

# Robótica Móvil

Segundo cuatrimestre de 2025

Departamento de Computación - FCEyN - UBA

Percepción (Parte II) - clase 10

Sensado con LiDAR e IMU

# Sensado

¿Qué sensores vimos hasta ahora?

- Sensor de contacto (un botón o *bumper*).
- Telémetro infrarrojo (IR).
- Sonar de ultrasonido.
- Odómetro (*encoder*).

Para poder resolver los problemas que vamos a estudiar en la segunda parte de la materia (localización, planificación de trayectorias, construcción de mapas) no alcanzan. Hoy vamos a ver:

- IMU (Inertial Measurement Unit, giróscopo + acelerómetro).
- LiDAR (Light Detection and Ranging).

# Giróscopo: principio de funcionamiento

El giróscopo funciona gracias al efecto Coriolis:

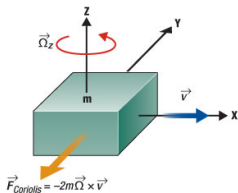
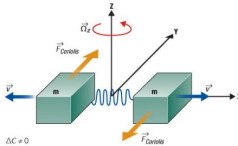


Figura: Efecto Coriolis.

- Cuando una masa  $m$  se mueve en una dirección  $v$  respecto de un sistema de referencia con una velocidad angular  $\Omega_z$ , la masa experimenta una fuerza en la dirección perpendicular al eje de rotación del sistema y a la velocidad del cuerpo (efecto Coriolis).
- El desplazamiento físico de la masa causado por el efecto Coriolis puede ser leído por un sensor capacitivo que mide la capacitancia  $C$  en función de la permitividad del dieléctrico  $\varepsilon$ , el área efectiva de las placas  $A$  y la distancia entre ellas  $d$ :  $C = \frac{\varepsilon A}{d}$ .

# Giróscopo: principio de funcionamiento

En general, los giróscopos MEMS (Microelectromechanical Systems) usan una configuración de diapasón:



**Figura:** Efecto Coriolis en una configuración de diapasón.

- Dos masas oscilan constantemente en direcciones opuestas. Al aplicar una velocidad angular al sistema, las fuerzas de Coriolis actúan en sentidos contrarios para cada masa, resultando en una diferencia capacitiva.
- Esta diferencia capacitiva es proporcional a la velocidad angular, y puede ser convertida en una señal analógica o digital.

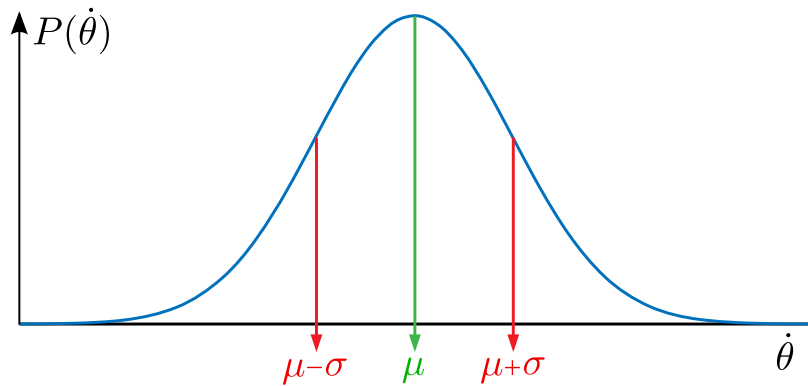
## Giróscopo: modelo

- El giróscopo está sujeto a un sesgo (*bias*) y a un ruido.
- Utilizamos un modelo para describir la velocidad angular  ${}^{IMU}\boldsymbol{\Omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]$  medida por el sensor en un instante de tiempo:

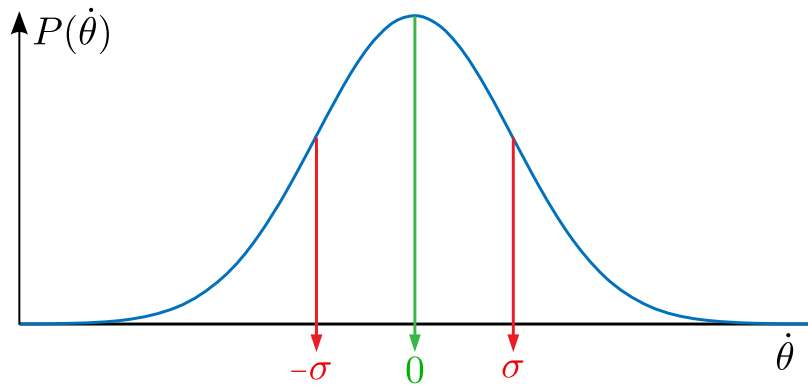
$${}^{IMU}\boldsymbol{\Omega} = {}^{IMU}\boldsymbol{\Omega}^* + \mathbf{b}_{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\Omega}}$$

a partir de la velocidad angular real del sistema  ${}^{IMU}\boldsymbol{\Omega}^*$ , un bias constante  $\mathbf{b}_{\boldsymbol{\Omega}}$  y un ruido (gaussiano con media 0) de medición  $\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\Omega}}$ .

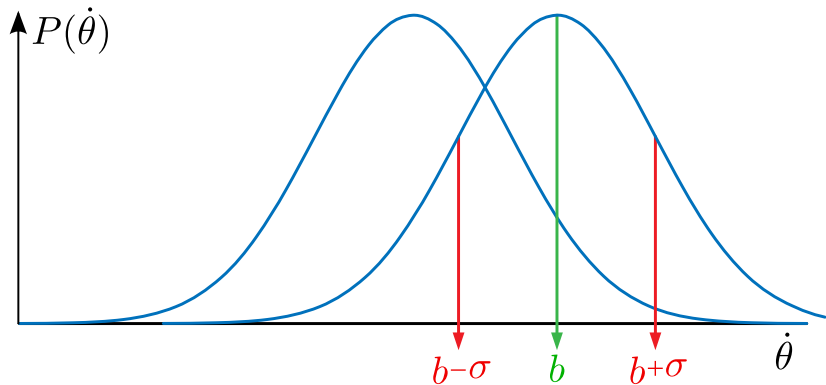
## Ruido y Sesgo



## Ruido y Sesgo



## Ruido y Sesgo



¿Cómo se podría corregir esto?  
Tenemos que restar el bias!



# Giróscopo: calibración

¿Por qué el **giróscopo** necesita calibrarse?

- Errores de calibración de fábrica.
- Cambios de temperatura (*warm-up effect*).
- Cambios en la fuerza de gravedad (dependiendo de la aplicación).
- Si queremos obtener la velocidad angular real  ${}^{IMU}\Omega^*$ , hace falta poder estimar los otros términos.
- $\mu_{\Omega}$  lo modelamos como un ruido gaussiano con media cero. Un promedio del mismo tenderá a **0** cuando el  $n$  tienda a  $\infty$ .
- Entonces, suponiendo que podemos dejar el giróscopo completamente quieto en un intervalo de tiempo (de calibración), y tomamos el promedio de  $n$  mediciones:

$$\frac{\sum {}^{IMU}\Omega}{n} = \frac{\sum {}^{IMU}\Omega^*}{n} + \frac{\sum \mathbf{b}_{\Omega}}{n} + \frac{\sum \mu_{\Omega}}{n} = \frac{\mathbf{0}}{n} + \frac{n \cdot \mathbf{b}_{\Omega}}{n} + \frac{\mathbf{0}}{n} = \mathbf{b}_{\Omega}$$

obtenemos una estimación del sesgo o bias del sensor.

## Giróscopo: integración

- El giróscopo nos da una estimación de la velocidad angular para cada instante de tiempo.
- Sin embargo, nos interesa saber la orientación del robot, no su velocidad angular.
- Podemos estimar la orientación integrando numéricamente la velocidad angular en pequeños incrementos:

$$\Delta\theta = \Delta t (^{IMU}\Omega - \mathbf{b}_\Omega)$$
$$\theta_{t_{k+1}} = \theta_{t_k} + \Delta\theta$$

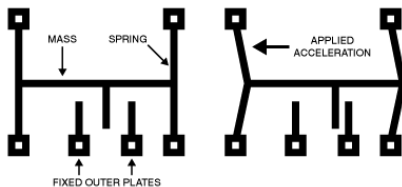
donde  $^{IMU}\Omega$  es la última velocidad angular medida,  $\mathbf{b}_\Omega$  es el bias previamente estimado y  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$  es el tiempo transcurrido entre la última medición y la actual.

¿Qué sucede cuando trabajamos con cuaterniones?

$$Q_{t_{k+1}} = Q_{t_k} \cdot \Delta Q$$

# Acelerómetro: principio de funcionamiento

El acelerómetro nos permite medir las aceleraciones.



- Un acelerómetro MEMS típicamente consiste de una masa con la libertad de moverse en una dimensión, y dos conjuntos de placas capacitivas: uno de ellos sujeto al sustrato, y otro sujeto a la masa.
- Una aceleración del sistema, produce un desplazamiento de la masa, generando una diferencia en la capacitancia entre las placas fijas y móviles.
- A partir de esa diferencia en la capacitancia se estima la aceleración.

## Acelerómetro: modelo

Al igual que con el giróscopo, utilizamos un modelo para describir la aceleración  ${}^{IMU}\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]$  experimentada por el sensor en un instante de tiempo:

$${}^{IMU}\mathbf{a} = {}^{IMU}\mathbf{a}^* - {}^{IMU}\mathbf{g}^* + \mathbf{b}_a + \boldsymbol{\mu}_a$$

donde  ${}^{IMU}\mathbf{g}^*$  es la aceleración de la gravedad,  $\boldsymbol{\mu}_a$  es el ruido gaussiano con media 0 de la medición y  $\mathbf{b}_a$  un desvío constante (bias) de los valores.

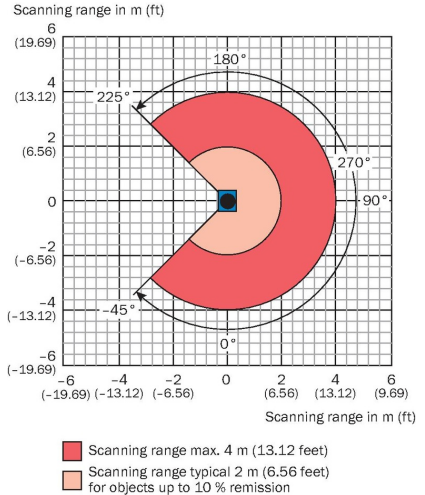
En general se puede considerar que  $\mathbf{b}_a = 0$  ya que suele ser despreciable.

# Telémetro láser (o láser)



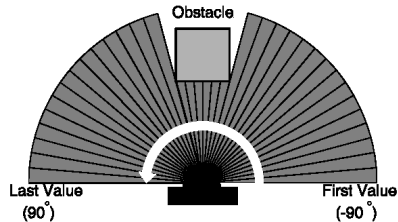
Datos importantes:

- Apertura angular (min, máx).
- Resolución o incremento.
- Rango.



# Telémetro láser: mediciones

- Una medición en un instante de tiempo determinado, se suele representar con un arreglo de  $n$  posiciones.
- Cada posición representa la medición en una dirección angular  $\varphi$  distinta, y cada valor indica la distancia  $r$  que midió el láser en esa dirección particular.
- Luego, para cada instante de medición obtenemos una colección de coordenadas polares  $(r_i, \varphi_i)$ .



El ángulo  $\varphi_i$  correspondiente a la posición  $i$  del arreglo se puede encontrar como:

$$\varphi_i = \varphi_{min} + i \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{n}$$

# Telémetro láser: representación en coordenadas polares

→ Cuando detectamos obstáculos, es útil saber su posición en coordenadas cartesianas  $(x_i, y_i)$ , no polares.

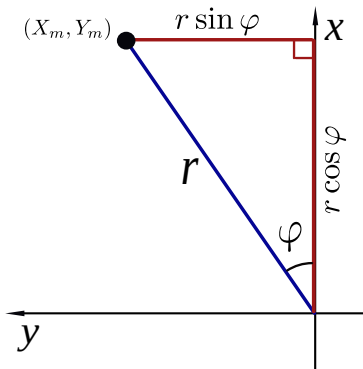
→ Para pasar un punto representado en coordenada polares  $(r, \varphi)$  a una representación cartesiana  $(x, y)$  hacemos:

$$X_m = r \cdot \cos(\varphi)$$

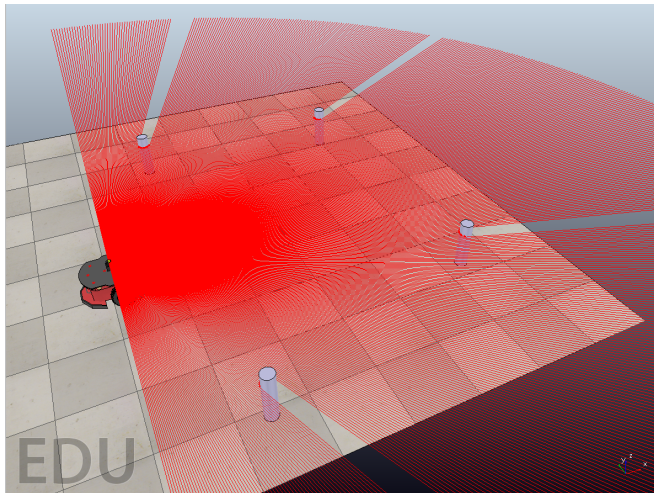
$$Y_m = r \cdot \sin(\varphi)$$

$$r = \sqrt{X_m^2 + Y_m^2}$$

$$\varphi = \text{atan2}(Y_m, X_m)$$

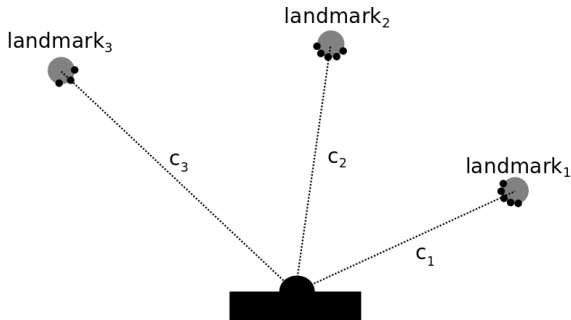


# Detección de postes mediante un sensor LiDAR 2D





# Detección de postes mediante un sensor LiDAR 2D

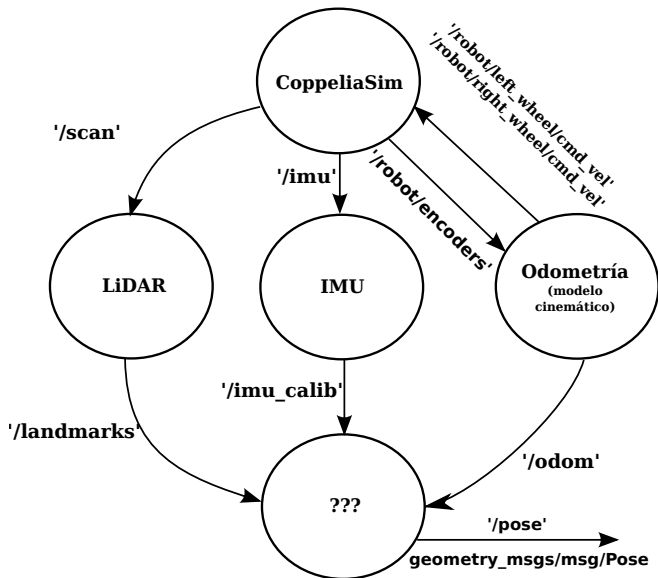


$l_k^i$  : son las  $k$  mediciones del landmark  $i$        $l_{min} = \min\_dist(l_k^i, laser)$   
 $c_i = l_{min} + \text{normalize}(l_{min}) \times \text{radio}(\text{landmark}_i)$

Por último, esto está escrito en coordenadas del sensor, para pasarlo a coordenadas del robot finalmente hay que hacer:

$${}^R c_i = {}^R T_S {}^S c_i$$

Para el Taller, ¿qué vamos a ver ahora?



# Mensajes de la IMU

## sensor\_msgs/msg/Imu

std\_msgs/Header header

geometry\_msgs/msg/Quaternion orientation

geometry\_msgs/msg/Vector3 angular\_velocity

geometry\_msgs/msg/Vector3 linear\_acceleration

## std\_msgs/Header

uint32 seq

time stamp

string frame\_id

La información de la orientación no viene dada directamente por el sensor (porque mide velocidades, no orientaciones). Por lo tanto, **depende de la integración que utilicemos sobre las mediciones.**

$$Q_{t_{k+1}} = Q_{t_k} \cdot \Delta Q$$

# Mensajes del sensor LiDAR

## sensor\_msgs/msg/LaserScan

std\_msgs/Header header

float32 angle\_min

float32 angle\_max

float32 angle\_increment

float32 range\_min

float32 range\_max

float32[] ranges

## std\_msgs/Header

uint32 seq

time stamp

string frame\_id

La información va a estar en relación al marco de coordenadas del láser. Se aplican transformaciones para **traducir la información al marco de coordenadas del robot**.

$${}^R C_i = {}^R T_S {}^S C_i$$

# Mensajes de las referencias/landmarks

robmovil\_msgs/msg/LandmarkArray

std\_msgs/Header header

Landmark[] landmarks

robmovil\_msgs/msg/Landmark

float32 range

float32 bearing

# Un poco de la librería geométrica tf2

<https://wiki.ros.org/tf2>

**tf2::Vector3:**

- **vec1 + vec2** : suma de vectores
- **vec1 · vec2** : multiplicación de vectores **elemento a elemento**
- **vec1.dot(vec2)** : producto escalar entre vectores
- **vec1 · scalar** : multiplicación de vectores por un escalar
- **vec1 / scalar** : división de vectores por un escalar
- **vec1.length()** : norma 2 del vector
- **vec1.normalize()** : se normaliza el vector

**tf2::Quaternion delta\_q;**

**delta\_q.setRPY(roll, pitch, yaw);**

- calcula  $\Delta Q$  cuando queremos resolver  $Q_{t_{k+1}} = Q_{t_k} \cdot \Delta Q$