Einführung

Energie Photon
$E = h\nu = W + E_{\mathrm{kin}}$

Coulomb-Potential
$V_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$

Dispersionsrelation (rel.)
$\omega = ck$

Poynting Vektor
$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E}\times\mathbf{B}$

Intensität
$I = \langle S\rangle_t = \frac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2$

Polarisation
$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E}$

Varianz:
$\mathrm{var}(\hat{A}) = \left\langle \hat{A}^2\right\rangle - \left\langle \hat{A}\right\rangle^2$

De Broglie + Wellenpaket

Phasengeschwindigkeit:
$v_{\mathrm{ph}} = \frac{\omega}{k}$

Gruppengeschwindigkeit:
$v_{\mathrm{gr}} = \partial_k\omega$

Frequenz:
$\omega_{\mathrm{dB}} = \frac{E}{\hbar}$

Wellenlänge:
$\lambda_{\mathrm{dB}} = \frac{h}{mv}$

Materiewelle:
$\Phi = \mathrm{e}^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$
$\omega = \frac{\hbar\mathbf{k}^2}{2m}$

Beugung

Einzelspalt:
Max: $b\sin\alpha = \lambda\left(k+\frac{1}{2}\right)$
Min: $b\sin\alpha = \lambda k$

Doppelspalt:
Max:$b\sin\alpha = \lambda k$
Min: $b\sin\alpha = \lambda\left(k-\frac{1}{2}\right)$

Wellen und Zustände

Skalarprodukt:
$\langle\Psi|\Phi\rangle = \int\Psi^*\Phi\,\mathrm{d}V$

Ortsdarstellung:
$\Psi(x) = \langle x|\Psi\rangle$
$\hat{x} = x$
$\hat{p} = -i\hbar\partial_x$

Impulsdarstellung:
$\Psi(k) = \langle k|\Psi\rangle$
$\hat{p} = \hbar k$
$\hat{x} = i\hbar\partial_p$

Basiswechsel:
$|k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\mathrm{e}^{ikx'}\,|x'\rangle\,\mathrm{d}x'$
$\langle x|k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{ikx}$

Eigenzustände:
E-Eigenzustände Zeitunabhängig

Zeitentwicklung: $|\Psi\rangle$
1. Ham. Op. aufschreiben
2. E-Zustände + E-Energien
3. Anfangszustand in E-Basis
4. Zeitentwicklung: $\hat{T}\widehat{=}\mathrm{e}^{-i\frac{E_n}{\hbar}t}$
5. Wsk.: $|\langle\uparrow|\Psi\rangle|^2$

Erwartungswert:
$\langle p\rangle = \langle\Psi|\,\hat{p}\,|\Psi\rangle$

Schrödinger-Gleichung:
$\hat{H}\,|\Psi\rangle = E\,|\Psi\rangle$
$i\hbar\partial_t\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V(\hat{x})\Psi$

Kastenpotential:
$|\mathrm{WP}\rangle_t = \Sigma\, c_n\mathrm{e}^{-i\frac{E_n}{\hbar}t}\,|n\rangle$
$\Phi_E(x,t) = \mathrm{e}^{-i\frac{E}{\hbar}t}\phi_E(x)$
$\phi_E(x) = A\mathrm{e}^{ikx} + B\mathrm{e}^{-ikx}$
$\phi_E\,|_\partial = 0$
$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{d}}\sin\left(\frac{n\pi}{d}x\right)$
$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2md^2}n^2$

Dichte:
$\rho(x,t) = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$
$\mathbf{j} = -i\frac{\hbar}{2m}[\Psi^*\boldsymbol{\nabla}\Psi - (\boldsymbol{\nabla}\Psi^*)\Psi]$
$\partial_t\rho + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{j} = 0$

Stufenpotential:
$2\ \Psi's$
$\Psi_1\Big|_\partial = \Psi_2\Big|_\partial$
$\partial_x\phi_1\Big|_\partial = \partial_x\phi_2\Big|_\partial$
$1:\ \ \hat{H} = \hat{T}$
$2:\ \ \hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$
$\phi_1 = A\mathrm{e}^{ikx} + B\mathrm{e}^{-ikx}$
$\phi_2 = C\mathrm{e}^{-\alpha x} + D\mathrm{e}^{\alpha x}$
$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)$
$B = A\frac{ik+\alpha}{ik-\alpha}$
$C = A\frac{2ik}{ik-\alpha}$
mit $D = 0$ dringt Teilchen exponentiell abfallend in V

Harmonischer Oszillator:
$V(\hat{x}) = \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2$
Lösung: Potenzreihe
$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$
ϕ_n hat n Knoten
$|\Psi|^2$ hat n Bauche
$E_n = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$

Wasserstoffatom

Zustände:
$s\to p\to d$
$l = 0,1,2$

Quantenzahlen:
n geg.
$l\in\{0,\ldots,n-1\}$
$m\in\{-l,\ldots,l\}$

Wellenfunktion (Ort):
$\Psi_{nlm} = \langle x|n,l,m\rangle = R_{nl}Y_l^m$
$l = 0$ sind radialsym.

Nullstellen:
Ges.: $n-1$
Radial: $n-l-1$
Winkel: l

Bahndrehimpuls
$\hat{L}^2\,|n,l,m\rangle = \hbar^2 l(l+1)\,|n,l,m\rangle$
$\left|\hat{L}\right| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$
$\hat{L}_z\,|n,l,m\rangle = \hbar m\,|n,l,m\rangle$
$\hat{L} = \hat{x}\times\hat{p}$
$\hat{L}_z\widehat{=} - i\hbar\partial_\varphi$

Dipolmoment:
$\langle\mathbf{d}\rangle = -e\,\langle\Psi|\,\hat{x}\,|\Psi\rangle$
Verschwindet für r-symm. Fkt.
+Superposition davon

Übergänge:
$E_{2\to1} = Ry\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$
$Ry = hcR_\infty$
Genauer: $R_\infty\to R = \frac{R_\infty}{1+\frac{m_e}{m_K}}$
Lymann: $m\to1$
Balmer: $m\to2$
Dipol-Auswahl: $\Delta l = 1$

Bohr'scher Radius (red.):
$a_b' = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{\mu e^2}$

Spin

Schreibweise:
$N^{2s+1}L_{l+s}$
$N:$ Hauptquantenzahl
$2s+1:$ Multiplizität
$L:$ Bahndrehimpuls
$l+s:$ Gesamtdrehimpuls

Gesamtdrehimpuls:
$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$

Zeeman Effekt:
$\hat{H} = \hat{H}_0 + \frac{e}{2m_e}B_z\hat{L}_z$

Stern-G. Filter:
analog zu Pauli

Pauli:
$\hat{S_x}\widehat{=}\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$
$\hat{S_y}\widehat{=}\begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix}$
$\hat{S_z}\widehat{=}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$

Magnetisches Moment:
$\boldsymbol{\mu} = -\frac{g_s\mu_B}{\hbar}\mathbf{s}$

Potential:
$V = \mp\frac{1}{2}g_s\mu_B B_z$

Auslenkung:
$s_{\mathrm{mag}} = \frac{1}{2}a_z t^2{}_{\mathrm{mag}}$
$a_z = \frac{F_z}{m}$
$s_{\mathrm{au}} = v_0 t_{\mathrm{au}}$
$v_0 = a_z t_{\mathrm{mag}}$