7. Übungsblatt zu Experimentalphysik (SS 21)

Name(n): Leo Knapp, Marius Pfeiffer, Juan Provencio

Gruppe: K

Punkte: ___/___/___ Σ___

7.1 Feld einer Ringspule (Toroid)

N Windungen, Radius R und Strom I. Wir führen zunächst zwei weitere Radien ein: r_1 vom Mittelpunkt bis zu den inneren Wicklungen und r_2 bis zu den äußeren Wicklungen. Offensichtlich gilt $r_1 < R < r_2$
Für die Lösung nutzen wir das Ampère'sche Gesetz.

$$\oint_C \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 I_C \tag{1}$$

Insbesondere gilt aus Symmetriegründen, dass das magnetische Feld entlang der Kurven, die wir hier wählen, konstant ist. Ferner kann man zum Beispiel mit der Rechte-Faust-Regel bestimmen, dass das Feld tangential zur Krümmung der Spule sein muss.

- r_1 - Kurve außerhalb aber im Inneren der Ringspule

$$\oint_C \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 I_C \tag{2}$$

$$B \oint_C \mathrm{d}l \cos\theta = \mu_0 I_C \qquad |\text{Gewählte Kurve ist Kreis und } \theta = 0 \tag{3}$$

$$B 2\pi r_1 = \mu_0 I_C \tag{4}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi r_1} \tag{5}$$

Jetzt stellen wir aber fest, dass durch die von der Kurve C begrenzte Fläche kein Strom tritt, da alle Wicklungen außerhalb von ihr sind.

$$I_C = 0 \tag{6}$$

$$\implies B = 0 \text{ für } r \leq r_1 \tag{7}$$

- R - Kurve im Inneren der Ringspule
  Wir setzen direkt in die oben gefundene Beziehung ein.

$$B = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi r} \tag{8}$$

Es liegen N Windungen vor, der Strom tritt also N-fach durch die von der Kurve begrenzte Fläche.

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \qquad |r_1 < r < r_2 \tag{9}$$

- r_2 - Kurve ganz außerhalb der Ringspule
  Einsetzen führt zu:

  $$B = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi r} \qquad\qquad\qquad\qquad r \geq r_2$$

  Es liegen N Windungen vor, der Strom tritt also N-fach durch die von der Kurve begrenzte Fläche ein und N-fach wieder aus.

  $$B = \frac{\mu_0 N(I - I)}{2\pi R}$$
  $$B = 0 \text{ für } r \geq r_2$$

7.2 Aufgabe 2: Ladungsträger im Magnetfeld

Gesucht ist die Spannung zwischen den Enden eines Drahtes der Länge l, welches sich mit einer Geschwindigkeit v entlang eines stromdurchflossenen Leiters bewegt. Aus der Elektrostatik wissen wir, dass man die Spannung in Abhängigkeit des elektrischen Feldes setzen kann:

$$U = E \cdot \Delta l \tag{10}$$

Außerdem setzen wir hier die elektrische und die magnetische Kraft gleich, sodass wir mit folgender Beziehung die elektrische Feldstärke bestimmen können:

$$\begin{aligned} F_{\text{el}} &= F_{\text{mag}} \qquad (11)\\ qE &= qvB \qquad (12)\\ E &= vB \qquad (13) \end{aligned}$$

Diese Bedingung gilt aber nur lokal, da das Magnetfeld inhomogen ist. Wir müssen es also in differentieller Form betrachten:

$$\mathrm{d}E = v\ \mathrm{d}B \tag{14}$$

Nach Integration erhält man:

$$\int E\ \mathrm{d}s = v \int B\ \mathrm{d}s \qquad\qquad \int E\ \mathrm{d}s \equiv U \tag{15}$$

$$\tag{16}$$

$$\begin{aligned} \frac{U}{v} = \int_d^{d+l} B\ \mathrm{d}s &= \int_d^{d+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi s}\ \mathrm{d}s \qquad (17)\\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} \qquad (18)\\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{l}{d}\right) \qquad (19) \end{aligned}$$

Entsprechend ist die Spannung

$$U = \frac{v\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{l}{d}\right) \tag{20}$$

7.3 Aufgabe 3: Massenspektrometer

a) Mit einer Auslenkung von $\alpha = 0$ durchlaufen die Elektronen einen perfekten Halbkreis.

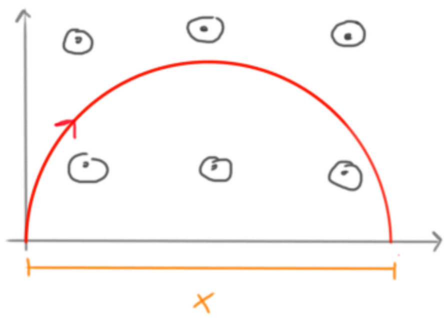

Abbildung 1: Durchlauf mit $\alpha = 0$

b) Abstand x zwischen Eintrittsstelle und Auftreffpunkt im Fall $\alpha = 0$ in Abhängigkeit der Größen $U_B,\ B,\ q,\ m$
Wir wissen bereits, dass gilt:

$$W_{el} = U_b \cdot q \tag{21}$$
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{22}$$
$$\mathbf{F_L} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{23}$$
$$a_{zp} = v\omega = \frac{v^2}{r} \tag{24}$$
$$W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{25}$$
$$\tag{26}$$

Wobei die Formel zur Zentripetalbeschleunigung Anwendung findet, da die Lorentzkraft senkrecht zur Bewegungsrichtung ist und damit die Teilchen auf eine Kreisbahn zwingt.
Aus der Energieerhaltung schließen wir:

$$W_{el} = W_{kin} \tag{27}$$
$$U_B q = \frac{1}{2}mv^2 \tag{28}$$
$$\implies v = \sqrt{\frac{2U_b q}{m}} \tag{29}$$
$$\tag{30}$$

Aus den Newton'schen Gesetzen folgt $F = ma_{zp}$

$$qvB = ma \tag{31}$$
$$qvB = m\frac{v^2}{r} \tag{32}$$
$$\implies r = \frac{mv}{qB} \tag{33}$$
$$r = \frac{m\sqrt{\frac{2U_b q}{m}}}{qB} \tag{34}$$

$$= \frac{\sqrt{2U_b qm}}{qB} \tag{35}$$

Das Teilchen beschreibt im Feld genau eine halbkreisförmige Bahn. somit gilt

$$x = 2r = 2\frac{\sqrt{2U_b qm}}{qB} \tag{36}$$

Sei nun $B = 0,2$ T, $x = 0,1$ m, also $r = 0,05$ m und wir betrachten einfach geladenen 12-Kohenstoff. Wir stellen die oben gefundene Formel um und kürzen:

$$U_B = \frac{qB^2r^2}{2m} \tag{37}$$

$$= \frac{e(0,2\ \mathrm{T})^2(0,05\ \mathrm{m})^2}{2 \cdot 12\ \mathrm{u}} \tag{38}$$

$$\approx 402\ \mathrm{V} \tag{39}$$

c) Durch Änderung des Austrittwinkels ändert sich zwar der Weg, den Elektronen gehen um bis auf den Auftreffpunkt zu kommen, aber sie bleiben trotzdem auf einer Kreisbahn mit dem gleichen Durchmesser $d = 10$ cm. Auf der folgenden Skizze kann man das Verhältnis zwischen dem Winkel α und dem Abstand x erkennen:

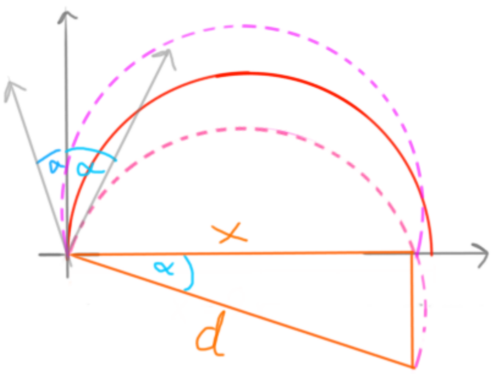

Abbildung 2: Elektronenbahn

Da erkennt man besser, der Abstand x wird beschrieben durch:

$$x = d \cos \alpha \tag{40}$$

$$\rightarrow \alpha = \arccos \frac{x}{d} \tag{41}$$

Daran kann man auch erkennen, dass der Abstand $x \leq d$ gelten muss, also wenn wir fordern, dass die Position am Detektor sich maximal um $\Delta x = 0,2$ mm ändert, berücksichtigen wir nur die Änderung Δx nach links. Dementsprechend ist der maximale Öffnungswinkel:

$$\alpha = \arccos \frac{d - \Delta x}{d} \tag{42}$$

$$\approx 3,6^\circ \tag{43}$$

An der Skizze erkennt man auch, dass wenn die Ionen in einem Halbkreis durchlaufen wurden, dann hätte man auf beide Seiten vom Erwartungswert einen Fehler, was die Trennung der Teilchen komplizierter macht.

d) Wir nutzen zuerst die Formel aus *b*), um den Radius der Flugbahn der ^{14}C zu berechnen. Die Werte für U_b und B entnehmen wir aus *b*).
Im Folgenden stehen $x_{(\dots)}$ und $d_{(\dots)}$ jeweils für die Seiten x und d des Dreiecks in *c*).

$$\begin{aligned} r_{(14)} &= \frac{\sqrt{2U_b q m}}{qB} && (44) \\ &= \frac{\sqrt{2 \cdot 402 \text{ V} \cdot q \cdot 12 \cdot \text{u}}}{q \cdot 0.2 \text{ T}} && (45) \\ &= 0.054 \text{ m} \implies d_{(12)} = 0.108 \text{ m} && (46) \end{aligned}$$

Wir erinnern uns auch an

$$r_{(12)} = 0.05 \text{ m und } d_{(14)} = 0.1 \text{ m} \qquad (47)$$

aus Aufgabenteil *b*). Dies sind die Werte ohne geneigte Einschussrichtung. Nun berechnen wir $\Delta x_{(14)}$ anhand der Formel:

$$x = d \cos\alpha \qquad (48)$$

Es gilt also

$$\begin{aligned} x_{(14)} &= d_{(14)} \cos\alpha && (49) \\ &= 0.108 \text{ m} \cos 3.6^\circ && (50) \\ &= 0.1078 \text{ m} && (51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{(12)} &= d_{(12)} \cos\alpha && (52) \\ &= 0.1 \text{ m} \cos 3.6^\circ && (53) \\ &= 0.0998 \text{ m}. && (54) \end{aligned}$$

Der Abstand der Auftreffpunkte errechnet sich nach

$$\begin{aligned} \delta x &= |x_{(14)} - x_{(12)}| && (55) \\ &= |0.0998 \text{ m} - 0.1078 \text{ m}| && (56) \\ &= 0.008 \text{ m} && (57) \end{aligned}$$

Die Ionen treffen also in einem Abstand von 8 mm auf der Platte auf.