Probabilidad y Estadística (Finanzas Cuantitativas)

2022

MFIN – Universidad Torcuato Di Tella
Prof. Sebastián Auguste
sauguste@utdt.edu

CAPÍTULO 2

Capítulo 2. Probabilidad y Estadística. Teoría de portafolios

Probabilidades. Decisiones bajo incertidumbre. Árboles de decisiones. Introducción a Opciones Reales. El valor de la información

- Newbold. Cap 4.1 a 4.4, 4.7, 5.1 a 5.3. Libro básico pero claro de estadística, se dio en la nivelación
- Defusco cap 4. (ser sobre todo sección 4.3. sobre medición de retorno y riesgo en portafolios)
- Cap 1 de Kirkwood C. W., Decision Tree Primer
- Parte 1 de Damodaran "Probabilistic Approaches: Scenario Analysis, Decision Trees and Simulations" sobre Decision Trees
- Defusco cap 11 (excepto lo de modelos multifactores -APT-, que está bueno que lo lean porque hablaremos del tema en clase)

OBJETIVO

- Prácticamente toda las decisión en Finanzas son bajo incertidumbre, esto es, no se ex ante cuál va a ser el resultado de mi decisión, y el mismo está afectado por factores que no controlo, que son "aleatorios" (es decir, tienen probabilidades de ocurrencia).
- La pregunta interesante es cómo decidimos, o habría que decidir, en un contexto de incertidumbre. Obviamente como miramos hacia adelante y hablamos de variables aleatorias, entra en juego las probabilidades, lo que espero y cómo la realidad se puede alejar de lo que espero (riesgo).

INDICE PPT

1. INTRO AL PROBLEMA DE DECISIÓN BAJO INCERTIDUMBRE

Volver al índice

MINICASO CITCITY

A continuación les propongo pensar una simple decisión de negocios, tengo que decidir cómo envío los productos a un mercado. Les pido que lo piensen con lo que tienen disponible, luego veremos qué se sugiere en el curso para resolver, por ahora el tema es pensar qué haría ustedes.

MINICASO CITCITY

La empresa en la que trabaja quiere hacer un envío de mercadería valuada en $5 millones por camión a la lejana ciudad de Citcity. Se estima que la probabilidad de que lo roben en el trayecto es de 10%. Tiene que escoger una de las siguientes opciones:

a. Comprar un seguro contra robo por una prima de $ 750.000, que en caso de robo le restituye un total de $5 millones.

b. Contratar un servicio de seguridad, que acompaña al camión en el trayecto, que si bien no elimina por completo el riesgo de robo, reduce su probabilidad a tan solo 1% (en lugar de 10%). El costo de esta empresa de seguridad es de $ 500.000

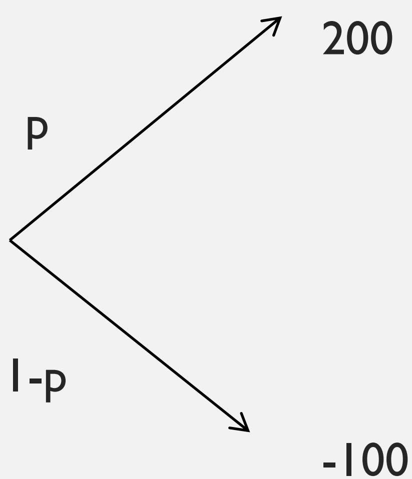
c. No hacer nada (no compra ni seguro ni paga un servicio de seguridad)

¿Cuál de las tres opciones elige? Justifique su respuesta

- El objetivo del caso es mostrarles como aún en una decisión muy sencilla el hecho de tener en cuenta escenarios y probabilidades complica el análisis.
- Si no se cuenta con una manera formal de encarar el problema, hay riesgos altos de cometer errores o tomar decisiones de forma apresurada y sin tener en cuenta la información.

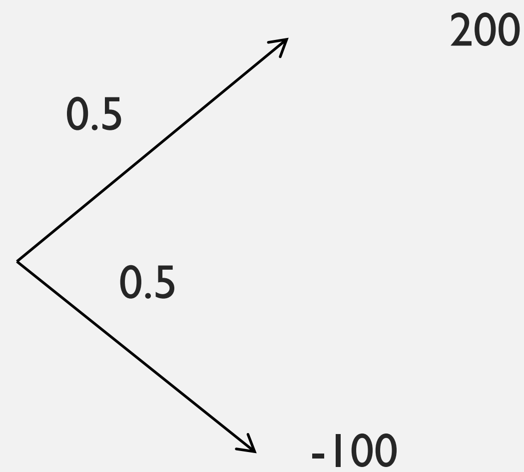
IGNORANCIA VS INCERTIDUMBRE

Ignorancia (ambiguedad)



Sé los escenarios y pagos, pero No sé las probabilidades de ocurrencia

Incertidumbre



Tengo escenarios posibles, pagos en cada escenario, y probabilidades de ocurrencia de dichos escenarios

- En una decisión bajo incertidumbre debo en primer lugar entender que hay escenarios posibles y determinar esos escenarios, luego darme cuenta cuales son mis pagos en cada escenario, que pueden ser pagos monetarios, u otro tipo de pagos, finalmente debo asignarle probabilidades de ocurrencia a esos escenarios que cumplan con las reglas de probabilidades (que todos los escenarios sumen 1, que ninguna exceda 1 o sea menor que 0).
- Esto no es fácil en la vida real, pero justamente pensar en estas tres dimensiones, tratar de definirlas, es precisamente un ejercicio que nos hace racionalizar más el caso y tener menos chances de cometer errores.
- Llamamos de forma abstracta a los escenarios posibles "Estados de la Naturaleza", que son las cosas que pueden pasar

ALGUNAS REGLAS DE DECISIÓN BAJO IGNORANCIA

En Teoría de Decisiones (Administración de Empresas) se han tratado de determinar reglas que permitan tomar decisiones evitando la difícil tarea de asignar probabilidades. Algunas de estas reglas son:

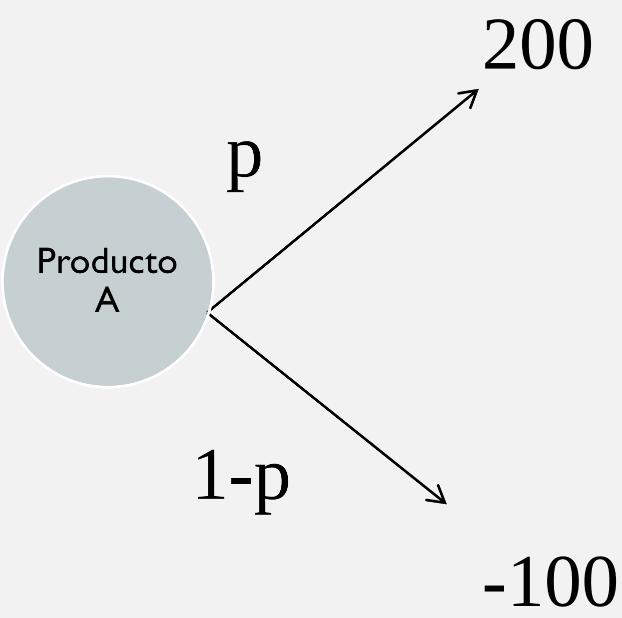
a) Dominancia (a›b si los pagos de a son mejores a los de b en cada "estado de la Naturaleza")

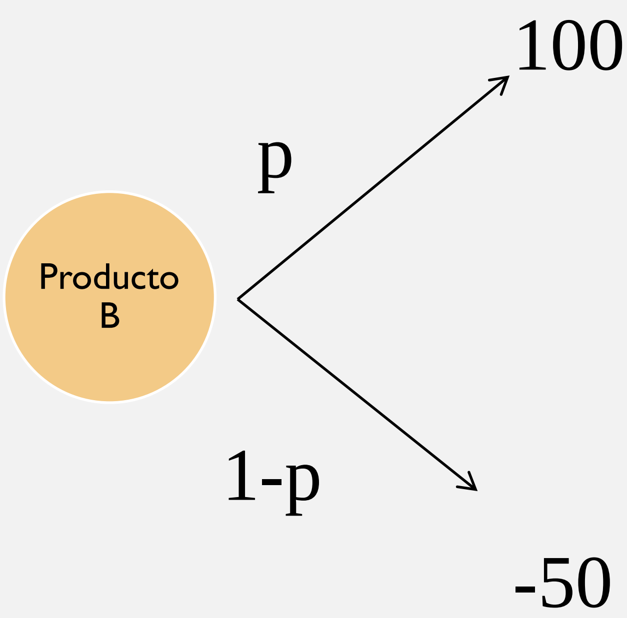
b) Maxmin (a›b si el peor pago de a es mejor que el peor de b)

c) Maxmax (a›b si el mejor pago de a es mejor que el mejor de b)

d) Optimista/Pesimista (uno fija su optimismo de 0 a 1 y sopesa el mejor y peor pago con esa tasa de optimismo)

Tengo que elegir entre lanzar el producto A y el producto B. Tengo dos escenarios posibles para la economía de este año, que las medidas tomadas por el gobierno sean exitosas y la Argentina vuelva a crecer a tasas elevadas a partir de julio (que ocurre con una probabilidad p que desconozco), o bien que no tengan éxito y que se la economía entre en problemas. Los números indican ganancias para la empresa. ¿Qué elijo según cada uno de los criterios antes mencionados?

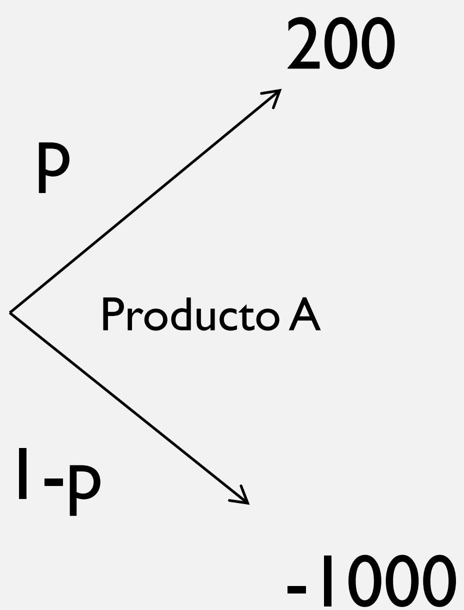


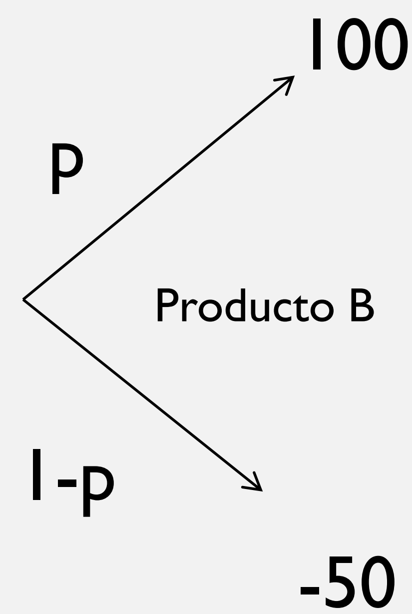


Problema de estos enfoques:

(1) no tienen en cuenta todos los pagos. Ejemplo maxmax elijo producto A y no tengo en cuenta que puedo perder mucho en el escenario malo.

(2) No tiene en cuenta probabilidades: ¿y si "*p*" es muy chica? Ignorar la probabilidad es ignorar una parte muy relevante del problema y que vale la pena pensar más





II. PROBABILIDADES

[Volver al índice]

TEST 2.0 VERSIÓN 2022

¿DE DONDE VIENEN LAS PROBABILIDADES?

DEFINICIÓN FORMAL - AXIOMAS DE PROBABILIDAD DE KOLGOMOROV -

- Sea A un evento y S el espacio con todos los eventos posibles, una medida de probabilidad P satisface:

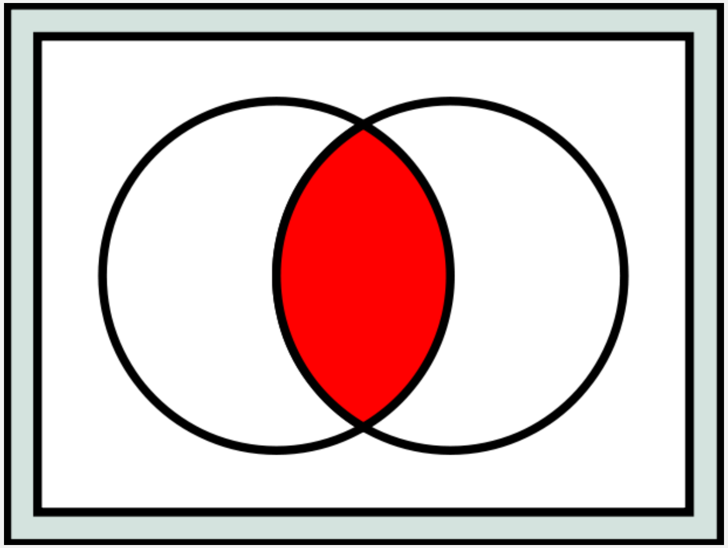
  a) $\mathrm{P}(A) \geq 0 \quad \forall A \subseteq S$

  b) $\mathrm{P}(S) = 1$

  c) $\mathrm{P}(A \cup B) = P(A) + P(B)\ si\ A\ y\ B\ son\ eventos\ independientes$

Definición probabilidad condicional. Si A y B son dos eventos en S y $P(A) \neq 0$ la probabilidad condicional que se de B dado que se dio A es:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Definición de Independencia: Dos eventos, E y B, son "independientes" si:

$$p(E/B) = p(E) \qquad \text{ó} \qquad p(E \cap B) = p(E).p(B)$$

En criollo: que B suceda no me da información respecto a E (no afecta la probabilidad de ocurrencia de E que yo tenía antes de conocer B).

JUEGO DEL CUMPLEAÑOS

- Reglas simples de probabilidad usualmente no se usan correctamente en nuestros calculos mentales. Nos cuesta
- Para ver formalmente la resolución del juego, es más fácil computar la probabilidad de que al menos dos cumplan el mismo día usando el complemento, computando primero la probabilidad de que ninguno cumpla el mismo día, y luego hacer 1 menos esto:- usamos regla $P(A) = 1 - P(A^c)$.
- En el juego, si hubiera solo dos personas, tomemos primero a "Cacho" que cumplió años el 14/7. Esto ya lo sabemos, lo que tiene probabilidad 1 (365/365). La probabilidad de que ninguno cumpla el mismo día (asumiendo sus nacimientos son independientes) es:
  - (365/365) * (364/365) = (364/365) = 0,99726
- Prob (Cacho cumpla el 14 de julio) x Prob(Luis cumpla cualquier día menos el 14 de julio)

JUEGO DEL CUMPLEAÑOS

- Si hubiera tres personas

  $(365/365) * (364/365) * (363/365) = (365 \times 364 \times 363)/(365^3) = 0{,}99726$

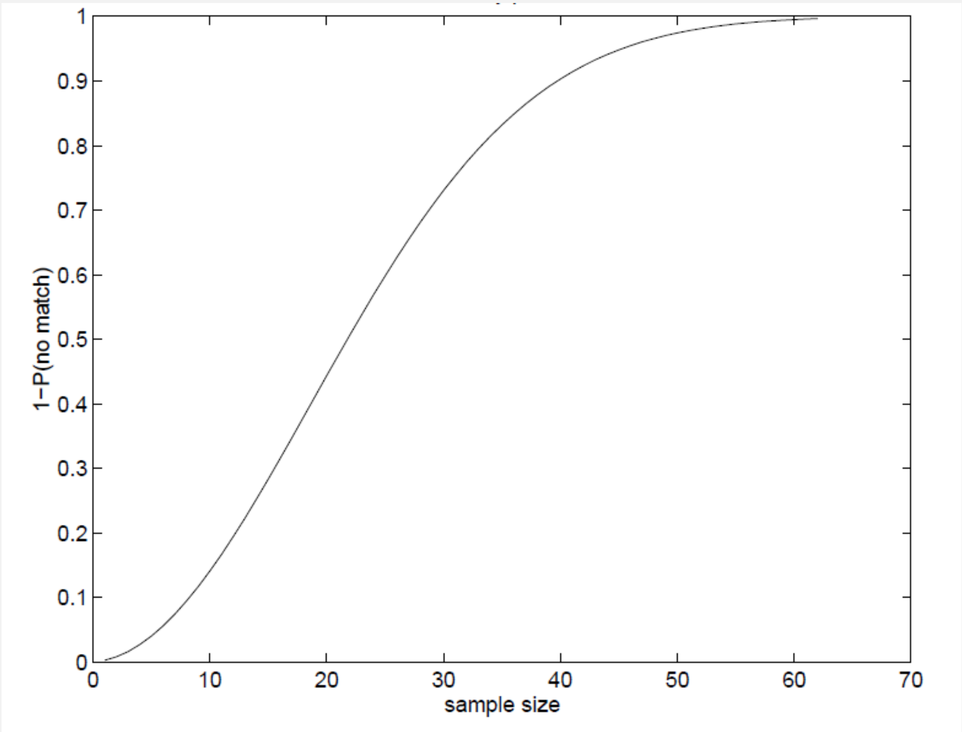
Recordar $n! = 1*2*3*\ldots*(n-1)*n$

- con n personas

  $(365!/(365-n)!)/365^n$

- Es fácil notar que si n tiende a infinito, este valor tiende a cero!!
- Por lo que la probabilidad del complemento (que al menos dos cumplan el mismo día) tiende a 1!!!!!

- Distribución de probabilidades en el juego, para los distintos n posibles



# personas	60	50	40	30	23	20
probabilidad de dos cumpleaños el mismo día	0.994	0.970	0.891	0.706	0.501	0.411

REGLA DE BAYES

- Si P(A) $\neq 0$:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Si P(B) $\neq 0$ también es cierto que:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

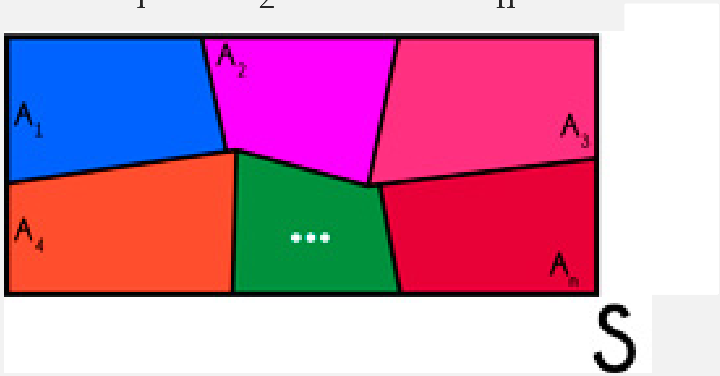
- Combinando ambas llegamos a

$$P(B/A) = \frac{P(A/B)P(B)}{P(A)}$$

- Conocida como regla de Bayes

PROBABILIDAD TOTAL

- Definición de Partición: $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, es una partición de un espacio muestral S si son eventos mutuamente excluyentes ($A_i \cap A_j = \varnothing \ \forall i \neq j$) y colectivamente exhaustivos $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = S$

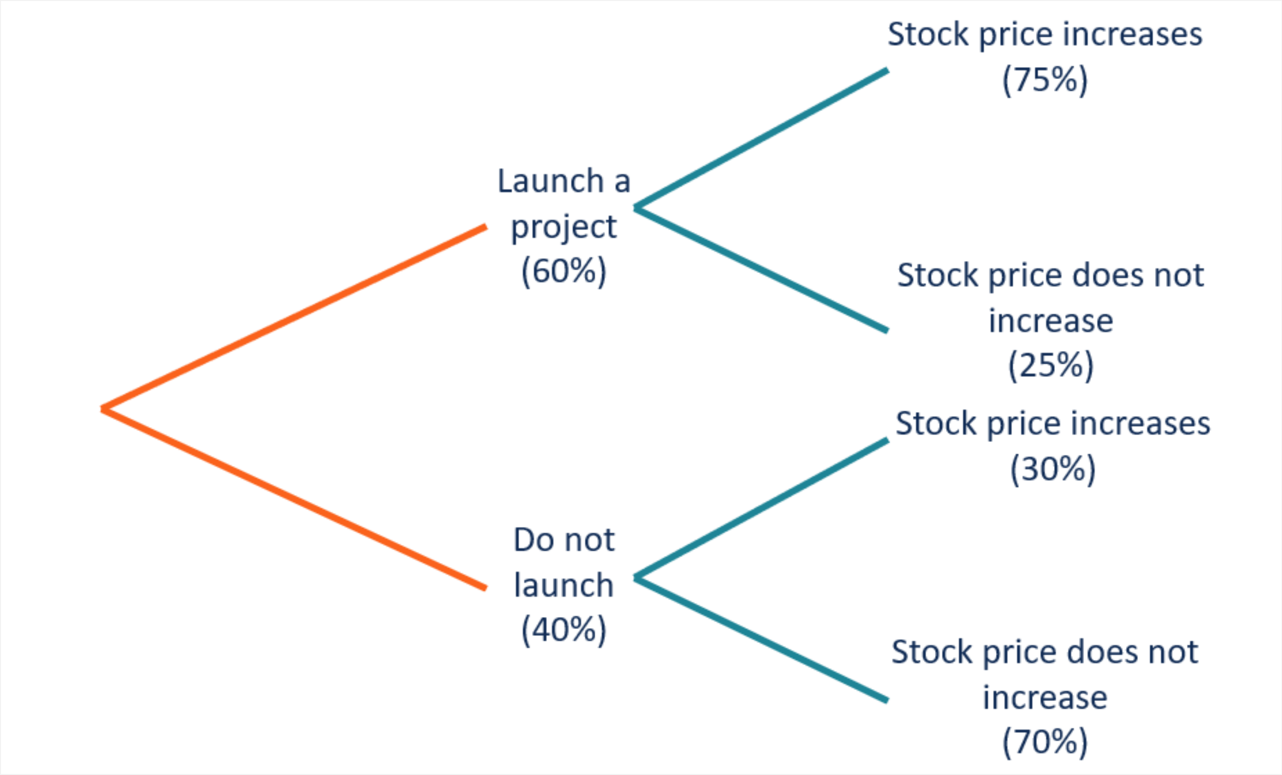


Teorema de la probabilidad total

- Sean $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, eventos que forman una partición del espacio muestral S, y sea B otro evento cualquiera del espacio muestral S, entonces la probabilidad del evento B se puede obtener de la siguiente manera:

$$P(B) = P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + \cdots + P(A_n).P(B|A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B|A_i)$$

- Usted es un analista que está estudiando a la empresa NAC Corp. Esta empresa está planeando lanzar un nuevo producto que afectaría el precio de su acción.
- Usted cree que la probabilidad de lanzar el producto es de 60%, y que si se lanza la probabilidad de que el precio de la acción suba es de 75%. En el caso que el producto no se lance la probabilidad de que la acción suba es de tan solo 30%.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la acción suba?



- P(Launch a project|Stock price increases) = 0.6 × 0.75 = 0.45
- P(Do not launch|Stock price increases) = 0.4 × 0.30 = 0.12
- Usando la Regla de la Probabilidad Total:

P(Stock price increases) = P(Launch a project|Stock price increases) + P(Do not launch|Stock price increases)

= 0.45 + 0.12 = 0.57

EJEMPLO DE LEARGNING EN FORENSIC ANALYSIS

- Usted sospecha que su portfolio manager puede ser corrupto y tiene ganas de echarlo. Hoy cree que la probabilidad de que lo sea es de 30%, pero quiere esperar a tener más evidencia antes de tomar una decisión.
- Usted sabe que un portfolio manager corrupto gestiona mal la cartera y tiene mayor probabilidad de tener un mal desempeño (un retorno anual por debajo del benchmark). Esta probabilidad la estima en 0.75.
- Ahora es perfectamente posible que su portafolio pierda respecto al bechmark aún si su portfolio manager NO es corrupto, probabilidad que usted cree es 0.35.
- Si al finalizar el año su portafolio perdió respecto al benchmark., ¿cuál es la probabilidad de que su portfolio manager sea corrupto?

C	corrupto
~C	no corrupto
M	mal desempeño (perdió con su benchmark)
B	buen desempeño (le ganó al benchmark)

DATOS		DEDUZCO		
P(C)	35%	P(~C)	65%	regla del complemento
P(M/C)	75.0%	P(B/C)	25.0%	regla del complemento
P(M/~C)	30.0%	P(B/~C)	70%	regla del complemento

Me preguntan P(C/M)

Por regla de Bayes

P(C/M) = P(M/C) * P(C) / P(M)

me falta saber P(M), que la puedo deducir usando la regla de probabilidad total

P(M)= P(M/C)*P(C) + P(M/~C) * P(~C)	45.8%

Ahora sí tengo todo para aplicar "aprendizaje bayesiano"

P(C/M) =	57.4%

Ahora la chance de que sea un portfolio manager corrupto subió a 57.4%

APLICACIÓN 1. APRENDIZAJE BAYESIANO EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL

- Las reglas de probabilidad total, Bayes y la definición de probabilidad condicional se usan para modelar aprendizaje. Es como yo puedo pedirle a una computadora que aprenda.
- El lector interesado puede ver: https://artint.info/html/ArtInt_196.html

UN EJEMPLO HIPOTÉTICO. ABRAZON

- Abrazon es una empresa que vende libro en forma online. Sabe que 1 de cada 100 usuarios son contadores, pero por política de la empresa no te pregunta que estudiaste en la universidad (y aún si lo preguntase, la gente puede no contestar o mentir).
- Abrazon le recomienda a una persona libros de contabilidad sólo si la probabilidad de que sea contador es mayor a 70%.
- Ahora Abrazon sabe de viejos clientes las probabilidades condicionales, por ejemplo cuál es la probabilidad de que alguien sea contador si compra un libro de contabilidad o costos es de 70%. Abrazon va viendo que vas comprando y va actualizando las probabilidades de que seas contador, si llega el caso que supere el 70%, entonces te ofrece un hermoso libro de costos, con poco riesgo de fallar

III. VALOR ESPERADO

Volver al índice

HISTORIA

- El concepto de Valor Esperado es bastante tardío en la historia del pensamiento humano, recién aparece en 1670.
- Es interesante que apareció el concepto en un período donde la Iglesia Católica se debatía sobre el rol de Dios en los actos de la naturaleza. Si Dios todo lo puede y todo lo controla, si me pasa algo malo (le cayó un rayo en la cabeza a mi major amigo), ¿por qué Dios me hace esto a mí? ¿si el lo podría haber evitado? ¿qué señal me quiere dar? Es una pregunta filosófica.
- Los Jesuitas (1545) plantearon el concepto de "unpredictable freedom": la divina gracia de Dios permite que el hombre decida su propia suerte por medio de sus acciones, y los resultados no necesariamente se deben a señales de Dios que castiga. En otras palabras, Dios puso reglas para la naturaleza (caen rayos con cierta probabilidad) y si le cayó un rayo a tu amigo en la cabeza, es porque simplemente tuvo mala suerte, le tocó. Esta idea, revolucionaria, fue muy cuestionada.
- Lutero estaba en el otro extremo, decía que Dios todo lo sabe por lo que el mundo debe ser determinístico.

EL VIAJE DE PASCAL

- 1653, viaja Pascal (Jansenista) con el Chevalier de Méré, quién le presenta el siguiente problema:

"Un Duque y un Caballero han apostado cada uno 50 Luis de Oro a un juego de tirar la moneda. Cada uno tiene una moneda que tira en forma repetida. El Duque gana si con su moneda saca 4 caras seguidas y el Caballero gana si en su moneda salen 4 secas seguidas. El juego se suspende y nadie ganó. El Duque llevaba 3 caras y el Caballero 2 secas….¿Como se reparten los 100 Luis de Oro?"

- Pascal introduce el concepto de Valor Esperado o Esperanza Matemática para resolver esto y así genera un nuevo concepto

VALOR ESPERADO (O ESPERANZA MATEMÁTICA)

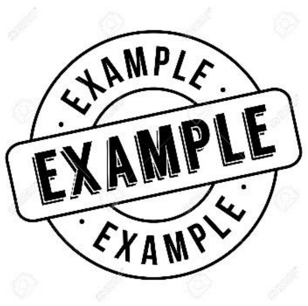
- Sea X una variable aleatoria que toma valores x1o x2 con probabilidad p y (1-p) el valor esperado o esperanza matemática de X, denotado como E(X) se define como:

E(X)=p*x1+(1-p)*x2

- En forma más general:

$$E(X) = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2) + \ldots + x_n p(X = x_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$



- Sara juega a los dados con Juan. Hay un pozo para repartir. Se tira el dado y cada uno saca del pozo el monto que salió en el dado multiplicado por 10.
- ¿Cuál es el valor esperado de este juego?

$$E(G) = \frac{1}{6}10 + \frac{1}{6}20 + \frac{1}{6}30 + \frac{1}{6}40 + \frac{1}{6}50 + \frac{1}{6}60$$

$$= 35$$

APUESTA DE PASCAL

- Pascal presenta el concepto de Valor Esperado "Pensamientos" de 1670, donde usa el concepto de Valor Esperado para afirmar que convenía creer en Dios.en su libro
- Pascal decía que en la discusión sobre la creencia en la existencia de Dios, es obvio que no se sabe a ciencia cierta si Dios existe. Sin embargo aunque no se conoce de modo seguro si Dios existe, lo racional es apostar a que sí existe. Esto se llama la Apuesta de Pascal, que él la escribió así:

> "La razón es que, aún cuando la probabilidad de la existencia de Dios fuera extremadamente pequeña, tal pequeñez sería compensada por la gran ganancia que se obtendría, o sea, la gloria eterna."

- Puedes creer en Dios; si existe, entonces irás al cielo.
- Puedes creer en Dios; si no existe, entonces no ganarás nada.
- Puedes no creer en Dios; si no existe, entonces tampoco ganarás nada.
- Puedes no creer en Dios; si existe, entonces no irás al cielo

¿Cuál es el valor esperado de Apostar por Dios versus el de no Apostar?

- Vous avez deux choses à perdre : le vrai et le bien, et deux choses à engager : votre raison et votre volonté, votre connaissance et votre béatitude; et votre nature a deux choses à fuir : l'erreur et la misère. Votre raison n'est pas plus blessée, en choisissant l'un que l'autre, puisqu'il faut nécessairement choisir. Voilà un point vidé. Mais votre béatitude ? Pesons le gain et la perte, en prenant croix que Dieu est. Estimons ces deux cas : si vous gagnez, vous gagnez tout; si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez donc qu'il est, sans hésiter. »

Blaise Pascal (1670). Pensées. III, §233

Traducido quiere decir lo siguiente:

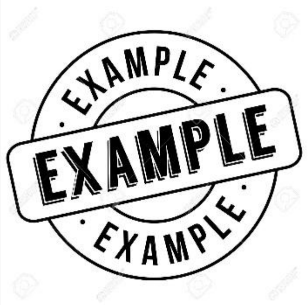
- Usted tiene dos cosas que perder: la verdad y el bien, y dos cosas que comprometer: su razón y su voluntad, su conocimiento y su bienaventuranza; y su naturaleza posee dos cosas de las que debe huir: el error y la miseria. Su razón no resulta más perjudicada al elegir la una o la otra, puesto que es necesario elegir. Ésta es una cuestión vacía. Pero ¿su bienaventuranza? Vamos a sopesar la ganancia y la pérdida al elegir cruz (de cara o cruz) acerca del hecho de que Dios existe. Tomemos en consideración estos dos casos: si gana, lo gana todo; si pierde, no pierde nada. Apueste a que existe sin dudar.

Blaise Pascal (1670). Pensamientos. III, §233

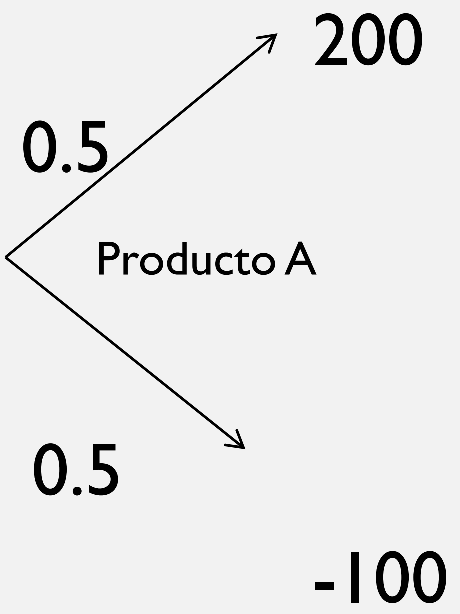
VALOR ESPERADO PARA TOMAR DECISIONES

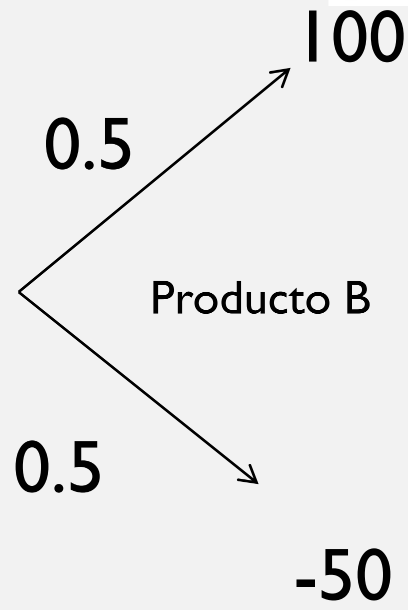
Para elegir entre dos eventos inciertos:

a) Asigno probabilidades
b) Computo el valor esperado de cada opción
c) Elijo la que tiene mayor valor esperado



Tengo que elegir entre lanzar el producto A o B y sus pagos dependen de si la economía mejora (con probabilidad p=2/3) o empeora (con probabilidad de 1/3). ¿Cuál conviene lanzar?





Valor Monetario Esperado de Lanzar el producto A = 0.5*200+ 0.5*(-100)

Valor Monetario Esperado de Lanzar el producto B = 0.5*100+ 0.5*(-50)

Media Muestral vs. Valor Esperado

Experimento. Tirar una moneda balanceada, gano $1 cara y gano $2 seca

- Muestra: 10 tiradas
- X=1,2,2,1,2,2,1,2,2,1
- Media muestral $\bar{X} =$
- Salieron 6 dos, y 4 unos

$$\bar{X} = \frac{6 \times 2 + 4 \times 1}{10}$$

$$= 0.6 \times 2 + 0.4 \times 1$$

$$= 1.6$$

- X toma valores en el conjunto {1,2}
- f(X=x)=0.5
- Media μ_X

$$\mu_X = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

$$\mu_X = 0.5 \times 2 + 0.5 \times 1 = 1.5$$

- Por esta relación entre la media muestral y la esperanza matemática, también se la suele llamar media poblacional.
- Bajo esta interpretación se suele usar la letra griga mu (μ) para expresar el valor esperado (por "m" de media muestra).

$$\mu_X = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

TECNICISMO

- Definir el Valor Esperado como

$$E(X) = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2) + \ldots + x_n p(X = x_n)$$

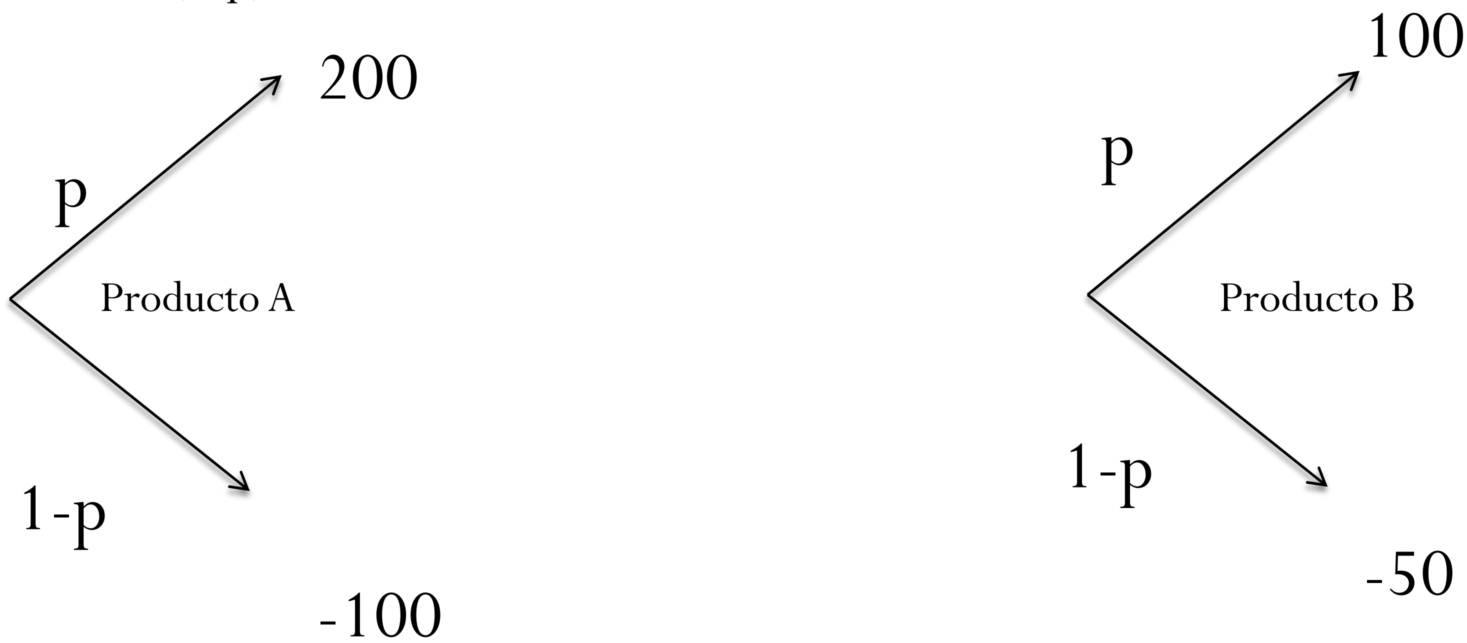
$$= \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

está bien si la variable aleatoria en cuestión es discreta. Si es continua la probabilidad exacta de que la variable aleatoria tome un valor particular siempre es cero, por lo que no tiene sentido. En este caso lo que se hace es definir una función de distribución de densidad (*f*(*x*))que represente a la variable continua y se computa como:

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Sobre el desconocimiento de las probabilidades

Supongamos tenemos que elegir entre dos productos que nos dan ganancias distintas dependiendo si el segundo semestre del año es bueno, que pasas con probabilidad p, o es malo, con probabilidad (1-p)



Valor Monetario Esperado de Lanzar el producto A = p*200+ (1-p)*(-100)

Valor Monetario Esperado de Lanzar el producto B = p*100+ (1-p)*(-50)

Dos enfoques:

1. Asigno probabilidad y veo que me conviene más
2. Aún si no estoy seguro de cual es la probabilidad, podría fijarme para qué "p" me conviene A, y para cuál me conviene B y me pregunto si esa "p" suena razonable

La segunda opción es menos restrictiva y nos libera de tener que asumir una probabilidad exacta.

Cualquier decisión bajo incertidumbre implica asumir alguna probabilidad, por lo que este ejercicio nos muestra en forma explícita que se está asumiendo y si tiene sentido.

- Elijo A si

$$p*200+(1-p)*(-100) > p*100+(1-p)*(-50)$$

$$p*100 > (1-p)*(50)$$

$$p*150 > 50$$

$$p > 1/3$$

IV. REGLAS DE VALOR ESPERADO Y EJEMPLOS

Volver al índice

- Valor Esperado:

$$E(X) = x_1 p(X = x_1) + x_2 p(X = x_2) + \ldots + x_n p(X = x_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

- Reglas del Valor esperado

Sea a,b dos constantes y X e Y variables aleatorias, entonces:

E(a)=a

E(X+a)=E(X)+a

E(aX)=aE(X)

E(X+Y)=E(X)+E(Y)

E(aX+bY)= aE(X)+bE(Y)

Ojo: E(X×Y) ≠ E(X)×E(Y)
(solo es igual cuando son independientes!)

- Las Reglas del Valor Esperado surgen de la misma definición, y son útiles a la hora de realizar análisis y modelos.

- Por ejemplo $E(aX)=aE(X)$ surge de

$$E(aX)=p*(a*x1)+(1-p)(a*x2)$$
$$=a*(p*x1+(1-p)*x2)$$

Ejemplo ventas

- Dos bienes X1 y X2 con precios 100 y 50. ¿Cuanto espero vender?
- Computar la distribución para Z es algo aburrido y tedioso (tendría que ver todos los valores que Z puede tomar y a su vez con qué probabilidades ocurren). Usando reglas de esperanza es más fácil:

$$Z = 100 \times X1 + 50 \times X2$$

$$E(Z) = 100 \times E(X1) + 50 \times E(X2)$$

- Si sé los valores esperados de los dos bienes, bingo, ya sé el valor esperado de las ventas agregadas.

Ejemplo Agronegocios

- Sembré trigo, si no fertilizo obtendré 1500kg/ha si no llueve y 2500kg/ha si llueve, si fertilizo obtendré 700 kg/ha si no llueve, 3300 si llueve. De acuerdo al servicio meteorológico nacional la probabilidad que llueva es ½.
- ¿Fertilizo o no?

Ejemplo Pricing con incertidumbre

- Acaba de comprar una pequeña línea aérea que tiene dos aviones. Usted alquila el avión por día. El costo fijo del avión es de $500 por día, y no tiene costos variables (el combustible y limpieza lo paga el cliente).
- ¿Cuál es el precio de alquiler por día para 'salir hecho'?

pilotos recreacionales	0	1	2
probabilidad	0.3	0.5	0.2

- G: ganancia, P: precio, Q: cantidades
- G=P*Q-2*500
- Lo que me importa es escoger el P que hace 0 al valor esperado de la ganancia E(G). Usando las reglas previas del valor esperado

  $$E(G)=E(P*Q-2*500) = P*E(Q)-2*500$$
- Ya que única variable aleatoria es Q.

  E(Q) = E(G)=0 implica P=1000/E(Q)

  Y E(Q)=0,3*0+0,5*1+0,2*2=1,1

  P=1000/1,1=$1.111

i. Compro seguro contra robo por $ 750.000

Elimino la incertidumbre por completo, mi VE=5M-750K=4.25M

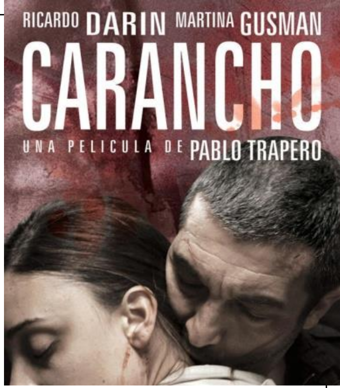
ii. Contrato un servicio de seguridad que reduce la probabilidad de robo a 1% con un costo de $ 500.000

VE=0.01*(0-500K)+0.99*(5M-500K)= 4.45M

iii. No hago nada

VE=0.1*0+0.9*5M= 4.5M

En este caso (y asumiendo neutralidad al riesgo) la mejor alternativa es no hacer nada



Ejemplo. Prima Actuarialmente Justa

- Una prima se define como actuarialmente justa si el valor esperado de la compañía es cero.

- Tengo probabilidad de chocar de 10%, y si choco mi auto de daña por $50.000. Compañía de seguro me ofrece cubrir el daño cobrándome una prima K% de la pérdida.

- ¿Cuánto sería una prima actuarialmente justa para este seguro?

- Una prima es actuarialmente justa si el Valor Esperado de la compañía del seguro es cero.
- Asumamos K es el monto asegurado, p la probabilidad del evento malo y γ la prima como porcentaje del monto asegurado
- Para la compañía de seguros:

$$E(G) = (1\text{-}p)^{*}\, \gamma K + p^{*}(\gamma K\text{-}K)$$

- Haciendo cero obtenemos la prima justa

$$E(G) = 0 = (1\text{-}p)^{*}\, \gamma K + p^{*}(\gamma K\text{-}K)$$

$$p = \gamma$$

Conclusión: la prima justa es la probabilidad del siniestro

Ejemplo. Pampa Roja

- Pampa Roja exporta maíz colorado en containers. Si no llega a conseguir maíz para algún container contratado, lo debe pagar igual.
- La empresa de containers le ofrece un nuevo deal, en lugar de pagar USD 1000 por contrato, le ofrece pagar USD 1200, pero en caso que no use el contenedor, sólo paga USD 200.
- ¿qué debería evaluar para saber si a esta empresa le conviene tomar el nuevo contrato?

Ejemplo. Pricing con incertidumbre Reloaded

- Una empresa alquila aviones a dos tipos de clientes con demandas:

pilotos recreacionales	0	1	2
probabilidad	0.3	0.5	0.2

pilotos profesionales	0	1	2
probabilidad	0.2	0.4	0.4

- Si los dos tipos de demanda son independientes, ¿cuál es su distribución conjunta?

		Recreacional 0	1	2	
Profesional	0				.2
	1				.4
	2				.4
		.3	.5	.2	

- ¿Cuál es la demanda total diaria esperada?
- Si el costo fijo de operación de cada avión es de $500 por día y la empresa tiene 3 aviones, ¿Cuál es el precio de alquiler por día para 'salir hecho'?

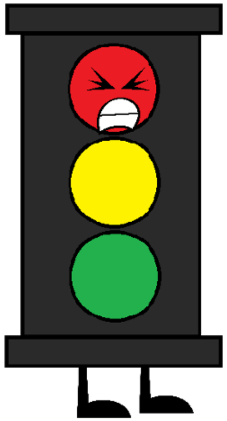
Ejemplo. Retorno Portafolios

- Retorno Activo Individual

$$R_t^i = \frac{P_t^i + D_t^i - P_{t-1}^i}{P_{t-1}^i}$$

- Retorno Portafolio: promedio ponderado del retorno de los activos invididuales que componene el portafolio, donde el peso viene dado por el share inicial de cada activo en el valor total del portafolio.

$$R_t^p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_t^i$$



- Definimos el peso del activo I (weight) como:

$$w_i = \frac{m_i P_i}{P_P}$$

- Por lo que

$$P_P = m_1 P_1 + \ldots + m_N P_N$$

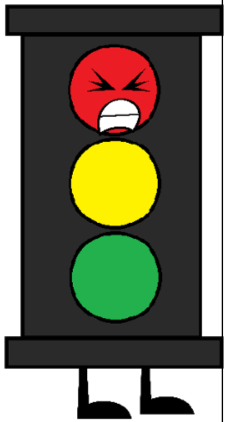
$$= \sum_{i=1}^{N} m_i P_i$$

- Implica

$$1 = \sum_{i=1}^{N} w_i$$

Rendimiento del portafolio

$$\frac{P'_P - P_P}{P_P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i P_i' - \sum_{i=1}^{N} m_i P_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i P_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \left(P_i' - P_i\right)}{\sum_{i=1}^{N} m_i P_i}$$



$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i P_i}{\left(\sum_{i=1}^{N} m_i P_i\right)} \left(\frac{P_i' - P_i}{P_i}\right)$$

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_i$$

Promedio Ponedaro (por la participación inicial en la cartera) de los retornos individuales

Retorno Esperado del Portafolio

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} w_i R_i$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(R_i)$$

- Ejemplo. Si quiero apuntar a tener un retorno del 10% y tengo como opciones un bono que rinde el 5% y una acción que tiene un retorno esperado de 12%, ¿cuanto peso de mi cartera tengo que poner en cada uno de ellos?

Ejemplo Finanzas

- APT, Arbitrage Pricing Theory: retorno de un portafolio es una función (lineal) de factores de mercado

$$r=a+b1F1+b2F2+\ldots+bnFn$$

El retorno esperado será:

$$E[r]=a+b1E[F1]+b2E[F2]+\ldots+bnE[Fn]$$

- CAPM postula

$$E[r]=R_{RF}+\beta\,[E(R_m)-R_{RF}]$$

ATP. Fama and French (1992)

$$r = R_f + \beta_3(K_m - R_f) + b_s \cdot SMB + b_v \cdot HML + \alpha$$

- Market
- Size. market capitalization. "small (market capitalization) minus big - buys small cap stocks while shorting large cap stocks
- Style: book to market - high (book-to-market ratio) minus low - buys value stocks while shorting growth stocks

¿De donde vienen las probabilidades?

- Valoración de experto (subjetivas)
- Derivación teórica (definción clásica, moneda)
- Evidencia empírica (frecuencia)

$$\mathrm{Prob}(A) = \lim_{N\to\infty} \frac{n_A}{N}$$

- Ejemplo: citi

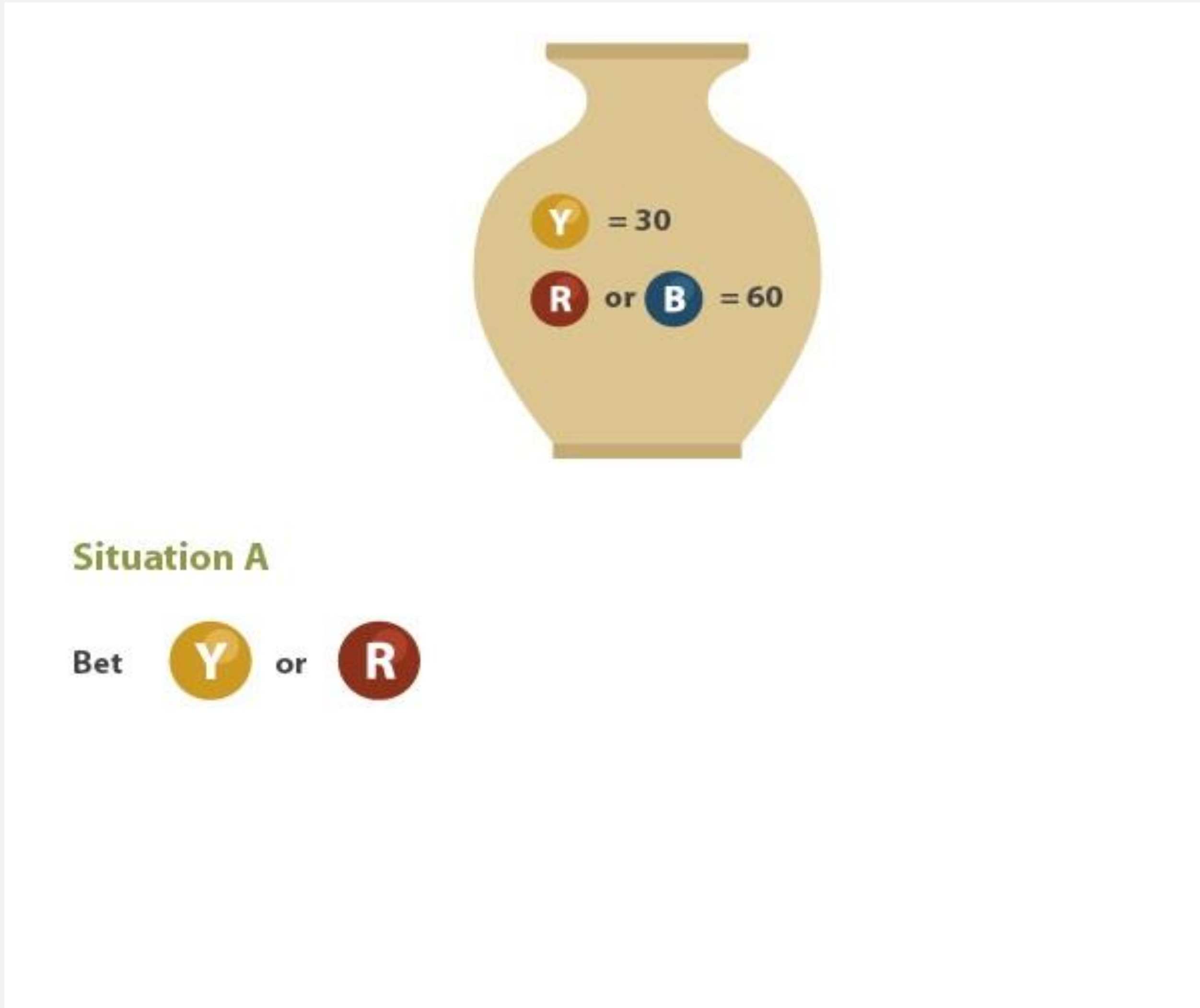
V. BEHAVIORAL Y VALOR ESPERADO

[Volver al índice]

DECISION MAKING TEST

Prof. Sebastián Auguste

JUGUEMOS CON EL JARRO, MIENTRAS EL LOBO NO ESTÁ



¿QUÉ ELIGIERON?

PARADOJA DE ELLSBERG

- El ejemplo del jarrón se lo conoce como "la Paradoja de Ellsberg" por el paper de Daniel Ellsberg "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms" de 1961. Es una paradoja de toma de decisiones porque mucha gente elige un patrón que viola las reglas de las probabilidades.

- Una explicación es que además de tener aversión al riesgo (vemos esto más adelante, pero básicamente nos gustan opciones que tienen menos "riesgo") tenemos "aversión a la ambigüedad" (preferimos alternativas donde conocemos las probabilidades aunque eso sea inconveniente para nosotros).

ECON: "ambiguity aversion" represents a preference for known risks relative to unknown risks.

PSIC: "ambiguity intolerance" describes the tendency to perceive ambiguous situations as undesirable

V.I ÁRBOLES DE DECISIONES

Volver al índice

Árboles de Decisiones

- Técnica gráfica para representar un problema de decisión que contiene
  - Puntos de decisión – cuadrados que indican se toma decisiones. Las aperturas abiertas por el azar indicarlas con círculos
  - Alternativas de decisión - las ramas de los árboles fuera de los nodos de decisión
  - Posibilidad eventos - eventos que podrían afectar a una decisión, ramas o flechas que salen de los nodos circulares oportunidad
  - Resultados - cada alternativa posible lista

  - Usa
    - Backward induction
    - Reglas de probabilidad y valor esperado (siempre que hay incertidumbre)

Ejemplo. Minicaso Jumbocheck

Pro y contra de usar árboles de decisiones

VENTAJAS	DESVENTAJAS
• Fuerza a pensar en todas las alternativas • Fuerza a pensar en chances de que las cosas sucedan • Permite identificar acciones nuevas (por ejemplo, acciones a tomar si sale mal el proyecto que mejoren el valor esperado) • Asocia opciones con resultados • Nos ayuda a realizar las mejores decisiones sobre la base de la información existente y de las mejores suposiciones	• No siempre es fácil identificar acciones, probabilidades y resultados • Puede ser complejo si hay muchas alternativas • No tiene en cuenta el riesgo (pero se puede incorporar)

Ejemplo 2. Real Options

- Una compañía de petróleo está por firmar un contrato de compra-venta por un terreno de 5 hectáreas a $150 más la opción de comprar 5 hectáreas lineras más en dos años por un valor de $100M.
- Si las operaciones de perforación son exitosas, se extraerá petróleo por $500M. Si no lo son, la tierra puede ser vendida para producción ganadera por $50M.
- De acuerdo a estudios geológicos se cree que la probabilidad de que haya petróleo en esos terrenos es de 30%.

Companies will often accept what initially seems like negative net present value projects, but once the real option value is considered, the NPV actually becomes positive. A primary advantage of decision tree analysis is that it provides a comprehensive overview for the alternative scenarios of a decision
Source: Investopedia

Caso Fereemark Abbey Winery

- ¿Debería cosechar?

Ejemplo. Malla antigranizo

VII. APLICACIONES

[Volver al índice]

1. POJECT MANAGEMENT

- Es una herramienta de fácil uso en el análisis de proyectos. Los pasos son:

1. Identificar todas las alternativas de elección (todas las alternativas del proyecto)
2. Hacer el mejor esfuerzo en predecir los potenciales pagos
3. Analizar los resultados
4. Optimizar las decisiones

EJEMPLO

- El propietario de un restaurante cree que necesita ampliar la superficie de su local. El terreno lindero están en venta y es una gran oportunidad. Está analizando el proyecto y su arquitecto le dice que hay dos opciones. La primera es hacer una obra grande que duplica la capacidad actual en mesas. El riesgo aquí es que quede grande y el exceso de demanda que tiene hoy no sea tan importante como para llenar el nuevo local. La segunda alternativa es realizar una ampliación chica hoy, y dejar espacio para luego ampliarse más adelante. Aquí el problema es que esta expansión en dos etapas es más costosa que hacer ya de una superficie grande. ¿Cuál alternativa de las dos sería la más atractiva?

DATOS

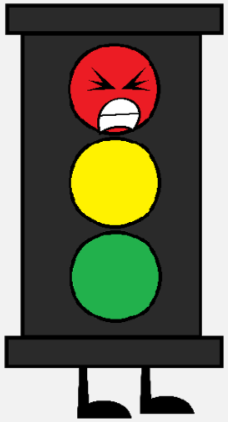
- Prob(alta demanda, H)=0.70, Prob(baja demanda, L)=0.30
- Escala grande da ganancias por $ 300K (si demanda es H) o $ 50k (si es L).
- Escala chica da ganancias de $ 80K, si la demanda es baja
- Escala chica seguida de demanda alta y posterior expansión adicional genera ganancias de $ 200 mil (si se hace la expansión adicional). Si no se hace, las ganancias son de US $ 150 mil

EJERCICIO

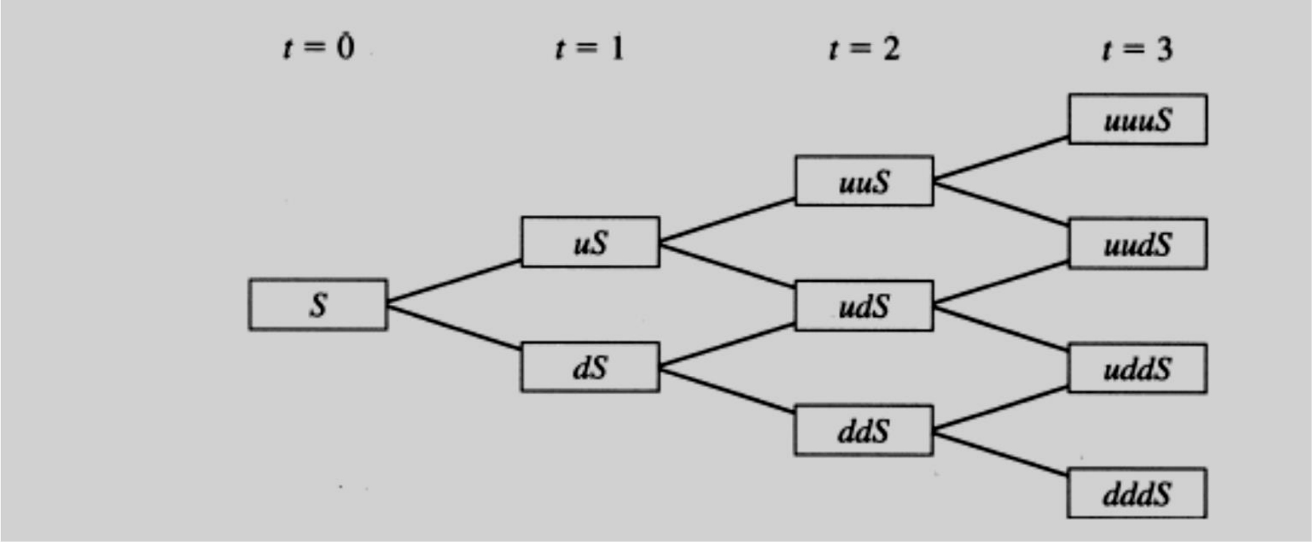
B-B Toys debe decidir el curso de acción a seguir en la promoción de un nuevo yo-yo. Inicialmente, la administración debe decidir si va a comercializar el yo-yo directamente o va llevar a cabo primero un programa de prueba. Después de la prueba, la gerencia debe decidir si lo abandona o lo distribuirá a nivel nacional.
Un éxito nacional aumentará las ganancias por $ 500.000, y un fracaso reduce ganancias por $ 100.000. Abandonar el producto no afectará a las ganancias. La comercialización de la prueba tendrá un costo de otros US $ 10.000.
Si no se hace la prueba, la probabilidad de un éxito nacional se juzga que es de 0,45. La probabilidad asumida para un resultado favorable en la prueba es de 0,50. La probabilidad condicional de éxito nacional dado que se dió una prueba favorable es de 0,80, y si la prueba es desfavorable, la probabilidad de éxito nacional es tan solo de 0,10.
¿Qué debe decidir la compañía?

2. OPCIONES BINOMIALES

- Para valuar opciones se pueden usar árboles binomiales, donde se simplifica lo que puede pasar con el precio de una acción a través de una distribución Binomial, donde la acción en cada período puede subir o bajar con cierta probabilidad un porcentaje dado.



- El precio de la acción S sube "u" con probabilidad p o baja "d" con probabilidad (1-p) en forma independiente en el tiempo.
- El árbol binomial es



- Verán esto en la materia "Futuros, Opciones y Swaps"

3. OPCIONES REALES

- ¿Qué es una opción real?
  - Básicamente es tomar una acción que expande el árbol de decisions (le agrega una alternativa, tales como abandonar, expandir, quedarme, contratar, echar, relegar en el tiempo)
  - Ejemplo del Viñedo: si invierto en una segunda marca luego cuando llego al nodo del vino malo en vez de tener dos alternativas, embotello con mi marca o vendo a granel, tendré tres, sumando ahora embotellar con la segunda marca,
  - Generar una opción real siempre cuesta dinero, y tengo que ver si tiene sentido hacerlo.
- ¿Cómo la valorizo?
  - Como la diferencia entre el valor esperado con la Opción Real y el valor esperado antes de incluir dicha Opción Real.
  - Si en el árbol con la opción real incluyo los costos de genera la opción real (en el ejemplo, lanzar la segunda marca) entonces lo que obtengo en el punto anterior es el Valor Neto de la Opción Real (neto del costo de generarla).

En el MFIN hay una electiva de Real Options

Investopedia

Real options are choices a company's management gives itself the option to make in order to expand, change, or curtail projects based on changing economic, technological, or market conditions.

- A real option gives a firm's management the right, but not the obligation to undertake certain business opportunities or investments.
- Real option refer to projects involving tangible assets versus financial instruments.
- Real options can include the decision to expand, defer or wait, or abandon a project entirely.
- Real options have economic value, which financial analysts and corporate managers use to inform their decisions.

https://www.investopedia.com/terms/r/realoption.asp

EJEMPLO

- Clínica Día quiere vender. El consultor estimo el valor del negocio en funcionamiento como USD 100 millones. Esto se obtuvo como el valor presente del flujo futuro de cashflow que generaría la clínica (lo verán en Valuación de Empresas). Ahora el dueño de la clínica le pregunta a usted como consultor si no debería pedirle mas de USD 100 millones, porque el que compra podría expandirse fácilmente si además compra el terreno de al lado que está libre y en venta. ¿Es esta realmente una opción real que le vendemos al comprador? ¿Qué sugerencia le daría al dueño de la Clínica Día?
- Para evaluar su respuesta considere que la expansión tiene sentido si la demanda dentro de 5 años crece más de 30% y además las obras sociales le autorizan la expansión. La probabilidad que la demanda crezca más que 30% es de 0.45 y la probabilidad de que las obras sociales autoricen es de 0.35. La expansión en el caso de demanda alta tiene un valor de USD 50 millones (neto del costo de construcción) a 3 años. Si se expande con demanda baja, pierde USD 30 millones.
- Usted puede firmar un contrato de alquiler con opción a compra con el vecino antes de negociar la venta de su empresa. El alquiler para usted no tiene valor. ¿Cuánto es lo máximo que estaría dispuesto a pagar por este contrato de alquiler?

EJERCICIO

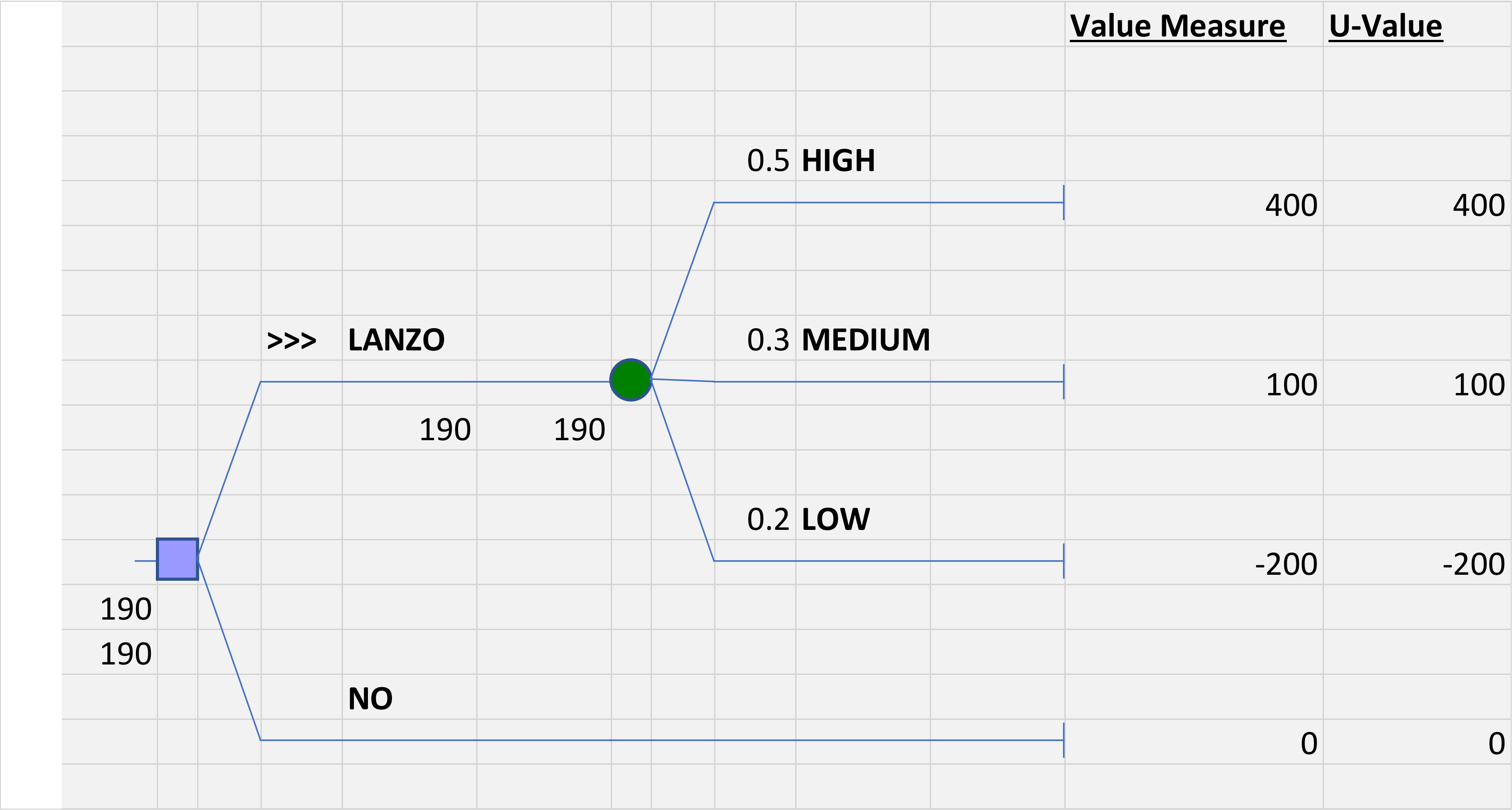
- Hacer Minicaso Levy Ultrafashion

4. PRICING DE LA INFORMACIÓN (VALUE OF INFORMATION)

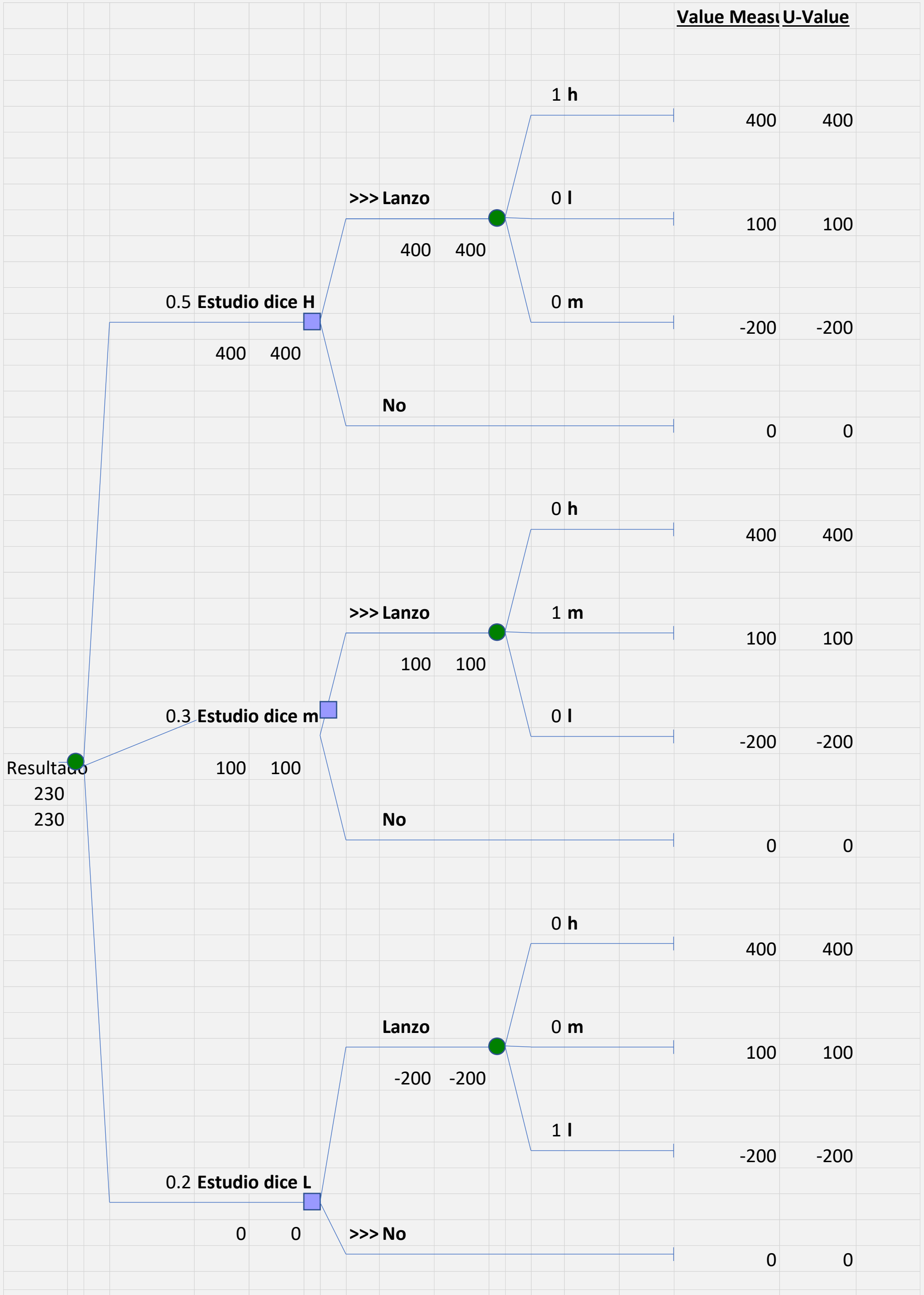
EJEMPLO: VALUE OF PERFECT INFORMATION

- Debo decider si lanzo un nuevo producto al mercado (e.g. Levite en Sachet) o no. Si lo lanzo pueden pasar tres cosas, que me vaya muy bien y tenga altas ventas, gano 400 mil, que tenga un desempeño normal y gane solo 100 mil, o que me vaya mal y pierda 200 mil. Las probabilidades subjetivas de ocurrencia de estos tres estados son: 0,5; 0,3 y 0,2 respectivamente.
- ¿Qué me conviene hacer?

ME CONVIENE LANZAR EL PRODUCTO NUEVO CON UNA GANANCIA ESPERADA DE 190 MIL



- Ahora puedo hacer un estudio de Mercado que me dice con certeza donde estoy. Es decir, luego del estudio voy a saber con certeza en qué estado del mundo estoy. El Estudio de Mercado me da "información perfecta" y luego de conocer el estudio ya no existe incertidumbre.
- Lo primero que sucede, si contrato el estudio, es que obtenga un resultado el estudio, algo que yo no decido sino que sucede. La pregunta es qué probabilidad le doy a cada resultado del studio
- Si yo pensaba que la probabilidad de estar en el Estado de high sales era 50%, ¿cuál debiera ser la probabilidad que yo creo que el estudio me de High Sales?
- ¿Cuáles son las probabilidades a posteriori?



- El árbol ahora parece más complejo, primero se resuelve la incertidumbre del estudio, luego sabiendo el resultado elijo, y luego pasa realmente si me va bien o no. En el caso de Perfect Information las ditribuciones de probabilidades a posteriori son triviales, pero cuando veamos casos de Imperfect Information las probabilidades a posteriori van a tener valores positivos, en general, para todas las opciones.

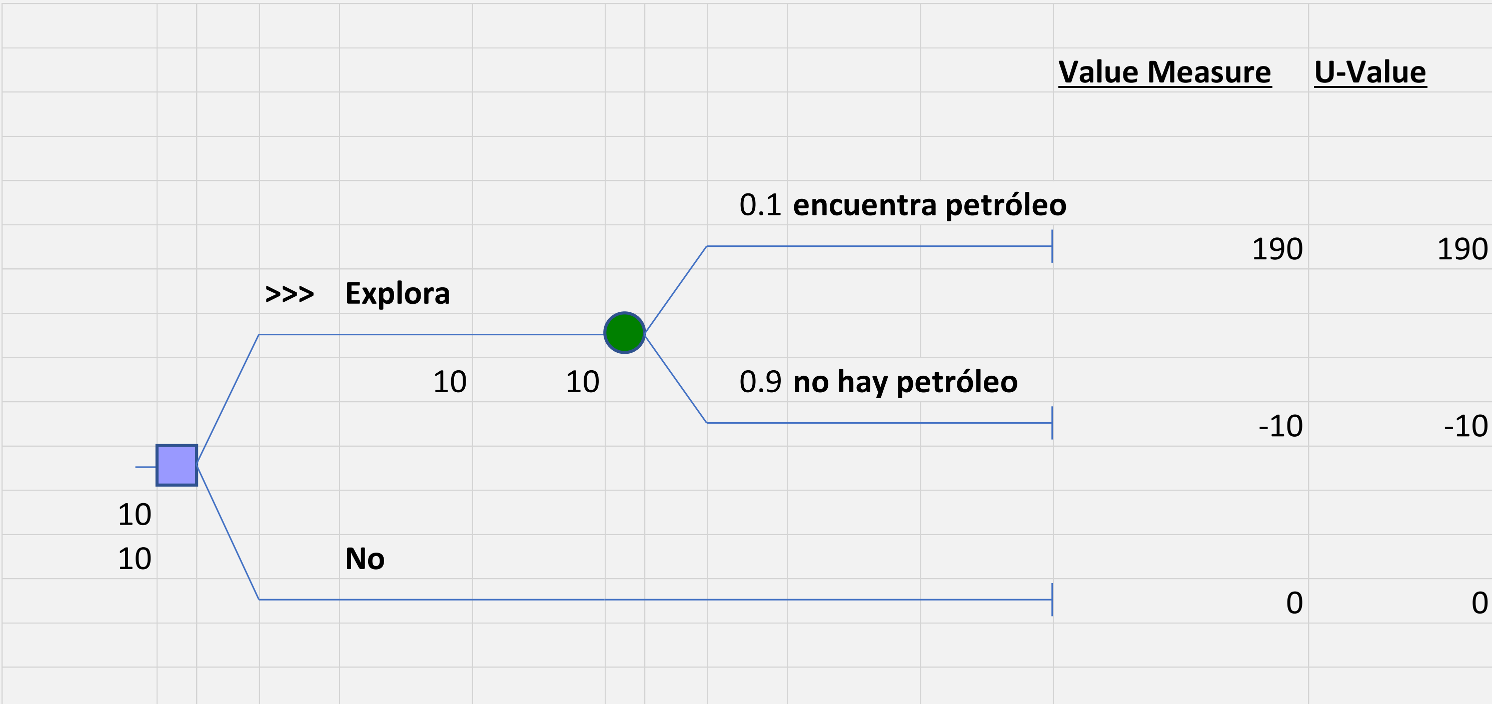
- Exptect Value of Perfect Information (EVPI) es la diferencia entre el valor esperado con información perfecta y el valor esperado sin conocer el estudio de mercado
- En este caso EVPI=230-190=40

- Para mi el valor (esperado) que me agrega el estudio es de 40, que sería lo máximo que estoy dispuesto a pagar por el Estudio de Mercado

- Un problema mucho más complejo es valuar la información imperfecta, la que luego de recibirla no me permite saber con probabilidad uno donde estoy.
- Para el lector interesado les dejo un Minicaso Opcional que al resolverlo verán cómo se valúa la información imperfecta

EJEMPLO. VALUE OF IMPERFECT INFORMATION

- La empresa petrolera Pluspe tiene derechos para explorar en un terreno donde el costo de exploración es USD 10K y si encuentra petróleo el beneficio neto de explotar ese pozo es de USD 200 K. La probabilidad de que haya petróleo es de 10%


Value Measure
U-Value
0.1 encuentra petróleo
190
190
>>> Explora
10
10
0.9 no hay petróleo
-10
-10
10
10
No
0
0

- Ahora puede contratar un estudio de geología que le dice si el terreno es un buen prospecto para encontrar petróleo o no. Obviamente el estudio no arroja con certeza un resultado. La probabilidad que el geólogo diga que es un buen prospecto si hay petróleo es de 95% , y la diga que es un mal prospecto si NO haya petróleo es de 85%
- El costo del estudio es de 7.000 dólares.
- ¿Conviene contratar el estudio? Estime el Value of Imperfect Information