¿Por qué la solución de sólido semi-infinito es válida solo si Fo<0.05?

La solución en términos de "ferc" para el perfil de temperatura dentro de un sólido en el qué en el estado inical estaba a T0, y para t>0 se fuerza la temperatura de la superficie a Ts, es válida en la medida que se mantenga la condición de borde a partir de la cual se obtuvo, es decir, que T->T0 cuando x->oo.

Para que esto suceda, se me ocurre que por lo menos la temperatura en el centro, nunca tiene que dejar de ser distitna de T0.

Dicho de otra manera, si solo nos limitamos a usar el modelo en el lapso de tiempo entre el estado inical y un instante anterior en que el "frente de avance" llega al centro, podemos usar la solución propuesta.

De esto surge: ¿Cual es la posición del frente de onda?

Propongo definirlo en términos de la penetración térmica:

Penetración térmica: $\delta = \sqrt{\pi\cdot\alpha\cdot t}$

¿Cuánto vale η para 2δ? $\eta(2\delta) = \sqrt{\pi}$

$\Theta(\eta) := 1 - \mathrm{erf}(\eta)$ $\qquad \Theta(\sqrt{\pi}) = 0.012$

Decir que el frente de avance se encuentra siempre a 2δ, lo mismo que decir que decir que se encuentra en el punto en el que la (T0-T)=1.2% de (T0-Ts).

Entonces, si pedimos que el frente de avance no llegue al centro, pedimos: L>2δ

$L > 2\cdot\delta$ --> $L^2 > 4\delta^2$ --> $L^2 > 4\pi\alpha\cdot t$ --> $\frac{\alpha\cdot t}{L^2} < \frac{1}{4\pi}$ $\qquad \frac{1}{4\pi} = 0.08$

Entonces, tomamos Fo<=0.05 para asegurarnos que el frente de avance no llegó al centro, y así utilizar la solución propuesta.

Otra opción sería proponer que el frente de avance se encuentra en la posición en la que Θ=0.005 que es el valor que toma Θ para η=2. Lo que estamos diciendo que el transcurrido el tiempo t, el frente de avance va a estar en el punto en el que (T0-T)=0.5% de (T0-Ts). (Propuesto así, este límite estaría mas retrazado que el anterior).

Si esto fuese así, podemos pedir solo vamos a usar el modelo en la medida que el frente de avance no haya recorrido el 90% de la distancia entre la superficie y el centro, para asegurarnos que la solución es válidad. Esto equivale a decir que x=0.9L y η=2, entonces podemos depejar el tiempo que tarda el frente de avance en llegar a esa posición:

$2 = \frac{0.9\cdot L}{\sqrt{4\cdot\alpha\cdot t}}$ --> $\frac{16}{0.9^2} = \frac{L^2}{\alpha\cdot t}$ $\qquad \frac{\alpha\cdot t}{L^2} = 0.051$

De lo anterior, podríamos agregar que el frente de avance tarda un 5% del tiempo característico del problema en alcanzar el 90% del espesor del material.

Para t=0.05τc, η(L,t)=5

$\Theta(5) = 1.537\times10^{-12}$ Efectivamente, la perturbación no llegó al centro.