Instrumentos de Mercado de Capitales

Clase Practica I Renta Fija

Bonos Soberanos USD, EUR

Los bonos soberanos argentinos tradean OTC.

Convencion de trading: precio se expresa como % del valor nominal de principal (100 = a la par)

Bonos ley externa se cotizan en situaciones normales clean (sin intereses devengados)

Bonos ley local cotizan dirty (precio clean + intereses devengados)

Bonos ley externa en default se cotizan flat (all in). Recomendacion EMTA.

Indenture vs prospecto vs decreto

- Indenture: contrato legal que gobierna un bono bajo ley extranjera. *Incluye covenants, que delimitan que debe cumplir y que no debe hacer el deudor bajo el contrato (en general es la seccion "Description of the Bonds/Notes"). Entre otros covenants incluye:*

- *Las condiciones de pago (cupon, fecha y lugar de pago, moneda), legislacion.*
- *Evento de default, clausulas de accion colectiva, clausula aceleracion, estatuto de limitaciones*

- *Prospecto: documento que resume el indenture y se publica para los inversores en la emision.*

- Bonos ley externa Argentina tienen 2 tipos de CACs:

i) 2038 y 2041: 85% del conjunto de series afectas + 2/3 de cada serie

ii) 2029, 2030, 2035, 2046: 2/3 del conjunto de series afectas + 50% de cada serie

- *Bonos ley argentina estan gobernados por un decreto de emision que describe las condiciones de pago. No incluye clausulas de evento de default, aceleracion, ni de accion colectiva.*

YTM

YTM y precio (repaso teorica)

Dado un precio $P(t,T_n)$, para un bono con cupon semianual, la YTM es la tasa Y que cumple que:

$$P(t,T_n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{c/2}{\left(1+\frac{Y}{2}\right)^{2\times T_i}} + \frac{100}{\left(1+\frac{Y}{2}\right)^{2\times T_n}}$$

Tambien vimos que dada una curva de tasas spot $r(t,T_i)$,

$$P(t,T_n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{c/2}{\left(1+r(t,T_i)/2\right)^{2\times T_i}} + \frac{100}{\left(1+r(t,T_n)/2\right)^{2\times T_n}}$$

Que es la YTM?

- La YTM es una especie de **tasa de descuento promedio de un bono en particular** a un precio determinado. Se usa para descontar los pagos de ese bono.
- La YTM **depende del cupon, del vencimiento, de la frecuencia de pago**, asi como del precio.
- Precio (VPN) y YTM son dos caras de la misma moneda. **Es otra forma de expresar el precio.**
- No es una medida de retorno! Asume que todos los cupones son reinvertidos a Y (la curva de tasas es flat en Y y no cambia). **No sirve para el relative pricing.**

Ejercicios de YTM

Ejercicio 1.1

Suponga un bono con 3 años de plazo a vencimiento que paga un cupon anual de 3%. El principal amortiza en su totalidad en la fecha de venimiento. Si su YTM es 6%, cual es su precio?

Ejercicio 1.2

Idem al ejercicio 1 si su YTM es 2%

Ejercicio 1.3

Idem al ejercicio 2 si el cupon es 5%

Ejercicio 1.4

Idem al ejercicio 3 si la frecuencia de pago de cupon es semianual

Ejercicio 1.5

El bono del ejercicio 4 tiene un precio de 97. Cual es su YTM?

Estructuras de bonos con cupon fijo

Los bonos pueden tener distintas estructuras de repago de principal y pago de cupon, que afectan su valuacion:

1. Frecuencia de cupon: semianual, trimestral, mensual, anual
2. Amortizacion bullet: principal se paga todo al vencimiento
3. Con amortizacion parcial: fracciones del principal se pagan previo al vencimiento.
4. Con capitalizacion de cupon
5. Cupon fijo no constante: ej. periodo de gracia, cupon step up

Ejercicios de bonos con cupon fijo

Ejercicio 2.1

Suponga un bono con las siguientes caracteristicas:

Fecha de emision: 10 de enero de 2018

Fecha de vencimiento: 10 de enero de 2028

Amortizacion: en dos partes iguales 10 de enero 2027 y 10 de enero 2028

Cupon: 8%, pagado semianual

Hoy su precio es 105, cual es su YTM? Cual es la duration y convexidad del bono usando la YTM como aproximacion de la tasa de descuento?

Ejercicio 2.2

Idem al ejercicio 2.1 pero el bono tiene un periodo de gracia de pagos de 5 años: el primer pago de cupon es en enero 2023.

Ejercicio 2.3

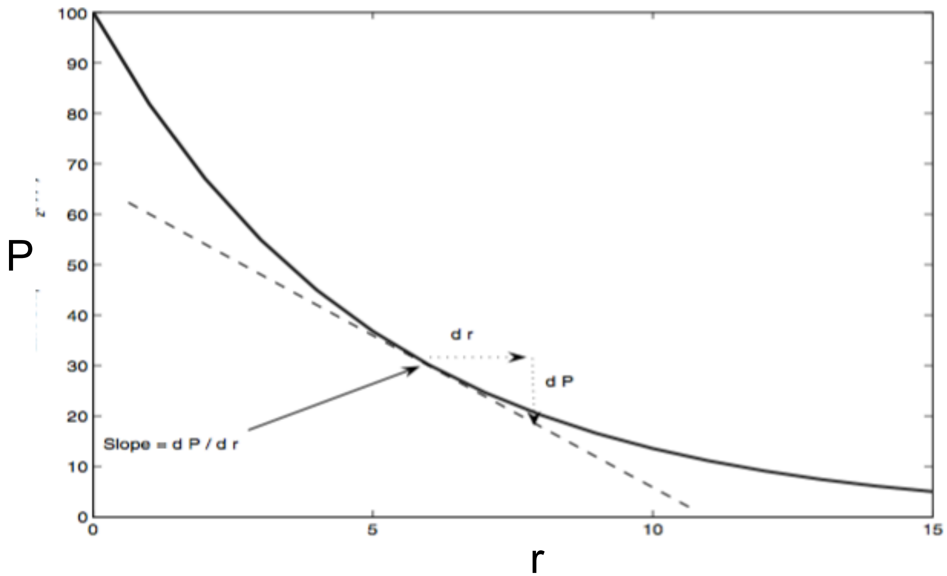
Idem al ejercicio 2.1 pero el bono capitaliza intereses los primeros 3 años (hasta enero 2021 inclusive)

Duracion (repaso)

- Duracion = derivada primera del precio de un bono contra la tasa de descuento:

$$Duration = D_P = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dr}$$

- Es decir, la duracion es la pendiente de la curva de P() contra r, en la tasa de interes actual.



- Un cambio uniforme en la tasa de interes cambia el valor del portafolio/activo en:

$$dP = -D_P \times P \times dr$$

Duracion

- Ejemplo: portafolio de $100 millones, duracion de 10. Esto implica que una suba de 1 punto basico (0.01%) de la tasa de interes, genera cambios en el portafolio de:

$$\begin{aligned} dP &= -10 \times \$100 \text{ million} \times .01/100 \\ &= -\$100,000 \end{aligned}$$

- Como calcular la duracion de un bono? Usemos tasas con capitalizacion continua para simplificar
- Recordatorio de calculo. Recordemos que si $F(x) = A \times e^{ax}$ su derivada es:

$$\frac{dF}{dx} = A \times a \times e^{ax} = a \times F(x)$$

- Recordemos el precio de un bono cupon cero con vencimiento en T, en t es:

$$P_z(t,T) = 100 \times Z(t,T) = 100 \times e^{-r(T-t)}.$$

Duracion de un bono cupon cero

- La duracion de un bono cupon cero con tasa de capitalizacion continua, vencimiento T, fecha t, usando la ec de recien es:

$$\begin{aligned}\frac{d\,P_z}{d\,r} &= 100 \times \left[\frac{d\left(e^{-r(T-t)}\right)}{dr}\right] \\ &= 100 \times \left[-(T-t) \times e^{-r(T-t)}\right] \\ &= -(T-t) \times P_z(r,t,T)\end{aligned}$$

- Conclusion: La duracion de un bono cupon cero esta dada por su plazo a vencimiento ***T-t***

- Ejemplo: $100 millones invertidos en un bono cupon cero a 5 años. Su duracion es = 5. Un aumento en 1 punto basico (0.01%) en la tasa de interes implica un cambio en el valor de la inversion en:

$$dP \approx -D_P \times P \times dr = -5 \times \$100 \text{ million} \times .01\% = -\$50,000$$

- Ejemplo 2: En un bono cupon cero a 3 años, una caida en 150 puntos basicos en la tasa de interes implica un cambio porcentual en el valor de la inversion de:

Duracion de un bono cupon cero

dP/P = -3*(-1.5%) = 4.5%

Si la inversion inicial es de $50 millones. Cual es el valor de mi inversion luego de la caida en tasas?

$50 millones + $50 millones *4.5%=$52.25 millones

La duracion de un portafolio de bonos esta dada por:

$$D_W = \sum_{i=1}^{n} w_i D_i$$

w_i = fraccion del **valor** del portafolio invertida en bono i, y D_i = duracion bono cupon cero i

Duracion de un bono con cupon

- Un bono con cupon puede pensarse como un portafolio de bonos cupon cero. Recordar:

$$P_c(0,T_n) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{c}{2} \times P_z(0,T_i) + \left(1+\frac{c}{2}\right) P_z(0,T_n)$$

Es decir, podemos pensar que c/n es la cantidad invertida en los n-1 1ros bonos cupon cero, y 1+c/n en el bono cupon cero n. Por ende, podemos pensar los w_i como:

$$w_i = \frac{c/2 \times P_z(0,T_i)}{P_c(0,T_n)} \quad \text{for } i = 1, .., n-1$$

$$w_n = \frac{(1+c/2) \times P_z(0,T_n)}{P_c(0,T_n)}$$

- La duracion de un bono con cupon esta dada por:

$$D_c = \sum_{i=1}^{n} w_i D_{z,T_i} = \sum_{i=1}^{n} w_i T_i$$

- Es decir, es un prom ponderado de los pagos por las fechas de pago T_i

Duracion de un bono con cupon: calculo

Ejemplo Bono con cupon 6%

Period i	Payment Time T_i	Cash Flow CF	Discount $Z(0,T_i)$	Discounted Cash Flow $CF \times Z(0,T_0)$	Weight w_i	Weight $\times T_i$ $w_i \times T_i$
1	0.5	3	0.976	2.927	0.027	0.014
2	1.0	3	0.952	2.855	0.026	0.026
3	1.5	3	0.929	2.786	0.026	0.039
4	2.0	3	0.906	2.718	0.025	0.050
5	2.5	3	0.884	2.652	0.025	0.061
6	3.0	3	0.862	2.587	0.024	0.072
7	3.5	3	0.841	2.524	0.023	0.082
8	4.0	3	0.821	2.462	0.023	0.091
9	4.5	3	0.801	2.402	0.022	0.100
10	5.0	3	0.781	2.344	0.022	0.109
11	5.5	3	0.762	2.286	0.021	0.117
12	6.0	3	0.744	2.231	0.021	0.124
13	6.5	3	0.725	2.176	0.020	0.131
14	7.0	3	0.708	2.123	0.020	0.138
15	7.5	3	0.690	2.071	0.019	0.144
16	8.0	3	0.674	2.021	0.019	0.150
17	8.5	3	0.657	1.972	0.018	0.155
18	9.0	3	0.641	1.923	0.018	0.161
19	9.5	3	0.626	1.877	0.017	0.165
20	10.0	103	0.610	62.858	0.583	5.831
			Price	107.795	Duration	7.762

Duracion de un bono con cupon semianual

- Definimos duracion como la derivada donde r es la tasa de capitalizacion continua:

$$D = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dr}$$

- Que pasa cuando definimos la duracion en base a una YTM con capitalizacion semianual? Recordemos que:

$$P_c(0,T) = \sum_{j=1}^{n} \frac{c/2 \times 100}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2\times T_j}} + \frac{100}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2\times T_n}}$$

- La duracion modificada con tasa con capitalizacion semianual, no continua, da:

$$MD = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dy} = \underbrace{\frac{1}{\left(1+\frac{y}{2}\right)}}_{\text{ajuste}} \underbrace{\sum_{j=1}^{n} w_j \times T_j}_{\text{duracion de Macaulay}}$$

donde analogo al calculo con capitalizacion continua:

$$w_j = \frac{1}{P_c(0,T)}\left(\frac{c/2 \times 100}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2\times T_j}}\right), w_n = \frac{1}{P_c(0,T)}\left(\frac{100 \times (c/2+1)}{\left(1+\frac{y}{2}\right)^{2\times T_n}}\right)$$

Duracion de un portafolio

- Ejercicio 3.1: tenemos un portafolio compuesto por:

- $60 millones de un bono cupon cero a 12 meses
- $40 millones de un bono cupon cero a 24 meses

Cual es la duracion del portafolio?

- Ejercicio 3.2: tenemos un portafolio compuesto por:

- 30 millones de nominales de un bono cupon cero a 12 meses, precio 95
- 30 millones de nominales de un bono cupon cero a 24 meses, precio 75

Cual es la duracion del portafolio?

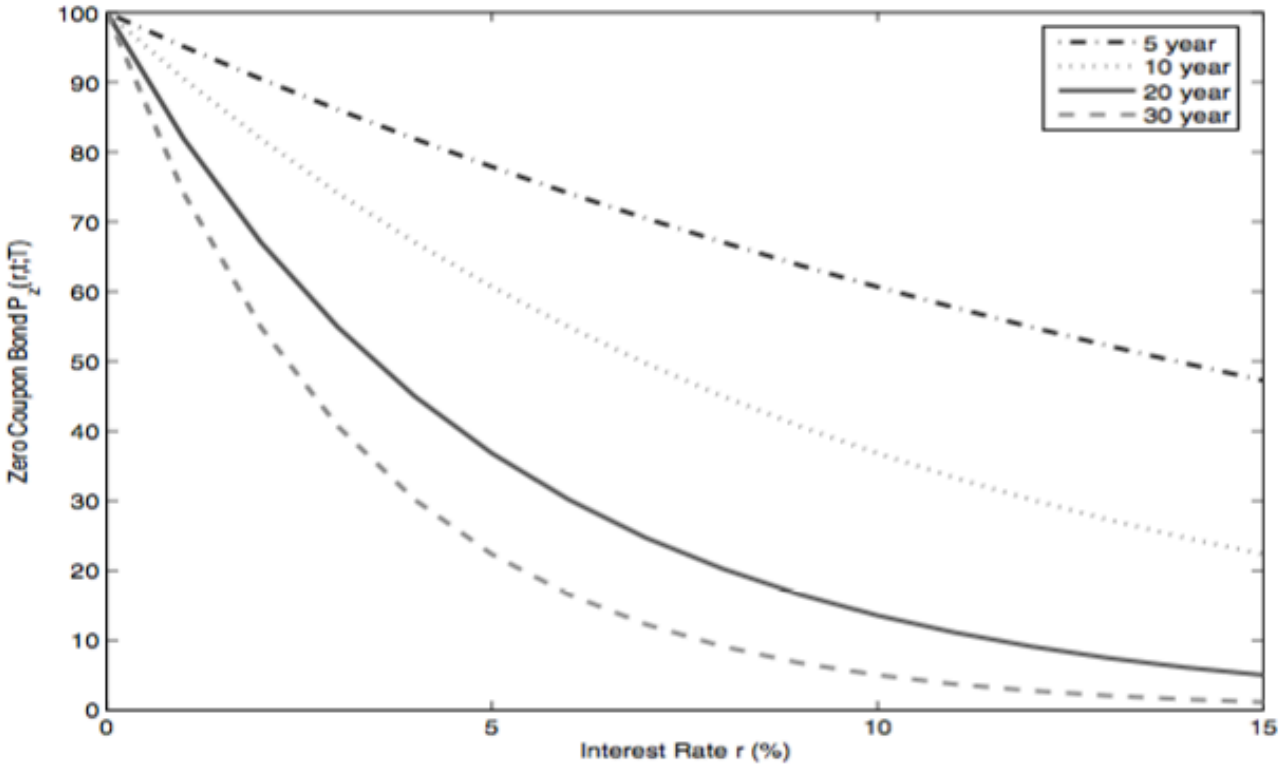
- Ejercicio 3.3: tenemos un portafolio compuesto por:

- 30 millones de nominales de un bono cupon cero a 12 meses, precio 95
- 30 millones de nominales de un bono cupon cero a 24 meses, precio 75
- $50 millones de un bono con cupon con vencimiento en 8 años, duracion 4.7

Cual es la duracion del portafolio?

Convexidad

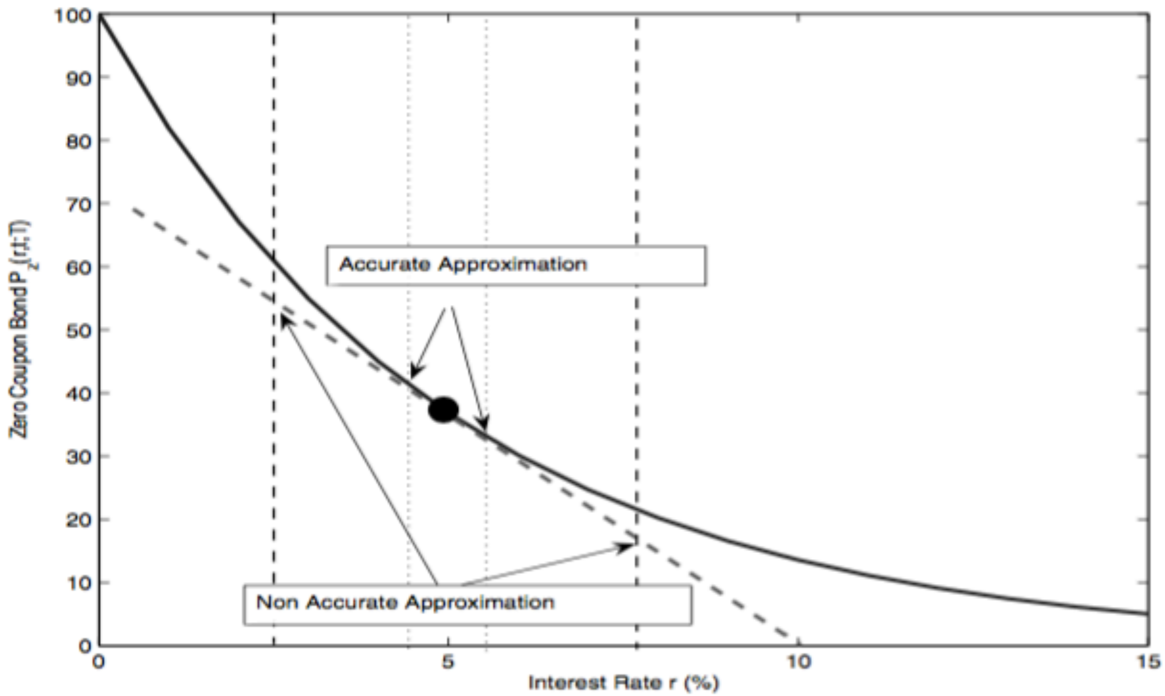
- La relacion entre el precio de un bono y la tasa de interes no es lineal:



- A medida que r aumenta, el precio cae pero la curva se hace cada vez mas plana.
- En los bonos mas largos, esto ocurre en forma mas marcada.
- Esto es relevante para el manejo de riesgo de tasa de interes.

Convexidad

- Si el cambio en tasa de interes es grande, la aproximacion de cambio de precio usando la duracion NO es buena. Sirve para cambios chicos.
- El precio del bono se mueve a lo largo de la curva, no de la linea recta.



- Para calcular de forma mas precisa el cambio en precio ante cambios mayores en la tasa de interes, hay que tener en cuenta la convexidad: la <u>curvatura</u> de la funcion precio vs tasa.

Convexidad

- Definimos convexidad como el cambio porcentual en el precio que se debe a la curvatura de la funcion precio respecto a la tasa de interes.
- Se calcula mediante la derivada segunda de la funcion precio ante cambios en la tasa de interes:

$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2\,P}{d\,r^2}$$

- El cambio total en el precio ante un cambio en la tasa de interes esta dado aprox por:

$$\frac{dP}{P} = -D \times dr + \frac{1}{2} \times C \times dr^2$$

- Es decir, agregamos precision al calculo de duracion agregando el termino de la convexidad.

- Ejemplo: convexidad de un bono cupon cero es:

$$\begin{aligned} C_z &= \frac{1}{P_z} \times \frac{d^2\,P_z}{d\,r^2} \\ &= \frac{1}{P_z} \times \{(T-t)^2 \times P_z(r,t;T)\} \\ &= (T-t)^2. \end{aligned}$$

Donde $P_z(r,t;T) = 100 \times e^{-r\times(T-t)}$

Ejemplo

- Cual es aproximadamente el impacto de una caida en la tasa de interes en 2.5% en el precio de un bono cupon cero a 20 años?

Respuesta: sabemos que:

Duracion = 20

Convexidad = 20^2 = 400

El cambio porcentual en el precio es aproximadamente:

$$\frac{dP}{P} = 20 \times 0.025 + \frac{1}{2} \times 400 \times (0.025)^2 = 0.6250$$

- Cual es aproximadamente el precio de este bono luego de la caida de tasas, si su precio antes de la caida era 36.76?

Respuesta: en base a lo calculado antes nos da:

$$\mathrm{P} + \mathrm{dP} = \$36.76 + \$36.76{*}0.6250 = \$59.78$$

Sensibilidad a cambios en la tasa de descuento

4.1 Cual es aproximadamente el impacto de una caida en la tasa de interes en 2.5% en el precio de un bono cupon cero a 20 años?

4.2 Cual es aproximadamente el precio de este bono luego de la caida de tasas, si su precio antes de la caida era 36.76?

4.3 Suponga que existe en el mercado, ademas del bono cupon cero a 20 años, un bono con cupon con igual duracion que el bono cupon cero. Si usted espera que ocurra el escenario de baja en la tasa de interes, pero el mercado no lo espera, que bono elegiria para posicionarse?

Calculo de convexidad bono con cupon en excel

Period i	Time T_i	Cash Flow CF	Discount $Z(0,T_i)$	Discounted Cash Flow $CF \times Z(0,T0)$	Weight w_i	Weight$\times T_i$ $w_i \times T_i$	Weight$\times T_i^2$ $w_i \times T_i^2$
1	0.5	2.5	0.9778	2.44	0.024	0.0118	0.0059
2	1.0	2.5	0.9560	2.39	0.023	0.0231	0.0231
3	1.5	2.5	0.9347	2.34	0.023	0.0338	0.0508
4	2.0	2.5	0.9139	2.28	0.022	0.0441	0.0882
5	2.5	2.5	0.8936	2.23	0.022	0.0539	0.1348
6	3.0	2.5	0.8737	2.18	0.021	0.0633	0.1898
7	3.5	2.5	0.8543	2.14	0.021	0.0722	0.2526
8	4.0	2.5	0.8353	2.09	0.020	0.0806	0.3226
9	4.5	2.5	0.8167	2.04	0.020	0.0887	0.3992
10	5.0	2.5	0.7985	2.00	0.019	0.0964	0.4818
11	5.5	2.5	0.7808	1.95	0.019	0.1036	0.5701
12	6.0	2.5	0.7634	1.91	0.018	0.1106	0.6633
13	6.5	2.5	0.7464	1.87	0.018	0.1171	0.7612
14	7.0	2.5	0.7298	1.82	0.018	0.1233	0.8631
15	7.5	2.5	0.7136	1.78	0.017	0.1292	0.9688
16	8.0	2.5	0.6977	1.74	0.017	0.1347	1.0778
17	8.5	2.5	0.6822	1.71	0.016	0.1400	1.1896
18	9.0	2.5	0.6670	1.67	0.016	0.1449	1.3040
19	9.5	2.5	0.6521	1.63	0.016	0.1495	1.4206
20	10.0	102.5	0.6376	65.36	0.631	6.3101	63.1010
				$P = 103.58$		$D = 8.0309$	$C = 73.8682$

Ejemplo 2

- En el ejemplo en excel vemos que:

$$\frac{dP}{P} \approx -D \times 0.01 + \frac{1}{2} \times C \times (0.01)^2 = -0.07662 = -7.66\%$$

- Si rehacemos el calculo en excel aumento la tasa de interes en 1% obtenemos un precio del bono de $95.63. Vemos que:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\$95.63 - \$103.58}{\$103.58} = -7.67\%$$

Da muy parecido al calculo realizado con convexidad.

- El calculo con duracion solo en cambio da:

$$\frac{dP}{P} \approx -D \times 0.01 = -0.0803 = -8\%$$

Exagera la caida en el precio.

Temas

2 preguntas a reponder:

1) Como valuar bonos con distintas estructuras dada una tasa de descuento? Ej bono bullet vs amortizable, con periodo de gracia, con cupon capitalizable, con cupon step up

2) Como obtener una curva de factores de descuento cupon cero (los Z()'s)?

1. Extrayendo factores de descuento: Bootstrap

- Como extraer los factores de descuento? Veamos los distintos metodos en excel. Repasando:

Bootstrap

- Recordar precio de un activo esta definido por:

$$P^i(t,T_i) = \frac{c^i}{2}\sum_{j=1}^{i} Z(t,T_j) + 1 \times Z(t,T_i)$$

- Supongamos que tenemos disponible precios de bonos para todas las maturities 0.5, 1, 1.5, …
- Despejando de la formual de precio obtenemos:

$$Z(t,.5) = \frac{P^1(t,.5)}{1+c^1/2}$$

$$Z(t,1) = \frac{P^2(t,1) - c^2/2 \times Z(t,.5)}{1+c^2/2}$$

$$Z(t,1.5) = \frac{P^3(t,1.5) - c^3/2 \times (Z(t,.5) + Z(t,1))}{1+c^3/2}$$

- Para cada vencimiento i: $Z(t,T_i) = \dfrac{P^i(t,T_i) - c^i/2 \times \left(\Sigma_{j=1}^{i-1} Z(t,T_j)\right)}{1+c^i/2}$

- Para obtener la tasa de descuento recordar: $Z(t,T_i) = \dfrac{100}{\left(1+\frac{r(t,T_i)}{2}\right)^i} \Longleftrightarrow r(t,T_i) = 2 \times \left(\left(\dfrac{100}{Z(t,T_i)}\right)^{\frac{1}{i}} - 1\right)$

1b. Bootstrap con matrices

- Similarmente, podemos usar teoria de matrices para resolver el bootstrap. Supongamos que tenemos N bonos con vencimientos en t1, t2, … tN. CF son los cash flows del bono i en t. Los precios de los N bonos son:

$$\begin{pmatrix} P(t_1) \\ P(t_2) \\ \vdots \\ P(t_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CF_{1t_1} & 0 & \cdots & 0 \\ CF_{2t_1} & CF_{2t_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CF_{Nt_1} & CF_{Nt_2} & \cdots & CF_{Nt_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d(t_1) \\ d(t_2) \\ \vdots \\ d(t_N) \end{pmatrix}$$

- Multiplicando por la inversa de la matriz de cash flows en ambos lados de la ecuacion da:

$$\begin{pmatrix} d(t_1) \\ d(t_2) \\ \vdots \\ d(t_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CF_{1t_1} & 0 & \cdots & 0 \\ CF_{2t_1} & CF_{2t_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CF_{Nt_1} & CF_{Nt_2} & \cdots & CF_{Nt_N} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P(t_1) \\ P(t_2) \\ \vdots \\ P(t_N) \end{pmatrix}$$

- Es decir, obtenemos los factores de descuento
- Este metodo requiere tener igual cantidad de bonos como vencimientos de cash flows.

2. Extrayendo factores de descuento: Curve Fitting

- Bootstrap requiere que tengamos todos los vencimientos disponibles… No ocurre casi nunca

Curve fitting (modelo Nelson Siegel)

1. Asumir una forma flexible para la tasa de descuento:

$$r_j \;=\; \theta_0 + (\theta_1 + \theta_2)\,\frac{1 - e^{-\frac{T_j}{\lambda}}}{\frac{T_j}{\lambda}} - \theta_2 e^{-\frac{T_j}{\lambda}}$$

2. Estimar un precio teorico dados los factores de descuento como:

$$\widehat{P}\left(t, T_j\right) = \sum_{i=1}^{j} c\left(T_i\right) \times Z\left(t, T_i\right)$$

3. Estimamos los parametros por minimos cuadrados ordinarios:

$$\min_{\theta_0,\theta_1,\theta_2,\lambda} \sum_{j=1}^{n} \left(P\left(t, T_j\right) - \widehat{P}\left(t, T_j\right)\right)^2$$

- La curva con curve fitting es mas suave que la curva con bootstrap.