Instrumentos de Mercado de Capitales

Clase Practica 3

REPASO: definicion de duracion

- Derivamos la formula de duracion como la sensiblidad % del precio de un activo ante cambios en la tasa de descuento.

$$D = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dr}$$

- Sin embargo, algunos “definen” duracion como “el plazo promedio de pagos del bono”…

- PERO: si bien esta “interpretacion” es equivalente en bonos que pagan cupon fijo (cupon cero o con cupon) NO lo es en bonos que no pagan un cupon fijo.

- Ejemplo: bono a tasa flotante, bono atado a la inflacion.

Bono con tasa flotante

- **Recordar, un bono a tasa flotante es un bono que:**

i) **su cupon esta atado a una tasa de referencia,**
ii) **el cupon puede o no tener un spread fijo distinto de cero, adicional a la tasa de referencia;**
iii) **la tasa de descuento en muchos casos es la misma que la del cupon;**
iv) **En ese caso (tasa de descuento = tasa de cupon), y si el spread fijo es 0, su precio clean es 100.**

- **Recordar: el precio de un bono flotante con vencimiento T, en fecha t previa al proximo pago de cupon, sin spread fijo, con frecuencia de pago de cupon semianual esta dado por:**

$$P_{FR}(t,T) = Z(t,T_{i+1}) \times 100 \times [1 + r_2(T_i)/2]$$

$r_2(T_i)$ es la tasa anual de referencia para el calculo del ultimo cupon semianual.

Bono con tasa flotante

- **Si tasa de descuento en Z es igual a la tasa del cupon, el bono flotante sin spread vale 100 clean.**

- **Si tiene spread el precio es igual a:**

$$\mathbf{100 + s \times \sum_{t=0.5}^{n} Z(0,t)}$$

- **Si la tasa de cupon es distinta de la tasa de descuento (ej: es una fraccion ϴ de la tasa de desc) el precio es igual a:**

$$\theta P_{FR}(t,T) + \frac{100 \times (1-\theta)}{(1 + r_2(T_n)/2)^{2 \times T_n}}$$

Factor de descuento REPASO

- **El factor de descuento Z() equivale a:**

$$Z(t,T) = \frac{1}{\left(1+\frac{r_2(t,T)}{2}\right)^{2\times(T-t)}}$$ **, si la tasa de descuento r esta capitalizada semianualmente, o**

$$Z(t,T) = \frac{1}{\left(1+\frac{r_n(t,T)}{n}\right)^{n\times(T-t)}}$$ **, mas general, para frecuencia de capitalizacion n veces por año.**

- **Capitalizacion continua surge de llevar n a infinito, aplicando el limite de rn con n a infinito:**

$$Z(t,T) = e^{-r(t,T)(T-t)}$$

- **Equivalencia entre tasa con capitalizacion n y tasa con capitalizacion continua:**

$$e^{-r(t,T)(T-t)} = Z(t,T) = \frac{1}{\left(1+\frac{r_n(t,T)}{n}\right)^{n\times(T-t)}}$$

- **La relacion entre tasa de capitaliz continua y frec. n sale de despejar la equivalencia anterior:**

$$r(t,T) = n \times \ln\left(1+\frac{r_n(t,T)}{n}\right)$$

$$r_n(t,T) = n \times \left(e^{\frac{r(t,T)}{n}} - 1\right)$$

Duracion de un bono a tasa flotante

- **Por lo tanto, su duracion en la fecha t es:**

$$\begin{aligned} D_{FR} &= -\frac{1}{P_{FR}(t,T)}\frac{d\,P_{FR}}{d\,r} \\ &= -\frac{1}{P_{FR}(t,T)}\left[\frac{d\,Z(t,T_{i+1})}{d\,r}\right]\times 100\times\left[1+\frac{r_2(T_i)}{2}\right] \\ &= -\frac{1}{P_{FR}(t,T)}\left[-(T_{i+1}-t)\right]\times Z(t,T_{i+1})\times 100\times\left[1+\frac{r_2(T_i)}{2}\right] \\ &= T_i - t \end{aligned}$$

- **Es decir, duracion de un bono flotante = plazo restante hasta el proximo pago de cupon.**

- **Si $t=T_{i+1}$ (la fecha de cupon es hoy), la duracion es 0. Esto es asi porque el precio clean de un bono a tasa flotante (sin spread fijo, con igual tasa de referencia que tasa de descuento) es siempre 100.**

Duracion de un bono atado a la inflacion

- **La valuacion de un bono atado a la inflacion es:**

$$Z^{real}(t;T) = e^{-r_{real}(t;T)(T-t)} \times 1$$

$$P_c^{real}(t;T) = \frac{c \times 100}{2} \sum_{i=1}^{n} Z^{real}(t;T_i) + 100 \times Z^{real}(t;T)$$

$$P_c^{TIPS}(t;T) = \frac{Idx(t)}{Idx(0)} \times \left[\frac{c \times 100}{2} \sum_{i=1}^{n} Z^{real}(t;T_i) + Z^{real}(t;T) \right]$$

- **De igual forma, la duracion se calcula como la derivada primera de Z (real en este caso) contra r (real).**

- **La duracion esta definida entonces ante cambios en la tasa de descuento real.**

- **La "vida promedio" de los pagos va a depender de la inflacion realizada, y se puede estiamr en base a la inflacion esperada. Pero la inflacion esperada NO esta en el calculo de duracion.**

Hazard rate

- **Tambien conocida como probabilidad de default instantanea.**
- **La YTM es simplemente otra manera de expresar el precio, no me aporta informacion extra**
- **En el ejercicio que hicimos del canje de deuda, asumimos una YTM para obtener el precio**
- **Pero esto no es correcto: de vuelta, son dos caras de la misma moneda.**
- **No hay razon por la que YTM tenga que ser igual para todos los bonos, sharpe ratios si**
- **La YTM va a depender de la expectativa de default acumulada en cada punto del tiempo.**
- **Buscamos obtener el precio/YTM en base a i) un path de probabilidades de default, ii) un supuesto sobre el valor de recupero ("recovery").**
- **Es decir, obtenemos YTM como un resultado, no como un supuesto.**

Procedimiento hazard rate

1) **Definimos la "probabilidad de supervivencia"como 1-probabilidad de default acumulada en t para T dada una hazard rate p*:**

$$P^{*}(t,T) = \exp(-p^{*}(T-t))$$

2) **Definimos una tasa de recovery γ (en base a recoveries pasados, recoveries de defaults de paises similares, etc). Supongamos γ = 0.2**

3) **Calculamos el recovery esperado en T dada una probabilidad de default como:**

$$\delta = \gamma \text{ *claim* probabilidad de default en año T}$$

4) **Calculamos los factores de descuento Z(t,T) para USD y EUR (en base a las tasas libre de riesgo)**

5) **Calculamos el precio de cada bono condicional en la hazard rate como:**

$$Price = \sum_{0}^{M} P^{*}(t,T_i)C(T_i)Z(T_i) + \delta(T_i)Z(T_i)$$

6) **Calculamos la YTM para cada bono en base al precio calculado en 5).**

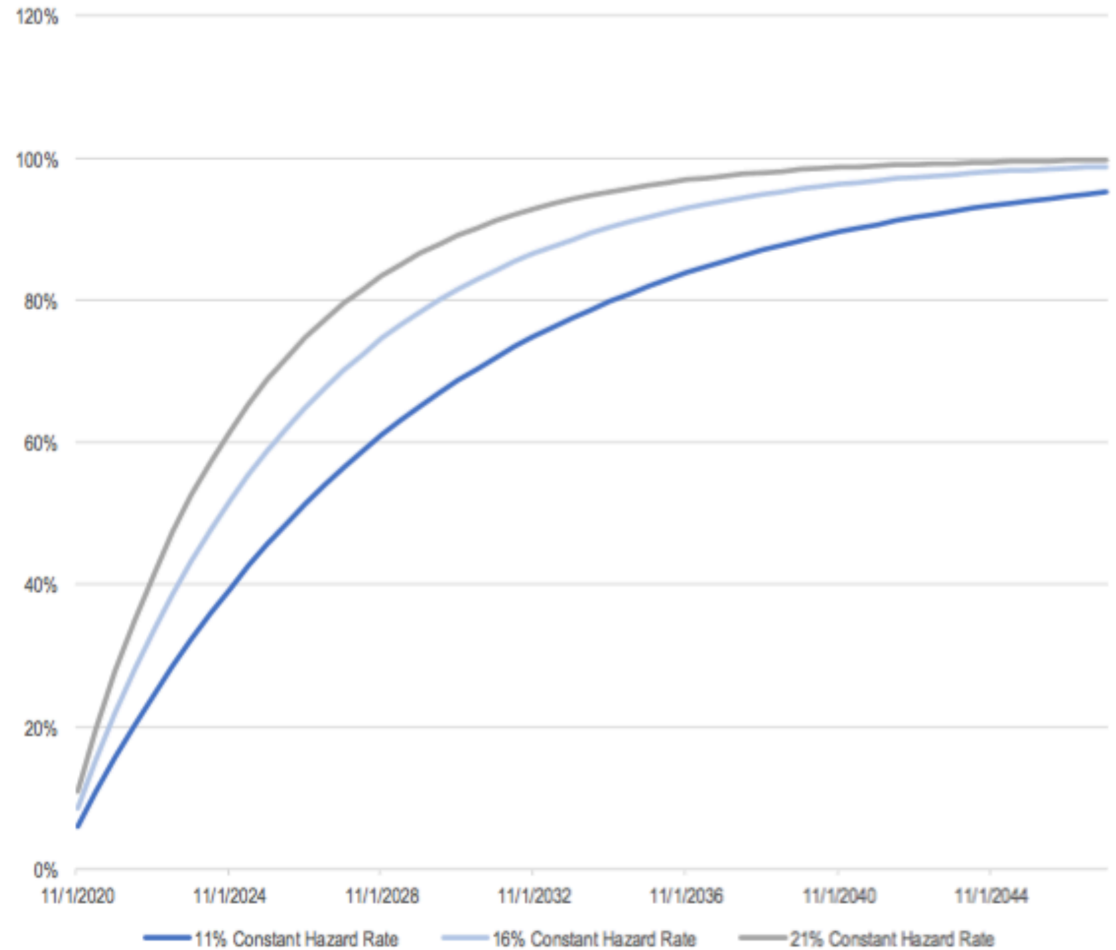
Grafico hazard rate vs prob de default acum

- Probabilidad de default acumulada ante distintos valores de hazard rate:

- Bajo hazard rate de 11%, probab
acum de default es 50% para 2026,
70% para 2030.

- Bajo hazard rate de 16%, probab
acum de default es 65% para 2026,
80% para 2030.

- Bajo hazard rate de 22%, probab
acum de default es 75% para 2026,
90% para 2030.



Calculando YTM

- **Calculamos las YTM para cada bono para distintos niveles de hazard rate.**
- **Obtenemos una curva invertida para YTM arriba de 9.1% (hazard rate de 13%)**
- **El spread para bonos USD vs EUR sale de asumir misma probabilidad de default para ambos bonos, y la diferencia en tasas libre de riesgo**
- **La hazard rate a utilizar va a ser la que creamos consistente con la probabilidad de default acumulada ajustada por riesgo (historia de defaults, DSA, etc).**