
Versuch 42

15. September 2021

Spezifische Wärmekapazität

Physikalisches Anfängerpraktikum I

Juan Provencio

Betreuer: Felix Waldherr

schön

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuches	2
2	Grundlagen	2
2.1	Thermische Energie	2
2.2	Wärmekapazität	2
2.3	Spezifische und molare Wärmekapazität	3
2.4	Bestimmung der Wärmekapazität	3
2.5	Dulong-Petit Gesetz	4
3	Versuchsaufbau	4
3.1	Materialien und Geräte	4
3.2	Aufbau	5
4	Messung und Auswertung	6
4.1	Messprotokoll	6
4.2	Auswertung	10
5	Zusammenfassung und Diskussion	17
5.1	Zusammenfassung	17
5.2	Diskussion	18
6	Quellen	20

1 Ziel des Versuches

Mit diesem Versuch wollen wir die Wärmekapazität verschiedener Stoffen bestimmen. Diese Größe beschreibt wie fähig ein Körper ist thermische Energie zu speichern, in anderen Worten, was es braucht um einem Körper Wärme hinzuzufügen oder zu entziehen. Wir werden versuchen nach verschiedenen Gesetzen die Wärmekapazität von drei Materialien bestimmen unter extrem kalten und gemäßigten Temperaturen zu bestimmen. ✓

2 Grundlagen

2.1 Thermische Energie

Jeder Körper besitzt eine Innere Energie U , diese Größe beschreibt wie viel Energie ein System zur Verfügung bereit stellen kann. Diese ist in einem geschlossenen System konstant und kann sich nur mit Wechselwirkungen mit ihrer Umwelt verändern, beispielsweise durch geleistete Arbeit oder zugeführte Wärme

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q \quad (1)$$

Die Arbeit W beeinflusst die Innere Energie durch die Wirkung einer äußeren Kraft. Zuletzt ist die Wärme Q die letzte der drei "Energiearten" die zur thermischen Energie beitragen. Eine Änderung der Wärme impliziert eine Änderung der Temperatur, aber man muss vorsichtig sein, denn diese beiden Größen sind nicht gleichbedeutend. Eine wichtige Eigenschaft der Wärme ist, dass sie ausschließlich von einem wärmeren in einen kälteren Körper fließen kann. ✓

2.2 Wärmekapazität

Da wir erwähnt haben, dass eine zugeführte Wärme einer Temperaturerhöhung impliziert, so müssen wir auch eine Beziehung zwischen den beiden formulieren können. Die Temperaturdifferenz soll nämlich proportional zur Wärme sein, und die Proportionalitätskonstante definieren wir als die Wärmekapazität C .

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (2)$$

Diese ist eine stoffspezifische Größe und gibt an, wie viel Wärme zugeführt werden muss um den Körper um 1°C zu erwärmen. ✓

2.3 Spezifische und molare Wärmekapazität

Wir definieren auch zusätzlich die Wärmekapazität in Abhängigkeit der Masse des Körpers um die spezifische Wärmekapazität zu erhalten.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \quad (3)$$

Mit dieser bestimmen wir wie viel Energie wir einem Kilogramm eines Stoffes hinzufügen müssen um es um 1°C aufzuwärmen. Zusätzlich definieren wir die molare Wärmekapazität als die spezifische Wärmekapazität bezogen auf die Stoffmenge.

$$c_{\text{mol}} = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \cdot M = c \cdot M \quad (4)$$

Dabei ist M die molare Masse.

2.4 Bestimmung der Wärmekapazität

Dadurch, dass die Energie in einem geschlossenen System konstant bleiben muss, können wir davon ausgehen, dass wenn wir einen Körper zum Austausch mit einem anderen bringen, so wird die von einem verlorenen Wärme genau der vom anderen gewonnen Wärme entsprechen. Dafür tauchen wir einen Körper, der zur Temperatur T_1 aufgewärmt wurde in ein Wasserbad der Temperatur T_2 eingetaucht. Dadurch, dass wir das System nach dem Eintauchen möglichst gut geschlossen gehalten bleiben, stellt sich nach einer Zeit eine Temperatur \bar{T} . Das heißt, wir haben zwei Wärmemengen die während der Durchführung ausgetauscht worden sind:

$$Q = c_x \cdot m_x (T_1 - \bar{T}) \quad Q = (c_w \cdot m_w + W)(\bar{T} - T_2) \quad (5)$$

und diese beiden können wir gleichsetzen um die uns unbekannte spezifische Wärme des Körpers c_x zu bestimmen:

$$c_x = \frac{(c_w \cdot m_w + W)(\bar{T} - T_2)}{m_x (T_1 - \bar{T})} \quad (6)$$

c_w und m_w beziehen sich auf die spezifische Wärme und Masse des Wassers, in einem Bereich von 15°C bis 60°C beträgt $c_w = (4,186 \pm 0,004) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$. W bezeichnet die Wärmekapazität des Kalorimeters, den "Wasserwert". Diesen können wir bestimmen als

$$W = c_w \cdot m_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \quad (7)$$

Bei extrem kalten Temperatur, als wir den Körper in flüssigen Stickstoff eintauchen können wir mittels der Verdampfungswärme Q_V und der verdampften Masse m_V ebenfalls nach c_x auflösen:

$$c_x = \frac{Q_V \cdot m_V}{m_x(T_1 - T_2)}. \quad (8)$$

2.5 Dulong-Petit Gesetz

Experimentell hat es sich erwiesen, dass die Wärmekapazität von Stoffen, multipliziert mit der atomischen Masse des Stoffes annähernd konstant bei vielen Stoffen war. Dieser Zusammenhang wurde von Pierre Louis Dulong und Alexis Thérèse Petit vorgeschlagen und trägt heute ihre Namen. Heutzutage ist diese Konstante bekanntlich $3R$, wobei R die universelle Gaskonstante ist. In anderen Worten ist die Wärmekapazität pro Mol konstant $3R$. Dieses Gesetz ist gültig bei festen Stoffen mit einer einfachen Kristallstruktur bei hohen Temperaturen. Diese Tatsache lässt sich dadurch erklären, dass nach dem Äquipartitionsprinzip ein Teilchen die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}k_B \cdot T$ pro Freiheitsgrad hat. Außerdem ist in diesem Fall die kinetische Energie gleich der potentiellen Energie, das heißt insgesamt für die Gesamtenergie $E = k_B \cdot T$ pro Freiheitsgrad ist. Damit ist für 3 Freiheitsgrade die Gesamtenergie $E_{\text{ges}} = 3k_B \cdot T = 3 \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$. Aus einer weiteren Herleitung mit hier nicht relevanten Begriffen folgert man, dass die molare Wärmekapazität gerade

$$C_{m,V} \approx 3R \quad (9)$$

ist.

gut

3 Versuchsaufbau

3.1 Materialien und Geräte

- Kalorimeter mit Magnetrührer
- Elektrischer Kocher
- Stativ mit Drahhaken
- 3 große Versuchskörper (Graphit, Aluminium, Blei)
- 3 kleine Versuchskörper
- Dewargefäß für flüssigen Stickstoff

- Elektronisches Thermometer
- Elektronische Waage
- Stoppuhr
- Schutzbrille und Schutzhandschuhe

3.2 Aufbau

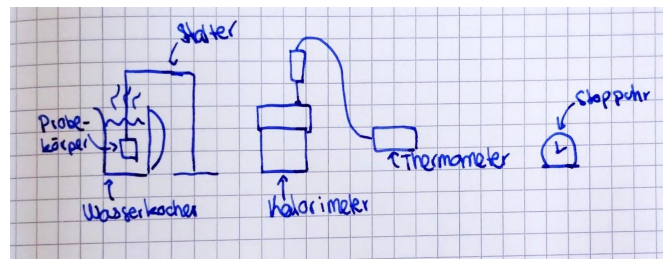


Abbildung 1: Warmmessung

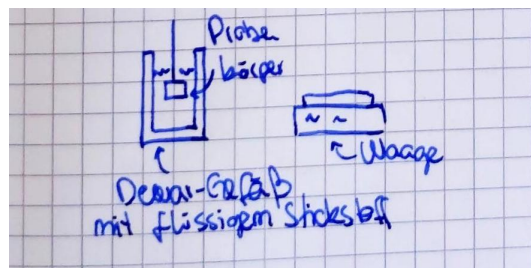


Abbildung 2: Kaltmessung



4 Messung und Auswertung

4.1 Messprotokoll

Messprotokoll V42 Spezifische Wärme
13.09.2021
Mike Brandt
Juan Provencio

Teilaufgabe 2:
Als erstes wiegen wir die Probekörper

Tabelle 1: Masse Probekörper

Körper	Material	Masse [g]	v_m [g]
.	Aluminium	34,56 g	0,01
53	Blei	138,00	-,-,-
64	Graphit	43,49 g	-,-,-
14	Graphit	123,19	-,-,-
6 (Al)	Aluminium	173,75	-,-,-
.	Blei	602,38	-,-,-

Die Umweltbedingungen im Raum betragen
 $T_2 = (24,6 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
 $p = (1003,3 \pm 0,2) \text{ mbar}$

Teilaufgabe 3:
Der Kalorimeter, sehr trocken, ohne Deckel wiegt:
 $m_k = (255,84 \pm 0,01) \text{ g}$
 Wir messen die Temperatur im Kalorimeter jede 30 ± 1 Sekunden:

Tabelle 2: Temperatur im Kalorimeter.

Zeit t [s]	Temperatur T [°C]	σ_T [°C]
0	50,6	52,5
30	48,5	50,6
60	48,3	50,5
90	48,1	50,4
120	47,8	50,4
150	47,6	50,3
180	47,4	50,2
210	47,3	50,2

Abbildung 3: Messprotokoll

Fortsetzung Tabelle 2: * Die Messungen wurden mit dem Deckel wiederholt

t [s]	T [°C]	σ_T [°C]
240	47,1 50,01	
270	46,9 50,0	0.1
300	49,9	

Wir messen die Masse des befüllten Kalorimeters ohne Deckel

$$m_{K_2} = (317,81 - (385,80 \pm 0,01)g - (266,77 \pm 0,01)g) (522,61 \pm 0,01)g$$

Teilaufgabe 4:

Wir wiegen das Kalorimeter gefüllt zu $\frac{3}{4}$ mit VE-Wasser

$$m_{K_3} = (603,66 \pm 0,01)g$$

Wir messen jede Minute vor dem Eintauchen die Temperatur

Tabelle 3: Temperatur vor Eintauchen

Zeit t [min]	Temperatur T [°C]	σ_T [°C]
0	24,1	
1	24,1	0.1
2	24,2	

Wir tauchen den Körper in den Kocher ein und messen jede 10 ± 1 sek. die Temperatur.

Tabelle 4: Körper Blei groß

Zeit t [s]	Temperatur T [°C]	σ_T [°C]
0	24,1	
10	27,0	
20	27,7	
30	27,7	
40	27,7	0.1
50	27,7	
60	27,7	
70	27,7	
80	27,7	
90	27,8	

Abbildung 4: Fortsetzung Messprotokoll

Fortsetzung Tabelle 4

t [s]	T [°C]
100	27,7
110	27,7
120	27,7
130	27,8
140	27,7
150	27,8
160	27,7
170	27,7
180	27,7
190	27,7
200	27,8

Tabelle 5: Körper Graphit groß

t [s]	T [°C]	Masse Kalorimeter [g]
0	31,6	603,06 ± 0,01
10	35,0	
20	35,6	
30	36,7	
40	35,7	
50	35,6	
60	35,7	
70	35,7	
80	35,6	
90	35,6	
100	35,7	
110	35,6	
120	35,7	
130	35,5	

Abbildung 5: Fortsetzung Messprotokoll

Tabelle 6: Körper Aluminium groß

t [s]	T [°C]	Masse Kalorimeter m_k [g]
0	26,3	601,48 ± 0,04 das Wasser wurde gewechselt
10	31,3	606,99 ± 0,01
20	32,6	
30	32,9	
40	33,0	
50	33,0	
60	33,1	
70	33,1	
80	33,1	
90	33,0	
100	33,0	
110	33,0	
120	33,1	

Teilaufgabe 5:

Wir wiegen das Dewargefäß mit flüssigen Stickstoff und tauchen den kleinen Aluminiumkörper.

$m_{Dfl} = (523,10 \pm 0,01)g$

Nach dem Sieden

$m_{Dfl} = (499,54 \pm 0,01)g$

Jetzt messen wir mit Graphit

$m_{Dfl} = (493,78 \pm 0,01)g$

$m_{Dfl} = (472,70 \pm 0,01)g$

und mit Blei

$m_{Dfl} = (472,53 \pm 0,01)g$

$m_{Dfl} = (451,80 \pm 0,01)g$

14.09.2021
H. W. W.

Abbildung 6: Fortsetzung Messprotokoll

4.2 Auswertung

4.2.1 Bestimmung des Wasserwertes

Um den Wasserwert zu bestimmen brauchen wir per Gleichung (7) den Mittelwert der Mischtemperatur \bar{T} . Dafür tragen wir die in Tabelle 2 im Messprotokoll gemessenen Werten für die Temperatur in Abhängigkeit der Zeit und extrapolieren daraus \bar{T} als der Schnittpunkt mit der Temperaturachse. Aus Diagramm 1 lesen wir eine Temperatur von

$$\bar{T} = (50,67 \pm 0,13)^\circ\text{C} \quad (10)$$

Die Masse des Wassers ist $m_w = m_{k_2} - m_{k_1} = (266,77 \pm 0,014) \text{ g}$. Der Fehler ergibt sich aus der quadratischen Addition der Fehlern von der Masse des Kalorimeters m_{k_1} und des befüllten Kalorimeters m_{k_2} . Zusätzlich haben wir die Temperatur im Zimmer gemessen als $T_2 = (24,6 \pm 0,1)^\circ\text{C}$ und wir haben das Wasser insgesamt bis auf $T_1 = (52,5 \pm 0,1)^\circ\text{C}$ aufgeheizt. Die spezifische Wärme des Wassers c_w ist bekanntlich $c_w = (4,186 \pm 0,004) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Diese Größen setzen wir in Gleichung (7) ein und erhalten:

$$W = c_w \cdot m_w \cdot \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \quad (11)$$

$$= 4,186 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-2} \cdot 266,77 \text{ g} \cdot \frac{52,5^\circ\text{C} - 50,67^\circ\text{C}}{50,67^\circ\text{C} - 24,6^\circ\text{C}} \quad (12)$$

$$= 78,3874 \text{ J K}^{-1} \quad (13)$$

Die Berechnung des Fehlers ist durch die normale Gaußsche Fehlerfortpflanzung unter Einbezug jeder einzelnen Variable sehr aufwendig und unnötig lang. Stattdessen vereinfachen wir die Fehlerrechnung durch Zusammenfassung der Temperaturdifferenzen und Berechnung des relativen Fehlers per dem Praktikumsskript. Wir definieren $\Delta T_{T_1\bar{T}} = T_1 - \bar{T} = 1,83^\circ\text{C}$ und $\sigma_{\Delta T_{T_1\bar{T}}} = \sqrt{(\sigma_{T_1})^2 + (\sigma_{\bar{T}})^2} = 0,17^\circ\text{C}$. Analog definieren wir $\Delta T_{\bar{T}T_2} = 26,07^\circ\text{C}$ und $\sigma_{\Delta T_{\bar{T}T_2}} = 0,17^\circ\text{C}$

. Dies dient dazu, dass man die Formel für den relativen Fehler einer Funktion $f(x, y, z) = x^a y^b z^c$

$$\left(\frac{df}{f}\right)^2 = \left(a \frac{dx}{x}\right)^2 + \left(b \frac{dy}{y}\right)^2 + \left(c \frac{dz}{z}\right)^2 \quad (14)$$

benutzen darf.

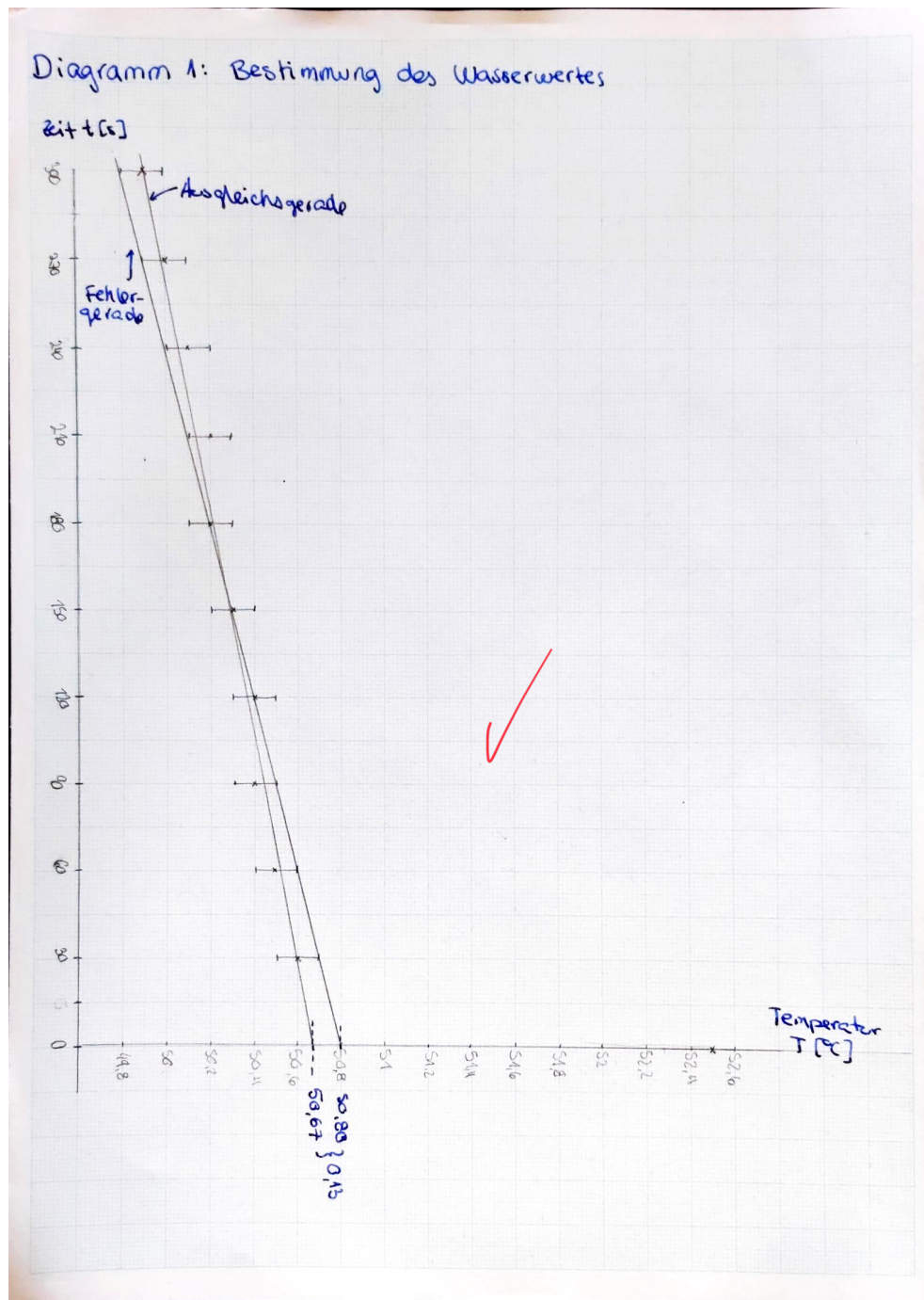


Diagramm 1: Mischtemperatur für Wasserwert

Damit berechnen wir den relativen Fehler des Wasserwertes als $\rho_W = \frac{\sigma_W}{W}$:

$$\rho_W = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{c_w}}{c_w}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_w}}{m_{11} \text{ von } 20}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{T_1 \bar{T}}}}{\Delta T_{T_1 \bar{T}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{\bar{T} T_2}}}{\Delta T_{\bar{T} T_2}}\right)^2} \quad (15)$$

$$= 0,09 \quad (16)$$

Das heißt, unser Wasserwert ist

$$W = (78,84 \pm 7,04) \text{ J K}^{-1} \quad (17)$$

Eine in dieser Ausarbeitung nicht ausgeführten Rechnung mit der traditionellen Methode führt zu einem Fehler von $\sigma_W = 7,3 \text{ J K}^{-1}$. Da dies konsistent mit unserem berechneten Fehler ist werden wir im Folgenden mit der verwendeten Methode weiter machen.

4.2.2 Bestimmung der Wärmekapazität bei hoher Temperatur

Blei

Zur Berechnung der Wärmekapazität brauchen wir per Gleichung (6) die Masse von Blei $m_{\text{Pb}} = (602,38 \pm 0,01) \text{ g}$, die Temperatur des kochenden Wassers T_1 , die Temperatur des Wassers vor dem Eintauchen des Körpers T_2 und die Temperatur am Maximum $\bar{T} = 27,8^\circ\text{C}$ und die Masse des Wassers $m_w = m_{k_3} - m_{k_1} = 347,82 \text{ g}$ mit einem Fehler von $\sigma_{m_w} = 0,014 \text{ g}$. Anderes ist bereits bekannt. Die Temperatur des kochenden Wassers bestimmen wir per Gleichung (9) im Skript, dafür brauchen wir den Druck $p = (1003,3 \pm 0,2) \text{ mbar} = (1003,3 \pm 0,2) \text{ hPa}$ im Raum:

$$T_1 = 100^\circ\text{C} + 0,0276^\circ\text{C hPa}^{-1}(p - 1013 \text{ hPa}) = 99,732^\circ\text{C} \quad (18)$$

mit einem Fehler nach dem Gaußschen Fortpflanzungsgesetz von $\sigma_{T_1} = 0,006^\circ\text{C}$.

Für die Temperatur des Wassers vor dem Eintauchen hatten wir 3 Minuten lang jede Minute die Temperatur gemessen, daraus geben wir den Mittelwert an als

$$T_2 = \sum_{n=1}^3 \frac{T_n^{\text{vor}}}{3} = 24,13^\circ\text{C} \quad (19)$$

mit einem Fehler per des Fehlern des Mittelwertes:

$$\sigma_{T_2} = \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 2} \sum_{n=1}^3 (T_n^{\text{vor}} - T_2)^2} = 0,03^\circ\text{C} \quad (20)$$

Damit lässt sich die spezifische Wärme von Blei berechnen als

$$c_{\text{Pb}} = \frac{(c_w \cdot m_w + W)(\bar{T} - T_2)}{m_{\text{Pb}}(T_1 - \bar{T})} \quad (21)$$

Hier benutzen wir ebenfalls einen ähnlichen Trick wie bei der Bestimmung des Wasserwertes und definieren: $\Delta T_{\bar{T}T_2} = (3,67 \pm 0,11)^\circ\text{C}$ und $\Delta T_{T_1\bar{T}} = (71,93 \pm 0,10)^\circ\text{C}$. Außerdem fassen wir $c_w \cdot m_w + W = C_{\text{ges}}$ mit der Begründung, falls sie nötig sein sollte, dass die Wärmekapazität eine extensive Größe ist, das heißt, die Gesamtkapazität eines aus mehreren Teilen zusammengesetzter Körper der Summe der Kapazität aus diesen Teilen entspricht. Damit erhalten wir einen Ausdruck der Form

$$c_{\text{Pb}} = C_{\text{ges}} \cdot \Delta T_{\bar{T}T_2} \cdot m_{\text{Pb}}^{-1} \cdot \Delta T_{T_1\bar{T}}^{-1} \quad (22)$$

wessen Fehler wir mit einem relativen Fehler leicht bestimmen können. Für die spezifische Wärmekapazität erhalten wir:

$$c_{\text{Pb}} = 0,16172 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (23)$$

Für den Fehler haben wir bereits die Wärmekapazität zusammengefasst, diese ist insgesamt nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung: $C_{\text{ges}} = (1911,1 \pm 7,6) \text{ J K}^{-1}$. Nun lässt sich der relative Fehler der spezifischen Wärmekapazität von Blei berechnen als

$$\rho_{c_{\text{Pb}}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{C_{\text{ges}}}}{C_{\text{ges}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{\bar{T}T_2}}}{\Delta T_{\bar{T}T_2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_{\text{Pb}}}}{m_{\text{Pb}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{T_1\bar{T}}}}{\Delta T_{T_1\bar{T}}}\right)^2} = 0,029 \quad (24)$$

Damit erhalten wir für die spezifische Wärmekapazität von Blei einen Wert von

$$c_{\text{Pb}} = 0,162 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \pm 3\% = (0,162 \pm 0,005) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (25)$$

Aluminium

Im Folgenden berechnen wir nicht mehr so ausführlich die spezifische Wärmekapazität von Aluminium, aber fassen die Größen kurz zusammen:

- $m_{\text{Al}} = (173,75 \pm 0,01) \text{ g}$
- $T_1 = (99,732 \pm 0,006)^\circ\text{C}$
- $T_2 = (26,3 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
- $\bar{T} = (33,1 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
- $m_w = (351,150 \pm 0,014) \text{ g}$

Mit einer analogen Rechnung wie bei Blei erhalten wir:

$$c_{\text{Al}} = (0,909 \pm 0,020) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \checkmark \quad (26)$$

Graphit

Ebenfalls zeigen wir hier nicht die ausführliche Lösung, sondern geben die notwendigen Werte an:

- $m_{\text{Graphit}} = (123,19 \pm 0,01) \text{ g}$
- $T_1 = (99,732 \pm 0,006) ^\circ\text{C}$
- $T_2 = (27,7 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$
- $\bar{T} = (35,6 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$
- $m_w = (347,220 \pm 0,014) \text{ g}$

Das ergibt für Graphit eine spezifische Wärmekapazität von

$$c_{\text{Graphit}} = (1,532 \pm 0,029) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad ? \quad (27)$$

4.2.3 Molwärmen

da ist was schiefgelaufen

Um die Molwärmen zu bestimmen ist nur noch die molare Masse M_x der Stoffen nötig, die Werte dafür nehmen wir als von der Praktikumsanleitung gegeben ohne Fehler an. Der Fehler wird mit einfacher Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt. Die Molwärme ist nämlich:

$$c_{\text{mol},x} = c_x \cdot M_x \quad (28)$$

Für Blei erhalten wir:

$$c_{\text{mol,Pb}} = c_{\text{Blei}} \cdot M_{\text{Pb}} \quad | M_{\text{Pb}} = 207,2 \text{ g mol}^{-1} \quad (29)$$

$$= 0,162 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 207,2 \text{ g mol}^{-1} \quad (30)$$

$$= 33,5083 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad du \quad (31)$$

mit einem Fehler von

$$\sigma_{c_{\text{mol,Pb}}} = 1 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (32)$$

also

$$c_{\text{mol,Pb}} = (34 \pm 1) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (33)$$

Analog erhalten wir für Aluminium $M_{\text{Al}} = 26,98 \text{ g mol}^{-1}$ und Graphit $M_{\text{Graphit}} = 12,01 \text{ g mol}^{-1}$

$$c_{\text{mol,Al}} = (25 \pm 4) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \parallel \quad (34)$$

$$c_{\text{mol,Graphit}} = (18,4 \pm 0,4) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \parallel \quad (35)$$

Nach der Theorie von Dulong-Petit sollten diese Werte bei hohen Temperaturen dem Wert $3R$ approximieren. Tiefer wird darauf in der Diskussion eingegangen.

4.2.4 Bestimmung der Wärmekapazität bei niedriger Temperatur Blei

In diesem Fall wenden wir uns an Formel (8) und betrachten die Verdampfungsmenge des Stickstoffs m_V und die Verdampfungswärme Q_V , welche laut Praktikumsanleitungen $Q_V = 199 \text{ J g}^{-1}$ beträgt. Dabei verwenden wir die Temperatur von flüssigem Stickstoff $T_2 = -195,8^\circ\text{C}$ und die Raumtemperatur $T_1 = (24,6 \pm 0,1)^\circ\text{C}$. Die Masse entnehmen wir dem Messprotokoll. Spezifisch hier ist die verdampfte Masse $m_V = m_{D_{\text{Pb1}}} - m_{D_{\text{Pb2}}} = (20,730 \pm 0,014) \text{ g}$. Daraus ergibt sich für Blei

$$c_{\text{Pb}} = \frac{Q_V \cdot m_V}{m_x(T_1 - T_2)} \quad (36)$$

$$= 0,13563 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (37)$$

Den Fehler berechnen wir analog zu den letzten Fehlern als relativer Fehler zuerst durch Definition der Temperaturdifferenz als $\Delta T_{T_1 T_2} = T_1 - T_2 = (220,4 \pm 0,1)^\circ\text{C}$. Daraus benutzen wir die bekannte Formel und bestimmen den relativen Fehler zu sein $\rho_{c_{\text{Pb}}}$

$$\rho_{c_{\text{Pb}}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{m_V}}{m_V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_{\text{Pb}}}}{m_{\text{Pb}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{T_1 T_2}}}{\Delta T_{T_1 T_2}}\right)^2} = 0,0008 \quad (38)$$

Das heißt für unsere spezifische Wärme c_{Pb}

$$c_{\text{Pb}} = (0,13563 \pm 0,00011) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \parallel \quad (39)$$

Aluminium

Mit den Werten

- $m_V = (28,560 \pm 0,014) \text{ g}$

- $m_{\text{Al}} = (34,56 \pm 0,01) \text{ g}$

erhalten wir für Aluminium

$$c_{\text{Al}} = (0,7462 \pm 0,0006) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \checkmark \quad (40)$$

Graphit

Mit den Werten

- $m_V = (21,08 \pm 0,014) \text{ g}$
- $m_{\text{Graphit}} = (43,49 \pm 0,01) \text{ g}$

erhalten wir

$$c_{\text{Graphit}} = (0,4376 \pm 0,0004) \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \checkmark \quad (41)$$

4.2.5 Molwärmen

Analog zur Berechnung der Molwärmen bei warmer Temperatur bestimmen wir hier die Molwärmen der Probestücke mit ihrer gegebenen molaren Masse. Wir erhalten:

$$c_{\text{mol,Pb,kalt}} = (28,103 \pm 0,023) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \checkmark \quad (42)$$

$$c_{\text{mol,Al,kalt}} = (20,133 \pm 0,016) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \checkmark \quad (43)$$

$$c_{\text{mol,Graphit,kalt}} = (5,256 \pm 0,005) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (44)$$

4.2.6 Vergleich zwischen hoher und tiefer Temperatur

Wenn wir die berechneten Wärmekapazitäten bei den verschiedenen Temperaturen vergleichen erhalten wir:

Tabelle 7: Verhältnis Wärmekapazität und Debye-Temperatur

	Blei	Aluminium	Graphit
$k = \frac{c_{\text{kalt}}}{c_{\text{warm}}}$	0,837	0,821	0,2856
σ_k	0,03	0,018	0,0026
$\sigma_{\text{kalt,warm}}$	5,3	8,1	78,1
Debye-Temperatur T_{Debye} [K]	<u>320 ± 20</u>	<u>370 ± 20</u>	> 2000

Bei Graphit scheint der Unterschied der Molwärme mit der Temperatur stark abzuweichen, bei den anderen ist das Verhältnis näher an die 1, trotzdem *de*

merkt man mit der Abweichung $\sigma_{\text{kalt,warm}}$, dass die Messungen bei kalter und warmer Temperatur stark von einander abweichen. Dies ist zu erwarten weil die spezifische Wärme ja temperaturabhängig ist. An den Abweichungen und am Verhältnis merkt man aber zum Beispiel, dass die spezifische Wärme von Graphit viel sensibler auf Temperaturänderungen als Blei und Aluminium. Die Debye-Temperatur wurde aus dem Verhältnis zwischen der spezifischen Wärme bei kalten zu warmen Temperaturen entnommen. Auf Abbildung 4 der Versuchsanleitung kann man daran den Wert für T_{Debye} ablesen. Für Graphit lies sich das nicht mehr ablesen, den die Kurve bis zu einem Verhältnis von 0,3 geht, was knapp über dem von uns berechneten Wert liegt.

5 Zusammenfassung und Diskussion

5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir die spezifischen und molaren Wärmen von drei verschiedenen Stoffen, Blei, Aluminium und Graphit, berechnet. Dies haben wir im Temperaturbereich des flüssigen Wassers zwischen $15^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}$ berechnet und auch mit flüssigem Stickstoff bei -195.8°C . Zuerst mussten wir die Wärmekapazität des Behälters bestimmen, denn die Wärmekapazität des gesamten Systems die Summe der Kapazität von Wasser und der Kapazität des Kalorimeters ist.

Danach haben wir Wasser aufgeheizt und die Körpern in das kochende Wasser gehalten bis sie seine Temperatur aufgenommen hatten. Danach haben wir den Körper in das Kalorimeter eingetaucht und die Temperatur jede 10 Sekunden gemessen bis es sich eine maximale Temperatur bestimmen ließ. Damit konnten wir mit den gegebenen Formeln und bekannten Werten die spezifische Wärme der Körpern bestimmen. Danach haben wir mit den bereits erhaltenen Werten und den in der Anleitung angegebenen molaren Massen die molare Wärme bestimmen. Dieser Aufgabenteil war ziemlich selbsterklärend.

Außerdem, dadurch dass die spezifische Wärme eine Temperatur abhängige Größe ist, haben wir diese auch für sehr kalte Temperaturen bestimmt. Insbesondere bei fast -200°C , wo wir die Körpern in Stickstoff eingetaucht haben. Aus der verdampften Stickstoffmenge und der gegebenen Verdampfungswärme konnten wir in diesem Versuchsteil die spezifische Wärme bestimmen. Aus dem Verhältnis zwischen beiden Messungen ließ sich auch die Debye-Temperatur bestimmen. Insgesamt haben wir folgende Werte berechnet:

Tabelle 8: Zusammenfassung Ergebnisse

	Blei	Aluminium	Graphit
$c_{\text{warm}} [\text{J g}^{-1} \text{K}^{-1}]$	$0,162 \pm 0,005$	$0,909 \pm 0,020$	$1,532 \pm 0,029$
$c_{\text{kalt}} [\text{J g}^{-1} \text{K}^{-1}]$	$0,13563 \pm 0,00011$	$0,7462 \pm 0,0006$	$0,4376 \pm 0,0004$
$c_{\text{mol,warm}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	34 ± 1	25 ± 4	$18,4 \pm 0,4$
$c_{\text{mol,kalt}} [\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}]$	$28,103 \pm 0,022$	$20,133 \pm 0,016$	$5,256 \pm 0,005$
$T_{\text{Debye}} [\text{K}]$	320 ± 20	370 ± 20	> 2000

5.2 Diskussion

Für Übersichtlichkeit wird im Folgenden der Vergleich der von uns gemessenen Größen zu den Literaturwerten tabellarisch ausgeführt. Die σ -Abweichung wird mittels der Formel

$$\frac{|G - G_{\text{Lit}}|}{\sqrt{(\sigma_G)^2 + (\sigma_{G_{\text{Lit}}})^2}} \quad (45)$$

bestimmt. Dafür benutzen wir die Literaturwerten aus der Praktikumsanleitung ohne Fehlerangabe.

Tabelle 9: Vergleich mit Literaturwerten

	Blei	Aluminium	Graphit
Absolute Abweichung $c_x [\text{J g}^{-1} \text{K}^{-1}]$	0,033	0,009	0,823
σ -Abweichung c_x	6,6	0,45	59
Dulong-Petit $c_{\text{mol}} \rightarrow 3R$	8,3	0,1	39
Debye-Temperatur T_{Debye}	11,3	3	11,3

Als erstes stellen wir fest, dass wir nur bei Aluminium eine relativ insignifikante Abweichung für die spezifische Wärme erhalten haben. Dies könnte man dadurch erklären, dass Aluminium eine relativ steile Kurve nach oben in der Temperaturabhängigkeit nach dem Debye-Modell (siehe Abb. 3 in der Praktikumsanleitung) besitzt, und dementsprechend relativ schnell dem wahren Wert von $3R$ annähert. Nach dieser Frage ist aber die Frage zu stellen, was bei der Messung mit Blei schief gelaufen ist. Nämlich besitze Blei die steilste Kurve von allen und sollte dementsprechend bei beiden Messungen ein relativ präziser Wert zu erwarten wäre. Jedoch, wenn man den Wert der Molwärme von Blei bei kalter und warmer Temperatur analysiert, scheint Blei diese Grenze komplett überschritten zu haben mit einer Tendenz noch weiter zu steigen. Bei Graphit zeigen sich noch schlimmere Abweichungen von den Literaturwerten, dies war aber von Anfang an vorhersehbar wegen

der Eigenschaften von Graphit. Auf Abbildung 3 der Praktikumsanleitung ist deutlich zu erkennen, dass Kohlenstoff sich nicht mal im abgebildeten Bereich (0-800K) dem Erwartungswert annähert, d.h., man hätte das Graphit zu einer extrem hohen Temperatur bringen müssen um eine bedeutungsvolle Übereinstimmung mit dem Gesetz von Dulong-Petit zu erhalten. Unsere Ergebnisse sind zu begrenzt um die Gültigkeit des Gesetzes zu beweisen oder widersprechen, letztendlich haben wir bei 2/3 der Proben ein erwartetes Ergebnis rausbekommen und über Blei lässt sich noch keine endgültige Erklärung zur Abweichung finden.

Eine mögliche Erklärung zu den Abweichungen, jedoch mit begrenztem Wissen über die nötige Theorie, ist der Unterschied in der Wärmeleitfähigkeit der untersuchten Materialien. Bei der Recherche fiel uns auf, dass Aluminium eine sehr hohe Wärmeleitfähigkeit ($239 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) (Carvill, 1993) bei 20°C und 1 bar im Vergleich zu Blei ($35 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) (Carvill, 1993) und Graphit ($25 - 470 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) (AZoM, 2019) besitzt. Mit Graphit entsteht das Problem, dass seine Wärmeleitfähigkeit einen sehr großen Bereich umfasst, und ohne näheres über das verwendete Graphitstück zu wissen können wir keine konkrete Hypothese darüber äußern. Wie dieser Wert mit den Messungen zusammenhängt können wir ebenfalls gerade nicht genau erklären. *de*

Zu bemerken sind die falsche Angaben von Genauigkeit, die wir mit unserer Rechnung anscheinend bekommen haben. Mit so kleinen Fehlern lag nur eine unserer Messungen (c_{Al}) im Bereich des Literaturwertes. Bei allen Ergebnissen erhielten wir jedoch einen prozentuellen sehr kleinen Fehler. Insbesondere fällt bei der Bestimmung der kalten spezifischen Wärme auf, dass die Fehler kleiner als 1% des erhaltenen Wertes waren. Dass diese Größen mit dem Literaturwert nicht übereinstimmen war zu erwarten, aber dass wir sie mit so großer "Genauigkeit" bestimmen konnten ist merkwürdig. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass wir bei der Kaltmessung teilweise mit Größen gerechnet haben, die keine Fehlerangabe zeigten. Bei der warmen Messung haben wir den Fehler der meisten Größen berücksichtigt. *✓*

Wahrscheinlich liegen aber die größten Fehlerquellen in der Durchführung des Versuchs. Möglicherweise sind falsche Temperaturen registriert worden, beispielsweise weil die zu untersuchende Objekte nicht lang genug im heißen Wasserbad waren. Dafür haben wir per die Anweisungen etwa 5 Minuten gewartet bis wir sie rausgeholt haben, aber das ist trotzdem keine Sicherheit, dass sie die tatsächlich angenommene Temperatur aufgenommen hatten. Außerdem entstehen zwischen den verschiedenen Verläufe ganz viele Gelegenheiten, wo unkontrolliert ein Wärmeaustausch mit dem Umfeld stattfinden kann. Eine mögliche Behebung dieser Fehlern wäre eine isolier-

te Durchführung des Versuchs oder ein schnellerer Transport zwischen dem heißen Wasserbad und dem Kalorimeter. ✓

6 Quellen

AZoM. (2019, 17. Oktober). Graphite (C) - Classifications, Properties & Applications. AZoM.Com. <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=1630>

Carvill, J. (1993, 1. Januar). Thermodynamics and heat transfer. ScienceDirect. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-051135-1.50008-X>

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP1 für Studierende der Physik B.Sc., 123-128.