallzeit eines Tröpfchens

Messung	Steigzeit $t_2$ [s]	Fallzeit $t_1$ [s]
1	4,105	3,433
2	4,037	3,436
3	4,238	3,370
4	4,271	3,504
5	4,204	3,337

Abbildung 2: Messprotokoll

## Praktikumsversuch "Bestimmung der elektrischen Elementarladung nach Millikan"

23/09/21	Datum der Messung		Namen der StudentInnen:		Juan Provencio										
505 V	Spannung des Kondensators U														
1.01E+05 Pa	Luftdruck p		Versuchsaufbau:		C	Alles rote ist zu ändern, der Rest wird automatisch berechnet.									
21.0 oC	Zimmertemperatur T														
6.00E-03 m	Abstand der Kondensatorplatten d														
5.00E-05 m	1 Skt		C1 =	1.9974E-10	VAs (s/m)**1.5										
3.14159	Zahl p		C2 =	9.5203E-09	ms										
1.00E-19 As	Benutzte Ladungseinheit q0		r = r1-r2	8.7211E+02	kg/m³										
1.81E-05 Ns/m²	Viskosität der Luft h0 (unkorrigiert)		b =	7.7800E-03	Pa m										
8.734E+02 kg/m³	Dichte des Öls r1														
1.29E+00 kg/m³	Dichte der Luft r2														
9.81 m/s²	Erdbeschleunigung g														
2.400	Oberere Grenze der Ladung für einfach geladene Tröpfchen				f	Korrekturfaktor für h									
1.640	Mittelwert Q1m der einfach mit Q1 geladenen Tröpfchen				Q	Ladung der gemessenen Tröpfchen									
					Q1	Ladung der einfach geladenen Tröpfchen									
1.606750	Mittelwert Q/n für Tröpfchen mit n<6				n	nächste ganze Zahl von Q/Q1									
61	Zahl der Tröpfchen mit n<6														
0.083	Standardabweichung einer Einzelmessung														
0.011	Standardabweichung des Mittelwertes														
0.8918	Mittelwert von f für Tröpfchen mit n<6														
Nr.	Sinken [Skt]	t1 [s]	Steigen [Skt]	t2 [s]	v1 [m/s]	v2 [m/s]	v1+v2 [m/s]	R0 [m]	f	Q	Q1	Q/Q1m	n	Q/n (n<6)	f (n<6)
1	10	14.881	10	10.277	3.360E-05	4.865E-05	8.225E-05	5.656E-07	0.880	1.556	1.556	0.949	1	1.556	0.880
2	10	16.400	10	9.109	3.049E-05	5.489E-05	8.538E-05	5.388E-07	0.874	1.524	1.524	0.930	1	1.524	0.874
3	10	13.764	10	9.509	3.633E-05	5.258E-05	8.891E-05	5.881E-07	0.884	1.761	1.761	1.074	1	1.761	0.884
4	10	15.516	10	9.142	3.222E-05	5.469E-05	8.692E-05	5.539E-07	0.877	1.604	1.604	0.978	1	1.604	0.877
5	10	12.245	10	13.747	4.083E-05	3.637E-05	7.720E-05	6.235E-07	0.890	1.637	1.637	0.998	1	1.637	0.890
6	10	13.530	10	13.480	3.695E-05	3.709E-05	7.405E-05	5.931E-07	0.885	1.481	1.481	0.903	1	1.481	0.885
7	10	12.713	10	13.480	3.933E-05	3.709E-05	7.642E-05	6.119E-07	0.888	1.585	1.585	0.967	1	1.585	0.888
8	10	9.392	10	6.873	5.324E-05	7.275E-05	1.260E-04	7.119E-07	0.902	3.114		1.899	2	1.557	0.902
9	10	8.909	10	6.623	5.612E-05	7.549E-05	1.316E-04	7.310E-07	0.904	3.353		2.045	2	1.677	0.904
10	10	9.509	10	6.623	5.258E-05	7.549E-05	1.281E-04	7.075E-07	0.901	3.143		1.917	2	1.572	0.901
11	10	10.411	10	3.370	4.803E-05	1.484E-04	1.964E-04	6.762E-07	0.897	4.575		2.790	3	1.525	0.897

12	10	10.077	10	3.320	4.962E-05	1.506E-04	2.002E-04	6.873E-07	0.899	4.753		2.899	3	1.584	0.899	1
13	10	10.244	10	3.287	4.881E-05	1.521E-04	2.009E-04	6.817E-07	0.898	4.725		2.881	3	1.575	0.898	1
14	10	11.812	10	12.896	4.233E-05	3.877E-05	8.110E-05	6.348E-07	0.891	1.756	1.756	1.071	1	1.756	0.891	1
15	10	12.680	10	12.762	3.943E-05	3.918E-05	7.861E-05	6.127E-07	0.888	1.633	1.633	0.996	1	1.633	0.888	1
16	10	10.694	10	15.982	4.676E-05	3.129E-05	7.804E-05	6.672E-07	0.896	1.790	1.790	1.092	1	1.790	0.896	1
17	10	11.812	10	16.800	4.233E-05	2.976E-05	7.209E-05	6.348E-07	0.891	1.561	1.561	0.952	1	1.561	0.891	1
18	10	15.933	10	8.959	3.138E-05	5.581E-05	8.719E-05	5.466E-07	0.876	1.584	1.584	0.966	1	1.584	0.876	1
19	10	14.181	10	9.310	3.526E-05	5.371E-05	8.896E-05	5.794E-07	0.882	1.731	1.731	1.056	1	1.731	0.882	1
20	20	18.252	20	2.886	5.479E-05	3.465E-04	4.013E-04	7.222E-07	0.903	10.084		6.150	6			
21	20	18.802	20	2.903	5.319E-05	3.445E-04	3.977E-04	7.116E-07	0.902	9.824		5.991	6			
22	10	18.886	10	2.869	2.647E-05	1.743E-04	2.008E-04	5.020E-07	0.866	3.295		2.009	2	1.647	0.866	1
23	10	18.936	10	2.903	2.640E-05	1.722E-04	1.986E-04	5.014E-07	0.866	3.255		1.985	2	1.627	0.866	1
24	10	18.869	10	3.003	2.650E-05	1.665E-04	1.930E-04	5.023E-07	0.866	3.169		1.933	2	1.585	0.866	1
25	10	11.645	10	1.651	4.294E-05	3.028E-04	3.458E-04	6.394E-07	0.892	7.550		4.604	5	1.510	0.892	1
26	10	11.828	10	1.668	4.227E-05	2.998E-04	3.420E-04	6.344E-07	0.891	7.400		4.513	5	1.480	0.891	1
27	10	15.766	10	3.303	3.171E-05	1.514E-04	1.831E-04	5.495E-07	0.877	3.347		2.041	2	1.673	0.877	1
28	10	17.067	10	3.353	2.930E-05	1.491E-04	1.784E-04	5.281E-07	0.872	3.111		1.897	2	1.555	0.872	1
29	10	16.800	10	3.270	2.976E-05	1.529E-04	1.827E-04	5.323E-07	0.873	3.215		1.961	2	1.608	0.873	1
30	20	7.857	20	2.403	1.273E-04	4.161E-04	5.434E-04	1.101E-06	0.934	21.898		13.354	13			
31	20	7.641	20	2.435	1.309E-04	4.107E-04	5.416E-04	1.116E-06	0.935	22.159		13.513	14			
32	20	7.691	20	2.403	1.300E-04	4.161E-04	5.462E-04	1.113E-06	0.935	22.268		13.580	14			
33	10	14.014	10	3.987	3.568E-05	1.254E-04	1.611E-04	5.828E-07	0.883	3.156		1.925	2	1.578	0.883	1
34	10	13.964	10	3.770	3.581E-05	1.326E-04	1.684E-04	5.839E-07	0.883	3.307		2.017	2	1.654	0.883	1
35	10	6.974	10	2.319	7.169E-05	2.156E-04	2.873E-04	8.262E-07	0.914	8.412		5.130	5	1.682	0.914	1
36	10	7.891	10	2.403	6.336E-05	2.081E-04	2.714E-04	7.767E-07	0.909	7.411		4.519	5	1.482	0.909	1
37	10	7.290	10	2.335	6.859E-05	2.141E-04	2.827E-04	8.081E-07	0.913	8.073		4.923	5	1.615	0.913	1
38	10	6.724	10	2.036	7.436E-05	2.456E-04	3.199E-04	8.414E-07	0.916	9.562		5.831	6			
39	10	6.823	10	2.118	7.328E-05	2.361E-04	3.094E-04	8.353E-07	0.915	9.170		5.592	6			
40	10	6.590	10	2.152	7.587E-05	2.323E-04	3.082E-04	8.499E-07	0.917	9.317		5.682	6			
41	10	16.367	10	3.304	3.055E-05	1.513E-04	1.819E-04	5.393E-07	0.874	3.251		1.983	2	1.626	0.874	1
42	10	16.049	10	3.270	3.115E-05	1.529E-04	1.841E-04	5.446E-07	0.876	3.329		2.030	2	1.664	0.876	1
43	10	17.851	10	3.487	2.801E-05	1.434E-04	1.714E-04	5.164E-07	0.870	2.910		1.774	2	1.455	0.870	1
44	10	8.224	10	1.101	6.080E-05	4.541E-04	5.149E-04	7.608E-07	0.908	13.732		8.374	8			
45	10	8.008	10	1.075	6.244E-05	4.651E-04	5.276E-04	7.710E-07	0.909	14.283		8.710	9			
46	10	6.923	10	3.520	7.222E-05	1.420E-04	2.143E-04	8.292E-07	0.915	6.300		3.842	4	1.575	0.915	1
47	10	7.190	10	3.437	6.954E-05	1.455E-04	2.150E-04	8.137E-07	0.913	6.188		3.774	4	1.547	0.913	1
48	10	6.973	10	3.336	7.171E-05	1.499E-04	2.216E-04	8.262E-07	0.914	6.488		3.957	4	1.622	0.914	1
49	10	6.924	10	3.454	7.221E-05	1.448E-04	2.170E-04	8.291E-07	0.915	6.379		3.890	4	1.595	0.915	1
50	10	8.976	10	1.919	5.570E-05	2.606E-04	3.163E-04	7.282E-07	0.904	8.023		4.893	5	1.605	0.904	1

51	10	8.558	10	1.835	5.842E-05	2.725E-04	3.309E-04	7.458E-07	0.906	8.626		5.261	5	1.725	0.906	1
52	10	15.382	10	8.925	3.251E-05	5.602E-05	8.853E-05	5.563E-07	0.878	1.642	1.642	1.001	1	1.642	0.878	1
53	10	14.031	10	9.193	3.564E-05	5.439E-05	9.002E-05	5.825E-07	0.883	1.763	1.763	1.075	1	1.763	0.883	1
54	10	5.906	10	2.235	8.466E-05	2.237E-04	3.084E-04	8.978E-07	0.921	9.913		6.045	6			
55	10	5.839	10	2.302	8.563E-05	2.172E-04	3.028E-04	9.029E-07	0.921	9.797		5.975	6			
56	10	5.522	10	2.369	9.055E-05	2.111E-04	3.016E-04	9.285E-07	0.923	10.066		6.139	6			
57	20	9.910	20	3.887	1.009E-04	2.573E-04	3.582E-04	9.801E-07	0.927	12.697		7.743	8			
58	20	10.277	20	3.871	9.730E-05	2.583E-04	3.556E-04	9.625E-07	0.926	12.355		7.535	8			
59	10	11.561	10	3.079	4.325E-05	1.624E-04	2.056E-04	6.417E-07	0.892	4.509		2.750	3	1.503	0.892	1
60	10	9.977	10	2.168	5.012E-05	2.306E-04	2.807E-04	6.907E-07	0.899	6.703		4.088	4	1.676	0.899	1
61	10	11.111	10	2.169	4.500E-05	2.305E-04	2.755E-04	6.545E-07	0.894	6.182		3.770	4	1.545	0.894	1
62	10	17.319	10	7.041	2.887E-05	7.101E-05	9.988E-05	5.243E-07	0.871	1.726	1.726	1.053	1	1.726	0.871	1
63	10	17.301	10	7.708	2.890E-05	6.487E-05	9.377E-05	5.245E-07	0.871	1.622	1.622	0.989	1	1.622	0.871	1
64	10	18.335	10	8.375	2.727E-05	5.970E-05	8.697E-05	5.095E-07	0.868	1.453	1.453	0.886	1	1.453	0.868	1
65	10	8.576	10	2.503	5.830E-05	1.998E-04	2.581E-04	7.450E-07	0.906	6.719		4.098	4	1.680	0.906	1
66	10	9.009	10	2.676	5.550E-05	1.868E-04	2.423E-04	7.269E-07	0.904	6.135		3.741	4	1.534	0.904	1
67	10	8.976	10	2.570	5.570E-05	1.946E-04	2.503E-04	7.282E-07	0.904	6.349		3.872	4	1.587	0.904	1
68	10	9.142	10	2.669	5.469E-05	1.873E-04	2.420E-04	7.216E-07	0.903	6.076		3.705	4	1.519	0.903	1
69	10	6.940	10	3.503	7.205E-05	1.427E-04	2.148E-04	8.282E-07	0.915	6.306		3.846	4	1.577	0.915	1
70	10	7.174	10	3.470	6.970E-05	1.441E-04	2.138E-04	8.146E-07	0.913	6.160		3.757	4	1.540	0.913	1
71	10	7.007	10	3.703	7.136E-05	1.350E-04	2.064E-04	8.242E-07	0.914	6.027		3.675	4	1.507	0.914	1
72	10	6.907	10	3.403	7.239E-05	1.469E-04	2.193E-04	8.302E-07	0.915	6.457		3.937	4	1.614	0.915	1
73	10	8.909	10	1.936	5.612E-05	2.583E-04	3.144E-04	7.310E-07	0.904	8.010		4.885	5	1.602	0.904	1
74	10	8.509	10	1.835	5.876E-05	2.725E-04	3.312E-04	7.479E-07	0.906	8.664		5.283	5	1.733	0.906	1
75	10	15.449	10	9.209	3.236E-05	5.429E-05	8.666E-05	5.551E-07	0.878	1.603	1.603	0.978	1	1.603	0.878	1
76	10	13.914	10	9.142	3.594E-05	5.469E-05	9.063E-05	5.849E-07	0.883	1.783	1.783	1.087	1	1.783	0.883	1
77	10	5.972	10	2.268	8.372E-05	2.205E-04	3.042E-04	8.928E-07	0.920	9.718		5.926	6			
78	10	5.873	10	2.268	8.514E-05	2.205E-04	3.056E-04	9.003E-07	0.921	9.854		6.010	6			
79	10	5.472	10	2.335	9.137E-05	2.141E-04	3.055E-04	9.327E-07	0.923	10.248		6.250	6			
80	10	4.904	10	1.969	1.020E-04	2.539E-04	3.559E-04	9.852E-07	0.927	12.689		7.738	8			



## 4.2 Auswertung

### 4.2.1 Verifizierung der Excel-Auswertung

Um sicherzustellen, dass die in Excel ausgewerteten Daten auch richtig sind überprüfen wir die Rechnungen per Hand und vergleichen sie gegen die Daten von Excel. Die Angabe der Fehler für alle fehlerbehafteten Größen  $f(x, y, z)$  geben wir wenn nicht explizit anders gesagt mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung nach

$$\sigma_f = \sqrt{(\partial_x(f) \cdot \sigma_x)^2 + (\partial_y(f) \cdot \sigma_y)^2 + (\partial_z(f) \cdot \sigma_z)^2} \quad (9)$$

Als Beispiel nehmen wir die erste Messung. Dabei wurde mit folgenden Daten gerechnet:

- Fall- und Steigstrecke:  $x = 10 \text{ Skt} \equiv 10 \cdot (5,00 \pm 0,13) \cdot 10^{-5} \text{ m}$
- Fallzeit:  $t_1 = (14,881) \text{ s}$
- Steigzeit:  $t_2 = (10,277) \text{ s}$

Die Geschwindigkeiten berechnen wir aus:

- $v_1 = \frac{x}{t_1} = (3,36 \pm 0,09) \cdot 10^{-5} \text{ m}$
- $v_2 = \frac{x}{t_2} = (4,87 \pm 0,13) \cdot 10^{-5} \text{ m}$

Mit den in der Versuchsanleitung gegebenen Daten geben wir auch den Radius  $r_0$ , den Korrekturfaktor  $f(r)$  und die Ladung  $q$  an:

- Viskosität der Luft  $\eta_0 = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$
- Dichte von Öl bei  $15^\circ\text{C}$ :  $\rho_{\text{Öl},15} = 877 \text{ kg m}^{-3}$
- Dichte von Öl bei  $25^\circ\text{C}$ :  $\rho_{\text{Öl},25} = 871 \text{ kg m}^{-3}$
- Dichte der Luft:  $\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \text{ kg m}^{-3}$
- Reduzierte Dichte:  $\rho = \rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}} = 869,71 \text{ kg m}^{-3}$
- Konstante im Korrekturfaktor:  $b = 7,78 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$
- Luftdruck:  $p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- Plattenabstand:  $d = (6,00 \pm 0,05) \text{ mm}$
- Spannung:  $U = 505 \text{ V} \pm 0,5\%$

Wir berechnen den Radius ohne Berücksichtigung des Korrekturfaktors per Gleichung (6), den Korrekturfaktor nach Gleichung (8) und die Ladung laut (7).

- $r_0 = \sqrt{\frac{9\eta_0}{2\rho}} v_1 = (5,66 \pm 0,07) \cdot 10^{-7} \text{ m}$
- $f(r_0) = \frac{1}{1 + \frac{b}{r_0 p}} = (0,8803 \pm 0,0014)$
- $q = (v_1 + v_2) \sqrt{\frac{9v_1 \eta^3}{2\rho g}} \frac{6\pi d}{U} = (1,56 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Ein Vergleich zwischen unseren Werten und den von Excel berechneten liefert die folgenden Sigmaabweichungen:

Tabelle 1: Vergleich zwischen Excel- und Handrechnungen

Wert	Absolute Abweichung	$\sigma$
$v_1$	$0 \text{ m s}^{-1}$	0
$v_2$	$0,005 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$	0,04
$r_0$	$0,004 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	0,06
$f$	0,0003	0,2
$q$	$0,04 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	0,1

Offensichtlich sind die Excel-Werte gut genug um die Messungen weiterzumachen. Allerdings sind sie ohne einen Fehler angegeben, diesen erhalten wir für die wichtigen Größen aus der Mittlung der einzelnen Ergebnissen. Weitere Berücksichtigungen der Fehlern würden dazu führen, dass wir noch kleinere Sigmaabweichungen erhalten. Zu den hier relevanten Zwecken werden diese nicht explizit durchgeführt. Außerdem liegen alle per Hand berechnete Werte und die in Excel ausgewertete innerhalb ihrer Fehlerbereiche.

### 4.2.2 Verteilung der betrachteten Teilchen

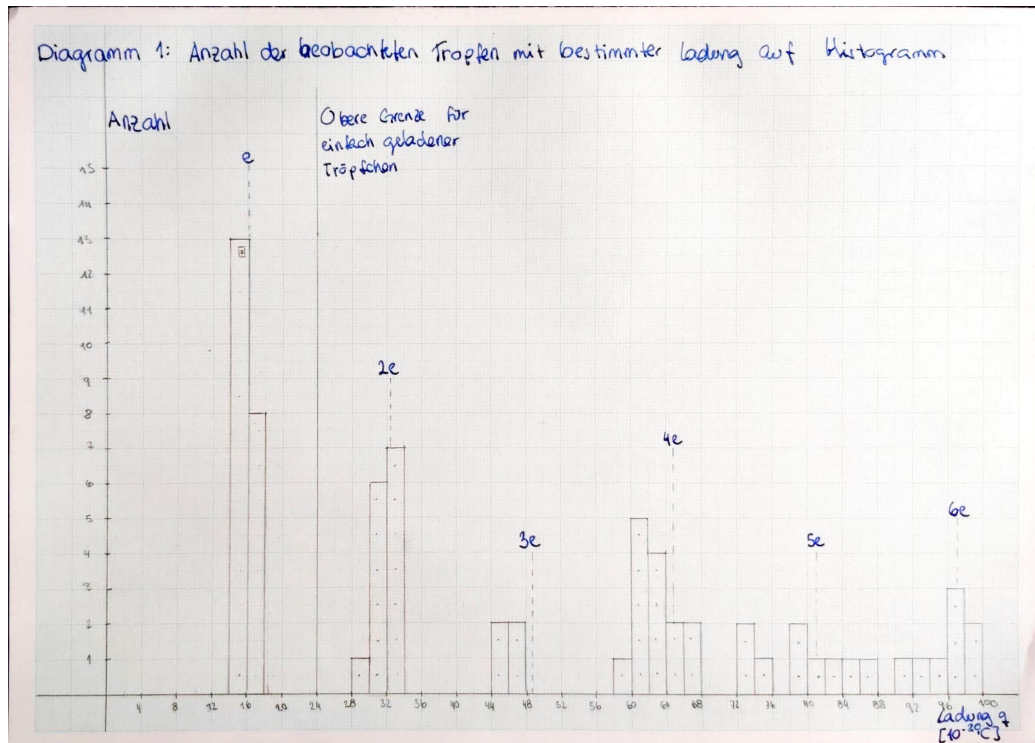


Diagramm 1: Histogramm

### 4.2.3 Vernünftigkeit der oberen Grenze für einfach geladener Teilchen

Im Excel Programm wird versucht die Ergebnisse auszuscheiden, die wahrscheinlich nicht mehr einfachen, sondern mehrfach geladenen Teilchen zugehören. Für die Berechnung der Elementarladung werden also alle Tröpfchen mit einer gemessenen Ladung von über  $2,4 \cdot 10^{-19}$  C ausgesiebt. Am Diagramm 1 lässt sich beobachten, keine Tröpfchen eine Ladung in einem Bereich von  $0,4 \cdot 10^{-19}$  C in der Umgebung von dieser oberen Grenze aufweisen. Von der linken Seite, d.h., von der Seite wo die einfach geladene Teilchen sich befinden würden, ist dieser Abstand sogar ein bisschen größer, mit keinem beobachteten Tröpfchen in einer Umgebung von  $0,6 \cdot 10^{-19}$  C. Demzufolge kann man mit relativer Sicherheit sagen, dass diese obere Grenze für unsere Standards angemessen ist. Sollte ein einfach geladenes Tröpfchen jenseits dieser Grenze liegen, dann wäre dies für die Größe der Stichprobe insignifikant genug um mit dem Rest der Werten weiter zu arbeiten.

Am Histogramm lässt sich zusätzlich diese quantisierte Natur der Ladung erkennen. Wir finden nur Ladungskonzentrationen in der Nähe von natürlichen vielfachen der Elementarladung. Obwohl die Konzentration mit größerer Ladung ein bisschen zerstreuter wird und mehrere Längeneinheiten umfasst, können wir trotzdem unterscheiden welche gefundene Werte zu welchen Ladungen gehören. Insbesondere ist der Unterschied zwischen den ersten 3 Vielfachen deutlich. Da gibt es wenig Unsicherheit welches gefundene Teilchen zu welcher Ladungsanzahl gehört und wir können damit sicher sein, dass der von Excel gefundene Wert auch dem Wert **einer** Elementarladung  $e$  entspricht.

#### 4.2.4 Systematischer Fehler

Für Funktionen der Form  $f(x, y, z) = x^a y^b z^c$  lässt sich die Fehlerrechnung vereinfachen mit der Bestimmung des relativen Fehlers nach der Formel

$$\frac{\sigma_f}{f} = \sqrt{\left(a \frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(b \frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(c \frac{\sigma_z}{z}\right)^2} \quad (10)$$

Dabei habe die von uns verwendete Formel (7) genau diese Form:

$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f \eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (11)$$

$$= x \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \sqrt{\frac{x}{t_1}} \sqrt{\frac{9\eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (12)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{t_1}} \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \sqrt{x^3} \sqrt{\frac{9\eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (13)$$

An dieser Stelle interessiert uns nicht den Fehler der Zeit, den wir nehmen an, dass er sich nach den vielen Messungen aufhebt. Somit ergibt sich für die anderen Größen mit der Wurzel und dem zugehörigen Exponent ein Faktor für die Berechnung des Fehlers:

$$\frac{\sigma_q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2} \quad (14)$$

Mit den angegebenen Fehlern aus 4.2.1 und zusätzlich einen relativen Fehler der Luftviskosität von 2% und der Öldichte von 0,5% können wir dann diesen Fehler ausrechnen

$$\frac{\sigma_q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{0,13}{5,00}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \cdot 0,02\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 0,005\right)^2 + \left(\frac{0,05}{6,00}\right)^2 + (0,005)^2} \quad (15)$$

$$= 0,05 \quad (16)$$

#### 4.2.5 Schätzung des statistischen Fehlers

Wir konzentrieren uns zunächst auf die Fehler der Geschwindigkeitsmessung und nehmen an, dass der statistische Fehler von  $q$  hauptsächlich darauf beruht. Wir bestimmen ihn dann anhand der ersten fünf durchgeführten Messungen aus Aufgabe 3.

Messung	Steigzeit $t_2$ [s]	Fallzeit $t_1$ [s]	Ladung $q$ [ $10^{-19}$ C]	Mittelwert $\bar{q}$ [ $10^{-19}$ C]
1	4,105	3,437	1,655	1,655
2	4,037	3,436	1,669	
3	4,238	3,370	1,668	
4	4,271	3,504	1,592	
5	4,204	3,337	1,692	

Tabelle 2: Ladung bei ausgesuchtem Tröpfchen

Hier ist wichtig zu erwähnen, dass das ausgewählte Tröpfchen nicht einfach geladen war, und wie wir im Abschnitt 4.2.3 bereits diskutiert hatten, scheinen die Konzentrationen von Teilchen um eine vielfache Anzahl der Elementarladung nicht mehr so deutlich bei größeren Konzentrationen zu sein. Es ist möglich, dass dies zu einem Fehler führen könnte. Wir berechnen zunächst den Fehler der Verteilung als

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{n=1}^5 (q_n - \bar{q})^2} = 0,026 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (17)$$

Der in Excel angegebene Fehler einer Einzelmessung lautet 0,08, das ist etwa 3 Mal größer als der von uns berechnete. Obwohl wir mit unserer Berechnung einen kleineren Fehler hatten, zeigt die Excel-Tabelle ein genaueres Ergebnis für die Elementarladung.

## 5 Zusammenfassung und Diskussion

### 5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir die Elementarladung bestimmt. Dafür haben wir die in einem Plattenkondensator ganz kleine Öltröpfchen zerstäubt und eine Spannung angelegt. Mit der Spannung wurden einige Teilchen, abhängig von ihrer Ladung nach oben gegen die Gewichtskraft angezogen. Dabei haben wir die Fall- und Steiggeschwindigkeit gemessen. Mit diesen Werten und anderen einstellbaren oder leicht bestimmbaren Größen wie die Spannung des Kondensators und die dynamische Viskosität der Luft ließ sich die Ladung eines Tröpfchens bestimmen. Wir haben uns dabei die Tröpfchen ausgesucht, die am wahrscheinlichsten einfach geladen war und aus ihrer mittleren gemessenen Ladung die Elementarladung bestimmt. Insgesamt wurden die Werte von 80 Tröpfchen untersucht und dabei haben wir uns die einfach geladenen ausgesucht um den Mittelwert der Elementarladung zu bestimmen. Nach Excel beträgt diese

$$e_{\text{Ex},1} = (1,640 \pm 0,023) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (18)$$

Insbesondere haben wir Excel als ein Werkzeug zur Vereinfachung von Rechnungen benutzt. Somit werden systematische und algorithmische Rechnungen deutlich einfacher als per Hand. Hätten wir die Ladungen und anderen Größen von den 80 Teilchen selber ausrechnen müssen, dann wäre der Zeitaufwand immens gewesen. Dafür haben wir aber an einem Beispiel überprüft, dass die Excel-Werte tatsächlich den selbst berechneten Werte entsprechen. Diese haben sich um winzige Anteile von einander unterschieden, was aber wahrscheinlich an die unterschiedliche Rundung liegt.

Die gemessenen Ladungen wurden als nächstes in ein Histogramm aufgezeichnet, woran man die quantisierte Natur der Ladung erkennen konnte. Diese Ladungen haben sich um natürliche Vielfache von der Elementarladung  $e$  gesammelt, und zumindest für kleine Vielfache gab es ganz deutliche Unterschiede, weshalb man sich sicher sein konnte, ob ein beobachtetes Tröpfchen einfach oder mehrfach geladen war.

### 5.2 Diskussion

Der von Excel ausgerechnete Wert für die Elementarladung entspricht nicht genau dem Literaturwert aus (18). Diese weichen um

$$\frac{|e_{\text{Ex},1} - e|}{\sigma_{e_{\text{Ex},1}}} = 1,7 \quad (19)$$

1,7  $\sigma$ -Bereiche voneinander ab. Dieser Fehler liegt innerhalb des tolerierbaren Bereiches, aber könnte durch Erhebung mehrerer Daten noch geringer gemacht werden. Die Stichprobe einfach geladener Teilchen relativ klein. Für die Bestimmung der Elementarladung wurden insgesamt 20 Werte für die Ladung benutzt, bei welchen das gleiche Tröpfchen 3 oder 4 Mal beobachtet wurde. Insgesamt sind das also ganz wenige Proben zur Berechnung des Wertes. Eine größere Stichprobe wäre jedoch viel aufwendiger. Unter Berücksichtigung aller Tröpfchen mit einer Ladung von weniger als  $6e$  ergibt

$$e_{\text{Ex},2} = (1,607 \pm 0,011) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (20)$$

und weicht damit vom Literaturwert um 0,4  $\sigma$ -Abweichungen ab. Damit zeigt sich die größere Stichprobe im Vergleich zur "homogeneren" Stichprobe als die bessere Alternative. Folgende Fehler könnten aber bei beiden Methoden noch untersucht werden.

Eine für uns unbekannte Fehlerquelle ist die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung. Auf YouTube beträgt 1 Frame etwa 0,033s und man kann mit der Spurfunktion (, und .) mit relativer Genauigkeit die Zeit stoppen und die Zeit angeben, wo ein Tröpfchen das Ziel durchgeht. Allerdings ist wegen der Größe der Tröpfchen nicht sofort klar, wann genau es die roten Linien durchgangen ist. Es gibt aber einen Bereich von etwa 3 Frames, wo die Zeit gestoppt sein könnte. Dabei ist uns aber nicht bekannt, ob die Zeitmessungen mit dieser Funktion durchgeführt worden sind, oder ob es auf das unverlässlichere rein Pausieren des Videos zurückgegriffen wurde. Außerdem sind die Umweltbedingungen wie der Druck und die Temperatur ohne Fehler angegeben. Unter ihrer Berücksichtigung hätten wir wahrscheinlich eine bessere Abschätzung für den Fehler.

Ein weiterer systematischer Fehler ist die Angabe von Nachkommastellen bei konstanten Werten wie die Gravitationskraft, welche auf  $9,81 \text{ m s}^{-2}$  aufgerundet wurde. Allerdings wissen wir dass diese in Heidelberg etwas geringer ist.

Immerhin ist es überraschend, wie man aus dem relativ veralteten Verfahren mit so großer Genauigkeit die Elementarladung bestimmt sein konnte. Damals hätte es allerdings größere Fehlerquellen gegeben, die wir mit unseren digitalen Werkzeugen leicht beheben.

## 6 Quellen

CODATA. (2019, 20. Mai). CODATA Value: elementary charge. NIST.gov. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP1 für Studierende der Physik B.Sc., 61-64.