



Probabilidad y Estadística (Finanzas Cuantitativas)

2022

MFIN – Universidad Torcuato Di Tella

Prof. Sebastián Auguste

sauguste@utdt.edu

CAPÍTULO I

Estadísticas Descriptivas / Technical Analysis. Medición de retornos en finanzas. Medidas de riesgo: desvío estándar, coeficiente de variación, VaR Empírico, beta CAPM, índice de Sharpe, índice de Treynor. Introducción al Análisis técnico.

Referencias:

- Newbold. Cap 1 y 2. Libro básico pero claro de estadística,
- Defusco cap 1 y 2. Medición de tasas, valor presente neto y retornos en finanzas.
- Defusco. Cap 3. Muchas aplicaciones a finanzas
- “Technical Analysis: Modern Perspectives” Gordon Scott, 2016 The CFA Institute Research Foundation. Un resumen sobre Análisis técnico.
- “On the meaning and use of kurtosis” Lawrence de Carlo, Psychological Methods, 1997.

OBJETIVO

- “Estadística Descriptiva” se refiere a una amplia variedad de técnicas, tanto gráficas como numéricas, para resumir y describir una variable o variables para una muestra de datos (NO se usa para inferir cosas de una población, para eso veremos “inferencia” más adelante en el curso).
- Puede ser univariada, bivariada o multivariada (esta última la veremos más adelante en el curso)
- Incluye: tablas de frecuencias, técnicas de visualización y “medidas” (de centro, dispersión, deformación, etc.)

RESUMEN NIVELACIÓN



RESUMEN NIVELACIÓN

- Tabla de frecuencia e Histograma: Análisis de Datos/Histograma
- Gráficos en Excel: “Insert Chart” o Power BI
- Ver gráficos en Yahoo Finance (chart)

RESUMEN NIVELACIÓN

- Mediana vs Media: mediana menos sensible a “outliers”, media más intuitiva y tiene en cuenta todos los datos. Si la distribución es simétrica, son similares. Si asimetría es negativa, $\text{media} < \text{median}$. Si asimetría es positiva, $\text{media} > \text{mediana}$

- Media Aritmética:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- Media Geométrica:

$$\bar{X}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (x_i)}$$

- Si obtuve en el primer mes el retorno r_1 , en el segundo r_2 y en el tercero r_3 y quiero saber cual fue la “tasa (promedio) efectiva” que obtuve: ¡media geométrica!

$$(1 + r)^3 = (1 + r_1)(1 + r_2)(1 + r_3)$$

$$(1 + r) = \sqrt[3]{(1 + r_1)(1 + r_2)(1 + r_3)}$$

$$R = \sqrt[3]{R_1 * R_2 * R_3}$$

- Media Ponderada

$$\overline{X}_w = \sum_{i=1}^n w_i X_i \quad \text{donde } 0 \leq w_i \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

- Media Móvil:

$$\overline{X}_{m,j} = \sum_{i=j}^{j+m} X_i$$

Se usa mucho en análisis técnico ya que “By calculating the moving average, the impacts of random, short-term fluctuations on the price of a stock over a specified time frame are mitigated”

- Exponential moving average: es un ejemplo de un weighted moving average donde se usa un weight exponencial para que el pasado más reciente pese más que el más lejano.

$$\overline{X}_{e,t} = \alpha X_{t-1} + (1 - \alpha) \overline{X}_{m,t-1}$$

$$\alpha = \frac{s}{1 + d}$$

- s: smoothing factor (se usa mucho 2)
- d: números de días del moving average
- Usos: (a) highlighting trends, (b) support bands.

Ejemplo Bandas de Bollinger

INDICE PPT

1. [Medición de retornos en Finanzas y estadísticas descriptivas](#)
2. [Portafolios y promedios ponderados](#)
3. [Behavioral Finance](#)
4. [Índices de mercado](#)
5. [Normalidad](#)
6. [Riesgo](#)
7. [Análisis Técnico](#)
8. [Anexo I.](#)

I. MEDICIÓN DE RETORNOS

[Volver al índice](#)

- El “precio” en finanzas es el valor acordado en una transacción, por lo que para observar un precio debe darse una transacción, sino lo hubiera no se registra precio (missing data). Muchos en estos casos “arrastran” el último precio observado, pero esta práctica puede ser muy problemática. Non-frequent trading se refiere a la situación donde la serie tiene muchos missings.
- El precio diario se refiere al precio observado en la última transacción del día. Precio mensual a la última del mes (o la primera del mes), y así.
- El objeto de estudio en finanzas no es el precio sino el “retorno”, que en su forma más básica es la tasa de variación del precio. Sin embargo hay varias consideraciones a tener en cuenta cuando se miden retornos ya que pueden hacerse en “tiempo discreto” o “tiempo continuo”, y a su vez pueden incluir o no los dividendos pagados (returns vs total returns).
- Otro aspecto a tener en cuenta es que si se quiere analizar la serie histórica se debe tener una serie homogénea y a menudo las empresas hacen cambios en los derechos accionarios (por ejemplo dividiendo una acción en más de una, lo que se conoce como “Split”)
- Lo bueno de analizar precios de acciones, desde el punto de vista estadístico, es que hay muchísima información histórica disponible, de fácil acceso, como por ejemplo a través de Yahoo Finance (finance.yahoo.com)

65.87 +2.41 (+3.80%)
As of 12:49PM EST. Market open.

Buy Sell

Summary Company Outlook Chart Conversations Statistics Historical Data Profile Financials Analysis Options Holders Sustainability

Previous Close	63.46	Market Cap	138.755B
Open	63.85	Beta (5Y Monthly)	1.77
Bid	65.44 x 800	PE Ratio (TTM)	8.20
Ask	65.45 x 1000	EPS (TTM)	8.04
Day's Range	63.12 - 65.90	Earnings Date	Apr 14, 2020
52 Week Range	60.05 - 83.11	Forward Dividend & Yield	2.04 (3.21%)
Volume	12,695,218	Ex-Dividend Date	Jan 30, 2020
Avg. Volume	13,593,819	1y Target Est	91.83

Fair Value ? Near Fair Value
XX.XX

Related Research ?
Analyst Report: Citigroup Inc

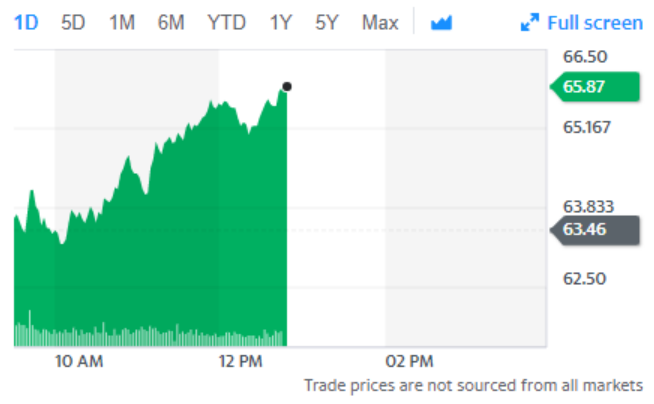


Chart Events ?
Bearish pattern detected

Performance Outlook

PRECIOS

- Ticker: es un código que hace referencia a las acciones de una compañía cotizada en un mercado de valores. Este código es único para las acciones de cada empresa, por lo que no habrá dos acciones de empresas diferentes con el mismo ticker.
- Closing price: Precio de cierre (él último del día). Se ve afectado por:
 - Cambio de derechos: Split & reverse Split
 - Pago de dividendos (dividend yield)

PRECIOS (CONT.)

- Adjusted Price:
 - Split multiplier:
 - (a) 2:1 split: pre-split data $\times 0.5$
 - (b) 1:5 reverse Split: pre-split data $\times 5$
 - Dividend Multiplier:

Paga dividendo en efectivo de \$0.08 en Feb 19 (ex- date) y en Feb 18 el closing price fue \$24.96, el precio ajustado de Feb 18 se computa como $\$24.96 \times \text{dividend multiplier } 0.9968$ ($1 - 0.08/24.96 = 0.9968$).

RETORNOS

- Tiempo Discreto:

$$R = (P_1/P_0) - 1$$

- Tiempo Continuo

$$R = \ln(P_1/P_0)$$

- En general usando precios ajustados (por lo que corresponden a “ganancias de capital”)

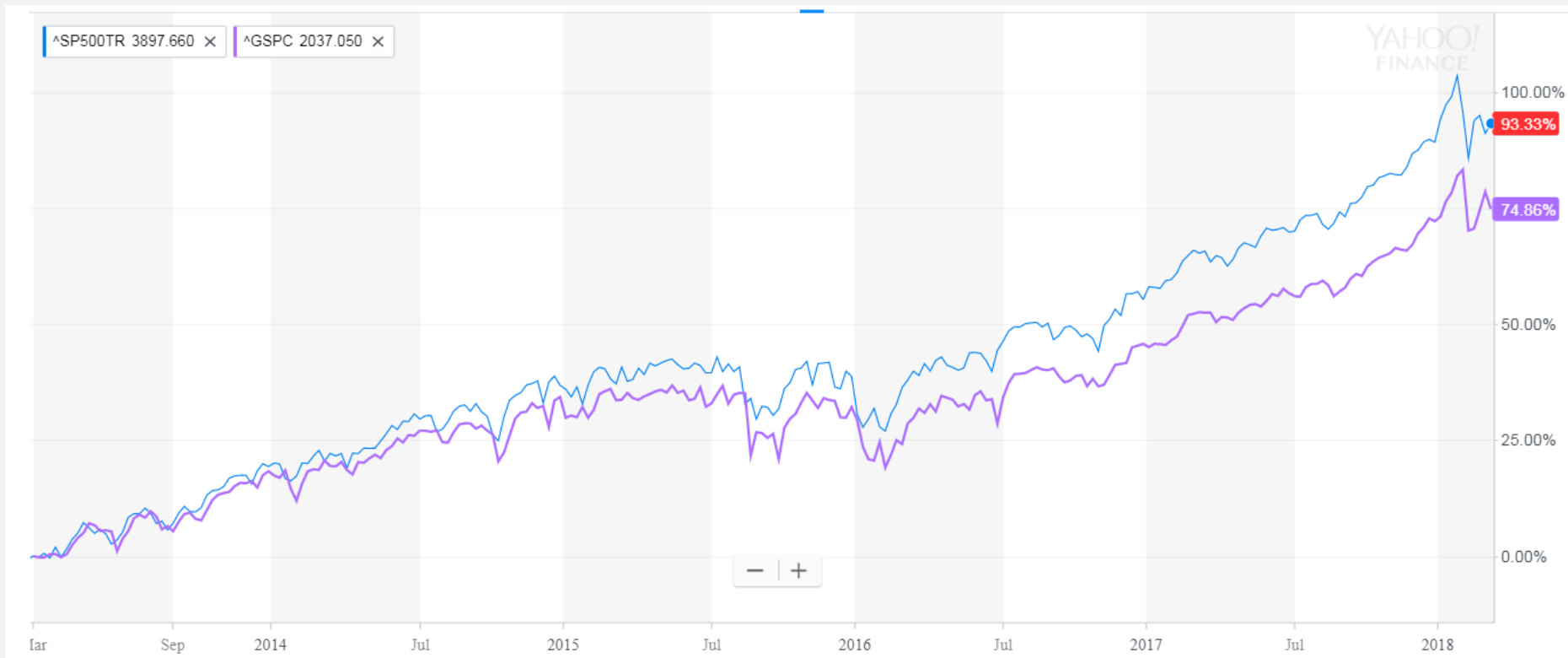
Total Return

- Al computar retornos sobre los precios de cierre “ajustados” por derechos y dividendos, este retorno entonces no incluye los dividendos pagados.
- Esto nos da mejor las propiedades estadísticas de la variable estudiada, porque no está influenciada por la política de dividendos, pero no refleja lo que realmente gana un inversor.
- Para computar lo que gana de verdad se calcula el “Total Return” (suma ganancia por dividendos)

- Holding period return (HPR)

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}$$

STANDARD & POOR'S 500



- The Standard & Poor's 500 Index (S&P 500) is an index of 505 stocks issued by 500 large companies with market capitalizations of at least \$6.1 billion. It is seen as a leading indicator of U.S. equities and a reflection of the performance of the large-cap universe. The S&P 500 is a market value-weighted index and one of the common benchmarks for the U.S. stock market; other S&P indexes include one of small-cap companies with market capitalizations between \$450 million and \$2.1 billion and another made up of mid-cap companies with market capitalizations between \$1.6 billion and \$6.8 billion. Investment products based on the S&P 500 include index funds and exchange-traded funds.
- El ETF SPY (SPDR S&P 500) replica a este índice y es suele ser el mayor ETF del mundo por volume transado.

Fuente: <https://www.investopedia.com>



- Vaya al portal Yahoo Finance y busque al ETF SPY y analice su desempeño reciente.
- Holdings ¿qué puede ver sobre la diversificación de este ETF?
- Vaya a Chart, en “comparison” incluya QQQ y ARGT y analice

TIEMPO CONTINUO

- ¿De dónde viene? De asumir que el período de capitalización tiende a cero.
- ¿Para qué? El principal motivo es modelización. Hay varios modelos avanzados en Finanzas que utilizan tiempo continuo.
- ¿son distintos? Para retornos diarios, si el retorno se mide en tiempo continuo o discreto no cambia mucho. Pero para retornos de más días sí hay diferencias y no se puede saber la dirección (si uno es mayor que el otro en forma sistemática).

- Comprás una acción a \$100. Un año más tarde vale \$200. Al Segundo año cae a su valor original \$100.
- Esta acción no pagó dividendos. Compute la media aritmética y la media geométrica de la tasa anual de retorno bruta

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\overline{X}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (x_i)}$$

Return in Year 1 = $200/100 - 1 = 100\%$

Return in Year 2 = $100/200 - 1 = -50\%$

Arithmetic Mean = $(100\% - 50\%)/2 = 25\%$

Geometric Mean = $\sqrt{(1+1.0) \times (1-0.50)} - 1 = \sqrt{2.0 \times 0.50} - 1 = 0\%$

- Media aritmética del retorno bruto: retorno que ocurrió más seguido (estimador del “valor esperado”)
- Media geométrica del retorno bruto: retorno efectivo que obtuvo en el período un inversor que entró en el día 0 y se fue en el día T.

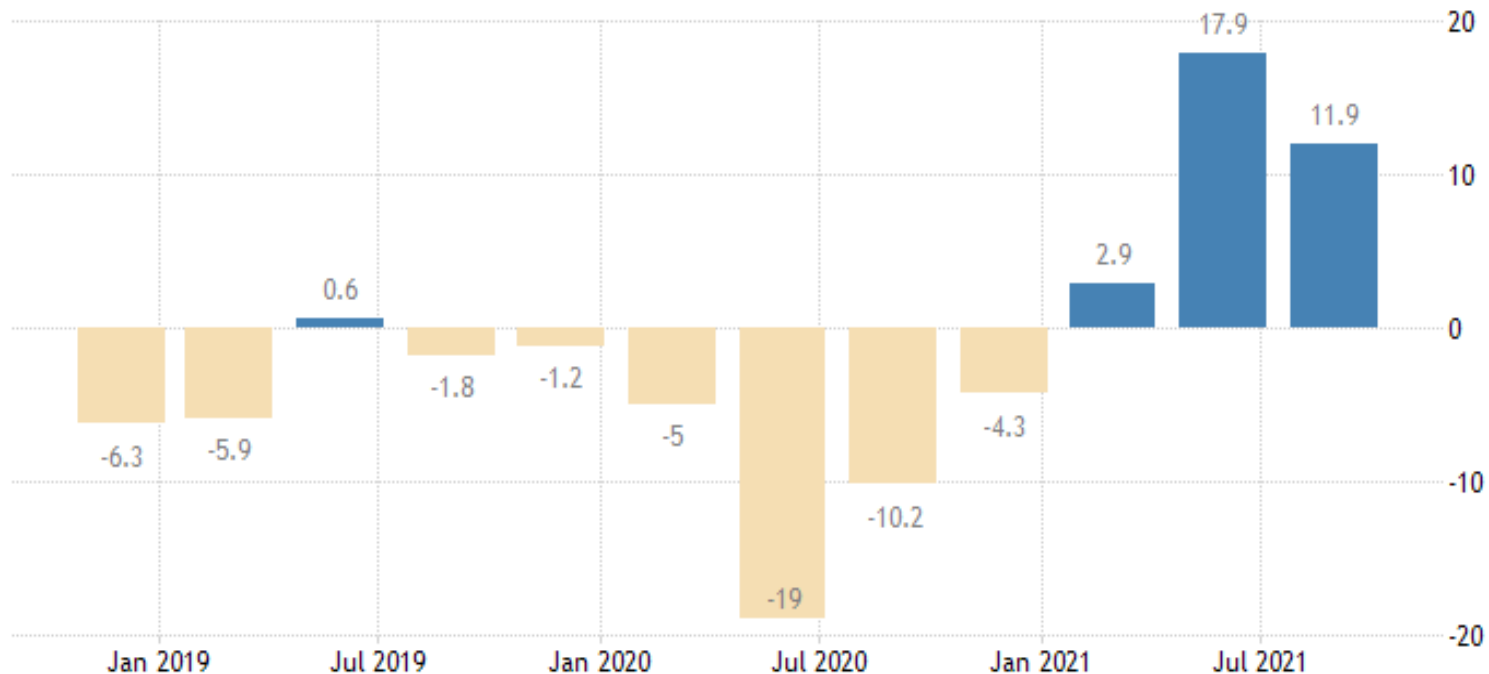
- La media geométrica surge naturalmente en finanzas cuando hay “compounding” (denominada tasa efectiva)

$$1 + R_G = \left[(1 + R_1)(1 + R_2)(1 + R_3) \dots (1 + R_T) \right]^{\frac{1}{T}}$$
$$R_G = \left[\prod_{t=1}^T (1 + R_t) \right]^{\frac{1}{T}} - 1$$

- Se usa también para tasas de crecimiento “efectivas”



- La siguiente figura tomada de “tradingeconomics.com” muestra la evolución de la tasa de crecimiento real de nuestra economía. Compute la tasa de crecimiento promedio (media aritmética) e interprete. Compute ahora la tasa de crecimiento efectiva (usando la media geométrica de la tasa “bruta” de crecimiento).



De donde viene el retorno en Tiempo Continuo

- $P_t = P_{t-1}(1 + R_t)$
 - Si aumento la capitalización a medio día
 - $P_t = P_{t-1}(1 + \frac{R_t}{2})^2$
 - o bien
 - $P_t = P_{t-1}(1 + \frac{R_t}{n})^n$
 - Si hago tender n al infinito (capitalizo en forma continua) y recordando que el número e era:
- $$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$
- $P_t = P_{t-1}e^{R_t}$

$R/2$ es una aproximación. Ejemplo: si $R=2\%$, R acumulado en dos períodos es 4.04% , con lo cual $R/2=2.02\%$ que no es exactamente 2% .
Cuanto más alto el retorno mayor el error de aproximación. Por eso tiempo continuo se usa en general para tasas de retorno diarias

VENTAJA DE RETORNOS CONTINUOS

- El retorno acumulado de dos días es la suma de los retornos:

$$\begin{aligned} R &= \ln(P_2/P_0) \\ &= \ln(P_2/P_1 * P_1/P_0) \\ &= \ln(P_2/P_1) + \ln(P_1/P_0) \\ &= R_2 + R_1 \end{aligned}$$



1. Cacho invirtió \$5000 en un bono cupón cero que paga una tasa anual de 7% pero con interés compuesto en tiempo continuo con madurez a 5 años.
 - a) Cuál es el monto que tendrá Cacho al cabo de 5 años?
 - b) Si el bono hubiera capitalizado en tiempo discreto, ¿cuánto tendría al vencimiento del bono?
2. ¿Cuál debería ser la tasa anual de interés si invertio \$5,300 y quiero duplicar este monto en 8 años?
3. Cacho copado con los bonos cupón cero está pensando invertir \$5000 en un bono coporativo del banco HZC que promete una tasa anual con interés compuesto de 9%. Si el bono vence a 15 años, ¿cuánto tendrá Cacho al vencimiento del bono?
4. Un amigo de Cacho obtuvo 10% el primer año, 5% el segundo y perdió 3% el tercero, siempre hablando de retornos anuales medidos en tiempo continuo. ¿Cuál fue la tasa de retorno de su inversion “punta a punta”?

- Zero coupon bond definition:
<https://www.investopedia.com/terms/z/zero-couponbond.asp>
- Diferencia entre zero coupon y bonos regulares:
<https://www.investopedia.com/ask/answers/06/zerocouponregularbond.asp>

RESPUESTA EJERCICIO 1:

$$=5000*EXP(7\%*5) \approx 7095$$

RESPUESTA EJERCICIO 2: 8.7%

RESPUESTA EJERCICIO 3: \$19.287



EJERCICIO

- Bajar serie de precios diarios y mensuales de Citi Bank últimos 5 años:
 - a) Compute retornos en tiempo discreto y continuo
 - b) Compute para ambos estadísticas descriptivas y compare
 - c) ¿La media y mediana coinciden? ¿Qué puede decir de la asimetría y curtosis?
 - d) Compare histogramas
 - e) Compute la media aritmética y la media geométrica para los retornos y compare.

II. PORTAFOLIOS Y PROMEDIO PONDERADO

[Volver al índice](#)

- El promedio ponderado surge naturalmente en Finanzas cuando analizamos portafolios e índices.
- Un índice de Mercado es de hecho un promedio ponderado por definición.
- Recordemos que el promedio ponderado se define como:

$$\overline{X}_w = \sum_{i=1}^n w_i X_i \quad \text{donde } 0 \leq w_i \leq 1, \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

- La restricción que el peso individual esté entre 0 y 1 no es necesaria en finanzas y de hecho se pueden armar portafolios con w negativos (short)

RETORNO DE UN PORTAFOLIO

- Es fácil probar que el Retorno de un Portafolio es un promedio ponderado del retorno de los activos individuales que componen el portafolio, donde el peso viene dado por el share inicial de cada activo en el valor total del portafolio.

$$R_t^p = \sum_{i=1}^N w_i R_t^i$$

- A continuación la prueba (para el lector incrédulo)



- Definimos el peso del activo i (weight) como: $w_i = \frac{m_i P_i}{P_P}$

- El valor del portfolio es el precio de cada activo por la cantidad de shares que tengo de ese activo

$$\begin{aligned} P_P &= m_1 P_1 + \dots + m_N P_N \\ &= \sum_{i=1}^N m_i P_i \end{aligned}$$

- Dividiendo por el valor total tengo

$$1 = \sum_{i=1}^N w_i$$



El rendimiento, por definición, es la variación total en el valor del portafolio

$$\begin{aligned}\frac{P'_P - P_P}{P_P} &= \frac{\sum_{i=1}^N m_i P'_i - \sum_{i=1}^N m_i P_i}{\sum_{i=1}^N m_i P_i} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i (P'_i - P_i)}{\sum_{i=1}^N m_i P_i} \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{m_i P_i}{\left(\sum_{i=1}^N m_i P_i \right)} \left(\frac{P'_i - P_i}{P_i} \right) \\ R_p &= \sum_{i=1}^N w_i R_i\end{aligned}$$

Promedio Ponderado (por la participación inicial en la cartera) de los retornos individuales al inicio de holding period. Importa más el retorno de los activos que más participación tienen en mi cartera

Administración de carteras: no es más que escoger “en forma inteligente” los pesos para un conjunto de activos

ENTENDIENDO RETORNOS Y ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN



- Al inicio de 2003 compramos 600 unidades del activo 1 y 400 del activo 2, que tienen los siguientes retornos:

Table I.1.1 Asset prices

Year	Price of asset 1	Price of asset 2
2003	100	200
2004	125	500
2005	80	250
2006	120	400

- Encuentre los pesos y el valor del portafolio para cada año si el portafolio no es “rebalanceado”



- Si el portafolio no es rebalanceado los pesos van cambiando a medida que cambian los precios. Los activos que ganan valor incrementan de peso, y los que pierden valor pierden peso

Table I.1.2 Portfolio weights and portfolio value

Year	Price 1	Price 2	Weight 1	Weight 2	Value 1	Value 2	Portfolio Value
2003	100	200	0.600	0.400	60,000	40,000	100,000
2004	125	500	0.429	0.571	75,000	100,000	175,000
2005	80	250	0.490	0.510	48,000	50,000	98,000
2006	120	400	0.474	0.526	72,000	80,000	152,000

ESTRATEGIAS

- Momentum investing: selling losers and buying winners
- Contrarian investing: selling winners and buying losers
- Buy and hold: comprar y mantener por un tiempo la cartera sin movimientos. Busca minimizar los costos de transacción de entra y salida pero...¿qué pasa con los pesos de cada acción?

Profitability of Momentum Strategies: An Evaluation of Alternative Explanations

NARASIMHAN JEGADEESH and SHERIDAN TITMAN*

ABSTRACT

This paper evaluates various explanations for the profitability of momentum strategies documented in Jegadeesh and Titman (1993). The evidence indicates that momentum profits have continued in the 1990s, suggesting that the original results were not a product of data snooping bias. The paper also examines the predictions of recent behavioral models that propose that momentum profits are due to delayed overreactions that are eventually reversed. Our evidence provides support for the behavioral models, but this support should be tempered with caution.

Many portfolio managers and stock analysts subscribe to the view that momentum strategies yield significant profits. Jegadeesh and Titman (1993) examine a variety of momentum strategies and document that strategies that buy stocks with high returns over the previous 3 to 12 months and sell stocks with poor returns over the same time period earn profits of about one percent per month for the following year.¹ Although these results have been well accepted, the source of the profits and the interpretation of the evidence are widely debated. Although some have argued that the results provide strong evidence of “market inefficiency,” others have argued that the returns

Momentum

Annual Review of Financial Economics, Vol. 3, pp. 493-509, 2011

Posted: 10 Jan 2012

Narasimhan Jegadeesh

Emory University - Department of Finance

Sheridan Titman

University of Texas at Austin - Department of Finance; National Bureau of Economic Research (NBER)

 [There are 3 versions of this paper](#)

Date Written: December 2011

Abstract

There is substantial evidence that indicates that stocks that perform the best (worst) over a three- to 12-month period tend to continue to perform well (poorly) over the subsequent three to 12 months. Until recently, trading strategies that exploit this phenomenon were consistently profitable in the United States and in most developed markets. Similarly, stocks with high earnings momentum outperform stocks with low earnings momentum. This article reviews the momentum literature and discusses some of the explanations for this phenomenon.

Suggested Citation:

Jegadeesh, Narasimhan and Titman, Sheridan, Momentum (December 2011). Annual Review of Financial Economics, Vol. 3, pp. 493-509, 2011, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1981855> or <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-financial-102710-144850>

EXPLICACIONES PARA MOMENTUM INVESTING

1. Reacción lenta de los mercados a los anuncios (nueva información).
2. Positive correlation in information shocks (noticias buenas son seguidas de más noticias buenas)
3. Sesgo por compra en paquete de empresas (se reacciona menos a la info individual de una acción o una industria)
 - Moskowitz & Grinblatt (1999) encuentran industry momentum (definen industrias y ganadores dentro de las mismas, comparan portfolios random con portafolios momentum)
4. Behavioral finance:

BEHAVIORAL FINANCE

[Volver al índice](#)

- Efficient Market Hypothesis: asset prices reflect all available information. A direct implication is that it is impossible to "beat the market" consistently on a risk-adjusted basis since market prices should only react to new information.
- Los precios hoy son el valor esperado $-E()$ -, dada la información disponible hoy (I_t), de todo el flujo futuro de dividendos descontados

$$P_t = E(NPV(D)/I_t)$$

- Esto implica

$$E(P_{t+1}/P_t) = P_t$$

- ○

$$E(r_{t+1}) = \frac{E(P_{t+1}/P_t)}{P_t} - 1 = 0$$

El retorno esperado sigue un “random walk”. Los precios sólo reaccionan a nueva información.

- Ejemplo

Según un estudio de una universidad ignora no importa el orden en el que las letras estén escritas, la única cosa importante es que la primera y la última letra estén escritas en la posición correcta. El resto pueden estar totalmente mal y aun puedes leerlo sin problemas. Eso es porque no leemos cada letra en sí misma, pero si la palabra como un todo. ¿No te parece aglocerrible?

NEUROCIENCIAS

- Nuestra mente usa información previa para razonar, atajos para ahorrar energía.
- Hay un sistema “dual” de pensamiento (sistema 1 y 2) que nos puede dar respuestas muy distintas.
- Surgen los “sesgos cognitivos”

“A cognitive bias is a systematic error in thinking that occurs when people are processing and interpreting information in the world around them and affects the decisions and judgments that they make”

CHARTISTAS Y QUANTS

- Análisis Técnico tienen sentido si el mercado no es eficiente
- En los últimos años ha surgido una nueva rama llamada “Quantitative Behavioral Finance” (Quants) que usa matemática y estadística para entender los sesgos cognitivos y su efecto en el valor de las cosas.
- Usan herramientas matemáticas como ecuaciones diferenciales estocásticas .- dynamical system of nonlinear asset flow differential equations (AFDEs)”

EJEMPLO: COSTOS HUNDIDOS

- (La doble i) Costo incurrido e irrecuperable, por lo que no debe afectar la toma de decisiones de una persona racional.





A/B Testing

Grupo A: costo hundido \$0

Astrada 5 porciones

Tagliafico 3

Mary 2

Grupo B : costo hundido \$10

Gabriel Mercado 4 porciones

Roman 10

Silvina 7 porciones

Disposition effect: tendencia a no desprenderse de las perdedoras y hacer liquidez con las ganadoras

Cacho



- Stop-loss order is an order placed with a broker to buy or sell a specific stock once the stock reaches a certain price. Suppose you just purchased Microsoft (MSFT) at \$20 per share. Right after buying the stock, you enter a stop-loss order for \$18. If the stock falls below \$18, your shares will then be sold at the prevailing market price.
- Stop-limit orders are similar to stop-loss orders but limit on the price at which they will execute. There are then two prices specified in a stop-limit order: the stop price, which will convert the order to a sell order, and the limit price. Instead of the order becoming a market order to sell, the sell order becomes a limit order that will only execute at the limit price (or better). In the previous example, you add a stop-limit of \$17, then your order will execute if the price is between 17 and 18.

A



\$ 255



\$ 5

B



\$ 250



\$ 10

Relative Thinking: solemos hacer análisis sobre la base de la comparación y por ende podemos hacer comparaciones erróneas, como ver el % de ahorro y no el monto que me ahorro.

Esto pasa con los retornos y con la información que procesamos

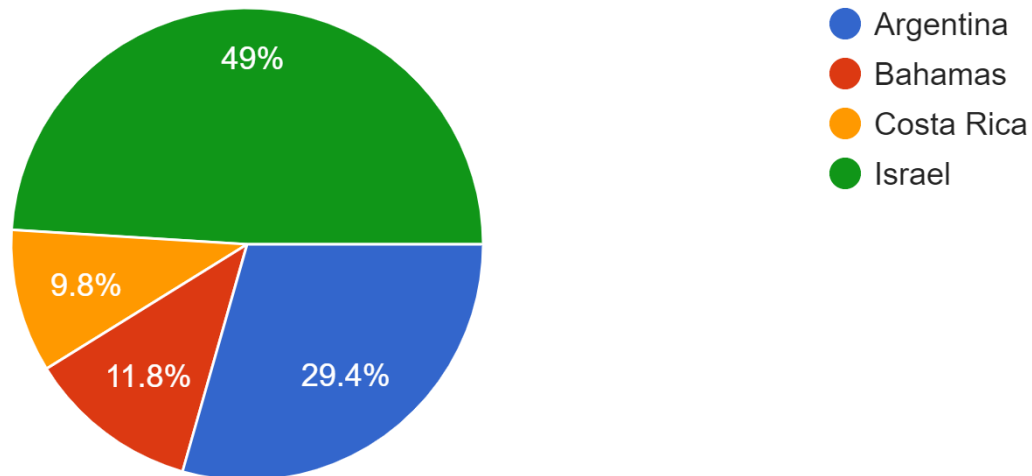
Conservatism bias: inversores tienden a prestar menos atención a la información cuando confirma sus creencias previas.

TEST

- ¿En que país es más probable morir por homicidio?
 - Argentina
 - Bahamas
 - Costa Rica
 - Israel

¿En que país es más probable morir por homicidio (siendo un homicidio cuando una persona mata a otra con intención, incluyendo conflictos civiles y atentados, excluyendo accidentes)?

51 responses



DATOS 2015

- En que país es más probable morir por homicidio?
 - Argentina 5/1000
 - Bahamas 29.8/1000
 - Costa Rica 8.5/1000
 - Israel 1.8/1000

DATOS 2020

- En que país es más probable morir por homicidio?
 - Argentina 5,94/1000
 - Bahamas 28,4/1000
 - Costa Rica 11,9/1000
 - Israel 1,36/1000

¿Que casa más muertes en EE.UU.?

- I. (a) accidentes de tránsito
- (b) cáncer de estómago

¿Qué casa más muertes en los países desarrollados?

- (a) Homicidios
- (b) suicidios

(Kahneman & Tversky, 1974)

- Traffic accident vs. Stomach cancer:
 - Typical Guess (in 1974)
traffic accident = 4X stomach cancer
 - Actual (1974 estimates)
45,000 traffic, 95,000 stomach cancer deaths in US
 - Ratio of newspaper reports on each subject
137 (traffic fatality) to 1 (stomach cancer death)
- Actual Homicide vs. Suicide rates (2013):
 - Murder rate 6 per 100,000
 - Suicide rate 10.8 per 100,000

Availability heuristics: formamos probabilidades de forma subjetiva sobre bases incorrectas de información disponible

- Se estima las probabilidades por la facilidad con la cual se hacen asociaciones o viene información a la mente
- “Availability is based on fundamental aspect of memory search”
- Ojo, puede funcionar bien, cuando availability se correlaciona con la probabilidad de los eventos.
- Empresas: énfasis repetitivo en algunos temas pueden sesgar la importancia que nuestra mente le da a la ocurrencia de esos temas.

- Si todos los pesos son positivos, es un portfolo long
- Si todos son negativos es un portafolio short
- Combinación de positivos y negativos es un long-short portfolio
- Si la suma da 1, es un fully-funded portfolio
- Si la suma da 0, es un self-financing portfolio

- Rebalancing. Si el portafolio no es rebalanceado los pesos van cambiando a medida que cambian los precios. Los activos que ganan valor incrementan de peso, y los que pierden valor pierden peso
- Benchmark portfolio
- Efecto del flujo del cash en el portafolio.
 - Money weighting return (TIR del portafolio)
 - Time weighting (se deshacen los efectos del cash in y out)

Representativeness Heuristic

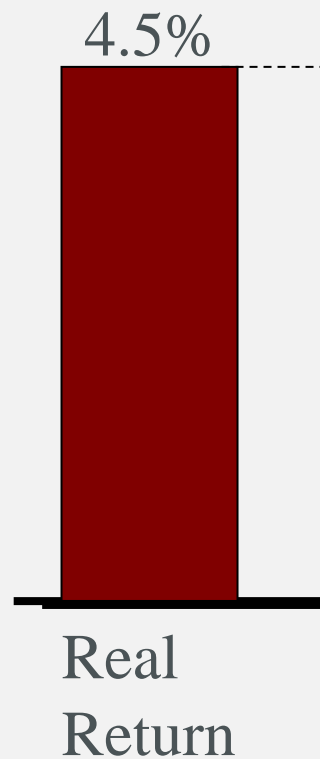
Que patrón de nacimientos es más probable en un hospital donde nacieron 6:

- a) G B G B B G
- b) B B B B B B



A es visto como más **representativo** o **similar** a un prototipo de lo esperado

Ejemplo. Retorno percibido vs retorno real



Confirmation Bias (Sesgo de Confirmación)

- Tendencia a buscar, interpretar, favorecer, o recordar información en una forma tal que confirma nuestras creencias o hipótesis, a la vez que le da un peso desproporcionadamente bajo a otras alternativas.



Charles G. Lord, Lee Ross, & Mark R. Lepper, Biased Assimilation and Attitude Polarization: The Effects of Prior Theories on Subsequently Considered Evidence, 37 J. PERSONALITY & SOC. PSYCHOL. 2098 (1979).

SESGOS QUE PODRÍAN EXPLICAR LA FALTA DE REACCIÓN A TIEMPO

- Disposition Effect (Trampa del costo hundido)
- Availability Heuristics
- Representativeness Heuristics
- Confirmation bias

IV. ÍNDICES DE MERCADO

[Volver al índice](#)

- Es un portafolio que busca mostrar la evolución de un mercado para lo cual debe escoger qué acciones incluir y cuánto ponderar a cada una.
- Pueden ser “value weighted” donde el peso se pone en función del pasado reciente de las acciones en términos de volumen transado.
- Pueden tener pesos fijos (equal weighted portfolio) donde al estar fijo el peso no tenemos efecto momentum que pesen más las que suben más, siempre todas pesan igual.

Ejemplo. Merval

- Merval: Cada acción tiene un peso o ponderación con respecto al índice y esa ponderación se determina con respecto al volumen negociado en el trimestre anterior.

EMPRESA	RUBRO	PESO
Pampa Energía	Grupo energético	8,47 %
Grupo Fin.Galicia	Financiero	7,98 %
YPF	Petrolera	5,62 %
Petrobras Brasil	Grupo energético	4,97 %
Banco Macro	Bancario	4,95 %
Central Puerto	Gener. eléctrica	4,19 %
Comercial del Plata	Entretenimiento	4,05 %
Transener	Transp. eléctrica	3,99 %
Siderar	Siderurgia	3,90 %
Tenaris	Siderurgia	3,86 %
BBVA Francés	Bancario	3,64 %
Phoenix Global	Petrolera	3,49 %
Transp.Gas del Norte	Transp. eléctrica	3,47 %
Cresud	Agropecuario	3,30 %
BYMA	Financiera	3,27 %
Transp.Gas del sur	Transp. eléctrica	3,24 %
Aluar	Productora aluminio	2,78 %
Mirgor	Autopartes	2,60 %
Telecom	Telefónica	2,59 %
Edenor	Eléctrica	2,44 %
Agrometal	Agrícola	2,25 %
Distr.Gas Cuyana	Energética	2,01 %
Boldt	Tecnología	1,87 %
Supervielle	Financiero	1,73 %
Juan Minetti	Cementera	1,51 %
Consultatio	Bienes raíces	1,46 %
San Miguel	Frutícola	1,39 %
Central Costanera	Gener. eléctrica	1,39 %
Autopistas del Sol	Concesionaria vial	1,27 %
Concesionario Oeste	Construcción	1,17 %
Banco Hipotecario	Bancario	1,16 %

Composición del
índice Merval
(2018)

Prof. Sebastián Auguste

Merval



- cantidad fija de acciones para cada firma (conocida como “cantidad teórica”)
- Se cambia cada 3 meses, sobre la base de la participación de los últimos 6 meses.
 - 1. Se calculan los coeficientes de participación para cada acción i

$$Part_i = \sqrt{\frac{n_i}{N} * \frac{V_i}{V}}$$

- 2. Se ordenan de mayor a menor por “Part”, y entran las que lleguen al 80% del total
- 3. Se ajusta la participación

$$PartAj_i = \frac{Part_i}{\sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{n_i}{N} * \frac{V_i}{V}}}$$



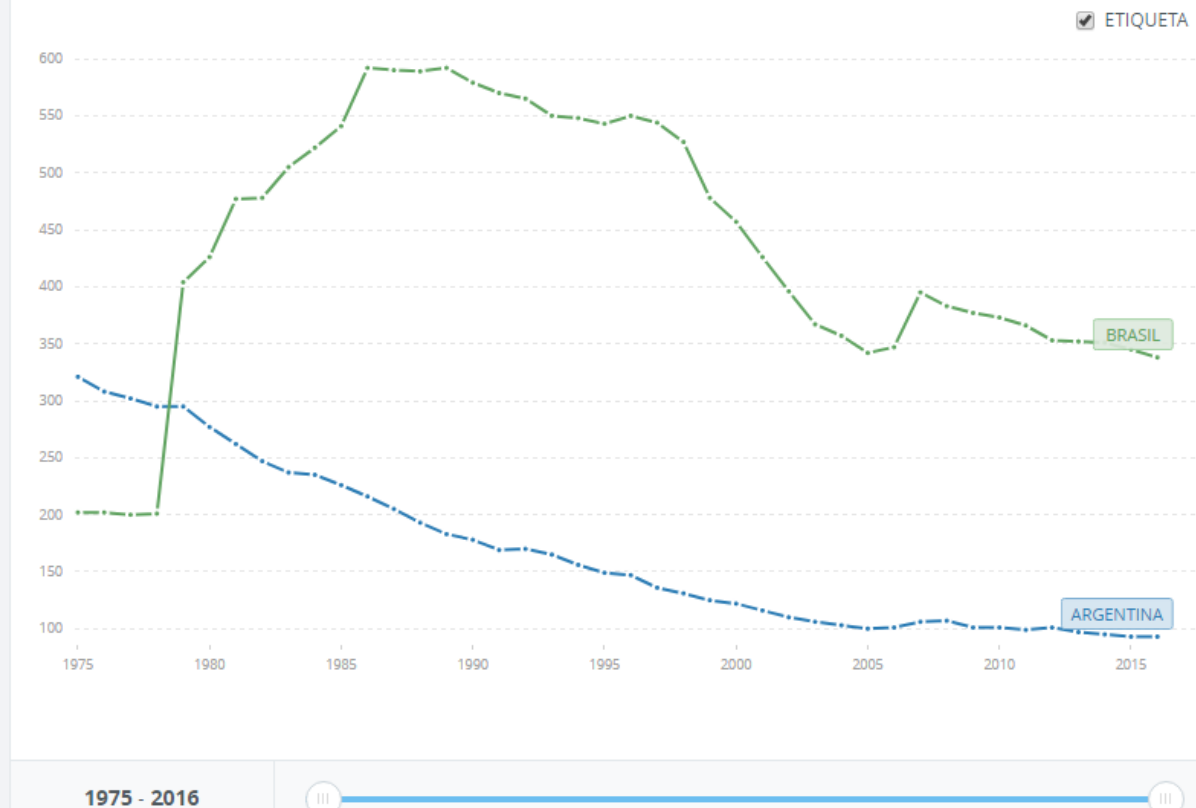
El Top 10

- S&P500 (NYSE)
- Nasdaq 100 (NASDAQ)
- Nikkei 225 (Tokio)
- FTSE 100 (Footsie 100) (Londres)
- Hang Seng Index (Hong Kong)
- SSE Composite (Shangai)
- S&P/TSX 60 (Toronto)
- DAX (Frankfurt)
- S&P/ASX 20 (Australia)
- BSE Sensex (Bombay)

Cantidad de empresas con cotización pública por país

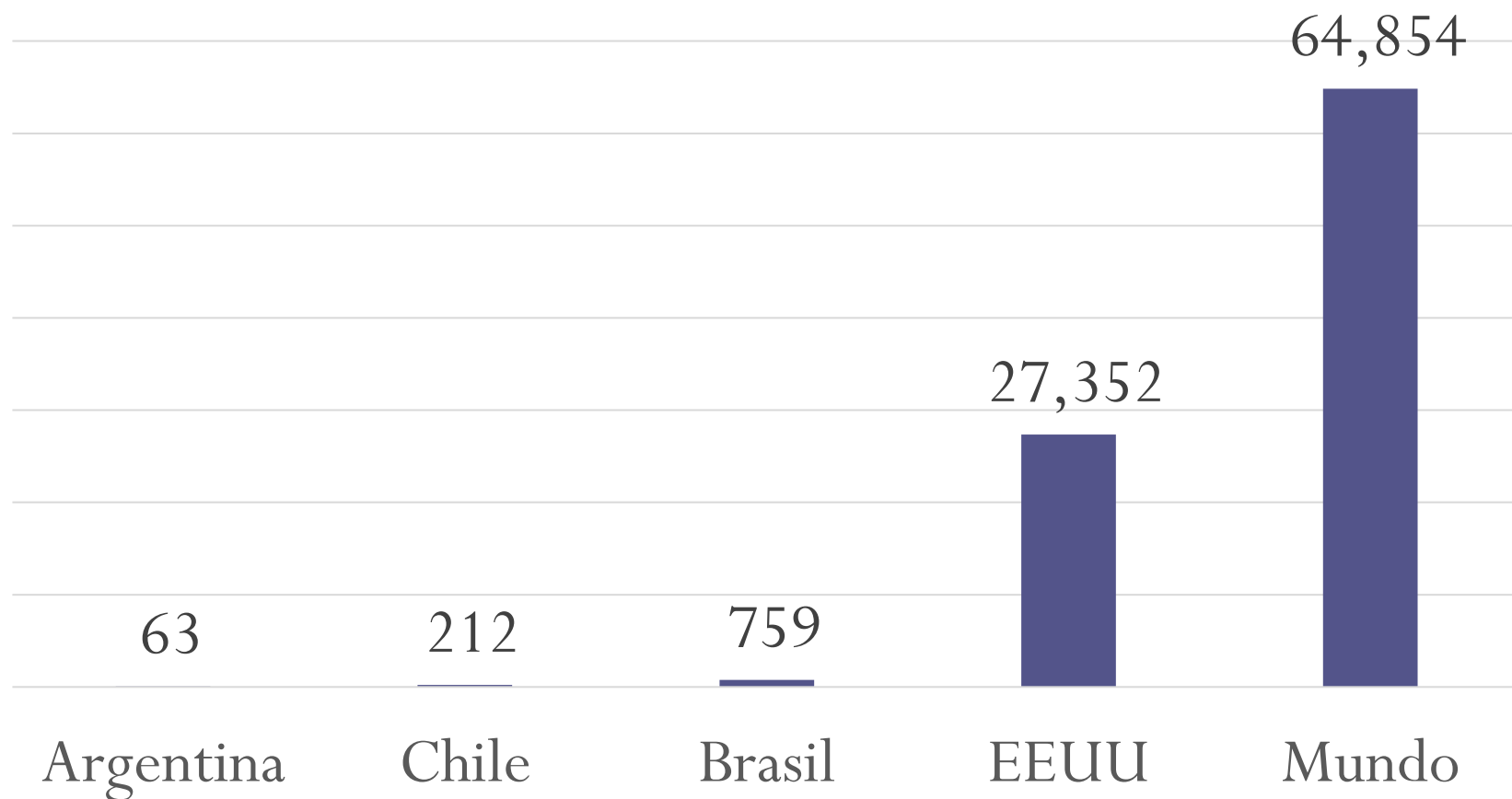


	1975	2016	2022
Alemania	471	531	438
Argentina	321	93	91
Brasil	202	338	345
Canadá	1,488	3,368	3,922
Chile	-	214	194
China	-	3,052	4,154
Corea	-	2,039	2,318
España	941	3,480	2,711
EE.UU.	2,670	4,331	4,266
Hong Kong	136	1,872	2,353
Mundo	14,779	43,192	43,248
LAC	892	1,190	1,095
Asia	2,853	17,325	20,078





Market Capitalization en Miles de millones USD, 2017



V. NORMALIDAD

[Volver al índice](#)

ACCIONES TIENDEN A TENER DISTRIBUCIONES NORMALES

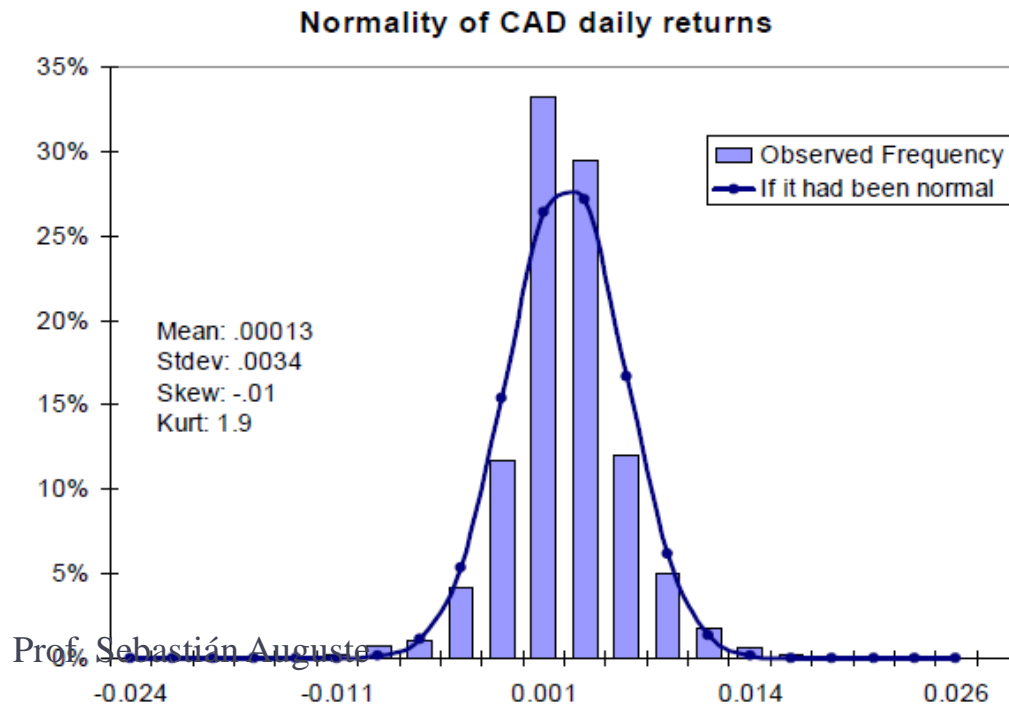
- Propiedades de la Normal:
 - Media y mediana coinciden
 - Histograma con forma de campana
 - Simetría respecto a la media (coeficiente de asimetría en Excel 0)
 - Relación entre media, desvíos y frecuencias:

68%		1	
86%	de datos están a	1.5	stdev de la media
95%		2	
99%		3	

- Curtosis 3 (Ausencia de curtosis)

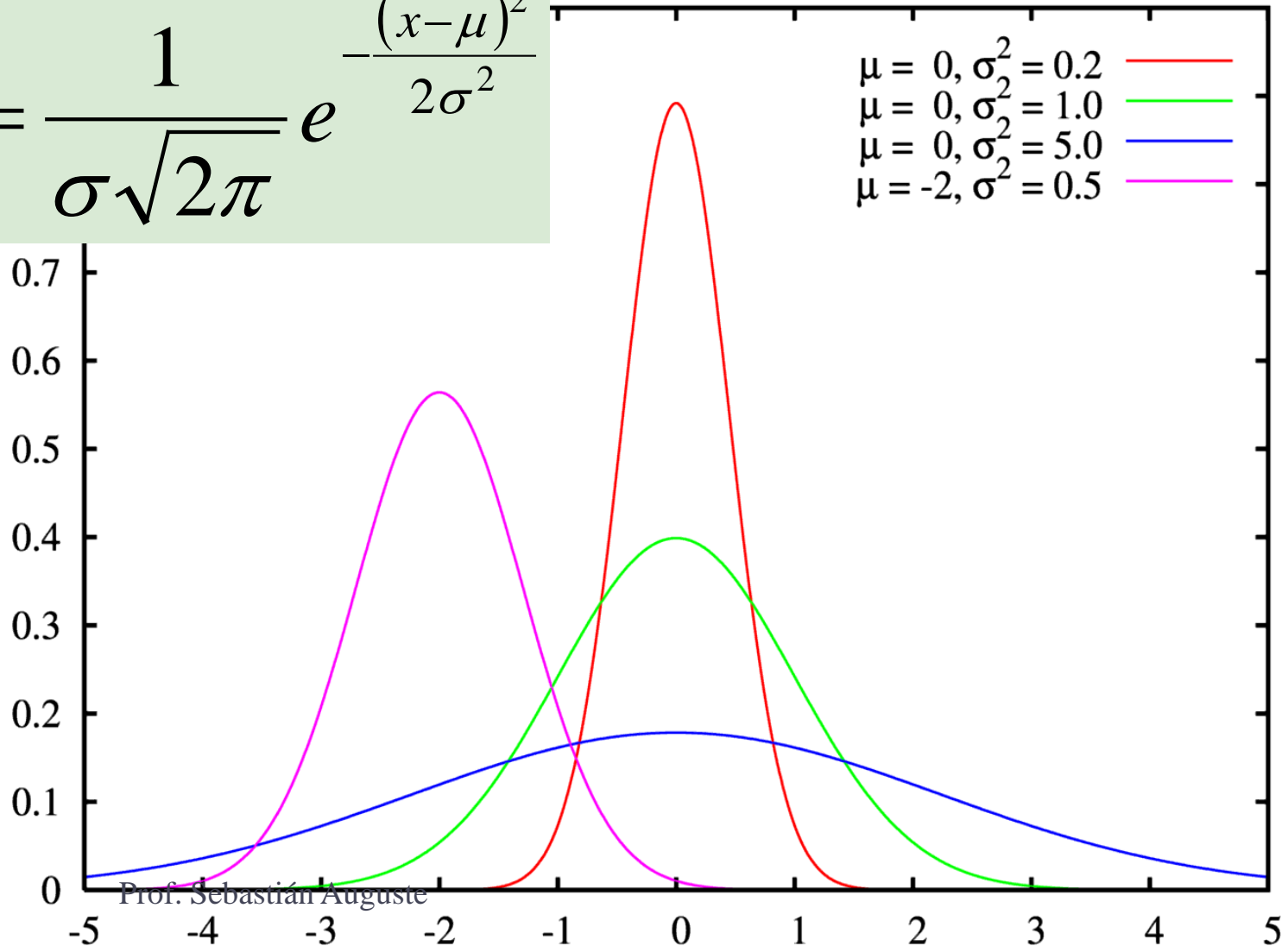
Normalidad

- Los histogramas que representan datos reales frecuentemente tienen forma de campana
- Esta forma se denomina distribución normal
- Hay buenas razones para que pase frecuentemente



Distribución Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Six Sigma



- William Edwards Deming (1900-1993) was an American quality-control guru who stressed the importance of understanding "normal variation" in a business process. When a data set has a symmetric histogram (skewness between -1 and +1), you can usually gain insight into the "normal range of variation for a data set" by relying on the following rule of thumb involving the sample mean \bar{x} and sample standard deviation S :
- 68% of the data points are within S of the mean (between $\bar{x} - S$ and $\bar{x} + S$).
- 95% of the data points are within $2S$ of the mean (between $\bar{x} - 2S$ and $\bar{x} + 2S$).
- 99.7% of the data points are within $3S$ of the mean (between $\bar{x} - 3S$ and $\bar{x} + 3S$).
- Any data point that is more than $2S$ from the mean is designated an unusual observation or outlier. Deming showed how identifying the cause of "unfavorable" outliers can help you prevent them from occurring again. Let's now apply these ideas to the distribution of IQs. The graph would look like this:

ejemplo



- Use Cisco.xlsx, que contiene retornos mensuales de Cisco Systems para los 1990s.
- Use la regla previa para describir los retornos (celdas E7:E12, computa los bounds)
- 99.7% de los retornos mensuales se encuentran entre $.055 \pm 3 (.122)$ — i.e. -31% a 42%.
- 95% entre $.055 \pm 2 (.122)$ — i.e., -19% a 30%.
- 68% entre $.055 \pm .122$ - i.e., -7% a 18%.

VI. RIESGO

[Volver al índice](#)

¿CÓMO MEDIR EL RIESGO EN FINANZAS?

- ¿qué es el riesgo?

ALGUNAS MEDIDAS DE RIESGO

- Rango: riesgo como amplitud de retornos posibles
- Rango intercuartil: riesgo como amplitud de retornos posibles eliminando extremos.
- Varianza / Desvío Estándar: riesgo “absoluto” de “errar a la media” (si me alejo mucho o poco de la media)
- Coeficiente de Variación: riesgo “relativo” de errar a la media (si me alejo mucho o poco en porcentaje de esa media)

- Morningstar Fund Values en su Guía sobre cómo leer los reportes financieros y recomendaciones a sus inversores aclara:

Standard Deviation: This indicates the volatility of a fund. In general, the higher the standard deviation, the greater the volatility. Approximately two thirds of the time, a fund's monthly total return will be its average monthly total plus or minus one standard deviation. Approximately 95% of the time, the fund's monthly total return will fall within two standard deviations of its average return. Thus the greater the standard deviation, the greater the range of likely returns.

Note: for funds with high total returns, the standard deviation can be misleading as a risk indicator because large positive deviations will increase the standard deviation without a corresponding increase in the "risk" of the fund.

- ¿Por qué el desvío estándar puede no ser una buena medida de riesgo?

Coeficiente de Variación Muestral

$$CV = s/\bar{X}$$

- Varianzas con medidas distintas no son comparables(varianza no está libre de unidad de medida).
- Para tener una medida de variación independiente de la unidad de medida se usa el Coeficiente de Variación

Aplicación a Finanzas. Sharpe Ratio

- El Ratio de Sharpe se define como:

$$Sh_i = \frac{\overline{R_i} - r_{rf}}{s_i}$$

- El activo risk free tiene varianza cero (por definición)
- Sharpe Ratio es como una inversa del CV
- Es una medida del exceso de rendimiento por unidad de riesgo de una inversión.

- El Ratio de Sharpe se utiliza para mostrar hasta qué punto el rendimiento de una inversión compensa al inversor por asumir riesgo en su inversión
- Cuando se comparan dos inversiones la inversión con el Ratio de Sharpe más alto proporciona mayor rendimiento para un mismo nivel de riesgo.
- El Ratio de Sharpe, junto con otras como el Ratio de Treynor y la Alfa de Jensen se utilizan con frecuencia para medir el comportamiento de los activos de una cartera o para comparar la eficacia de distintos gestores de fondos comunes de inversión u otros activos.

Treynor vs Sharpe



$$Treynor = \frac{R_i - R_{rf}}{\beta_i}$$

$$Sh_i = \frac{\overline{R_i} - r_{rf}}{s_i}$$



Prof. Sebastián Auguste

Aplicación a Finanzas. Retorno VaR Empírico

- Percentil en la cola de la izquierda de la distribución empírica (histograma) de los retornos de un activo financiero.
- Usualmente se usa al 1% o al 5%
- Comando en Excel. Percentil / Percentile
- En excel comandos utiles
 - Percentil/percentile da el valor para cada percentile elegido
 - RANGO.PERCENTIL.INC / PERCENTRANK nos da para un valor dado X a qué percentil pertenece

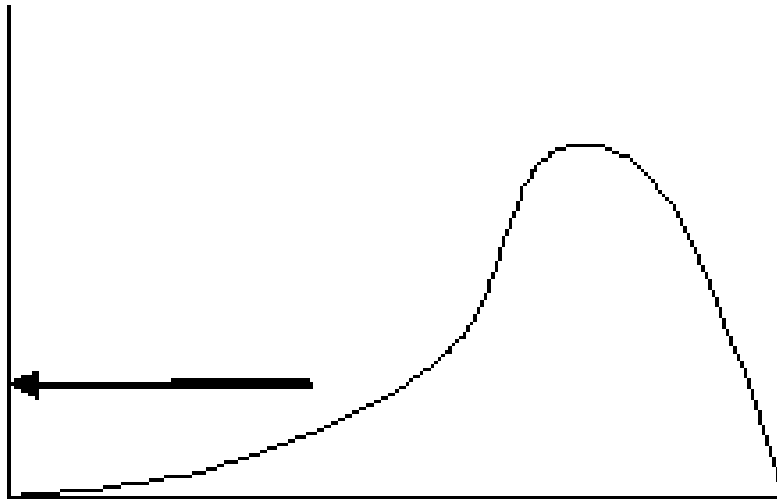
ALGUNAS MEDIDAS DE RIESGO

- Rango: riesgo como amplitud de retornos posibles
- Rango intercuartil: riesgo como amplitud de retornos posibles eliminando extremos.
- Varianza / Desvío Estándar: riesgo “absoluto” de “errar a la media” (si me alejo mucho o poco de la media)
- Coeficiente de Variación: riesgo “relativo” de errar a la media (si me alejo mucho o poco en porcentaje de esa media)
- **Sharpe ratio: premio por unidad de riesgo**
- **Value at Risk: riesgo de perder (cuánto pierdo en un evento malo)**

ASIMETRÍA

- Simetría: si los valores de la serie de datos en un histograma tienen un solo pico en el centro y "tiene el mismo aspecto" a la izquierda y derecha.
- Si el conjunto de datos es simétrico, la media, mediana y moda son aproximadamente iguales.
- En distribuciones Normales, no hay simetría y entonces no importa, ¿pero qué pasa si la distribución no es Normal?

Asimetría

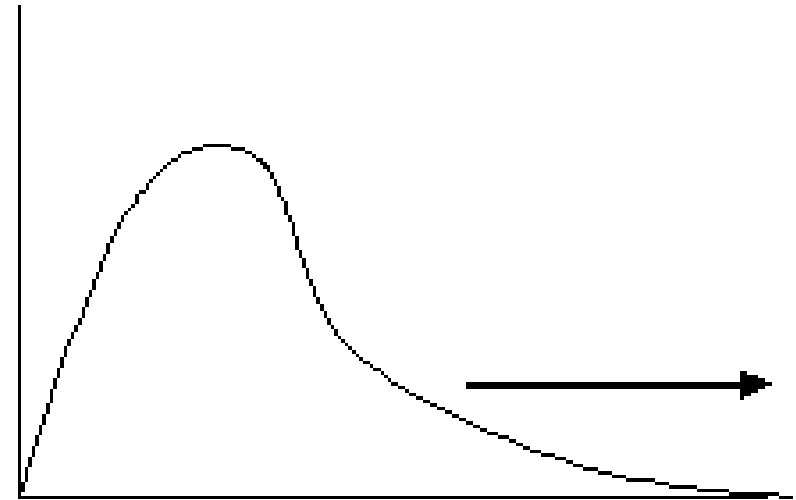


Negative Skew

Elongated tail at the **left**

More data in the left tail than would be expected in a normal distribution

- Días de concepción de un parto.



Positive Skew

Elongated tail at the **right**

More data in the right tail than would be expected in a normal distribution

- Ingresos, habilidad,

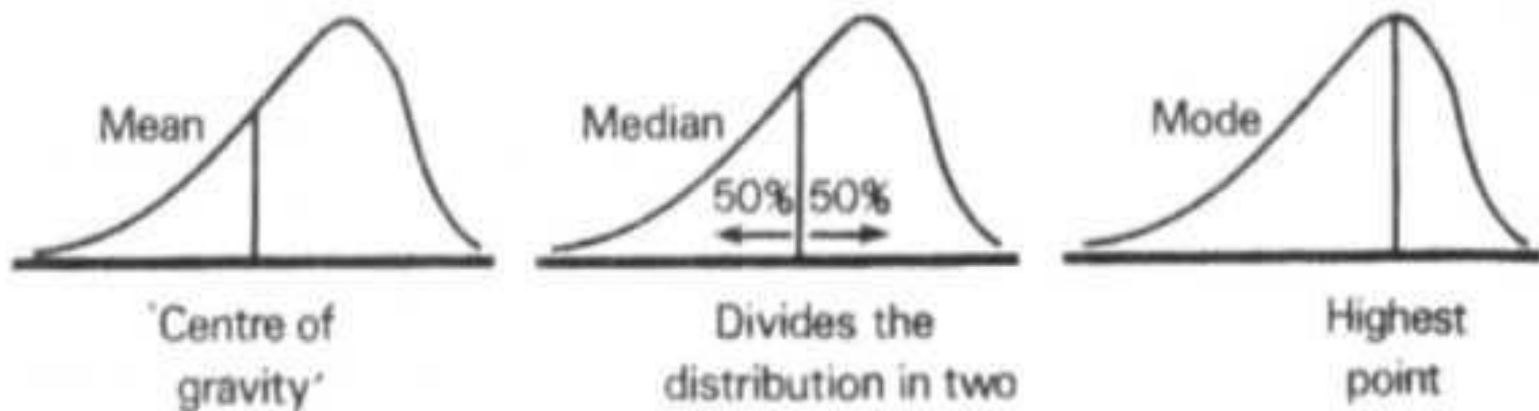


Figure 5.6 Interpreting the mean, median and mode.

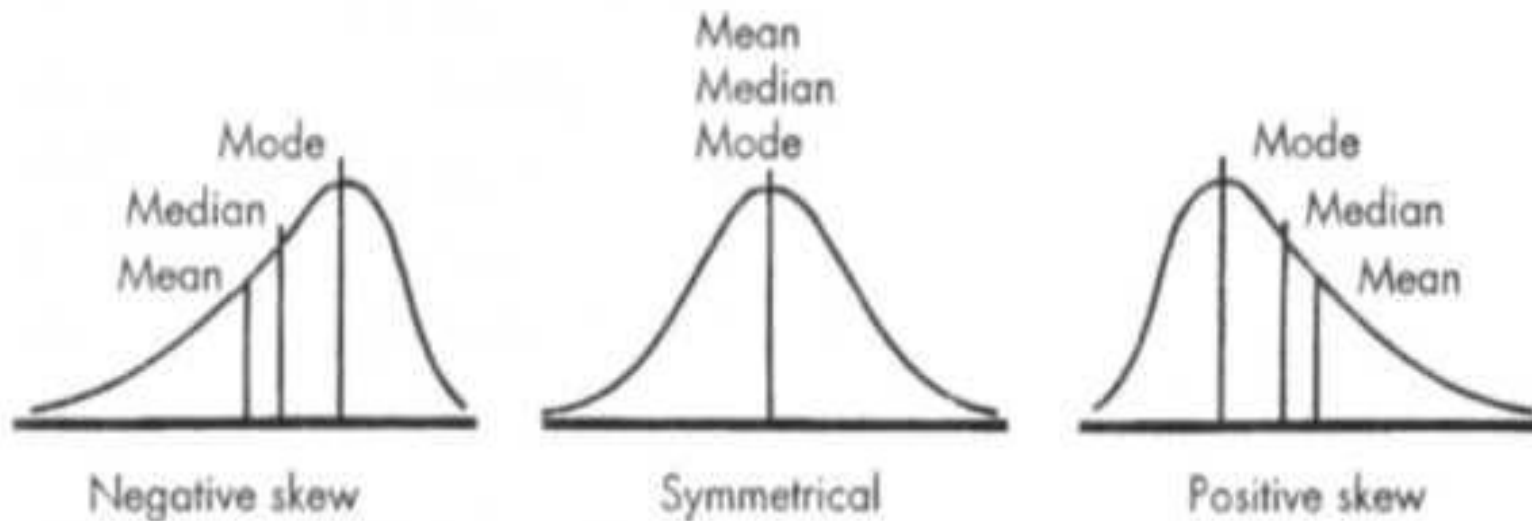


Figure 5.7 The relationship between the mean, median and mode and the shape of the distribution.

- Asimetría se puede ver directamente en el histograma o usando Excel SKEW function.
- $SKEW > +1$, positively skewed.
- $SKEW < -1$, negatively skewed.
- $-1 < SKEW < +1$, datos relativamente simétricos.

Coeficiente de Asimetría de Fisher-Pearson:

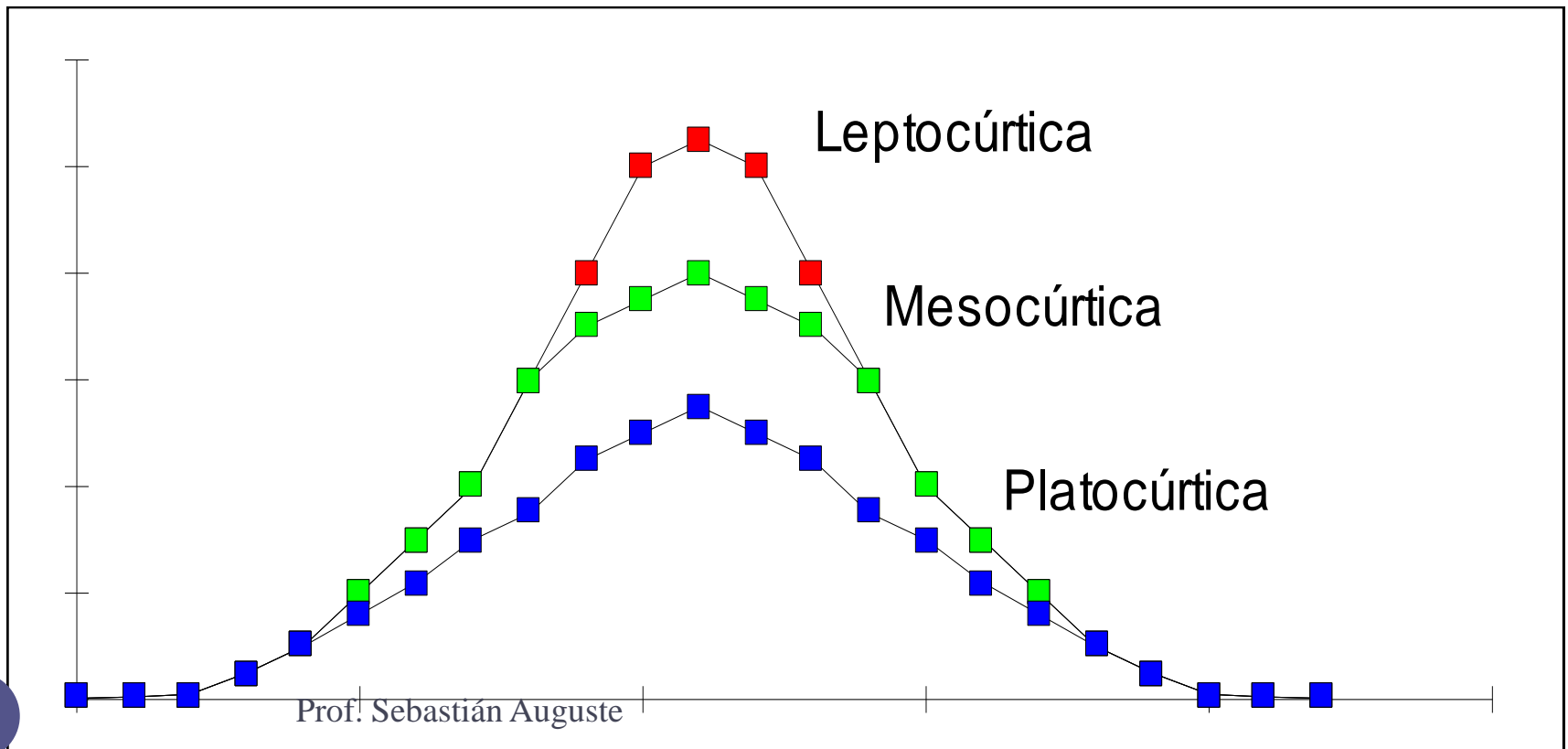
$$\frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$



- **Skewness risk** in financial modeling denotes that observations are not spread symmetrically around an average value. As a result, the average and the median can be different.
- Ignoring skewness risk, by assuming that variables are symmetrically distributed when they are not, will cause any model to understate the risk of variables with high skewness.
- Negatively skewed returns means investors have greater chance of extremely negative outcomes.

Curtosis

Analiza el grado de concentración que presentan los valores alrededor de la zona central de la distribución.





- En Excel, kurt() computa

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

Coeficiente de Curtosis:
$$g_2 = \frac{(1/n) \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 \right)}{s^4} - 3$$

- **Distribución mesocúrtica:** $g_2 = 0$
- **Distribución leptocúrtica:** **elevado** grado de concentración alrededor de los valores centrales de la variable. $g_2 > 0$
- **Distribución platicúrtica:** **reducido** grado de concentración alrededor de los valores centrales de la variable. $g_2 < 0$

- Kurtosis risk is commonly referred to as "fat tail" risk. The "fat tail" metaphor explicitly describes the situation of having more observations at either extreme than the tails of the normal distribution would suggest; therefore, the tails are "fatter".

Nassim Taleb

- Afirma que el pasado no puede usarse para predecir el futuro (excéptico)
- En *Fooled by Randomness* (2004) explora cómo el azar y la probabilidad desorientan incluso a personas ilustradas. Sesgo a que personas de «éxito» sean considerados expertos sin reparar en el azar
- Tendencia humana a sobrevalorar la causalidad y a creer que el mundo es más explicable de lo que realmente es, buscando explicaciones incluso cuando no las hay.

“The Black Swan” o Taleb Distributions

- Retornos que parecen de bajo riesgo y retornos estables pero que eventualmente producen eventos catastróficos
- Es una combinación de kurtosis risk y skewness risk: retornos son dominados por eventos extremos (kurtosis), que se ubican hacia la izquierda (negative skew).
- Viejo problema del “peso problem”



Crítica a portfolio managers

- Estructura de remuneración de hedge funds promueven trading strategies que parecen de bajo riesgo pero tienen eventos de gran costo con baja probabilidad, creando problemas de moral hazard.
- "agents risking other people's capital would have the incentive to camouflage the properties by showing a steady income. Intuitively, hedge funds are paid on an annual basis while disasters happen every four or five years, for example. The fund manager does not repay his incentive fee."
- Rta, Wilmott and Emanuel Derman, "Financial Modelers' Manifesto" defensa de los métodos cuantitativos

ALGUNAS MEDIDAS DE RIESGO

- Rango: riesgo como amplitud de retornos posibles
- Rango intercuartil: riesgo como amplitud de retornos posibles eliminando extremos.
- Varianza / Desvío Estándar: riesgo “absoluto” de “errar a la media” (si me alejo mucho o poco de la media)
- Coeficiente de Variación: riesgo “relativo” de errar a la media (si me alejo mucho o poco en porcentaje de esa media)
- **Sharpe ratio: premio por unidad de riesgo**
- **Value at Risk: riesgo de perder (cuánto pierdo en un evento malo)**
- **Skewness Risk**
- **Fat Tails Risk**

VI. ANÁLISIS TÉCNICO

[Volver al índice](#)

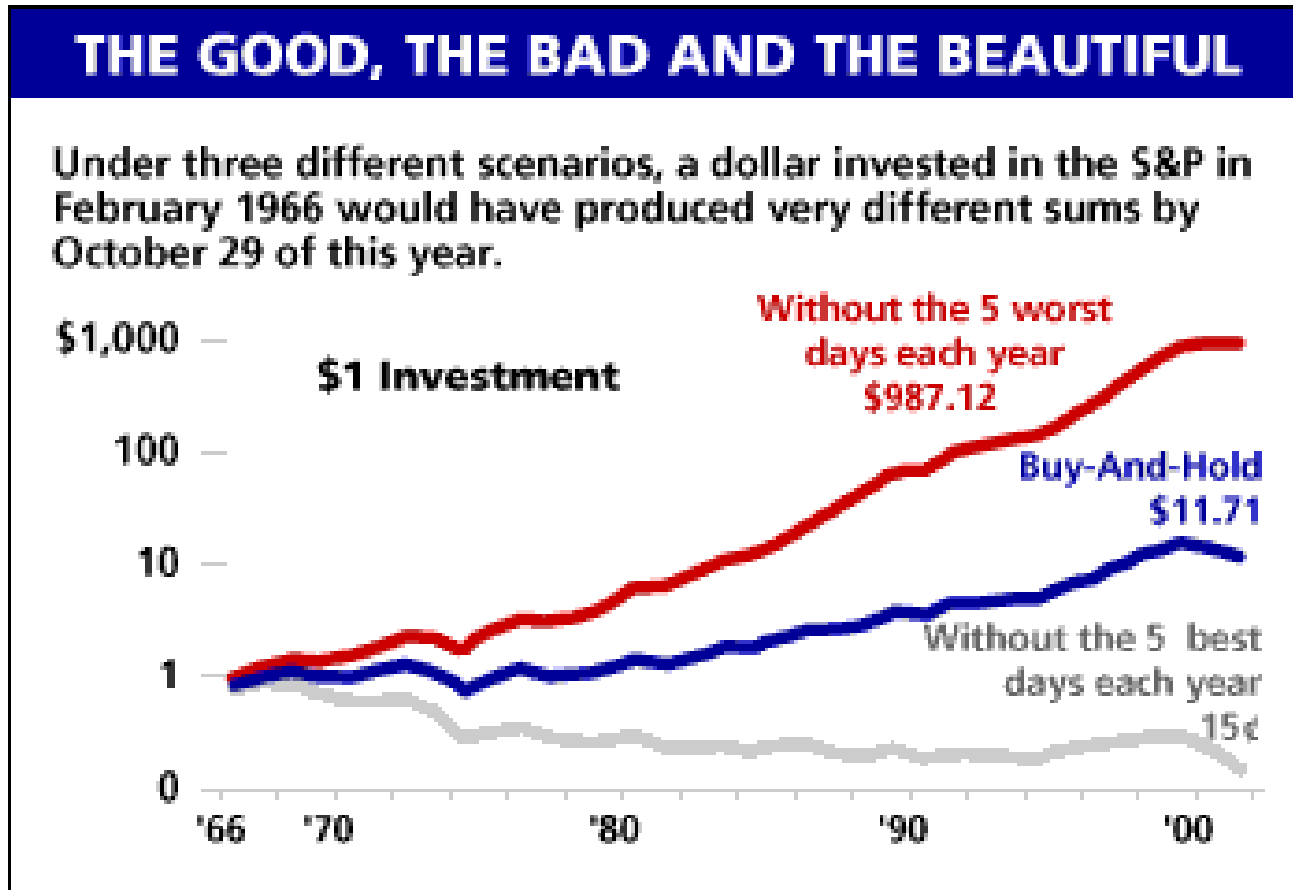
Otras estadísticas descriptivas inventadas especialmente para finanzas y toma de decisiones

- El análisis técnico es el intento de pronosticar precios de las acciones sobre la base de los datos del mercado en el tiempo (precio, volumen e indicadores psicológicos).
- Buscan tendencias y patrones en los datos que indican los futuros movimientos de precios.
- Tres principios detrás de esto es que:
 - a) existen tendencias,
 - b) las novedades no se incorporan instantáneamente y
 - c) la historia tiende a repetirse

Technical analysts essentially search for **bullish** (positive) and **bearish** (negative) signals about stock prices or market direction.

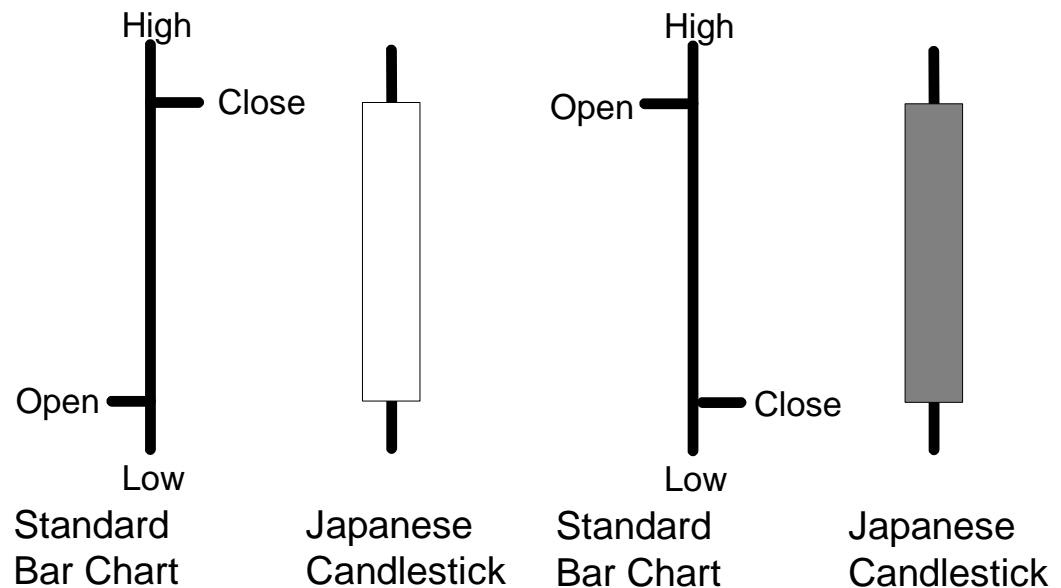


Las ganancias potenciales



1. Drawing Bar (OHLC) Charts

- Cada barra tiene 4 elementos:
 - Precio apertura (Open)
 - Precio máximo (High)
 - Precio mínimo (Low)
 - Precio de cierre (Close)
- En Japanese candlestick el color indica si es un día de baja (blanco) o suba (color)
- Gráfico puramente descriptivo



2. Bollinger Bands

- En series de tiempo la media móvil simple es la media aritmética de los n últimos (la media móvil central utiliza datos anteriores y posteriores).
- John Bollinger ideó las conocidas como bandas de Bollinger que no es más que las bandas generadas por dos desviaciones estándar por encima y por debajo de la media móvil (se usa el mismo n para todo).
- Una señal de compra se da cuando el precio de la acción cierra por debajo de la banda inferior, y una señal de venta se da cuando el precio de la acción cierra por encima de la banda superior.
- Cuando las bandas se contraen, se interpreta como una señal de que un gran movimiento que viene, pero es imposible decir si será hacia arriba o hacia abajo.

S&P 500 SPDRS (SPY) AMEX

© StockCharts.com



3. MACD (Moving Average Convergence Divergence)

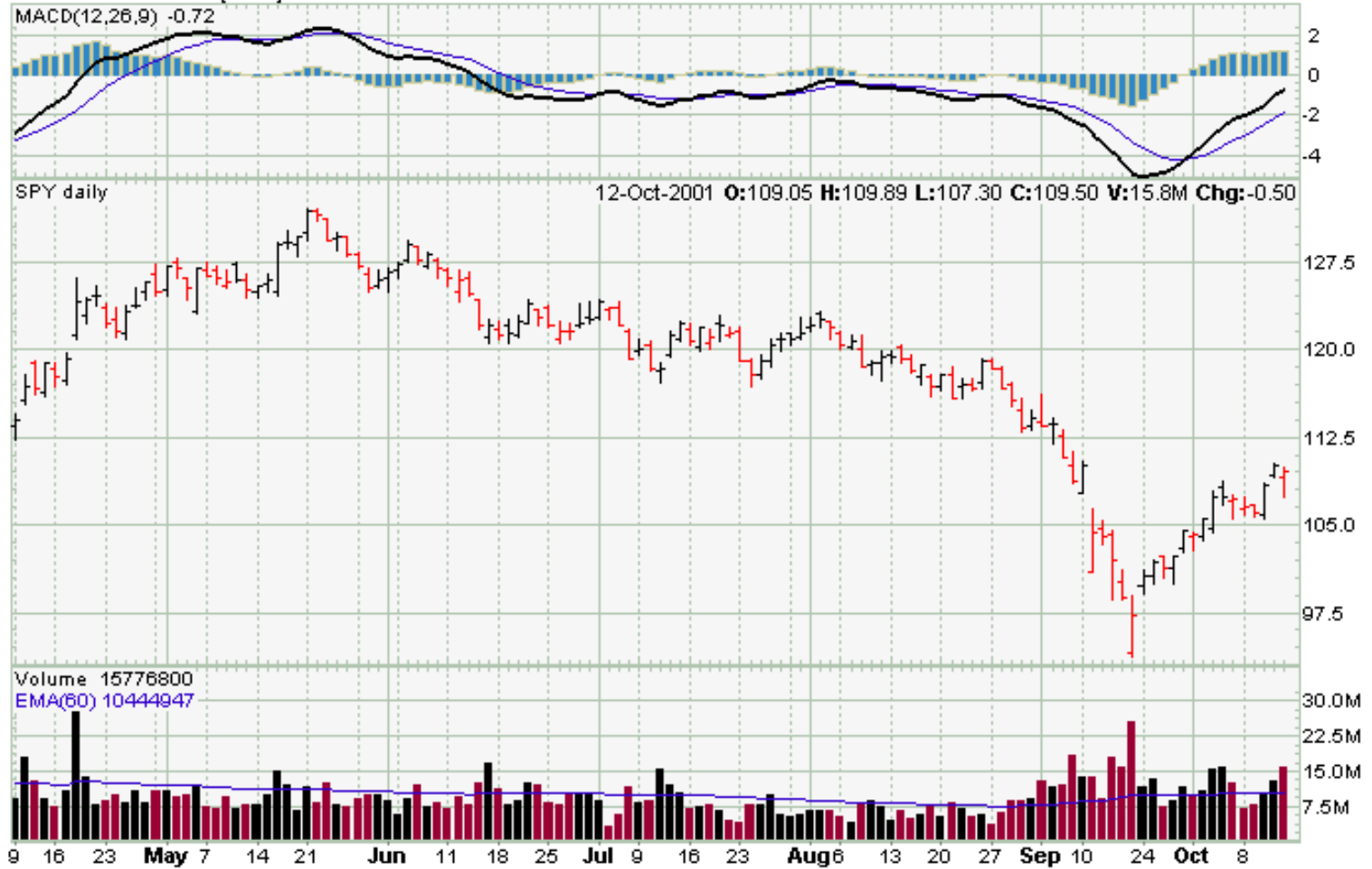
- Desarrollado por Gerald Appel MACD se define como la diferencia entre la media móvil exponencial (EMA) de 26 días y 12 días.

$$\text{MACD} = 26 \text{ period EMA} - 12 \text{ period EMA}$$

- MACD parece funcionar mejor en *trendless markets*.

S&P 500 SPDRS (SPY) AMEX

© StockCharts.com



- Media móvil exponencial

$$\begin{aligned}s_t &= \alpha x_t + (1 - \alpha)s_{t-1} \\&= \alpha x_t + \alpha(1 - \alpha)x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 s_{t-2} \\&= \alpha [x_t + (1 - \alpha)x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 x_{t-2} + (1 - \alpha)^3 x_{t-3} + \cdots + (1 - \alpha)^{t-1} x_1] + (1 - \alpha)^t x_0\end{aligned}$$

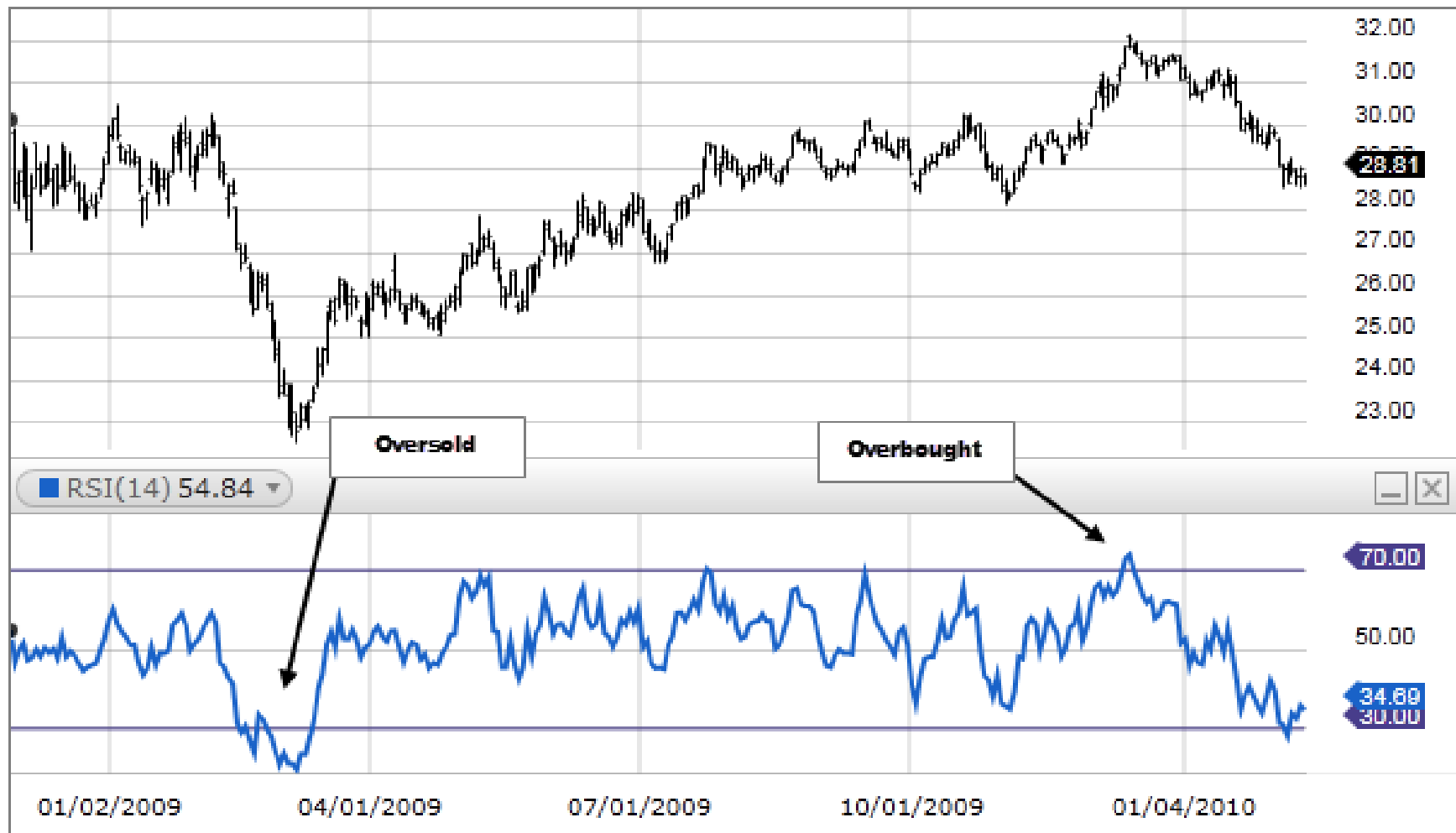
- Alpha es el smoothing factor (número entre 0 y 1)
- A diferencia del promedio móvil, pone más peso en el valor más reciente.
- En finanzas se suelen usar 20 trading days y un $\alpha = 2 / (20 + 1)$

4. Relative Strength Index (RSI)

- Desarrollado por Welles Wilder (1978) RSI es una medida de oscilación que relaciona los cambios en los precios promedio de los días de suba con los días de pérdida.

$$RSI = 100 - [100 / (1 + (Average of Upward Price Change / Average of Downward Price Change))]$$

- Usualmente se toman 14 días
- RSI va de 0 a 100
RSI > 70 indica “overbought” (se debería vender)
- RSI < 30 indica “oversell”



5. On Balance Volume

- “On Balance Volume” fue desarrollado por Joseph Granville y se calcula sumando los volúmenes de los días de suba y restando los de días de baja
- Granville sostenía que “volume leads price.”
- Se suele usar OBV en comparación con tendencias de precios, se dice que si hay tendencia alcista pero OBV se vuelve negativo, es señal de cambio de tendencia.

6. Closing Arms

- “Closing arms” o “trin” (trading index): ratio del volumen promedio in acciones cayendo a volumen promedio de acciones subiendo usando “Previous Close:”

$$\text{Arms} = \frac{564,259,270/1,233}{775,229,960/1,739} = \frac{457,631}{445,791} = 1.03$$

- Valores mayor (menor) a 1 son considerados bearish (bullish).

7. The Market Sentiment Index

- Se basa en la idea que si el 80% de los inversores están bullish o bearish, se llegó a un “consenso”, una vez alcanzado es más difícil que cambie el mercado.
- Se les pregunta a inversores si creen que el mercado a subir o bajar el próximo mes. Supongamos se pregunta a 50 y 20 son “bearish” :

$$MSI = \frac{\text{Number of Bearish Investors}}{\text{Number of Bullish Investors} + \text{Number of Bearish Investors}}$$

$$MSI = \frac{20}{30 + 20} = 0.40.$$

- $0 \leq MSI \leq 1$ 1 todos son bearish, 0 todos son bullish

“When the MSI is high, it is time to buy; when the MSI is low, it is time to go.”

Prof. Sebastián Quirós

8. Support and Resistance Levels

- A *support level* is a price or level below which a stock or the market as a whole is unlikely to go.
- A *resistance level* is a price or level above which a stock or the market as a whole is unlikely to rise.
- Support and resistance levels are “**psychological barriers**.”
 - bargain hunters help “support” the lower level.
 - profit takers “resist” the upper level.
- A “**breakout**” occurs when a stock (or the market) passes through either a support or a resistance level.

Why Does Technical Analysis Continue to Thrive?

- Proponents of the EMH do not believe that technical analysis can help investors predict future stock prices.
- In this Internet and computer age, technical analysis is actually thriving. Why?
- One possible reason: investors can derive thousands of successful technical analysis systems by using historical security prices.
 - Past security prices easily fit into a wide variety of technical systems.
 - Technicians can continuously tinker and find methods that fit past prices.
 - This process is known as “backtesting.” (But, investment success is all about future prices.)
- Another possible reason: technical analysis simply sometimes works.
 - Again, there are a large number of possible technical analysis systems.
 - Many of them will appear to work in the short run.

Sitios utiles

- <http://www.equis.com/Customer/Resources/TAAZ/Default.aspx>
(libro electrónico)
- <http://www.chartfilter.com/>
- www.behaviouralfinance.net (behavioral finance concepts)
- www.thedowtheory.com (information about Dow theory)
- www.elliottwave.com (information about the Elliott wave principle)
- www.stockcharts.com (select “Chart School”)
- www.bigcharts.com (a wide variety of charts)
- www.incrediblecharts.com (also source for technical indicators)
- www.psychonomics.com (see research section on behavioral finance and building portfolios)

ANEXO I

[Volver al índice](#)

Money-Weighted Rate of Return

- In investment management applications, the internal rate of return is called the money-weighted rate of return because it accounts for the timing and amount of all dollar flows into and out of the portfolio.
 - One drawback is that it is affected by the amount of money given in by investors.
 - not under the control of the money manager.

- The internal rate of return on a project or investment is the interest rate that makes the $NPV = 0$. If $IRR \geq$ discount rate, we accept the project.

$$NPV = CF_0 + \frac{CF_1}{(1 + IRR)^1} + \frac{CF_2}{(1 + IRR)^2} + \dots + \frac{CF_N}{(1 + IRR)^N} = 0$$

Time-Weighted Rate of Return

- The time-weighted rate of return, is not sensitive to additions and withdrawals.
 - preferred performance measure in the industry.
 - it measures the compound rate of growth of \$1 initially invested in the portfolio over a stated measurement period.

Time-Weighted Rate of Return

- To compute an exact time-weighted rate of return on a portfolio, take the following three steps:
 1. Price the portfolio immediately prior to any significant addition or withdrawal of funds. Break the overall evaluation period into subperiods based on the dates of cash inflows and outflows.
 2. Calculate the holding period return on the portfolio for each subperiod.
 3. Link or compound holding period returns to obtain an annual rate of return for the year (the time-weighted rate of return for the year). If the investment is for more than one year, take the geometric mean of the annual returns to obtain the time-weighted rate of return over that measurement period.

Example Time-Weighted Rate of Return

- Suppose that the portfolio earned returns of 15 percent during the first year and 6.67 percent during the second year, what is the portfolio's time-weighted rate of return over an evaluation period of two years?

$$(1 + \textit{Time} - \textit{weighted return})^2 = (1.15)(1.0667)$$

$$\begin{aligned}\textit{Time} - \textit{weighted return} &= \sqrt{(1.15)(1.0667)} - 1 \\ &= 10.76\%\end{aligned}$$

Time-Weighted Rate of Return

- We can often obtain a reasonable approximation of the time-weighted rate of return by valuing the portfolio at frequent, regular intervals.
 - The more frequent the valuation, the more accurate the approximation.
- To compute the time-weighted return for the year, we first compute each day's holding period return:

where,

$$r_t = \frac{MVE_t - MVB_t}{MVB_t}$$

MVB_t is the market value at the beginning of the period.

MVE_t is the market value at the end of the period.

- We calculate an annualized time-weighted return as the geometric mean of N annual returns, as follows:

$$r_{TW} = [(1 + r_1) \times (1 + r_2) \times \dots (1 + r_N)]^{1/N} - 1$$