Formelsammlung Experimentalphysik I

Juan
Marius Mangold

WS 20/21, Frank

Standpunkt: 06.02.2021

-2 Umrechnungen

Zeichen	Faktor	Name
T	10^{12}	Tera
G	10^{9}	Giga
M	10^{6}	Mega
K	10^{3}	Kilo
H	10^{2}	Hekto
D	10	Deka
d	10^{-1}	dezi
c	10^{-2}	centi
m	10^{-3}	milli
μ	10^{-6}	mikro
n	10^{-9}	nano
p	10^{-12}	piko

Atmosphärendruck [at]	1
Newton/Quadratmeter	101300
Pascal [Pa]	101300
Hectopascal [hPa]	1013
Kilopascal [Kpa]	101.3
Millibar [mbar]	1013
Bar [bar]	1.013

-1 Konstanten

Gravitationskonstante: $G = 6.667 \cdot 10^{-11}$ [m^3 kg^{-1} s^{-2}]

Erdmasse: $M_E = 5.972 \cdot 10^{24}$ [kg]

Erdradius [Äquator]: $r_E = 6\ 378$ [km]

Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.380\ 649 \cdot^{-23}$ [J K^{-1}]

Avogadro Zahl: $N_A = 6.022\ 147\ 76 \cdot 10^{23}$ [mol^{-1}]

Universelle Gaskonstante: $R = k_B N_A = 8.314\ 54$ [J mol^{-1}]

Therm. Ausdehnungskoeff. $\gamma = \dfrac{1}{273.15^\circ}$

Celsius-Kelvin: $0^\circ\text{C} = 273.15\text{K}$

0 Fehlerrechnung

Mittelwert der Verteilung: $$\overline{T} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i$$

Standardabweichung: $$\sigma_{N-1} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(T_i - \overline{T})^2}$$

Messunsicherheit: $$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(T_i - \overline{T})^2}$$

1 Mechanik

1.1 Kinematik des Massenpunktes

Momentangeschwindigkeit: $v := \frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad [\mathrm{ms}^{-1}]$

Beschleunigung: $a := \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x} \qquad [\mathrm{ms}^{-2}]$

Integration: $v(t) = \int_0^t a dt' = at + v_0$

$x(t) = \int_0^t v dt' = \frac{at^2}{2} + v_0 t + x_0$

Schiefer Wurf

Bewegungsgleichung: $\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t - t_0) + \frac{\vec{a}(t-t_0)^2}{2}$

Wurfparabel: $z(t) = \frac{-gt^2}{2} + v_{z_0} t + z_0$

$z(x) = \frac{-g}{2}\left(\frac{x}{v_{x_0}}\right)^2 + v_{z_0}\left(\frac{x}{v_{x_0}}\right) + z_0$

Wurfdauer: $T_D = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$

Wurfhöhe: $H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Wurfweite: $S_W = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Scheitelpunkt: $S_S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$

Gleichförmige Kreisbewegung

Bewegungsgleichung: $\vec{r}(t) = R \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$

Einheitsvektor [Radius]: $\vec{e_r} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$

Einheitsvektor [Winkel]: $\vec{e_\varphi} = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$

Winkel: $\varphi = \omega t$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad [\mathrm{s}^{-1}]$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad [\mathrm{s}^{-2}]$

Geschwindigkeit: $\vec{v}(\varphi) = R\omega \begin{pmatrix} -\sin\omega t \\ \cos\omega t \end{pmatrix}$

$v = Rw$

Kreisbeschleunigung $\vec{a}(\varphi) = -R\omega^2 \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{pmatrix}$

$$a = R\omega^2$$

[d = 3]:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

1.2 Allgemeine Krummlinige Bewegung

Geschwindigkeit: $\vec{v} = v\vec{e_\varphi}$

Beschleunigung: $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \frac{d(v\vec{e_\varphi})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e_\varphi} + v\frac{d\vec{e_\varphi}}{dt}$

Lokaler Radius: $\delta = \frac{v}{\omega}$

Bogenlänge: $s(t) = \int_{t_0}^{t} \sqrt{\vec{v}(t)^2} dt$

Bewegte Bezugssysteme $[S \to S']$

Ort: $\vec{r'} = \vec{r} - \vec{u}t$

Geschwindigkeit: $\vec{v'} = \vec{v} - \vec{u}$

Beschleunigung $\vec{a'} = \vec{a}$

2 Newtonsche Dynamik

2.1 Kraft und Impuls

Impuls: $\vec{p} = m\vec{v}$ $\quad$ [kg m s^{-1}]

Kraft: $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ $\quad$ [kg m s^{-2}] = [N]

Kraft [konstante Masse]: $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

Zentripetalkraft: $\vec{F_z} = \frac{mv^2}{R}\vec{e_r}$

Gravitationskraft: $\vec{F_G} = \frac{-Gm_1m_2}{r^2}\vec{e_r}$

Erdbeschleunigung: $g = \frac{GM_E}{(r_E + h)^2}$

Federkraft: $F = -kx$

Normalkraft: $\vec{F_N} = mg\cos\alpha\ \vec{e}_y$

Hangabtriebskraft: $\vec{F_H} = mg\sin\alpha\ \vec{e}_x$

Reibungskräfte: $F_R = \mu F_N$

Haftreibungskraft: $F_{Haft} = \mu_H F_N$

Gleitreibungskraft: $F_{Gleit} = \mu_G F_N$

2.2 Arbeit, Energie, Leistung

Arbeit:

[d = 1]	$W = F\Delta x \qquad [\text{kg m}^2\ \text{s}^{-2}] = [\text{N m}] = [\text{J}]$
[d > 1]	$W = \vec{F}\Delta\vec{x}$
	$\Delta W = \vec{F}\Delta\vec{r}$
	$W_{AB} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}d\vec{r}$
Kinetische Energie:	$E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$
Pot. Energie [Lage]:	$E_{pot} = mgh$
Pot. Energie [Verformung]:	$E_{pot} = \frac{kx^2}{2}$
Leistung:	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v} \qquad [\text{N m s}^{-1}] = [\text{J s}^{-1}] = [\text{W}]$
Potential:	$\Delta E_p = -\vec{F}\Delta\vec{r} = -F_x\Delta x - F_y\Delta y - F_z\Delta z$
	$\Delta E_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial E_p}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial E_p}{\partial z}\Delta z$
Kraft:	$\vec{F} = -\vec{\nabla}E$
Energieerhaltung [konservativ]:	$\Delta E_{kin} = -\Delta E_{pot} = \int_A^B \vec{F}d\vec{r}$
Gesamtenergie:	$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$
Skalierung:	$E_{pot}^n = m^n g h^n$

3 Systeme von Massenpunkten

Gesamtmasse:	$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$
Massengewichteter Ortsvektor:	$\vec{r}_s = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{M}$
	$\vec{r}_s = \frac{1}{M}\int_V \vec{r}dm = \frac{1}{M}\int_V \vec{r}\rho dV = \frac{1}{M}\int_V \vec{r}\rho(\vec{r})dV$
[System mit 2 Massen]:	$\vec{r}_s = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}\vec{r}_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{r}_2$
Schwerpunktsgeschwindigkeit:	$\vec{v}_s = \frac{d\vec{r}_s}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{v}_i = \frac{1}{M}\sum \vec{p}_i$
Schwerpunktsbeschleunigung:	$\vec{a}_s = \dot{\vec{v}}_s = \frac{1}{M}\sum m_i\ddot{\vec{r}} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{a}_i$
Impuls:	$\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$
Schwerpunktsimpuls:	$\vec{p}_s = \sum\vec{p}_i = \sum m_i\vec{v}_i = M\vec{v}_s$
Kraft:	$\dot{\vec{p}}_s = M\vec{a}_s = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$

4 Stoßprozesse

Impulserhaltung: $p(t) = p(t + \Delta t)$

$m_1 v_1 = m_2 v_2$

Raketengleichung: $p(t + \Delta t) = m(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_B)$

Kollinearer Stoß: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^{2\prime}}{2} + \frac{m_2 v_2^{2\prime}}{2}$$

$$\rightarrow v_1' = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\rightarrow v_2' = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Bewegtes Schwerpunktssystem: $v_s = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$$\rightarrow v_1^* = v_1 - v_s = \frac{m_2 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\rightarrow v_2^* = v_2 - v_s = \frac{m_1 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Impuls: $p_1^* = m_1 v_1^* = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(v_1 - v_2)$

$$p_2^* = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(v_2 - v_1)$$

Impuls [Nach Stoß]: $p_1^{*\prime} = \frac{p_1^*(m_1 - m_2) + 2m_1 p_2^*}{m_1 + m_2}$

$$p_1^{*\prime} = -p_1^* = p_2^*$$

Kolinearer [inelastischer] Stoß:

Impulserhaltung: $m_1 v = (m_1 + m_2)v'$

Fall: $m_1 = m_2$

$$\rightarrow v' = \frac{v}{2}$$

Energieerhaltung [?] $E_{kin}' = \frac{2mv'^2}{2} = mv'^2 = \frac{mv^2}{4} \neq E_{kin}$

5 Mechanik des starren Körpers

Starre Körper

S: Schwerpunktsystem I: Ursprungssystem

Ort: $\vec{r}_{spi} = \vec{r}_i - \vec{r}_{sp}$

Geschwindigkeit: $\vec{v}_{si} = \dfrac{d\vec{r}_{si}}{dt} = \vec{v}_i - \vec{v}_{sp}$

Kreisbewegung: $\vec{v}_i = \vec{v}_{sp} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{spi}$

Volumen: $V = \lim\limits_{\Delta v_i \to 0} \sum\limits_i \Delta v_i = \int dV$

Masse: $M = \lim\limits_{\Delta m_i \to 0} \sum\limits_i \Delta m_i = \int dm = \int \rho(\vec{r}) dV$

Schwerpunkt: $\vec{r}_s = \dfrac{1}{M} \sum\limits_i m_i \vec{r}_i = \dfrac{1}{M} \int \vec{r} \rho(\vec{r}) dV$

Auftriebskraft: $F_A = -\rho g V$

Drehmomente

Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ [Nm]

[d = 2] $M = hF$

Drehmoment [Gesamt]: $\vec{M}_{ges} = \sum\limits_i \vec{M}_i$

Drehmoment [$\alpha_1 = \alpha_2$] $\vec{M}_1 = r_1 m_1 g \sin\alpha_1 \vec{e}_z$

Hebelgesetz: $m_1 l_1 = m_2 l_2$

Rotation und Trägheitsmoment

Kinetische Energie: $E_{kin} = \sum\limits_i \dfrac{m_i \vec{v}_i}{2} = \sum\limits_i \dfrac{m_i \vec{v}_{sp}^2}{2} + \sum\limits_i \dfrac{m_i \vec{v}_{spi}^2}{2}$

Translation [Schwerpunkt]: $[T] = \dfrac{m_i \vec{v}_{sp}^2}{2}$

Rotationsenergie $E_{rot} = \sum\limits_i \dfrac{m_i \vec{v}_{spi}^2}{2} = \int dE_{kin} = \dfrac{1}{2} \int \omega^2 r_\perp^2 dm$

Rotationsenergie: $E_{rot} = \dfrac{\hat{I}\omega^2}{2}$

Trägheitsmoment Ausführlicher

Trägheitsmoment: $I = \theta = \int r_\perp^2 dm = \int (\vec{r}_{sp} + \vec{r}_\perp)^2 dm$ [kgm^2]

[Kugel]: $I = \dfrac{2mR^2}{5}$

[Vollzylinder]: $I = \dfrac{mR^2}{2}$

[Hohlzylinder]: $I = mR^2$

[Kegel]: $I = \dfrac{3}{10} mr^2$

[Stab]: $I = \dfrac{ml^2}{3}$

[Quader] $I_z = \dfrac{M}{12}(a^2 + b^2)$

$$I_x = \frac{M}{12}(b^2 + c^2)$$
$$I_y = \frac{M}{12}(a^2 + c^2)$$

Steinerscher Satz: $$I = \int \vec{r}_{sp}^2 dm + I_{sp} = mr^2 + I_{sp}$$

Rotierende Körper

Geschwindigkeit $\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_{\perp i}$

[Ebene]: $v_i = \omega r_{\perp i}$

Winkel: $\varphi = \frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \alpha t + \omega_0$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \dot{\omega}$

Periodendauer: $T_0^2 = \frac{4\pi}{\alpha} = \frac{4\pi I_0}{M}$

Drehmoment [d = 2]: $M_i = r_{\perp i} F_i = r_{\perp i}^2 m_i \frac{d\omega}{dt} = r_{\perp i}^2 m_i \alpha$

Drehmoment [gesamt]: $M_{tot} = \sum_i M_i = \frac{d\omega}{dt} \int r_{\perp}^2 dm = I\alpha$

[d > 2]: $\vec{M} = \hat{I}\vec{\alpha}$

Drehimpuls [d = 2]: $L = I\omega = mr^2\omega = \frac{mr^2 v}{r} = rp$

[d > 2]: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{L} = \int d\vec{L} = \int (\vec{r} \times \vec{v}) dm = \vec{\omega} \int r^2 dm - \int \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) dm$

$\dot{\vec{L}} = \vec{M}$

Rotierendes Bezugssystem:

Zentrifugalkraft: $|\vec{F}_z| = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$

Corioliskraft: $\vec{F}_C = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v}')$

$\vec{v}' = \vec{v} - (\vec{\omega} \times \vec{r})$

`Coriolis-1.png`

6 Mechanik deformierbarer Körper

Deformation von Festkörper

Druck: $p = -\sigma$

Zugspannung: $\sigma = \frac{F_N}{A} = E\frac{\Delta L}{L}$ (oft mit Längenänderung aus Wärmelehre

Elongation: $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E}$

Scherspannung: $\tau = \frac{F_t}{A} = G\alpha$

Durchmesseränderung: $\frac{\Delta D}{D} = -\mu\frac{\Delta L}{L}$

Volumenänderung: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1-2\mu) = -\kappa\Delta p = -\frac{\Delta F}{A}$

Kompressibilität: $\kappa = \frac{1}{K} = \frac{3}{E}(1-2\mu)$

Druckänderung: $\Delta p = -K\frac{\Delta V}{V}$

Ruhende Flüssigkeiten

Druck: $p = \frac{F}{A} \qquad [\mathrm{Nm}^2]$

Hydraulische Presse: $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$

$p_1 = p_2 = p$

Arbeit: $W_1 = F_1 a_1 = pA_1 a_1 = pV$

Kraft: $F_2 = \frac{A_2}{A_1}F_1$

Hydrostatischer Druck: $p = p_0 + \rho g h$

Gase

Barometrische Höhenformel: $p(h) = p_0 e^{-\frac{h}{h_0}} \qquad \text{mit } h_0 = \frac{p_0}{\varphi_0 * g}$

Strömende Flüssigkeiten

Kontinuitätsgleichung [Fluss]: $\Phi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho A \Delta x}{\Delta t} = \rho A v = \text{const.}$

$\Phi_1 = \Phi_2 \to A_1 v_1 = A_2 v_2$

Strömende Flüssigkeit: $F_p = -\frac{dp}{dx}\Delta V$

Gleichförmige Bewegung: $F_P = -F_{Visc}$

Viskosität: $\vec{a}_v = \mu\frac{1}{\varphi}\Delta\vec{v} \qquad \text{mit } \Delta = \text{Laplace}$

Bernoulli Gleichung: $p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = \text{const.}$

7 Wärmelehre

Temperaturbegriff und Wärmeänderung

Ideales Gasgesetz: $pV = nRT$

oder auch: $p = \varphi RT$

mit n = Anzahl Teilchen in Mol, R = Gaskonstante

Druck-Dichte-Temperatur $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

Gesetz von Gay-Lussac: $V(T) = V_0(1 + \gamma T)$ mit $\gamma = \frac{1}{273,15}$

Längenausdehnung: $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$

$L = L_0(1 + \alpha \Delta T)$

Volumenausdehnung: Isobar $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$

$V = V_0(1 + \gamma \Delta T)$

Kinetische Gastheorie

Kraft: $F_n = p_D A$ ($p_D \equiv$ Druck)

$F_n = \dot{p}_I$ ($p_I \equiv$ Impuls)

$F_n = \frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{N} \frac{N}{\Delta t} = \frac{\text{Impulsänderung}}{\text{Stöße}} \cdot \frac{\text{Stöße}}{\text{Zeitänderung}}$

$F = mAN\overline{v_x^2}$

Mittlere thermische Geschwindigkeit: $\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 n(v_x) dv$

Druck [Energie]: $p = \frac{2}{3} \overline{E}_{kin} N$

Druck [Temperatur]: $p = N k_B T$

Energie: $\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} k_B T$