
Versuch 253

15. November 2021

Absorption von ionisierender Strahlung

Physikalisches Anfängerpraktikum II

Juan Provencio Lameiras

Betreuer: Tobias Martiné

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuches	2
2	Grundlagen	2
2.1	Radioaktivität	2
3	Versuchsaufbau	4
3.1	Materialen und Geräte	4
3.2	Aufbau	5
4	Messung und Auswertung	6
4.1	Messprotokoll	6
4.2	Auswertung	9
5	Zusammenfassung und Diskussion	16
5.1	Zusammenfassung	16
5.2	Diskussion	17
6	Quellen	19

1 Ziel des Versuches

In diesem Versuch wollen wir die verschiedenen Arten von Strahlung genauer untersuchen und das Absorptionsverhalten von diesen bestimmen. Damit werden wir auch die Aktivität eines instabilen Isotops messen.

2 Grundlagen

2.1 Radioaktivität

Instabile Atomkerne bevorzugen in stabile Atome zu zerfallen. Dieser spontane Prozess wird als Radioaktivität bekannt. Dabei wird nach Abgabe von Energie ein Atomkern in einen energetisch günstigeren Zustand zerfallen. Diese Energie kann als Photonen (γ -Strahlung), als Elektronen (β), oder als zweifach positiv geladene Heliumkerne (α) erfolgen.

Die Anzahl der pro Sekunde zerfallenen Atome ist als Aktivität bezeichnet. Diese folgt aus dem Zerfallsgesetz

$$n = n_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

Die Proportionalitätskonstante λ , die Zerfallskonstante, lässt sich aus der Halbwertszeit $T_{1/2}$ bestimmen als

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (2)$$

Bei den verschiedenen Strahlungsarten passiert folgendes:

1. α -Strahlung

Ein Nuklid X der Neutronenzahl N , Protonenzahl P und Massenzahl A zerfällt gemäß

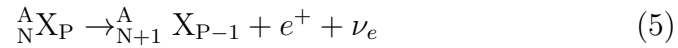
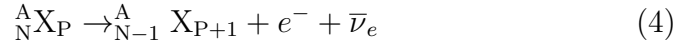


Die emittierte Strahlung ist monoenergetisch und sie ist charakteristisch für den zerfallenden Stoff.

2. β -Strahlung

β -Strahlung kann in Form von Elektronen oder Positronen vorkommen. Positronen sind Teilchen gleicher Masse und umgekehrter Ladung wie

Elektronen.



Zusätzlich zum Elektron bzw. Positron wird ein Neutrino bzw. Anti-neutrino ausgetrahlt. Damit verteilt sich die ausgestrahlte Energie auf die Elektrone, auf die Neutrinos und auf den Stoff selbst verteilt, dies führt dazu, dass es beim Energiespektrum, welcher charakteristisch und diskret für die Ausstrahlung von Elektronen ist, ein zusätzlicher kontinuierlicher Energiespektrum überlagert wird.

3. γ -Strahlung

Hier handelt es sich um elektromagnetische Strahlung in Form von Photonen. Beim Übergang von einem Zustand in einen anderen wird ein Elektron ausgesendet, dabei ist die Energie zwischen Zuständen diskret und dementsprechend auch das Energiespektrum. Die ist eine Konsequenz der zwei anderen Arten von Zefall, wenn das Teilchen sich noch in einem angeregten Zustand befindet, dann gelangt es in einen stabilen Zustand durch Ausstrahlung eines Photons.

Die Strahlung aus geladenen Teilchen (α , β) wird nach dem Verlassen des Kerns durch den Stoß mit Materie abgebremst, und gibt dabei ein Teil ihrer Energie in immer kleiner werdende Portionen ab, bis es vollständig absorbiert worden ist. Sowohl α als auch β Teilchen können dann mit einer genügend dicken Beschichtung komplett abgebremst werden. Das Absorptionsverhalten ist allerdings sehr anders. α -Strahlung ist bis zu einer kritischen Dicke nahezu konstant, und dann fällt sie sehr schnell runter. Elektronen zeigen einen gebogeneren Abstieg. Bei Photonen lässt sich das aus dem PAP 1 bekannte Lambert-Beer-Gesetz anwenden, und die Absorption kann gemäß

$$n = n_0 e^{-\mu x} \quad (6)$$

dargestellt werden. Dabei bezeichnet x die Dicke und μ ist der relevante Schwächungskoeffizient. Schwächungsmechanismen sind zum Beispiel der Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung

1. Photoeffekt

Nach einem Stoß zwischen ein Photon und ein Elektron gibt das Photon dem Elektron Energie ab und schägt dies aus seiner Atomhülle raus. Diese ist eine charakteristische Strahlung. Dieser Effekt ist am Anfang groß, aber wird für große Werte von E vernachlässigbar klein.

2. Comptonstreuung

Ein Photon stoß gegen ein Elektron und verliert dabei Energie.

3. Paarbildung

Nach einer bestimmten Energie, kann beim Stoß mit einem Atom kann ein Photon in ein Elektron-Positron Paar zerfallen. Die übrige Energie wird als kinetische Energie an beide Teilchen übergeben. Dieser Effekt ist für kleine Energien nicht messbar, aber ab 1,022 MeV ist das der überwiegende Faktor des Schwächungskoeffizientes.

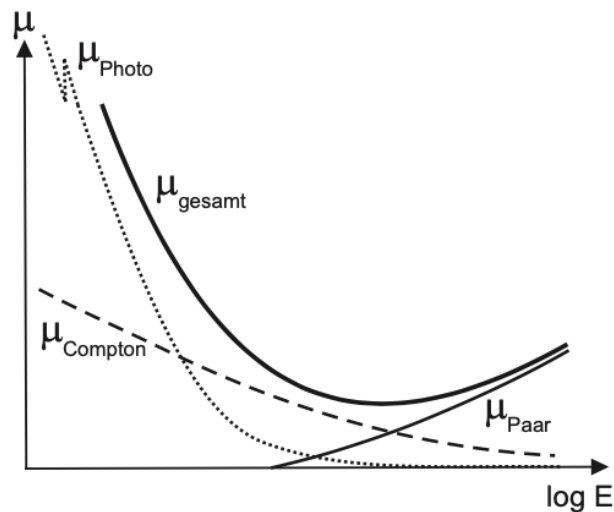


Abbildung 1: Einfluss der verschiedenen Effekten auf das Schwächungskoeffizientes

3 Versuchsaufbau

3.1 Materialien und Geräte

- Geiger Müller Zählrohr
- Zählgerät
- Evakuierbarer Glaszylinder mit eingebautem Zählrohr und ^{241}Am -Präparat.
- β -Präparat ($^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$)
- γ -Präparat (^{60}Co)

- diverse Präparatehalter und Kollimatoren
- Aluminium- und Bleiabsorber
- Vakuumpumpe

3.2 Aufbau

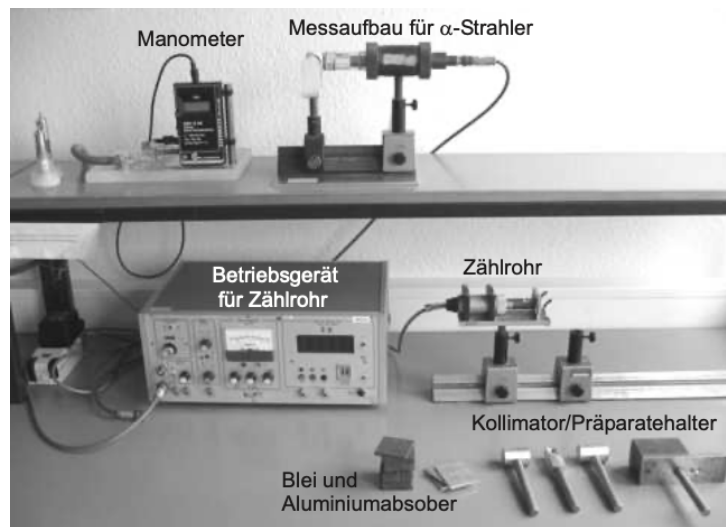


Abbildung 2: Aufbau nach dem Praktikumsskript

4 Messung und Auswertung

4.1 Messprotokoll

Messprotokoll VZS3 Absorption von ionisierender Strahlung
15.11.2021
Mike Brandt
Juan Provencio

Teilaufgabe 1: Einstellung des Zählrohrs
Betriebsspannung $U = 550 \text{ V}$
Radius des Zählrohrs $r = 14 \text{ mm}$

Teilaufgabe 2: Messung des Nulleffekts N_0
Messung ohne Strahlungsquelle im Raum,
 $t = 5$
 $N = 90$
 $n = \frac{N}{t} = \frac{90}{300 \text{ s}} = 0,3 \text{ s}^{-1}$

Teilaufgabe 3: Absorption von β -Strahlung in Aluminium
Kernnummer: GS 527 Abstand $d = (6 \pm 0,2) \text{ cm}$

Tabelle 1: Dicke der Aluminiumbeschichtung und Zählrate

$x [\text{mm}]$	$t [\text{s}]$	Impulse N	$n [\text{s}^{-1}]$
0	30	1169	39,0
0,3	30	652	21,7
0,6	30	414	13,8
0,9	30	299	10,0
1,2	30	194	6,5
1,5	30	147	4,9
1,8	30	71	2,4
2,1	30	54	1,8
2,4	30	22	0,7
2,7	120	81	0,68
3,0	120	42	0,52
3,3	120	61	0,51
3,6	120	47	0,39
3,9	120	50	0,42
4,1	300	144	0,48

Abbildung 3: Messprotokoll 1

Teilaufgabe 4: Absorption von γ -Strahlung in Blei

Kennnummer: US 595

Abstand $d = (15 \pm 0,2) \text{ cm}$

Tabelle 2: Dicke der Bleibeschriftung und Zählrate

$x [\text{cm}]$	$t [\text{s}]$	Impulse N	$n [\text{s}^{-1}]$
0	60	1085	18,1
0,5	60	767	12,8
1,0	60	606	10,1
1,5	60	414	6,9
2,0	60	307	5,1
2,5	60	278	4,6
3,0	60	193	3,2
3,5	60	143	2,4
4,0	60	128	2,1
4,5	60	109	1,8
5,0	60	64	1,1

Teilaufgabe 5: Bestimmung der Aktivität des γ -Strahlers

Wir nehmen das ^{60}Co Präparat und legen es mit Abstand
 $d = (5 \pm 0,2) \text{ cm}$

vor dem Strahleneingang. Wir bewegen anschließend das Präparat.

Kennnummer:

Tabelle 3: Abstand des Präparats und Zählrate

$d [\text{cm}]$	$t [\text{s}]$	Impulse N	$n [\text{s}^{-1}]$
5	60	9074	151,2
10	60	3472	57,9
20	60	1145	19,1

Teilaufgabe 6: Absorptionsmessung und Energiebestimmung von α -Strahlung

Für diese Strahlung benutzen wir Luft als Abschirmungsmethode, indem wir den Druck in der Kammer zwischen Präparat und Zählrohr ändern.

Abbildung 4: Messprotokoll 2

Tabelle 4: Druck und Zählrate

Druck p [mbar]	t [s]	Impulse N	n [s^{-1}]
19 ± 1	60	9505	158,4
115 ± 1	60	9375	156,3
218 ± 1	60	9521	158,7
324 ± 1	60	7474	124,6
420 ± 1	60	290	4,8

Wir fügen mehrere Schritte hinzu

269 ± 1	60	9259	154,3
310 ± 1	60	8288	138,1
352 ± 1	60	5077	84,6
340 ± 1	60	6296	104,9
367 ± 1	60	3464	57,7
383 ± 1	60	1447	24,1

Der Druckmessgerät GDH 12 AW hat bei den Bedingungen ($T \approx 25^\circ C$) ist von ± 1 m ein Messgenauigkeit von ± 1 mbar

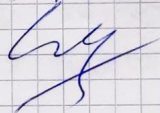
VT 15.11.21


Abbildung 5: Messprotokoll 3

4.2 Auswertung

Im Folgenden wird wenn nicht explizit anders im Python-Skript oder im Protokoll angegeben mit Mathematica's Werkzeugen zur Fehlerrechnung der Fehler der angegebenen Größen nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben. Es wird dabei angenommen, dass jede Variable von den anderen unabhängig ist, und dass der relative Fehler klein ist, sodass eine Näherung erster Ordnung durchgeführt werden kann. Genauere Informationen sind hier zu finden.

4.2.1 Absorption von β -Strahlung

Wir tragen die Werte aus Tabelle 1 des Messprotokolls 3 auf ein Python-array auf. Aus diesen Werten entnehmen wir den Nulleffekt und tragen die neuen Werte logarithmisch gegen die Absorberdicke auf.

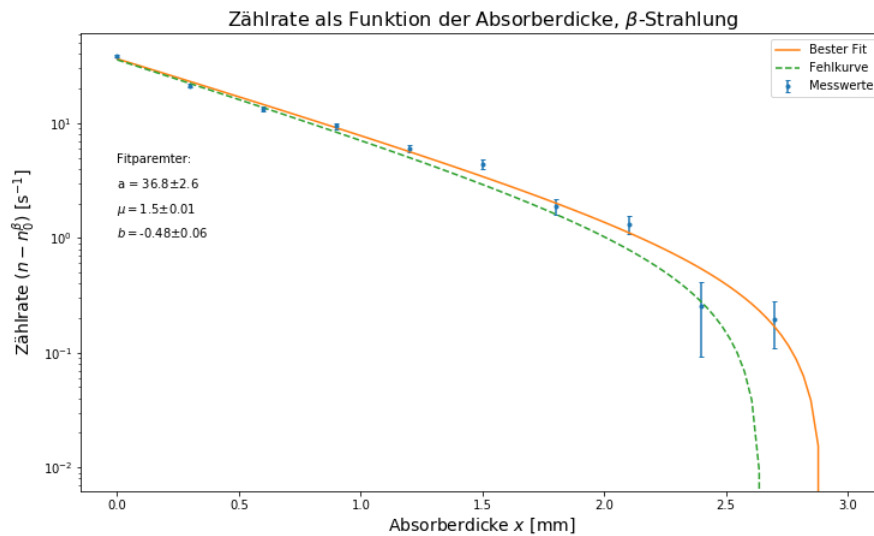


Diagramm 1: Zählrate gegen Absorberdicke

Mit Python extrapolieren wir die maximale Reichweite, das heißt, die Stelle wo die Kurve nahezu senkrecht auf die x -Achse läuft. Für den Fehler tragen wir eine zusätzliche Kurve, die maximal von der ursprünglichen abweicht und die Differenz der beiden Reichweite wird als Fehler benutzt. Nach dem Python-Skript ergibt sich damit:

$$x_{\max}^{\beta} = 2,9(0,3) \text{ mm} \quad (7)$$

Dieser Wert kann dann benutzt werden, um die Flächendichte R^β von den Aluminium-Brettchen zu bestimmen gemäß

$$R^\beta_{\text{Al}} = \rho_{\text{Al}} x_{\text{max}} \quad | \quad \rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g cm}^{-3} \quad (8)$$

$$= 0,78(0,08) \text{ g cm}^{-2} \quad (9)$$

Die Flächendichte des Fensters ist gegeben als $R^\beta_{\text{ES}} = 0,130 \text{ g cm}^{-2}$. Man kann beide Größen miteinander addieren um die Gesamtflächendichte zu erhalten

$$R^\beta = R^\beta_{\text{Al}} + R^\beta_{\text{ES}} = 0,91(0,08) \text{ g cm}^{-2} \quad (10)$$

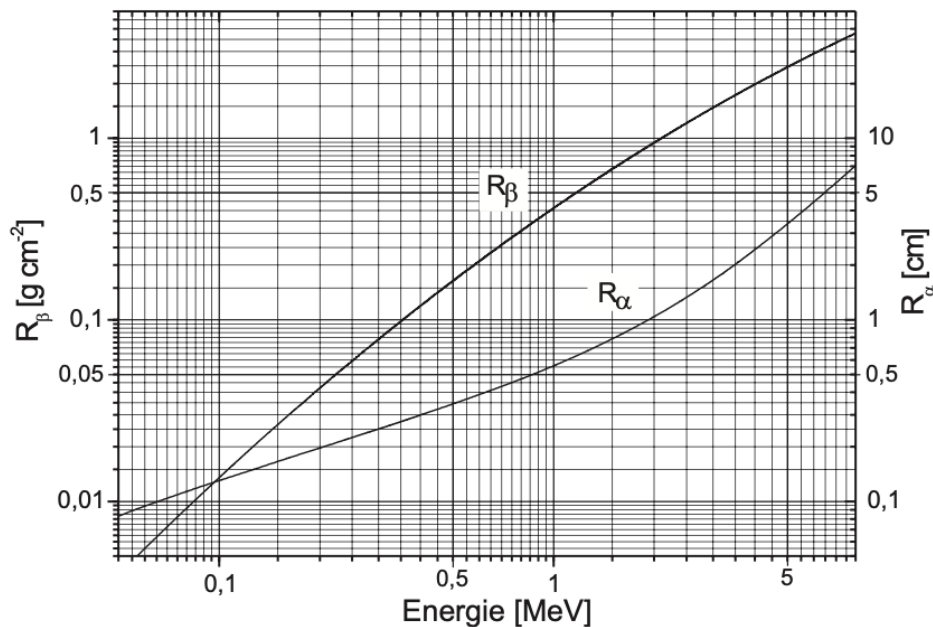


Diagramm 2: Reichweite und Energie, β -Strahlung in Aluminium und α -Strahlung in Luft

Man kann Mithilfe von Diagramm 2 die maximale Energie der β -Teilchen bestimmen. Man liest etwa

$$E^\beta_{\text{max}} = 2,0(2) \text{ MeV} \quad (11)$$

4.2.2 Absorption von γ -Strahlung

Wir tragen wieder $(n - n_0^\gamma)$ gegen die Absorberdicke auf.

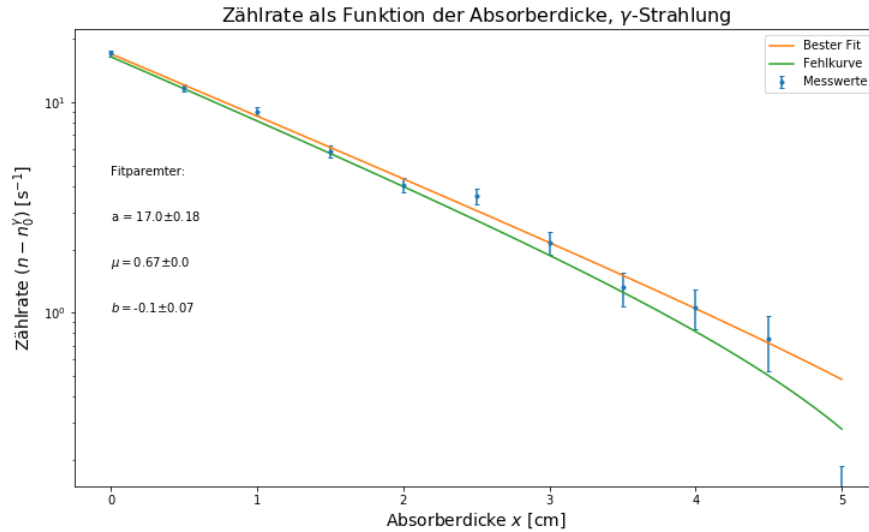


Diagramm 3: Zählrate gegen Absorberdicke

Aus dem Pythonskript entnehmen wir den Wert für den Schwächungskoeffizient:

$$\mu_{\text{Pb}} = 0,67(0,01) \text{ cm}^{-1} \quad (12)$$

und mit einer gegebenen Dichte für Blei von $\rho_{\text{Pb}} = 11.34 \text{ g cm}^{-3}$ erhalten wir einen Massenschwächungskoeffizient von

$$\frac{\mu_{\text{Pb}}}{\rho_{\text{Pb}}} = 0,059(0,001) \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2 \quad (13)$$

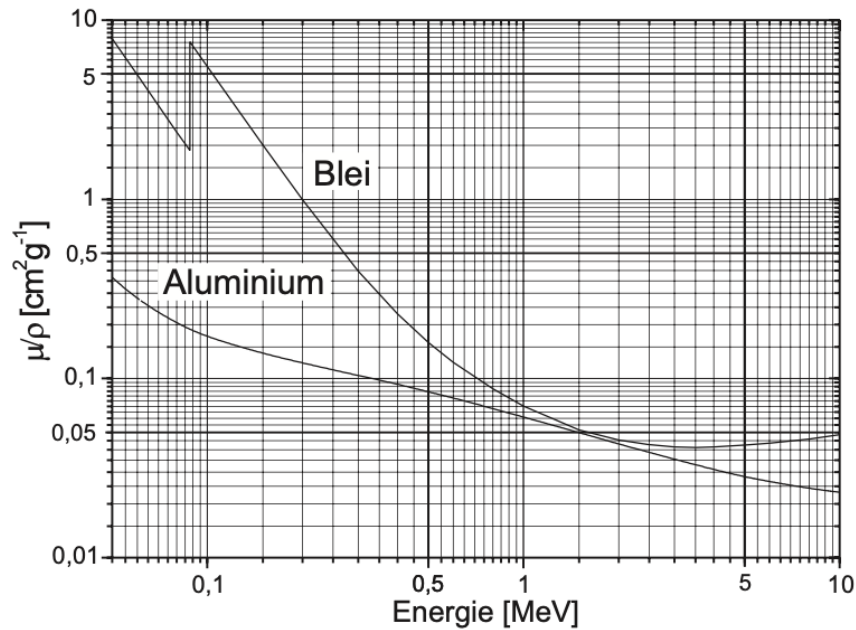


Abbildung 6: Schwächungskoeffizient von γ -Strahlung und damit assoziierte Energie

Aus Abbildung 6 lesen wir für den ermittelten Massenschwächungskoeffizient die entsprechende Energie ab:

$$E^\gamma = 1,5(0,2) \text{ MeV} \quad (14)$$

4.2.3 Bestimmung der Aktivität

Mit einem Zählrohr können wir die Zerfälle messen, die genau auf die Oberfläche des Zählers treffen. Aber mit der Aktivität meinen wir die Zerfallsrate in allen möglichen Raumrichtungen. Das heißt, wir müssen aus der Information, die wir für den Zählrohr haben, auf die gesamte Aktivität kommen¹.

Für den Raumwinkel Ω gilt in erster Näherung als Zusammenhang zwischen dem Zählrohrradius r und Abstand zu Präparat d

$$\Omega = \frac{\pi r^2}{d^2} \quad (15)$$

¹Die in der Auswertung aufgelisteten Werte sind falsch. Auf diesen Fehler wird in der Diskussion eingegangen

Für die gesamte Kugeloberfläche, die unser Präparat umfasst gilt

$$A = \frac{4\pi n}{\varepsilon \Omega} = \frac{4\pi r^2}{\varepsilon d^2} \quad (16)$$

n ist wieder die Zerfälle pro Sekunde und ε , die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählrohrs, stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein Teilchen einer spezifischen Art von einem Detektor registriert wird. Zum Beispiel sind schwach wechselwirkende Teilchen sehr schwer zu registrieren, und dementsprechend ist die Ansprechwahrscheinlichkeit sehr klein. Für β -Strahlung ist $\varepsilon^\beta \approx 1$, und für γ -Quanten mit zwischen 100 keV bis einige MeV ist $\varepsilon^\gamma \approx 0,04$.

Die Aktivität lässt sich bestimmen durch die obige Formel (16). Dazu sind nach dem Messprotokoll der Radius des Zählrohrs $r = 14$ mm, der Abstand $d = 6,0(2)$ cm. Nach dem Python-Skript lauten diese

Tabelle 5: Aktivitäten für gemessene Zählraten und Abstände

Abstand d [cm]	Zählrate n [s ⁻¹]	Aktivität A [10 ⁵ s ⁻¹]
5,0(2)	151,2	1,93(16)
10,0(2)	57,9	2,95(13)
20,0(2)	19,1	3,89(14)

Wir haben das Präparat mit der Kennnummer UB 595 benutzt, welcher nach Herstellerangabe aus dem Jahr ...

Raumwinkelkorrektur

Da das Zählrohr auch eine gewisse tiefe l hat, wird ein Teil der angenommenen Aktivität gegen die Wände des Zählrohrs stoßen oder durch diese fliegen, weshalb wir einen Korrekturterm mitberücksichtigen müssen. Wir wählen den Raumwinkel so, dass wir eine möglichst gute Näherung haben:

$$\Omega = \frac{\pi r^2}{\left(d + \frac{l}{2}\right)^2} \quad (17)$$

und somit ist die Aktivität

$$A_{\text{kor}} = \frac{4n\left(d + \frac{l}{2}\right)^2}{\varepsilon r^2} = Ak_1 \quad (18)$$

Tabelle 6: Raumwinkelkorrektur

Abstand d [cm]	Zählrate n [s ⁻¹]	Aktivität A [10 ⁵ s ⁻¹]	A_{korrr} [10 ⁵ s ⁻¹]	k_1
5,0(2)	151,2	1,93(16)	3,78(22)	0,51
10,0(2)	57,9	2,95(13)	4,25(16)	0,69
20,0(2)	19,1	3,89(14)	4,71(16)	0,85

Je größer der Abstand d , desto näher ist der Korrekturfaktor k_1 an 1. Das heißt, mit größerem Abstand wird die relative Korrektur kleiner. Dies liegt daran, dass für $d \gg l$ die Länge des Zählrohrs eine nur noch vernachlässigbare Rolle spielt.

Absorptionskorrektur

Zusätzlich wollen wir die Absorption der Präparationskapsel miteinbeziehen. Diese habe eine Dicke $x = 1,4$ mm, eine Dichte $\rho_{\text{Abs}} = 7,9$ g cm⁻³. Dafür ist der Korrekturterm:

$$A_{\text{abgeschirmt}} = A_{\text{offen}} e^{-\mu x} \quad (19)$$

wobei hier $\mu = \frac{\mu_{\text{Pb}}}{\rho_{\text{Pb}}} \cdot \rho_{\text{Abs}}$ mit (13) verwendet wird. Dann lauten die korrigierten Terme:

Tabelle 7: Gesamtkorrektur

Abstand d [cm]	Zählrate n [s ⁻¹]	A_{korrr} [10 ⁵ s ⁻¹]	$A_{\text{korrrkorrr}}$ [10 ⁵ s ⁻¹]	k_2
5,0(2)	151,2	3,78(22)	3,54(21)	1,07
10,0(2)	57,9	4,25(16)	3,98(15)	
20,0(2)	19,1	4,71(16)	4,41(15)	

Theoretischer Wert

Aus den Herstellerangaben wollen wir den theoretisch zu erwartenden Wert bestimmen. Wir haben Probe UB 595 benutzt, welche eine Halbwertszeit von $T_{1/2} = 5,27$ Jahre besitzt und aus dem 2. Februar 2012 stammt. Zum Tag der Versuchsdurchführung entspricht dies ein Unterschied von 3574 Tage oder $t = 9.79$ Jahre. Die ursprüngliche Aktivität war $A_0 = 3,7 \cdot 10^6$ s⁻¹. Es ist auch ein Vergleichswert aus dem 1. Januar 2021 gegeben (0.87 Jahre) von 1150 kBq, die Berechnung der erwarteten Aktivität liefert in beiden Fällen bis auf 3 signifikante Stellen das gleiche Ergebnis. Insgesamt erwartet man also eine Aktivität von

$$A_{\text{theo}} = A_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = 1,023(5) \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}. \quad (20)$$

Der Fehler wurde naiv abgeschätzt als die Differenz zwischen dem zu erwartenden Wert mit A_0 als die Herstellerangabe und der Zeit seit Herstellung und dem zu erwartenden Wert mit A_0 als der Referenzwert und der Zeit seit dieser Messung.

4.2.4 Absorption von α -Strahlung

Wir tragen die Messwerte die zur Tabelle 4 aus dem Messprotokoll gehören in ein Diagramm auf. Dort ist am Anfang eine nahezu konstante Zählrate zu beobachten und einen annähernd linearen Abstieg setzt sich nach einem bestimmten Druck aus. Auf diesem Abschnitt haben wir im Python Skript eine lineare Funktion angepasst.

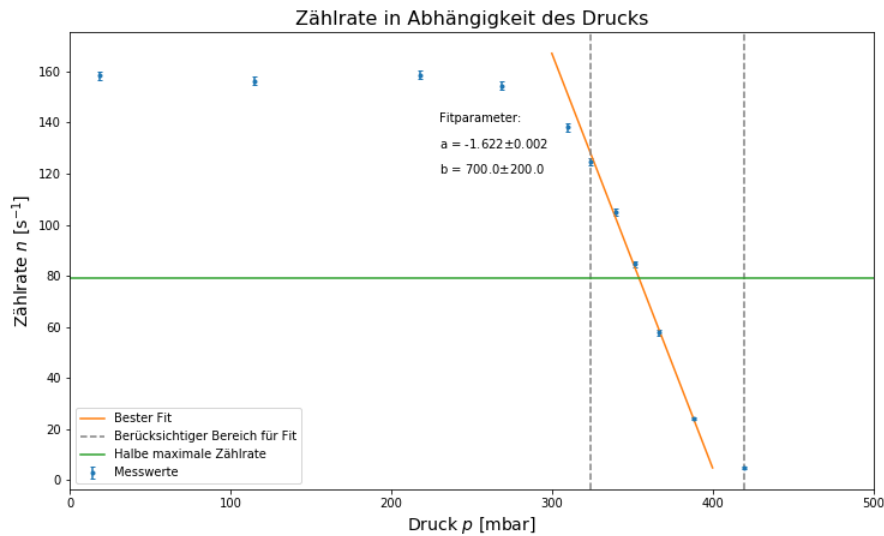


Diagramm 4: Zählrate in Abhängigkeit des Drucks

Auf Diagramm 4 haben wir zusätzlich den halben Wert der Zählrate in grün geplottet. Mit diesem Wert lässt sich dann auch die maximale Reichweite in erster Linie bestimmen als

$$s_1 = \frac{p_{1/2}}{p_0} s_0. \quad (21)$$

Wir benutzen dafür den Normaldruck $p_0 = 1013[m]$ und einen Abstand $s_{03,95(5)}\text{ cm}$ zwischen Zählrohr und Präparat. Den Halbwert des Drucks $p_{1/2}$ bestimmen wir mithilfe des linearen Fits als:

$$p_{1/2} = \frac{\frac{n_{\max}}{2} - b}{a} \quad (22)$$

mit der Steigung a und dem y -Achsenabschnitt als bestimmt durch den Fit.

Zur Reichweite s_1 müssen wir noch zwei weitere Korrekturterme hinzufügen, nämlich den einen, der durch den Bremsvorgang des Zählrohrfensters und den der durch die Gold-Schutzschicht der ^{241}Am -Quelle verursacht werden:

$$s_2 = \frac{\rho_{\text{Gl}}}{1,43\text{ mg cm}^{-2}} \cdot 1\text{ cm} \quad (23)$$

$$s_3 = 0,68\text{ cm} \quad (24)$$

Die Gesamtreichweite ist dann

$$s_{\text{ges}} = s_1 + s_2 + s_3 = 3,8(6)\text{ cm} \quad (25)$$

Mit Diagramm 2 lässt sich aus der maximalen Reichweite die Energie der Teilchen bestimmen. Wir lesen in etwa

$$E^\alpha = 5,5(5)\text{ MeV} \quad (26)$$

5 Zusammenfassung und Diskussion

5.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir die verschiedenen Arten von radioaktiver Strahlung untersucht. Als erstes haben wir uns die β -Strahlung angeschaut. Wir haben dafür eine β -Quelle ($^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$ -Präparat) benutzt und Aluminiumscheiben zwischen dem Präparat und dem Zählrohr gelegt, bis die Zählrate nahezu auf Null gefallen war. Mit diesem Abstand ließ sich die Flächendichte und daraus die maximale Energie der β -Strahlung ausrechnen.

Für die γ -Strahlung haben wir einen ähnlichen Aufbau benutzt. Wir haben dieses Mal eine γ -Quelle (^{60}Co) benutzt und Bleischeiben zwischen Präparat und Zählrohr gelegt. Die Bestimmung der Energie wurde dieses Mal nach dem Lambert-Beerschen Gesetz mithilfe des Schwächungskoeffizienten durchgeführt.

Als nächstes haben wir die Aktivität bestimmt, indem wir verschiedene Korrekturen für die Schätzung der Zerfallsrate in allen Raumrichtungen angewandt haben. Dafür musste man aus der Zerfallsrate die Aktivität für eine Kugel extrapolieren, und als erstes korrigieren, dass das Zählrohr eine gewisse Tiefe hat, weshalb die Zerfallsrate am Anfang falsch abgeschätzt worden ist. Danach musste man auch hinzufügen, dass verschiedene Elemente zwischen dem Präparat und Zählrohr auch einige Teile absorbieren. Somit kamen wir auf eine bestmögliche Abschätzung für die Aktivität.

Als letztes haben wir die α -Strahlung untersucht. Die Reichweite von dieser Strahlung ist so gering, dass wir dafür Luft als Beschichtung benutzt haben, und mit einer Vakuumpumpe den Druck im Gefäß zwischen Zählrohr und Präparat variiert.

5.2 Diskussion

Als erstes führen wir einen Vergleich zwischen den von uns berechneten Werten und die Literaturwerte durch. Dies machen wir indem wir eine σ -Abweichung gemäß

$$\frac{|G - G_{\text{Lit}}|}{\sqrt{\Delta_G^2 + \Delta_{G_{\text{Lit}}}^2}} \quad (27)$$

bestimmen.

Die Literaturwerte werden dem Praktikumsskript entnommen:

Größe	Messung	Relativer Fehler	Literaturwert	Abweichung
E^β [MeV]	2,0(2)	0,1	2,274	1,37
E^γ [MeV]	1,5(2)	0,13	1,333	0,8
A_1 [10^5 s^{-1}]	3,54(21)	0,06	10,23(5)	31
A_2 [10^5 s^{-1}]	3,98(15)	0,04		40
A_3 [10^5 s^{-1}]	4,41(15)	0,04		37
E^α [MeV]	5,5(5)	0,09	5,48	0,04

Tabelle 8: Vergleich der gemessenen Größen zu Literaturwerten

Die Berechnung der Energien scheint eine große Übereinstimmung mit den Literaturwerten. Alle Abweichungen befinden sich innerhalb des akzeptablen Fehlerbereiches und bei E^γ und E^α liegen die Literaturwerte innerhalb des Fehlerbereiches der gemessenen Werten. Im Fall von E^β liegt dieser knapp außerhalb davon. Bei E^β und E^γ ist der relative Fehler ziemlich groß, er

beträgt 10% bzw. 13%. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass die Nebeneinanderanordnung von alten Metallplatten wahrscheinlich nicht die wissenschaftlichste Herangehensweise zur Absorption von Strahlung darstellt. Bei E^α ist der relative Fehler knapp unter 10% und besitzt mit Abstand die geringste σ -Abweichung. Dies lässt sich vermutlich erklären, dadurch dass die Kontrolle über den Druck mit der Vakuumpumpe viel feiner einzustellen ist als die Nebeneinanderordnung von den Metallplatten. Damit ergibt sich auch natürlicherweise ein viel präziseres Ergebnis. Der große relative Fehler bei den Energien ist leider unvermeidlich abseits der Methode zur Bestimmung dieser Energie. Man hat auf einem Diagramm mit den eigenen Augen (und der Hilfe eines Lineals) den zugehörigen Wert abschätzen müssen. Als erstes ist bei dieser Methode problematisch, dass die Skala auf beiden Achsen logarithmisch ist, das heißt, dass der abgeschätzte Fehler nicht symmetrisch ist. Zur Vereinfachung haben wir angenommen, dass es ist. Zweitens ist die Methode nicht vernachlässig, da man für scheinbar willkürliche Unterschiede schlechter abschätzen kann. Ziffern in der Nähe der "0" besitzen eine größere Fläche auf dem logarithmischen Diagramm, und Ziffern in der Nähe der "1" werden sehr stark kontrahiert. Dies macht eine Ablesung und ein sinnvoller Vergleich schwierig. Ein Verbesserungsvorschlag wäre die Inklusion einer Formel oder einer anderen Ressource, in welche man die berechneten Parameter einsetzen kann um die Energie herauszufinden.

Bei der Aktivität zeigt sich eine riesige Diskrepanz zwischen dem erwarteten Wert nach der theoretischen Bestimmung und den gemessenen Werten. Im besten Fall ist der theoretische Wert um über einen Faktor 2 größer als die berechnete Aktivität, und besitzt eine σ -Abweichung von überall über 30. Dies ist mit Sicherheit einem systematischen Fehler zuzuordnen. Dies liegt mit Sicherheit daran, dass auf dem Messprotokoll fälschlicherweise "Radius = 1.4 cm" statt "Durchmesser = 1.4 cm" geschrieben wurde. Außerdem wurde in der Auswertung nicht berücksichtigt, dass das Präparat in einem Zerfall zwei verschiedene Photonen rauslöst, weshalb die doppelte Zerfälle gemessen werden. Dies korrigieren wir mit einem Faktor $\frac{1}{2}$ in den Aktivitäten. Mit der Korrektur des Radius von 1,4 \rightarrow 0,7 und der Berücksichtigung des Faktors $\frac{1}{2}$ im Python Skript kommt man auf folgende Aktivitäten und σ -Abweichungen:

Größe	Messung	Relativer Fehler	Literaturwert	$\frac{\text{Messung}}{\text{Literatur}}$	Abweichung
$A_1 [10^6 \text{ s}^{-1}]$	0,71(4)	0,06	1,023(5)	0,69	7,8
$A_2 [10^6 \text{ s}^{-1}]$	0,80(3)	0,04		0,78	7,5
$A_3 [10^6 \text{ s}^{-1}]$	0,88(3)	0,03		0,86	4,7

Tabelle 9: Aktivität mit korrigiertem Radius

Hiermit erhält man zwar immernoch inakzeptable Abweichungen, die sind allerdings etwas realistischer. Als Probe berechnen wir auf dem Python Skript den am Datum der Referenzmessung zu erhaltene theoretische Wert. Anhand der Herstellerangaben ist der am 1. Januar 2021 zu erwartende Wert um etwa 1% kleiner als der Referenzwert der am gegebenen Datum gemessen worden ist. Dies ist ein Argument für die Gültigkeit des theoretisch berechneten Wertes, was darauf hinweist, dass es in der Durchführung trotz der Korrektur des Radius große systematische Fehler vorliegen. Die gemessenen Werte sind zusätzlich alle deutlich kleiner als der Literaturwert, dies lässt sich vermutlich darauf zurückzuführen, dass das Präparat fast 10 Jahre alt ist und unter den rücksichtslosen Händen der PAPern mishandelt worden ist, sodass sein Selbstbewusstsein sehr stark gesunken ist und deswegen die Erwartungen von der Gesellschaft nicht mehr erfüllen kann.

Interessanterweise lässt sich beobachten, dass je größer der Abstand zum Zählrohr, desto genauer scheint der Wert zu sein, sowohl im Verhältnis zum Literaturwert, als auch im relativen Fehler und in der Abweichung. Dies lässt sich wahrscheinlich geometrisch erklären, denn für etwas größere Abstände der Winkel mit welchem die Teilchen auf den Detektor treffen kleiner ist, und deswegen die Raumwinkelkorrektur nur noch eine kleinere Rolle spielt. Dies ist natürlich nur insofern gültig, als die γ -Quanten nicht von der Luft absorbiert werden, was aber eine vernachlässigbare Rolle spielt.

6 Quellen

Wagner, J., Universität Heidelberg (2021). Physikalisches Praktikum PAP 2.2 für Studierende der Physik B.Sc..

Anhang

VII Auswertung mit Python

In [1]:

```
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
import numpy as np
from numpy import exp, sqrt, log
from scipy.optimize import curve_fit
```

VII.1 Absorption von beta-Strahlung

In [2]:

```
# Nulleffekt
t0 = 300 # in s
N0 = 90
n0 = N0 / t0

# Werte aus Tabelle 1
xb = np.array([0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1, 2.4, 2.7, 3, 3.3, 3.6,
               3.9, 4.9]) # Absorberdicke in mm
tb = np.array([30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 120, 120, 120, 120, 120,
               300]) # Zeit in s
Nb = np.array([1169, 652, 414, 299, 194, 147, 71, 54, 22, 81, 62, 61, 47, 50,
               144]) # Impulse

# Werte
sig_Nb = sqrt(Nb) # Fehler der Impulse
nb = Nb / tb # Zählrate in s-1
sig_nb = sig_Nb / tb
n0b = nb[-1] # Nulleffekt beta
sig_n0b = sig_nb[-1]
zb = nb - n0b # Zählrate ohne Hintergrund
sig_zb = sqrt((sig_Nb / tb) ** 2 + (sig_n0b) ** 2)

# Plot
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.errorbar(xb[:-5], zb[:-5], yerr = sig_zb[:-5], fmt = '.', capsize = 2,
             label = 'Messwerte')
# Alle Werte kleiner als 10-2 wurden hier entfernt
plt.ylabel('Zählrate  $(n - n_0 \cdot \beta) [s^{-1}]$ ', size = 14)
plt.xlabel('Absorberdicke  $x [mm]$ ', size = 14)
plt.title('Zählrate als Funktion der Absorberdicke,  $\beta$ -Strahlung',
          size = 16)
plt.yscale('log')

# Fit
def expo(x, a, mu, b):
    return a * exp(- mu * x) + b

popt, pcov = curve_fit(expo, xb[:-5], zb[:-5], sigma = sig_zb[:-5])
x = np.linspace(0, 3, 100)

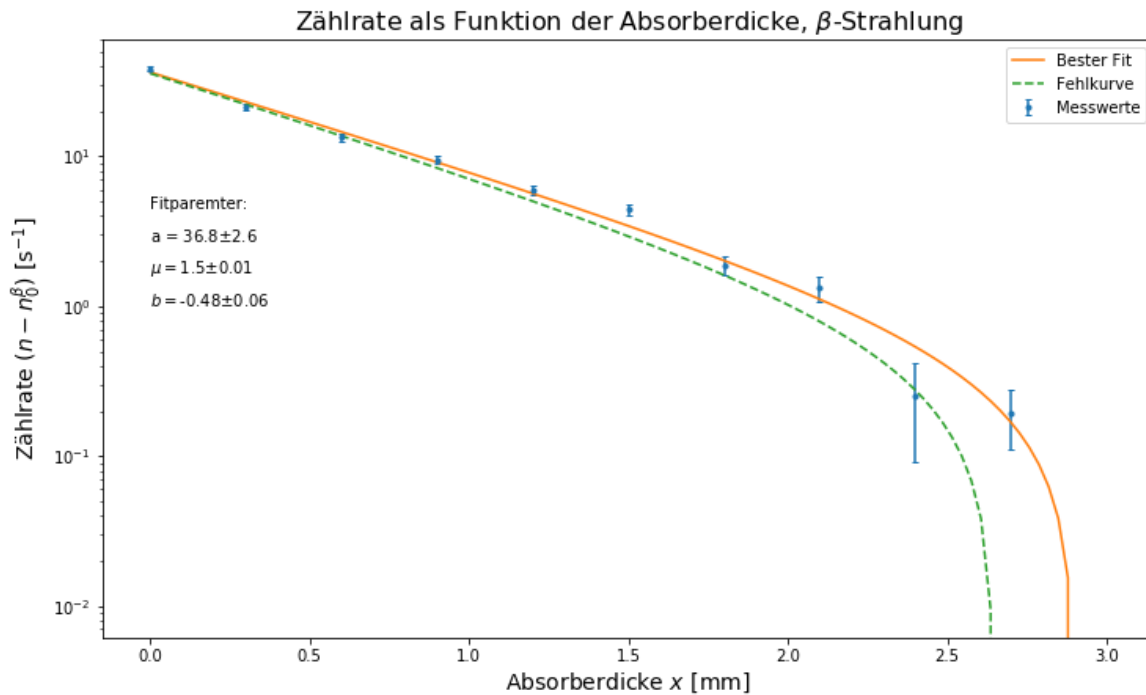
plt.plot(x, expo(x, *popt), label = 'Bester Fit')
plt.text(0, exp(1.5), 'Fitparameter:')
plt.text(0, exp(1), 'a = ' + str(np.round(popt[0], 1)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[0,0],2)))
plt.text(0, exp(0.5), '$\mu$ = ' + str(np.round(popt[1], 2)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[1,1],2)))
plt.text(0, exp(0), '$b$ = ' + str(np.round(popt[2], 2)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[2,2],2)))

# Fehlerkurve
zb_f = zb - sig_zb # Maximale Ablenkung von der ursprünglichen Kurve
sig_zb_f = np.sqrt(np.abs(zb_f))
popt_f, pcov_f = curve_fit(expo, xb[:-5], zb_f[:-5], sigma = sig_zb_f[:-5])
```

```
x = np.linspace(0, 3, 100)

plt.plot(x, expo(x, *popt_f), label = 'Fehlkurve', ls = '--')
plt.legend(loc = 'best')

plt.savefig('images/253/V253Diagramm1.png')
plt.show()
```



In [3]:

```
# Maximale Reichweite
a = popt[0]
mu = popt[1]
b = popt[2]
a_f = popt_f[0]
mu_f = popt_f[1]
b_f = popt_f[2]

xmax = -1 / mu * log(np.abs(b / a))
xmax_f = -1 / mu_f * log(np.abs(b_f / a_f))
sig_xmax = xmax - xmax_f
print('maximale Reichweite xmax = ' + str(np.round(xmax,2)) + '('
      + str(np.round(sig_xmax,1)) + ') ' + 'mm')
```

maximale Reichweite xmax = 2.9(0.3)mm

In [4]:

```
# Flächendichte Aluminium
rho_al = 2.7 # g / cm-3
Rb_es = 0.130 # g / cm-2

Rb_al = rho_al * (xmax * 10 ** -1) #
sig_Rb_al = rho_al * (sig_xmax * 10 ** -1)

print(Rb_al)
```

0.7829525673407145

VII.2 Absorption von gamma-Strahlung

In [5]:

```
# Werte aus Tabelle 2
xg = np.linspace(0,5,11) # cm
tg = 60 * np.ones(11) # s
Ng = np.array([1085, 767, 606, 414, 307, 278, 193, 143, 128, 109, 64])

# Werte
sig_Ng = np.sqrt(Ng) # Fehler der Impulse
ng = Ng / tg # Zählrate in s-1
sig_ng = sig_Ng / tg
n0g = ng[-1] # Nulleffekt gamma
sig_n0g = sig_ng[-1]
zg = ng - n0g # Zählrate ohne Hintergrund
sig_zg = sqrt((sig_Ng / tg) ** 2 + (sig_n0g) ** 2)

# Plot
plt.figure(figsize = (12,7))
plt.errorbar(xg[:,], zg[:,], yerr = sig_zg[:,], fmt = '.', capsize = 2,
             label = 'Messwerte')
plt.ylabel('Zählrate  $(n - n_0) \gamma$  [s-1]', size = 14)
plt.xlabel('Absorberdicke  $x$  [cm]', size = 14)
plt.title('Zählrate als Funktion der Absorberdicke,  $\gamma$ -Strahlung',
          size = 16)
plt.yscale('log')

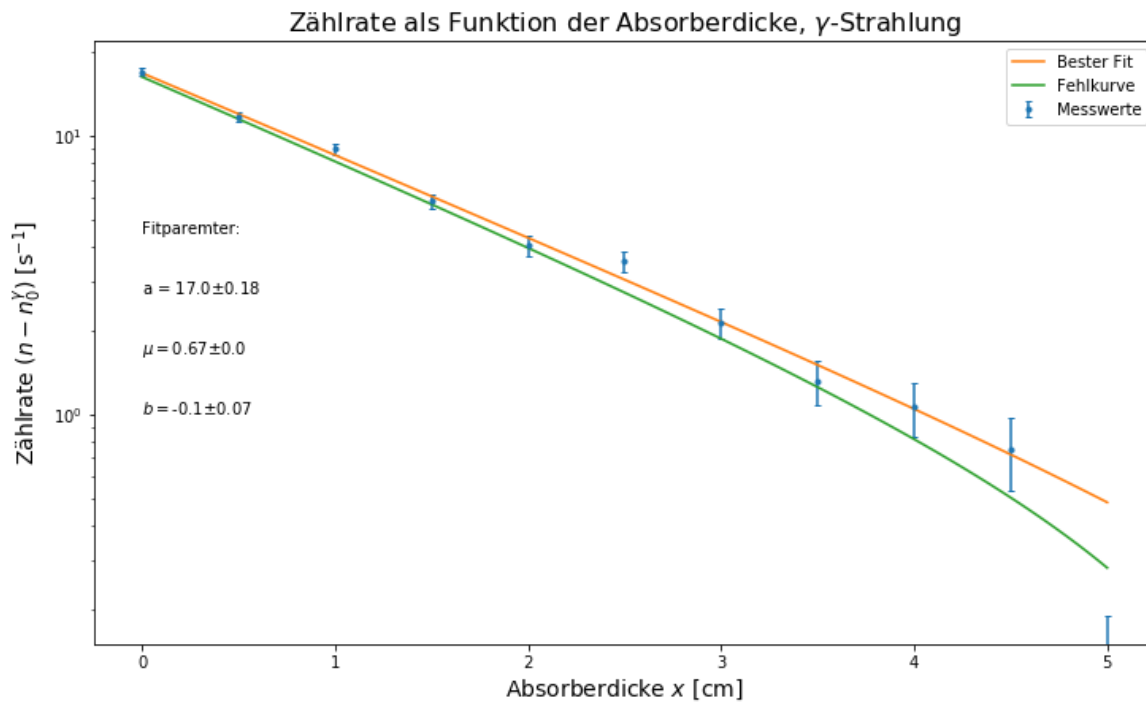
# Fit
popt, pcov = curve_fit(expo, xg[:-1], zg[:-1], sigma = sig_zg[:-1])
x = np.linspace(0, 5, 100)

plt.plot(x, expo(x, *popt), label = 'Bester Fit')
plt.text(0, exp(1.5), 'Fitparameter:')
plt.text(0, exp(1), 'a = ' + str(np.round(popt[0], 1)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[0,0],2)))
plt.text(0, exp(0.5), '$\mu$ = ' + str(np.round(popt[1], 2)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[1,1],2)))
plt.text(0, exp(0), '$b$ = ' + str(np.round(popt[2], 2)) + '$\pm$'
        + str(np.round(pcov[2,2],2)))

# Fehlerkurve
zg_f = zg - sig_zg # Maximale Ablenkung von der ursprünglichen Kurve
sig_zg_f = np.sqrt(np.abs(zg_f))
popt_f, pcov_f = curve_fit(expo, xg[:-1], zg_f[:-1], sigma = sig_zg_f[:-1])
x = np.linspace(0, 5, 100)

plt.plot(x, expo(x, *popt_f), label = 'Fehlkurve')
plt.legend(loc = 'best')

plt.savefig('images/253/V253Diagramm2.png')
plt.show()
```



In [6]:

```
# Schwächungskoeffizient
mu = pop_t[1]
mu_f = pop_t_f[1]
sig_mu = np.abs(pop_t[1]-pop_t_f[1])

print('Schwächungskoeffizient: mu = ' + str(np.round(mu,2)) + '(' +
      + str(np.round(sig_mu,2)) + ') / cm')

rho_Pb = 11.34 # g cm^-3

mu_rho = mu / rho_Pb
sig_mu_rho = sig_mu / rho_Pb
print('Massenschwächungskoeffizient mu / rho = ' + str(np.round(mu_rho,3))
      + '(' + str(np.round(sig_mu_rho,3)) + ')')
```

Schwächungskoeffizient: $\mu = 0.67(0.01) / \text{cm}$
 Massenschwächungskoeffizient $\mu / \rho = 0.059(0.001)$

VII.3 Bestimmung der Aktivität

In [7]:

```
# Werte Tabelle 3
dg = np.array([5, 10, 20]) # cm
sig_dg = 0.2 * np.ones(3)
tg = np.array([60, 60, 60]) # s
Ng = np.array([9074, 3472, 1145])
sig_Ng = sqrt(Ng)
ng = Ng / tg # s^-1
sig_ng = sig_Ng / tg

r = 0.7 # cm
d = 5 # cm
sig_d = 0.2 # cm
eps = 0.04

A = (4 * ng * dg ** 2) / (eps * r ** 2) # s^-1
sig_A = 4 / (eps * r ** 2) * sqrt( (sig_ng * dg ** 2) ** 2
                                     + (ng * 2 * sig_dg * dg) ** 2 )

print('A1 = ' + str(np.round(A[0],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A[0],-3)) + ')')
print('A2 = ' + str(np.round(A[1],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A[1],-3)) + ')')
print('A3 = ' + str(np.round(A[2],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A[2],-3)) + ')')
```

```
A1 = 772000.0(62000.0)
A2 = 1181000.0(51000.0)
A3 = 1558000.0(56000.0)
```

Raumwinkel-Korrektur

In [8]:

```
# Werte
l = 4 # cm

# Korrektur
A_korr = (4 * ng * (dg + l / 2) ** 2) / (eps * r ** 2) # dg, l, r in cm
sig_A_korr = 4 / (eps * r ** 2) * sqrt( (sig_ng * (dg + l / 2) ** 2) ** 2
                                         + (ng * 2 * (dg + l / 2) * sig_dg) ** 2 )

print('A1_korr = ' + str(np.round(A_korr[0],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A_korr[0],-3)) + ')')
print('A2_korr = ' + str(np.round(A_korr[1],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A_korr[1],-3)) + ')')
print('A2_korr = ' + str(np.round(A_korr[2],-3)) + '(' + str(np.round(sig_A_korr[2],-3)) + ')')
```

```
A1_korr = 1512000.0(88000.0)
A2_korr = 1701000.0(64000.0)
A2_korr = 1885000.0(65000.0)
```

Absorptions-Korrektur

In [9]:

```
rho_abs = 7.9 # g cm^-3
mu_abs = (mu / rho_Pb) * rho_abs
sig_mu_abs = sig_mu / rho_Pb * rho_abs
x = 0.14 # cm

A_korr_korr = A_korr * exp(-mu_abs * x)
sig_A_korr_korr = sqrt( (sig_A_korr * exp(-mu_abs * x)) ** 2
                        + (A_korr * x * sig_mu_abs * exp(-mu_abs * x)) ** 2 )

print('A1_korr_korr = ' + str(np.round(A_korr_korr[0],-3)) + '('
      + str(np.round(sig_A_korr_korr[0],-3))
      + ')', 'k_2 = ' + str(np.round(A_korr[0] / A_korr_korr[0],2)) )
print('A2_korr_korr = ' + str(np.round(A_korr_korr[1],-3)) + '('
      + str(np.round(sig_A_korr_korr[1],-3)) + ')')
print('A3_korr_korr = ' + str(np.round(A_korr_korr[2],-3)) + '('
      + str(np.round(sig_A_korr_korr[2],-3)) + ')')
```

```
A1_korr_korr = 1416000.0(82000.0)  k_2 = 1.07
A2_korr_korr = 1592000.0(60000.0)
A3_korr_korr = 1765000.0(61000.0)
```

Theoretische Aktivität

In [10]:

```
# Herstellerangaben
T_12 = 5.27 # Halbwertszeit in Jahre
A01 = 3700000 # Aktivität in s^-1
A02 = 1150000

t1 = 9.79 # Zeit seit Herstellung in Jahre
t2 = 0.87

A_theo_1 = A01 * exp(-log(2) * (t1 / T_12))
A_theo_2 = A02 * exp(-log(2) * (t2 / T_12))
A_theo = (A_theo_1 + A_theo_2) / 2
sig_A_theo = np.abs(A_theo_2 - A_theo_1)
print('A_theo =', np.round(A_theo,-3), '+/-' , np.round(sig_A_theo,-3))

# Probe:
t_010121 = 8.97
A_theo_010121 = A01 * exp(-log(2) * (t_010121 / T_12))
print('A_theo_010121 =', np.round(A_theo_010121,-3))
print('A_theo_010121 / A_02 =', A_theo_010121 / A02)

A_theo = 1023000.0 +/- 5000.0
A_theo_010121 = 1137000.0
A_theo_010121 / A_02 = 0.98883665137221
```

VII.4 Absorption von Alpha-Strahlung

In [11]:

```
# Werte aus Tabelle 4
pa = np.array([19, 115, 218, 269, 310, 324, 340, 352, 367, 388, 420])
ta = np.ones(11) * 60
Na = np.array([9505, 9375, 9521, 9259, 8288, 7474, 6296, 5077, 3464, 1447, 290])
sig_Na = sqrt(Na)
na = Na / ta
sig_na = sig_Na / ta

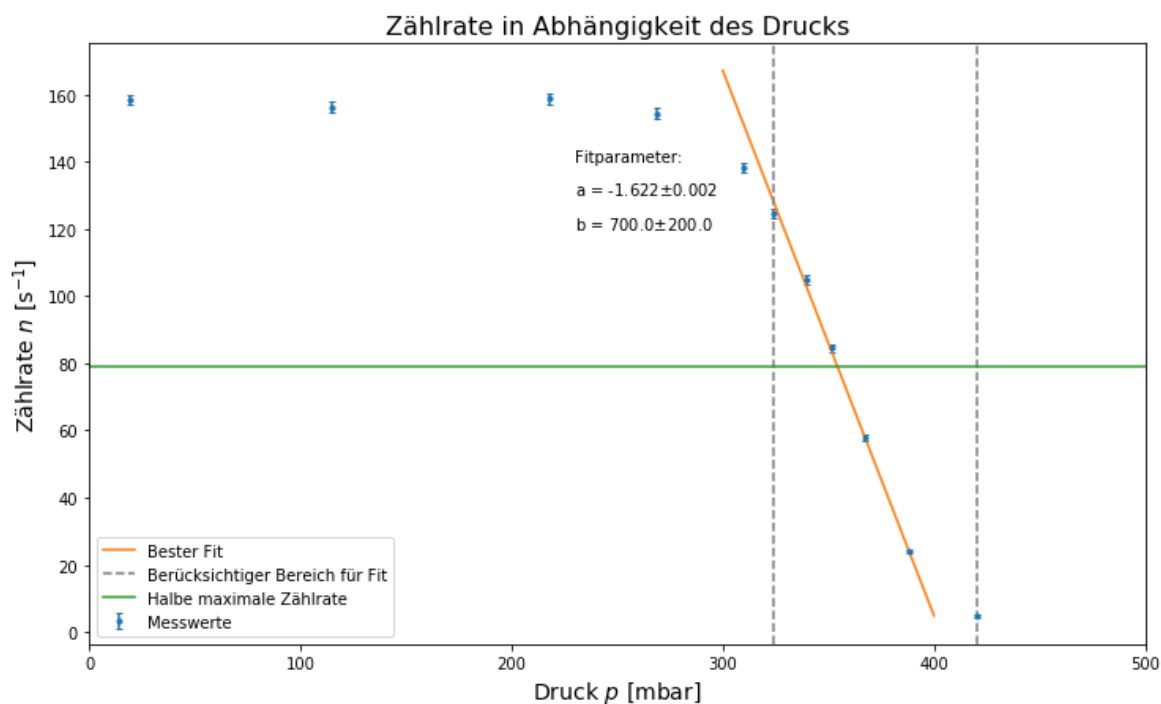
# Fit
def line(x, a, b):
    return a * x + b

popt, pcov = curve_fit(line, pa[5:-1], na[5:-1], sigma = sig_na[5:-1])
x = np.linspace(300,400,10)

# Plot
plt.figure(figsize = (12, 7))
plt.errorbar(pa, na, yerr = sig_na, fmt = '.', capsize = 2, label = 'Messwerte')
plt.plot(x, line(x, *popt), label = 'Bester Fit')
plt.text(230, 140, 'Fitparameter:')
plt.text(230, 130, 'a = ' + str(np.round(popt[0],3)) + '$\pm$' + str(np.round(pcov[0,0],3)))
plt.text(230, 120, 'b = ' + str(np.round(popt[1],-2)) + '$\pm$' + str(np.round(pcov[1,1],-2)))
plt.ylabel('Zählrate $n$ [s$^{-1}$]', size = 14)
plt.xlabel('Druck $p$ [mbar]', size = 14)
plt.axvline(pa[5], label = 'Berücksichtiger Bereich für Fit', ls = '--', color = 'gray')
plt.axvline(pa[-1], ls = '--', color = 'gray')
plt.xlim(0,500)
plt.title('Zählrate in Abhängigkeit des Drucks', size = 16)

plt.plot([0, 1e3], 2 * [0.5 * na[0]], label = 'Halbe maximale Zählrate')

plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('images/253/V253Diagramm3.png')
plt.show()
```

In [12]:

```
#Schnittpunkt
print(popt, pcov)
p_half = (0.5 * pa[0] - popt[1]) / popt[0]
sig_p_half = sqrt( (pcov[1,1] / popt[0]) ** 2 + ((0.5 * pa[0] - popt[1])
                                                    * pcov[0,0] / (popt[0] ** 2)) ** 2)

print('Halbdruck: p_half = ' + str(np.round(p_half,-1)) + '(' +
      + str(np.round(sig_p_half,-1)) + ')')
```

```
[ -1.62189123  653.62197753] [[ 1.76777202e-03 -6.50596892e-01]
 [-6.50596892e-01  2.40295590e+02]]
Halbdruck: p_half = 400.0(150.0)
```

In [13]:

```
# Reichweite
s0 = 3.95 # cm
sig_s0 = 0.05 # cm
p0 = 1013 # mbar

s1 = p_halb / p0 * s0 # Reichweite bei Halbdruck
sig_s1 = sqrt( (sig_p_halb / p0 * s0) ** 2 + (p_halb / p0 * sig_s0) ** 2)

print('Reichweite: s1 = ' + str(np.round(s1,1)) + '('
      + str(np.round(sig_s1,1)) + ')')

# Korrektur
rho_Gl = 2.25 # mg cm^-2
s2 = rho_Gl / 1.43 # cm

s3 = 0.68 # cm

s_ges = s1 + s2 + s3
sig_s_ges = sig_s1
print('Reichweite mit Korrekturen: s_ges = ' + str(np.round(s_ges,1)) + '('
      + str(np.round(sig_s_ges,1)) + ')')
```

Reichweite: s1 = 1.5(0.6)

Reichweite mit Korrekturen: s_ges = 3.8(0.6)

In []: