Instrumentos del Mercado de Capitales

Profesores:

- Alejo Costa (Alejo.Costa@mail.utdt.edu)
- Carolina Gialdi (caro.gialdi@gmail.com)



Instrumentos de Mercado de Capitales

Valuacion de Activos Y Modelos de Factore

Capitulos 9 a 11 de Investments (Bodie, Kane and Marcus)
Capitulos 1 y 2 de Asset Pricing (John Cochrane)

La valuación de activos intenta entender los precios o el valor de flujos futuros de pagos inciertos. Un precio bajo implica un retorno alto, con lo cual podemos pensar que la teoría intenta explicar porque algunos activos pagan un retorno mas alto que otros.

Para valuar un activo tenemos que tener en cuenta el 1) la demora en tiempo en los pagos 2) el riesgo de esos pagos. La parte del tiempo es la mas simple. Las correcciones por el riesgo son mucho mas relevantes para determinar precios, y mas difíciles de entender. Por ejemplo, en US las acciones han tenido un retorno real (ajustado por inflación) de 9% en promedio. De ese 9%, solo 1% esta causado por la tasa de interés. El restante 8% es un premio recibido por tomar mas riesgo. La incertidumbre o las correcciones por el riesgo son lo que hacen a la valuación de activos interesante.

Cuando hacemos valuación de activos esta presente la tensión entre "positivo" y "normativo". Observamos los precios en la practica y si nuestro modelo no explica bien esos precios creemos que el modelo esta mal y necesita correcciones. Pero también hay un grupo enorme de analistas, como en mi caso, que parten de que el modelo explica bien la realidad, y que hay momentos donde los precios nos son correctos. Y también ocurre que hay activos cuyos precios aun no conocemos: IPOs, derivados, bonos nuevos.

La valuación de activos parte de un concepto simple: el precio es igual al flujo esperado descontado. El resto es elaboración alrededor de como descontar ese cash flow futuro. Ya sea cuando miremos renta fija o acciones, el objetivo es el mismo, la valuación es la misma idea.

Dentro de los enfoques vamos a hacer dos cosas: 1) valuación absoluta, 2) valuación relativa.

Piensen en el activo mas común que suele comprar un individuo y a su vez el que suele ocupar la mayor parte de la riqueza: una propiedad.

Si tuvieran que valuar una propiedad para comprarla, como lo harían?

Respuestas de la clase: comparar con otras propiedades similares (relativa), descontar alquileres futuros (absoluta), y similares. Nuestro foco hoy es en lo segundo, la valuación absoluta, descontando flujos futuros. Pero a que tasa? Que flujos?

 Absoluta: Valor presente descontado de renta esperada. El mercado de oferta y demanda determina el precio del alquiler, el valor de la propiedad saldría del flujo descontado. Sugeriria que el ratio renta/Precio es constante? Se necesita algún factor de descuento apropiado. De donde sale?? El modelo de consumo o modelos de equilibrio general son ejemplos.

Siempre recuerden algo: el valor fundamental de un activo NO SE DETERMINA POR LA OFERTA Y DEMANDA. Hay economistas que creen que si. Lo aplican al tipo de cambio (que también es un activo), bonos y otros mercados, y eso es un ERROR. Piensen en lo que aprendieron en clases de lo que se suele llamar micro I. En esas clases, la oferta y demanda determinan el precio de un bien perecedero o servicio. NO de un durable. Cuando se mira un durable se analiza el servicio que dan en un periodo. El alquiler por ejemplo en el caso de una propiedad. Oferta y demanda en el ejemplo de la propiedad determinan el alquiler, no el precio de venta.

• **Relativa:** Nos preguntamos cuanto puede valer un activo dado el precio de otro activo. Usamos menos información fundamental y mas comparativa. Black-Scholes, la formula para valuar opciones, es un ejemplo de valuación relativa.

En general buscamos una combinación de los dos enfoques. Por ejemplo, el CAPM es un ejemplo del enfoque absoluto, pero en aplicaciones practicas lo vamos a usar como algo relativo, relativo al market risk factor u otros factores, sin pensar que determina esos factores o a los betas. Los betas son parámetros libres a determinar para pricear el activo.

La tarea central (y aun sin terminar) de la valuación de activos es entender el rol del riesgo sistémico (el riesgo agregado) sobre los precios de los activos.

Hay mucha evidencia de la interrelación entre riesgos macro o ciclos y los cambios en los retornos esperados (cuanto demanda de retorno el mercado). Muchos macroeconomistas sin embargo carecen de formación en valuación de activos, y cometen errores básicos al analizar precios de activos o el tipo de cambio.

La teoría de finanzas es relativamente moderna, pero al mismo tiempo es el campo mas exitoso de la economía, el que mejores datos tiene, y donde mejor se comportan los axiomas básicos. En Argentina sin embargo prácticamente no se enseña en el grado. Para muchos economistas de 70 años o mas la teoría ni siquiera existía cuando estudiaron en los 70s:

Portfolio Theory (la tesis de Markowitz sobre portfolio theory) es de 1954, y Friedman no quería aprobarla por pensar que no era economia, CAPM (1964), Efficient Markets Hypothesis (1970), Black-Scholes (1973), APT (1976) (la base para modelos de factores), Fama-French 3 Factor Model (1993).

Nuestro objetivo es valuar flujos futuros inciertos. Piensen en 1 periodo por ejemplo, y supongamos que tenemos un activo que paga un monto incierto "x" mañana.

El monto x es incierto por muchas razones. Quizás depende del riesgo de default (un bono), de las ganancias de la compañía (una acción), o del valor de la acción subyacente (una opción). El tema es que es incierto.

En ese caso podríamos pensar en su valor hoy como un flujo descontado:

$$p_t = E\left[\frac{x_{t+1}}{(1+r_t)}\right]$$

Esta formula simple ya esconde tres grandes problemas: 1) Que es x? Como lo calculamos? Es incierto, con lo cual hay formar una opinión sobre la distribución de probabilidades, para calcular su Esperanza por ejemplo. Son los dividendos esperados? En un bono, son sus pagos futuros, pero puede haber riesgo de default; 2) que es r? La tasa libre de riesgo? O si un activo tiene ciertas características lo vamos a castigar mas, poniendo una tasa de descuento mas alta? 3) La esperanza abarca ambos términos... No alcanza con tomar la esperanza del numerador. Puede haber una correlación entre pagos y tasa de descuento.

Partiendo de esa formula y las tres cuestiones que mencionaba, miremos algunos temas clasicos de finanzas. Al final de la clase, de manera opcional, voy a mostrar estos mismos temas usando mas matematica, partiendo de la maximización de utilidad.

- 1. La tasa de interes libre de riesgo (real) de equilibrio (o neutral): El punto inicial de cualquier analisis es la tasa libre de riesgo. Pero de donde viene? Como se determina?
- Hay 3 cuestiones basicas detras de la tasa real de interes (real por que la medimos sacandole la inflacion. Mas Adelante vamos a ver en detalle a que me refiero)
 - La mayor impaciencia de los individuos genera tasas mas altas. Hay un tema de preferencias detras de la tasa.
 - Los niveles de consumo (el ciclo) tambien afectan la tasa. Tasas altas deberían incentivar menos consumo presente y mas futuro.
 - > La productividad del capital se iguala a la tasa real en equilibrio.
- Detrás de la lógica de valuación, hay una macro, que define las principales variables: tasa real, inflación (y la esperada), tasa nominal, tipo de cambio, etc. Los activos de la economía dan un precio de referencia adicional, que en algunos casos determina también la situación macro (ej, riesgo de default soberano).

Partiendo de esa formula y las tres cuestiones que mencionaba, miremos algunos temas clasicos de finanzas. Al final de la clase, de manera opcional, voy a mostrar estos mismos temas usando mas matematica, partiendo de la maximizacion de utilidad.

- 2. Correccion por riesgo. Si no hay riesgo en el pago x, podemos descontar a una tasa libre de riesgo (nominal en ARS si el pago es en ARS, en USD si es en USD).
- Pero normalmente el pago es incierto. Dado eso, normalmente vamos a pensar en que la valuación es:

$$p_t = E\left[\frac{x_{t+1}}{(1+r_t + \Delta)}\right]$$

- > Donde Δ es una prima de riesgo. O sea, modificamos la tasa de descuento para tener en cuenta el riesgo del activo.
- Pero como se determina la prima de riesgo?
- Que determina la prima de riesgo es el foco principal de la valuación de activos.

Partiendo de esa formula y las tres cuestiones que mencionaba, miremos algunos temas clasicos de finanzas. Al final de la clase, de manera opcional, voy a mostrar estos mismos temas usando mas matematica, partiendo de la maximización de utilidad.

3. El riesgo idiosincrático no genera correccion por riesgo.

En Finanzas nos importan fundamentalmente los riesgos sistémicos, y NO los idiosincráticos. Esto es así por que el riesgo idiosincrático se puede diluir al diversificar. Pero el sistémico, NO.

Que es el riesgo sistémico? Justamente es un riesgo que al diversificar no se puede eliminar. En nuestro ejemplo de formula de valuación, lo que implica eso es que si un activo NO tiene riesgo sistémico, pero SI idiosincrático, podemos descontar su flujo esperado a la tasa libre de riesgo. Fijense que eso me dice que en un mercado, un activo que paga 100 seguro en un año tiene que valer lo mismo que uno que paga 200 con probabilidad 50% y 0 con probabilidad 50%, asumiendo que esos escenarios no se correlacionan con factores sistémicos (como el retorno de mercado o el consumo).

Valuacion de Activos: Utilidad

Nuestro objetivo es encontrar como valuar un flujo incierto en el futuro. Para eso tenemos que pensar en funciones de utilidad, en cuanto se valoran payoffs hoy vs en un año. Pensemos en el caso de un activo que paga un monto incierto, llamémoslo xt+1 mañana. En el caso de una acción podemos pensar que lo que se recibe al día siguiente es xt+1=pt+1+dt+1, el precio de mañana mas el dividendo.

Para eso pensamos en el valor para un inversor típico, y usamos una función de utilidad definida sobre el consumo presente y futuro. Por simpleza lo hacemos en dos periodos:

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})]$$

Donde c denota el consumo, beta es el operador que descuenta el futuro, y E es la esperanza matemática. Para darle una forma funcional, vamos a usar $u(c_t) = \frac{1}{1-\gamma} c_t^{1-\gamma}$. Ahora pensemos que el inversor promedio puede comprar y vender tanto del activo con pago x tanto como quiera, y que elige una cantidad ξ del activo.

$$\max_{\varepsilon} u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})] \text{ s. a.}$$

$$c_t = e_t - p_t \varepsilon$$

$$c_{t+1} = e_{t+1} + x_{t+1} \varepsilon$$

Valuacion de Activos: Utilidad

Las condiciones de primer orden implican:

$$-pu'(c_t) + \beta E[u'(c_{t+1})x_{t+1}] = 0$$

Or

$$p_t = E_t \left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right]$$

El inversor compra mas o menos del activo hasta que la condición se cumple, ya que eso maximiza la utilidad. Por eso decimos que el inversor "marginal" es el que pone el precio. El que valora menos el activo queda fuera del mercado.

La ecuación de arriba es la formula central de valuación de activos. El factor de descuento estocastico se puede expresar como

$$m_{t+1} \equiv \beta \, \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$$

De forma de expresar:

$$p_t = E_t[m_{t+1}x_{t+1}]$$

Valuacion de Activos: Utilidad

Si no hubiera riesgo:

$$p_t = \frac{1}{(1+r^f)} x_{t+1}$$

Donde rf es la tasa libre de riesgo. Cuando existe el riesgo, la idea es buscar como descontar el flujo con una tasa apropiada.

$$p_t = \frac{1}{(1+r^i)} x_{t+1}^i$$

La idea es que se puede incorporar toda la corrección de riesgo en una tasa de descuento individual estocástica.

Vamos a expresar $R^f = (1 + r^f)$

Para simplificar hacia adelante. $R_{t+1} \equiv x_{t+1}/p_t$

Tasa Libre de Riesgo

Podemos expresar la ecuación de precios como:

$$1 = E(mR)$$

Cuando no hay riesgo, en el caso del retorno libre de riesgo:

$$R^f = \frac{1}{E(m)}$$

Recuerden que esta es una tasa REAL. Estamos hablando en bienes, sin inflación. Si usamos la función de utilidad de antes, $u'(c) = c^{-\gamma}$

Sin incertidumbre,
$$R^f = \frac{1}{\beta} \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\gamma}$$

Podemos ver tres cosas directamente:

- Cuando beta es bajo, con lo cual la gente es "impaciente", las tasas son mas altas. Básicamente si todos quieren consumir hoy, se necesitan tasas altas para convencerlos de que ahorren.
- Las tasas son altas cuando el crecimiento del consumo es alto. En tiempos de tasas altas, paga a los inversores ahorrar para invertir y consumir luego.
- 3) Si el coeficiente gama es alto, las tasas son mas sensibles al crecimiento de consumo.

Corrección por Riesgo

Noten que usando la definición de cov(m,x)=E(mx)-E(m)E(x), podemos escribir:

$$p = E(m)E(x) + cov(m, x)$$

Usando la definición de la libre de riesgo:

$$p = \frac{E(x)}{R^f} + cov(m, x)$$

Esta es una interpretación fundamental mirando a todo activo:

Su precio es la suma de su flujo esperado descontado a la tasa libre de riesgo + un ajuste por riesgo.

Bajo el modelo de consumo, donde m se define como vimos antes:

$$p = \frac{E(x)}{R^f} + \frac{cov[\beta u'(c_{t+1}), x_{t+1}]}{u'(c_t)}$$

La utilidad marginal u'(c) cae cuando c sube. Con lo cual el ajuste por riesgo es negativo (precio mas bajo) cuando el consumo y el payoff tienden a moverse en la misma dirección.

El riesgo idiosincrático no importa

Uno podría pensar que un activo con cash Flow volátil es "riesgoso" y que por ende tendría que tener una corrección por riesgo alta. Pero si ese pago no esta correlacionado con el factor de descuento, cov(m,x)=0 :

$$p = \frac{E(x)}{R^f}$$

El riesgo idiosincrático no es compensado. Solo el sistémico.

Esta es una intuición fundamental de finanzas. A diferencia del razonamiento básico de algunos libros de texto, donde el riesgo es siempre "malo", en el modelo de consumo (y en modelos mas complejos), el riesgo que es relevante para las valuaciones es el sistémico. Es el riesgo que cuando veamos en un rato modelos de factores, básicamente no se puede reducir.

La diversificación elimina riesgo idiosincrático, y por eso no debería importar. Siempre se puede diversificar. Pero esa diversificación no eliminar el riesgo sistémico. Piensen en alguien que "diversifica" su cartera comprando bonos y acciones en argentina. En realidad no "diversifica" solo elimina algún riesgo idiosincrático de ese activo particular.

Retorno esperado y betas

En modelos como el CAPM el foco es en retornos esperados. Para verlo de esa manera planteemos la ecuación para un activo i como hicimos antes (fíjense que ponemos activo i para hacer foco en que valuamos un activo individual):

$$1 = E(mR^i)$$

Aplicando la misma descomposición de la covarianza.

$$1 = E(m)E(R^i) + cov(m, R^i)$$

Y usando $R^f = 1/E(m)$

$$E(R^i) - R^f = -R^f cov(m, R^i)$$

O multiplicando y dividiendo por la var(m):

$$E(R^{i}) = R^{f} + \left(\frac{cov(m, R^{i})}{var(m)}\right) \left(-\frac{var(m)}{E(m)}\right)$$

O en forma mas simple:

$$E(R^i) = R^f + \beta_{i,m} \lambda_m$$

Re-expresamos así para hacer énfasis en el factor que depende de i, y el λ que es igual para todos los activos. El retorno esperado es igual a la libre de riesgo mas una cantidad de riesgo (β) multiplicado por el precio del riesgo (λ).

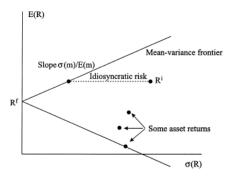
Frontera Media-Varianza

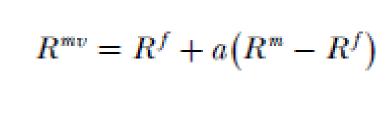
La idea principal de mean-variance se puede ver tb en lo que desarrollamos en la clase anterior:

$$1 = E(mR^i) = E(m)E(R^i) + \rho_{m,R^i}\sigma(R^i)\sigma(m)$$

$$E(R^i) = R^f - \rho_{m, R^i} \frac{\sigma(m)}{E(m)} \sigma(R^i).$$

El coeficiente de correlación no puede ser mayor a 1. Y eso tiene las implicancias que vieron con Caro. Y dado que cada retorno en la frontera se correlaciona con el otro, cualquier retorno se puede expresar como un sintético entre un retorno en la frontera Rm, y la libre de riesgo





Modelos de Valuación de Activos

Nuestro objetivo es valuar activos. El punto de origen era algo así como:

$$p_t = E\left[\frac{x_{t+1}}{(1+r_t+\Delta)}\right]$$

Fijense que en esta ecuación tenemos distintos problemas: i) como calcular una distribución para xt+1? Esa distribución si valuamos equity serian dividendos futuros. Si valuamos renta fija, la expectativa del pago (los pagos esperados sujeto a cierto riesgo de default. Ejemplo, si la expectativa de default a un period es 50% y el pago es 1 si paga, 0.5). Pero el problema principal es sobre la tasa de descuento apropiada para descontar esos cash flows.

El foco de los modelos de valuación de activos de manera mas general es en la tasa de descuento, esa prima sobre la libre de riesgo.

Cuando hablamos de modelos de valuación de activos, hablamos sobre esa tasa r+delta, que antes llamamos Ri (o Rei, mirando retornos excedentes) de manera general, y descubrimos que entre distintos activos:

$$E(R^{ei}) = \beta_{i.M} \lambda_M$$

Esto sugiere que comparamos en el cross section, entre activos. El beta es la cantidad de riesgo, lambda es el precio de ese riesgo (o el factor risk premium)

Partiendo de esa formula y las tres cuestiones que mencionamos antes, miremos algunos modelos clasicos.

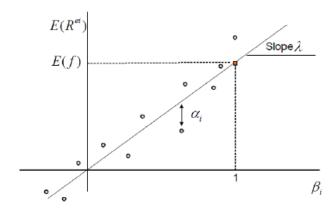
EI CAPM

El primer modelo popular para "ajustar" tasas de descuento fue el CAPM. Surge de maximizar utilidad, y me dice algo simple: La tasa de descuento debe ser proporcional a la correlación con el mercado.

En algunos modelos se lo expresa en base a un factor de descuento. Pero si hacemos foco en la tasa de descuento R, lo que tenemos es una ecuación expresada en base a los retornos y la correlación (beta) entre el retorno del activo y el mercado en su conjunto.

Partiendo de esa formula y las tres cuestiones que mencionamos antes, miremos algunos modelos de valuacion clasicos. Les cuento el camino de esta clase. Vamos a mirar a los retornos excedentes esperados, buscando algo de la forma:

$$E(R^{ei}) = \beta_{i.M} \lambda_M$$



Los betas vienen de regresiones de time series para cada activo, similar a lo que hicieron en el PS1 (ahí su factor era el retorno excedente del SPX):

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i' f_t + \varepsilon_t^i$$
 $t = 1, 2...T$ for each i .

Si lo chequearamos haríamos 2 pasos: 1) estimo los betas en una regresion de serie de tiempo; 2) chequeo mi modelo de cross section.

Pero que son los factores f? Pueden ser cualquier cosa (PIB mundial, consumo, retorno del SPX, que es??).

Necesitamos un grupo de reglas. Hasta ahora solo vimos un modelo de consumo básico, ahora vamos a ver distintos resultados que son extensiones o casos particulares de eso:

 CAPM: Usa el retorno de mercado como único factor. Para los que lo vieron, en general lo ven con la forma, pero eso es por que el retorno de mercado también tiene que cumplir el modelo. Ustedes lo ha visto como:

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i R_t^{em} + \varepsilon_t^i;$$

$$(R_t^{ei} = R_t^i - R_t^f)$$

Fijense que esto se da por que para el CAPM, el factor es el retorno de mercado. Como tiene que funcionar con si mismo, y consigo mismo el beta es 1, $E(R^{eM}) = 1.\lambda_M$, con lo cual el precio del riesgo en el CAPM es el retorno excedente del mercado en si.

Cuando el factor f es un retorno, en entonces su media se iguala al factor risk premium lambda, y eso tiene una implicancia:

En nuestra ecuacion estilo:

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i R_t^{em} + \varepsilon_t^i;$$

$$(R_t^{ei} = R_t^i - R_t^f)$$

Si tomamos Esperanza de ambos lados:

$$E(R^{ei}) = \alpha_i + \beta_{i.M} E(R^{em})$$

Con lo cual ahora tengo un alpha en el cross section. Entonces el modelo me sugiere que en el cross section, si el modelo es correcto, los alphas deberian ser ceros (el riesgo idiosincratico en promedio no genera retornos mas altos o bajos), y por ende en mi regresion de time series, el alpha Tambien deberia ser cero.

Puede ser confuso: en la primer regresion, el alpha es la constante y el beta es la pendiente de la regresion. En la segunda, el alpha es el error del cross section, y el beta es la variable de la derecha. Esto solo es verdad si el factor es un portfolio con un retorno, que se pricea a si mismo.

2. También podriamos mirar modelos mas generales, como el ICAPM. En el CAPM, al analizar pocos periodos, se podrían perder de vista factores. El ICAPM sugiere que los factores son variables de estado que determinan la decisión de un consumidor a lo largo del tiempo

Los factores en el ICAPM van mas allá del retorno de mercado, son innovaciones que afectan el ingreso o el set de oportunidades de inversión.

ICAPM

El ICAPM extiende la lógica del CAPM a mas factores macro (riqueza y otras variables de estado relevantes en la decisión de ahorro-consumo). Básicamente,

$$m_{t+1} = a + b' f_{t+1}$$

Donde ahora hay muchos factores y muchos betas a esos factores. En el ICAPM esos factores son variables de estado que afectan la decisión de consumo.

3. Otro ejemplo es el modelo de 3 factores de Fama French (FF3F). A diferencia del ICAPM, que busca derivar de manera formal los factores, el FF3F model es empírico.

Agregar dos factores al retorno de mercado, ambos derivados en base a regularidades empíricas

Básicamente ven que ciertos portfolios, con ciertas características, tienen retornos que el CAPM no explica bien. Y buscan construir de manera empírica portfolios cuyos retornos permitan, funcionando como factores, eliminar esa anomalia.

Pero por que pueden usar factores así? Las teorías que dan marco a que podemos usar son A) modelos de equilibrio: teorías que partiendo del consumo me permitan derivar un modelo o B) APT: La teoría de Ross nos da reglas para armar modelos de factores. Que se puede, que no en base a la teoría.

Fama-French 3 Factor Model

Dentro de los modelos de factores para los que el APT sienta las bases, el Fama-French 3 Factor model y sus variaciones ha sido el mas relevante de los últimos 20 años. Expresando los retornos como excedentes sobre la libre de riesgo:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{iM}R_M + \beta_{iSMB}SMB_t + \beta_{iHML}HML_t + e_{it}$$

Donde al factor de mercado del CAPM se le agregan dos factores adicionales:

HML: High Minus Low. El retorno de un portfolio de acciones con altos ratios de valor libro sobre mercado, menos el retorno de un portfolio de acciones con bajo ratio (Dividen en 10 y toman las de arriba y abajo)

SMB: Small-Minus-Big. El retorno de un portfolio de small stocks (en capitalizacion) sobre el retorno de un portfolio de acciones de grandes companias.

El approach es empírico. Fama y French veían que las value stocks y los small stocks tenían retornos que el CAPM no explicaba bien, y proponen nuevos factores con los retornos de portfolios. Pero es empírico. No queda claro por que funciona bien, ni que representan los factores a nivel fundamental.

Fijense que la misma idea que usamos en un periodo se aplica a muchos periodos, simplemente se extiende el factor de descuento. Si pensamos en dividendos futuros d,

$$p_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} \left[m_{t,t+j} d_{t+j} \right]$$

La dificultad es como encontrar ese factor de descuento para cada periodo futuro. Por eso existen distintos modelos que buscan simplificar eso. Empecemos con el CAPM. El CAPM básicamente se deriva bajo ciertos supuestos sobre la función de utilidad, e implica que

$$m_{t+1} = a + bR_{t+1}^W$$

O sea, la tasa de descuento es proporcional al retorno del mercado.

El CAPM fue desarrollado por Sharpe (1964) y Lintner (1965).

Cuando uno piensa en el inversor promedio, el inversor promedio tiene que tener un portfolio idéntico al mercado.

Una manera de derivar el CAPM es con utilidad cuadrática, con un solo individuo. En ese caso, dado que $u(c) = -\frac{1}{2}(c^* - c_t)^2$, en ese caso:

$$m_{t+1} = \beta \frac{(c^* - c_{t+1})}{(c^* - c_t)}$$

El otro supuesto es que los inversores nacen con una riqueza Wt en el primer periodo y luego no tienen ingreso. Pueden invertir en N activos con precio p_t^i y payoff x_{t+1}^i , para hacerlo mas simple, con retornos R_{t+1}^i . Las restricciones presupuestarias son:

$$c_{t+1} = W_{t+1}$$

$$W_{t+1} = R_{t+1}^{W}(W_t - c_t)$$

$$R_{t+1}^{W} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{t+1}^{i}, \qquad \sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

El supuesto de dos periodos hace que en el periodo 2 se consuma todo. Eso nos permite resumir el factor de descuento estocastico en:

$$m_{t+1} = \beta \frac{(c^* - R_{t+1}^W(W_t - c_t))}{(c^* - c_t)} = \beta \frac{c^*}{(c^* - c_t)} - \beta \frac{(W_t - c_t)}{(c^* - c_t)} R_{t+1}^W$$

Por lo que:

$$m_{t+1} = a_t + b_t R_{t+1}^W$$

Fíjense que de esta manera el factor de descuento es una funcion lineal de el retorno de la riqueza. Por un teorema de valuación de activos, esto ya nos permite tener un modelo para el cross section.

Uno busca hacer una ingenieria reversa en los modelos: necesito que el consumo dependa únicamente del retorno de mercado, y para eso es que lo hacemos morir luego del periodo.

Para el CAPM solo el retorno de la riqueza mueve el consumo, por eso no tenemos ingreso laboral o nada mas. Y la linearidad nos la da la parte cuadrática.

Acá usamos un modelo de equilibrio para derivar el CAPM, con supuestos para llegar a donde queríamos.

El retorno de la riqueza no es el S&P 500... En general se usa el S&P 500 como proxy para eso, pero debería incluir mas: retorno del capital humano, real estate, etc.

Otra manera de derivarlo es con utilidad exponencial y distribución normal para los retornos, de tal manera que son simétricos, reduciendo el problema a media-varianza, como en la clase que tuvieron con Caro.

Supongamos que solo consumo en el segundo periodo, y la utilidad del inversor representativo (en este caso, el inversor marginal) es:

$$E[u(c)] = E[-e^{-\alpha c}]$$

Donde α ahora es el coeficiente de aversion absoluta al riesgo. Si el consumo (dado que el retorno es normal), se distribuye de manera normal:

$$E[u(c)] = -e^{-\alpha E(c) + (\alpha^2/2)\sigma^2(c)}$$

Supongamos que el inversor tiene una riqueza inicial W que puede dividir entre un activo libre de riesgo que paga Rf y un set de activos de riesgo que pagan returno R. Llamemos y a la parte de la riqueza (en monto, NO porcentaje) invertida en cada activo (y es un vector). Las restricciones presupuestarias son:

$$c = y^f R^f + y'R$$
$$W = y^f + y'\mathbf{1}$$

Insertando la primer ecuación en la función de utilidad, tenemos:

$$E[u(c)] = -e^{-\alpha E(y^f R^f + y'R) + \left(\frac{\alpha^2}{2}\right)y'\Sigma y}$$

De manera similar a antes en el segundo periodo el consumo se determina solo por el retorno.

Maximizando eligiendo y e yf,

$$y = \Sigma^{-1} \frac{E(R) - R^f}{\alpha}$$

Este resultado es idéntico al de MV efficiency que vieron con Caro, con esa función de utilidad que elegimos en ese momento. El inversor invierte una mayor cantidad en el activo de riesgo cuanto menor es su aversion al riesgo, cuanto mayor es el retorno esperado, y cuanto menor es su riesgo (riesgo sistémico, obviamente). Fijense que la riqueza no aparece en el calculo, y por eso decimos que su aversion al riesgo es "absoluta".

Re expresando la condición de primer orden, nos queda

$$E(R) - R^f = \alpha \Sigma y = \alpha cov(R, R^W)$$

Esto se da bajo la misma lógica que hablaron con Caro: el portfolio total del inversor en activos de riesgo es y'R. Si todos los inversores son iguales, entonces el portfolio del mercado es igual al del individuo, con lo cual Σy también da la correlación con el retorno $R^W = y^f R^f + y'R$ (si difirieran en la aversion al riesgo, lo mismo se daría para la aversion al riesgo agregada). Entonces tenemos el CAPM. Una cosa linda es que nos relaciona la aversion al riesgo con el precio del riesgo. Fijense que aplicandole al mercado:

$$E(R^W) - R^f = \alpha \sigma^2(R^W)$$

Lo cual sugiere que el precio del riesgo debería ser proporcional a la aversion al riesgo. En la practica no se da así: el lado izquierdo da 8% aprox, pero la aversion no parece ser tan alta. **(equity premium puzzle)**

De manera equivalente a expresarlo en base a el factor de descuento, el CAPM se suele expresar en lenguaje de retorno-beta:

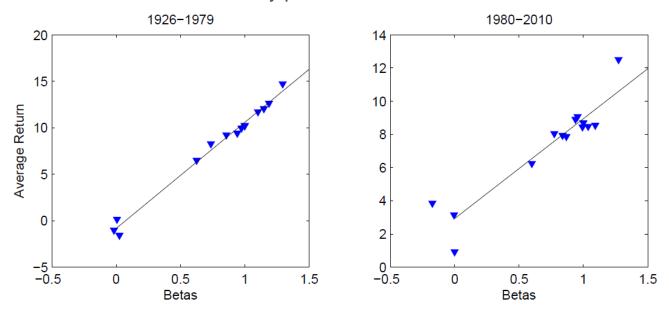
$$E(R^{i}) = \gamma + \beta_{i,R} w [E(R^{W}) - \gamma]$$

Fijense que R^W es el retorno del la riqueza total. Eso incluye accionies, bonos, propiedades, empresas que no cotizan en bolsa. Como proxy se suele utilizar algún índice de acciones de mercado R^M , pero esa proxy es solo eso, una proxy. Por ejemplo el S&P 500 o el NYSE. Usando como retornos libre de riesgo a la tasa libre de riesgo, se llega a la expresión tradicional del CAPM:

$$E(R^{i}) = r_f + \beta_{i,R^{M}} [E(R^{M}) - r_f]$$

El CAPM nos dice algo simple y elegante: el retorno esperado de un activo particular es igual a la libre de riesgo mas un ajuste proporcional al beta en una regresión contra el mercado. A través de un mecanismo de 2 etapas, se estima el beta usando datos. La idea es que algo con beta tiene tener un retorno proporcional por que es como apalancarse y comprar beta del mercado. Funciona el CAPM??

El CAPM durante años funciono (miren de 1926 a 1979). Si uno arma 10 portfolios por size todos los años y calcula sus betas, estaban prácticamente sobre una línea recta. Los de firmas pequeñas tenían retornos promedios mas altos, pero sus betas eran mucho mas altos! El CAPM explicaba bien. Ese retorno era mas alto como compensación al riesgo mas que proporcional al mercado. Pero en los datos nuevos hay problemas.



CAPM on Fama-French size portfolios, and 10 and 30 year government bonds, monthly data 1926-2009. The diagonal line is the fit of a cross-sectional regression.

Como se testea el CAPM?

La explicación del CAPM es que si uno mira retornos excedentes (R^e) sobre la libre de riesgo (se resta la tasa del tesoro de US) debería ver

$$E(R^{ei}) = \beta_i \lambda$$

Eso es lo que vemos en el grafico de la izquierda, que los retornos son una proporción de los betas líneal. Los betas surgen de regresiones de series de tiempo de la forma:

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i R_t^{em} + \varepsilon_t^i$$
 para cada i. (1)

Noten que $E(R^{ei}) = \beta_i \lambda$ es una relación de cross section, pero arriba estimamos una regresion con los retornos excedentes como la Y de la regresion contra el retorno del mercado (la "X"), para cada activo. En el cross section intentamos ver por que algunos activos tienen retornos mas grandes que otros.

Los portfolios tienen $E(R^{ei})$ altos por que tienen betas altos. Ahora queremos explicar ese retornos excedente. Entonces el chequeo del CAPM es estimar el cross section (donde ahora los β_i son los "X"):

$$E(R_t^{ei}) = \beta_i \lambda + \alpha_i$$

Los α_i ahora son los errores, la parte que el CAPM no explica. Ese α_i a priori luce como la parte del retorno esperado sobre la compensación por riesgo. Por esta razón, muchas veces se habla de "buscar Alpha" en las inversiones.

Pero el CAPM como vimos funciona de manera pobre en los datos. Y otros factores, entre 3 y 5, suelen explicar extremadamente bien el cross section. Con lo cual pareciera que hay muchos factores y muchos factor loadings of betas a esos factores.

Y ya casi nadie habla de buscar Alpha sino de "Smart Beta".

Miren el la correlación del precio del bono 2117 con el S&P 500



APT (Arbitrage Pricing Theory)

En 1976 Ross desarrolla el APT, bajo una premisa simple: en los datos vemos muchísimo comovimiento de precios en general y dentro de sectores. Ford se mueve con el S&P 500, pero particularmente se correlaciona mucho con GM. Con lo cual la idea es encontrar factores comunes detrás de los movimientos, bajo la premisa de que el riesgo idiosincrático no debería generar primas de riesgo para los retornos esperados, por que ese riesgo se puede diversificar. Normalmente el APT se planta en forma de cash flows x para una compañía i, donde ese cash Flow es afectado por factores f, comunes a todas las compañías.

$$x_i = a_i + \sum_{j=1}^{M} \beta_{ij} f_j + \varepsilon^i$$

Donde los f son los j factores, comunes a todos los i (ejemplo a todas las acciones), y los beta son los factor loadings o betas. Los ε^i son los residuos.

Los errores no están correlacionados entre activos, y tampoco con los factores.

Los modelos de factores son el core de la industria en la actualidad. Y todo parte del APT.

APT (Arbitrage Pricing Theory)

En general se expresa el modelo en términos de retornos:

$$r_i = r_f + \sum_{j=1}^M \beta_{ij} F_j + e^i$$

Cambiamos la notación de los factores por que no esta calculado de la misma manera cuando miramos retornos puros. La idea es que haya solo un grupo reducido de factores que explican una gran proporción de la variación en el corte transversal. Fíjense que si miramos un portfolio de n activos, dado que los factores son los mismos, podemos explicar el rendimiento de ese portfolio en base a los factores y la suma de los residuos:

$$r_P = r_f + \sum_{j=1}^M \beta_{Pj} F_j + e^P$$

Donde $\beta_{Pj} = \sum w_i \beta_{ij}$. También podemos ver que la varianza total del portfolio es:

$$\sigma_P^2 = var(\sum_{j=1}^M \beta_{Pj} F_j) + var(e^P)$$

Fijense que si la varianza de todos los activos es la misma, llamémosla $\bar{\sigma}^2$

$$var(e^P) = \frac{1}{n}\bar{\sigma}^2$$

A medida que se diversifica, el riesgo idiosincrático desaparece. Pero NO el de los factores. Como vimos antes, el riesgo sistémico es el que se incorpora en los precios

Para un portfolio diversificado, deberia darse que

$$R_P = \alpha_P + \beta_P F$$

Por ejemplo, si tuviéramos un solo factor F, todos los portfolios bien diversificados estarían perfectamente correlacionados. Ejemplo, si tengo otro portfolio Q, con

$$R_Q = \alpha_Q + \beta_Q F$$

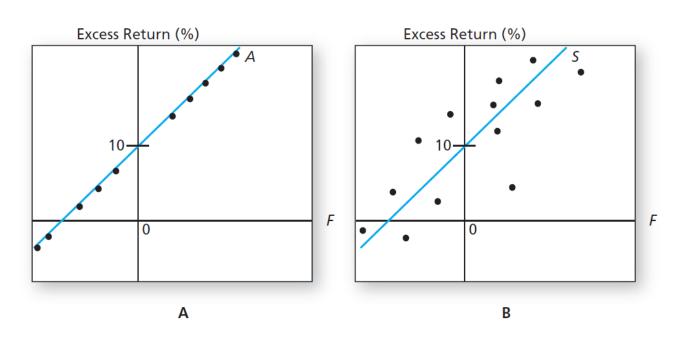
Podemos computar las desviaciones estándar y correlaciones:

$$\sigma_{P} = \beta_{P}\sigma_{F}; \sigma_{Q} = \beta_{Q}\sigma_{F}$$

$$Cov(R_{P}, R_{Q}) = Cov(\beta_{P}F, \beta_{Q}F) = \beta_{P}\beta_{Q}\sigma_{F}^{2}$$

$$\rho_{PQ} = \frac{Cov(R_{P}, R_{Q})}{\sigma_{P}\sigma_{Q}} = 1$$

Con lo cual deberíamos ver, en un grafico de retornos vs betas, algo como el chart de la izquierda:



El APT de Ross impone una estructura para los modelos. Ya no era necesario usar variables que surgían del CAPM o el ICAPM como factores, sino se que podía "pescar", con ciertas reglas.

Las reglas imponen condiciones sobre $E(e^i,e^j)=0$ (los errores son idiosincráticos) y sobre $E(e^i,F_j)=0$ con lo cual los errores no se correlacionan con los factores, además de que $E(e^i)=0$ (lo usual, que los errores tengan media cero).

El APT dio un marco para armar modelos empíricos. Fijense que si cuando uno hace Principal components genera factores F que pricean de manera exacta (los errores son cero).

Importante: en el modelo, E(Ri) no es una predicción, sino una caracterización estadística en base a los factores.

El CAPM es un modelo de 1 factor: el retorno de mercado. Para cada active,

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$$

Que implica ver "alpha" en un portfolio? Supongamos que tengo un portfolio P, tal que

$$R_P = \alpha_P + \beta_P R_M$$
$$E(R_P) = \alpha_P + \beta_P E(R_M)$$

Y asumamos que el alpha de ese portfolio es positivo. Dado que en ambos casos asumimos que el CAPM explica perfectamente sus retornos, podemos armar un porfolio, llamémoslo Z, beta-neutral, eligiendo pesos wp y wm=1-wp,

$$\beta_Z = w_P \beta_P + (1 - w_P) \beta_M = 0$$

$$\beta_M = 1$$

$$w_P = \frac{1}{1 - \beta_P}; \ w_M = 1 - w_P = \frac{-\beta_P}{1 - \beta_P}$$

El portfolio Z es libre de riesgo sistemico, y su alpha es:

$$\alpha_Z = w_P \alpha_P + (1 - w_P) \alpha_M = w_P \alpha_P$$

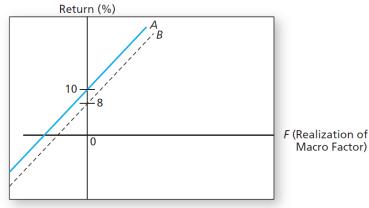
La prima de riesgo de Z tiene que ser cero porque el riesgo de Z es cero. Pero entonces puedo obtener ganancias por arbitraje.

Dado que el beta de Z es cero, su prima de riesgo sobre la libre de riesgo es alpha. Y ese alpha es:

$$E(R_Z) = w_P \alpha_P = \frac{1}{1 - \beta_P} \alpha_P$$

Si betaP era menor a uno, voy a tener un portfolio con inversión cero que me permite tener un arbitraje, por que alpha es mayor a cero. Puedo hacer dinero arriba de la libre de riesgo de manera constante. Esto debería presionar los precios para que el retorno baje y desaparezca ese alpha.

El libro de BKM da un ejemplo visual, con dos porfolios A y B, con los mismos betas, pero retornos esperados de 10% y 8% por sobre el retorno explicado por los factores.

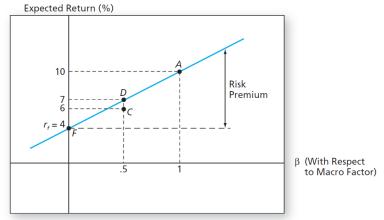


A es permanentemente mejor, dando lugar a una oportunidad de arbitraje:

$$(.10 + 1.0 \times F) \times \$1$$
 million from long position in A
 $-(.08 + 1.0 \times F) \times \1 million from short position in B
 $.02 \times \$1$ million = $\$20,000$ net proceeds

Y su tuvieran distintos betas? Misma idea, el alpha debería ser cero bajo el modelo. Miren los portfolios C (beta 0,5, retorno esperado 6%) y el A (beta 1,

retorno 10%)



Un punto intermedio como D, con ponderaciones 50/50 entre A y la libre de riesgo tiene el mismo beta pero retorno mas alto. El C tenia alpha negativo, y eso genera una oportunidad de arbitraje (shorteando C).

El APT se aplica a portfolios diversificados, similar a lo que vieron en la clase anterior. Cuando la oportunidad de arbitraje no me permite eliminar el riesgo idiosincrático, ya no es tan simple.

Fama-French 3 Factor Model

Dentro de los modelos de factores para los que el APT sienta las bases, el Fama-French 3 Factor model y sus variaciones ha sido el mas relevante de los últimos 20 años. Expresando los retornos como excedentes sobre la libre de riesgo:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{iM}R_M + \beta_{iSMB}SMB_t + \beta_{iHML}HML_t + e_{it}$$

Donde al factor de mercado del CAPM se le agregan dos factores adicionales:

HML: High Minus Low. El retorno de un portfolio de acciones con altos ratios de valor libro sobre mercado, menos el retorno de un portfolio de acciones con bajo ratio (Dividen en 10 y toman las de arriba y abajo)

SMB: Small-Minus-Big. El retorno de un portfolio de small stocks (en capitalizacion) sobre el retorno de un portfolio de acciones de grandes companias.

El approach es empírico. Fama y French veían que las value stocks y los small stocks tenían retornos que el CAPM no explicaba bien, y proponen nuevos factores con los retornos de portfolios. Pero es empírico. No queda claro por que funciona bien, ni que representan los factores a nivel fundamental.

- Fama y French buscan explicar anomalías en los datos, y logran hacerlo construyendo esos factores de manera empírica.
- El retorno esperado del portfolio es resultado de esos tres betas, exposición a tres factores: el retorno del mercado, como el CAPM, mas otros dos factores, SML y HMB.
- Sus resultados sobre porfolios (miran portfolios en lugar de acciones individuales para sacar la parte idiosincratica). Dividen todo en 25 portfolios por size (market cap) y value (precio bajo respecto a valor libro, growth en la otra punta, el precio es alto respecto al valor libro (Google por ej))
- Los factores se arman igual, con esos portfolios.
 - > RM: Retorno de todos los porfolios ponderados por value
 - > SMB: Long en los portfolios small, short en los big. (retorno de los Small menos Big)
 - > HML: Long en High Value, short en Growth stocks

 R_{r} is the one-month Treasury bill rate observed at the beginning of the month (from CRSP). The explanatory returns R_M , SMB, and HML are formed as follows. At the end of June of each year t(1963-1993), NYSE, AMEX, and Nasdaq stocks are allocated to two groups (small or big, S or B) based on whether their June market equity (ME, stock price times shares outstanding) is below or above the median ME for NYSE stocks. NYSE, AMEX, and Nasdaq stocks are allocated in an independent sort to three book-to-market equity (BE/ME) groups (low, medium, or high; L, M, or H) based on the breakpoints for the bottom 30 percent, middle 40 percent, and top 30 percent of the values of BE/ME for NYSE stocks. Six size-BE/ME portfolios (S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H) are defined as the intersections of the two ME and the three BE/ME groups. Value-weight monthly returns on the portfolios are calculated from July to the following June. SMB is the difference, each month, between the average of the returns on the three small-stock portfolios (S/L, S/M, and S/H) and the average of the returns on the three big-stock portfolios (B/L, B/M, and B/H). HML is the difference between the average of the returns on the two high-BE/ME portfolios (S/H and B/H) and the average of the returns on the two low-BE/ME portfolios (S/L and B/L). The 25 size-BE/ME portfolios are formed like the six size-BE/ME portfolios used to construct SMB and HML, except that quintile breakpoints for ME and BE/ME for NYSE stocks are used to allocate NYSE, AMEX, and Nasdaq stocks to the portfolios.

 Tabla 1 describe la situación. Los retornos esperados suben de abajo hacia arriba y de la izquierda a la derecha, por un factor de 3 aprox. Varían mucho entre caracteristicas

	Book-to-Market Equity (BE/ME) Quintiles											
Size	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High		
]	Panel A:	Summary	Statistics	s					
	Means Standard Deviat							iations				
Small	0.31	0.70	0.82	0.95	1.08	7.67	6.74	6.14	5.85	6.14		
2	0.48	0.71	0.91	0.93	1.09	7.13	6.25	5.71	5.23	5.94		
3	0.44	0.68	0.75	0.86	1.05	6.52	5.53	5.11	4.79	5.48		
4	0.51	0.39	0.64	0.80	1.04	5.86	5.28	4.97	4.81	5.67		
Big	0.37	0.39	0.36	0.58	0.71	4.84	4.61	4.28	4.18	4.89		

- Quizás son betas con el mercado lo que lo explica? Ellos muestran que no, que no alcanza, queda un alpha.
- Plantean entonces sus porfolios. Los betas con el mercado son 1 aprox. s sube hacia arriba y hacia la izq, y h de izq a derecha, como esperamos, y hacia abajo. Y los alphas son cercanos a 0.

Book-to-Market Equity (BE/ME) Quintiles										
Size	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
	Pane	el B: Reg	ressions:	$R_i - R_f =$	$a_i + b_i$	$R_M - R_f$	+ s _i SME	$3 + h_iHM$	$L + e_{\iota}$	
			a					t(a)		
Small	-0.45	-0.16	-0.05	0.04	0.02	-4.19	-2.04	-0.82	0.69	0.29
2	-0.07	-0.04	0.09	0.07	0.03	-0.80	-0.59	1.33	1.13	0.51
3	-0.08	0.04	-0.00	0.06	0.07	-1.07	0.47	-0.06	0.88	0.89
4	0.14	-0.19	-0.06	0.02	0.06	1.74	-2.43	-0.73	0.27	0.59
$_{ m Big}$	0.20	-0.04	-0.10	-0.08	-0.14	3.14	-0.52	-1.23	-1.07	-1.17
			b					t(b)		
Small	1.03	1.01	0.94	0.89	0.94	39.10	50.89	59.93	58.47	57.71
2	1.10	1.04	0.99	0.97	1.08	52.94	61.14	58.17	62.97	65.58
3	1.10	1.02	0.98	0.97	1.07	57.08	55.49	53.11	55.96	52.37
4	1.07	1.07	1.05	1.03	1.18	54.77	54.48	51.79	45.76	46.27
$_{ m Big}$	0.96	1.02	0.98	0.99	1.07	60.25	57.77	47.03	53.25	37.18
			s					t(s)		
Small	1.47	1.27	1.18	1.17	1.23	39.01	44.48	52.26	53.82	52.65
2	1.01	0.97	0.88	0.73	0.90	34.10	39.94	36.19	32.92	38.17
3	0.75	0.63	0.59	0.47	0.64	27.09	24.13	22.37	18.97	22.01
4	0.36	0.30	0.29	0.22	0.41	12.87	10.64	10.17	6.82	11.26
\mathbf{B} ig	-0.16	-0.13	-0.25	-0.16	-0.03	-6.97	-5.12	-8.45	-6.21	-0.77
			h					t(h)		
Small	-0.27	0.10	0.25	0.37	0.63	-6.28	3.03	9.74	15.16	23.62
2	-0.49	0.00	0.26	0.46	0.69	-14.66	0.34	9.21	18.14	25.59
3	-0.39	0.03	0.32	0.49	0.68	-12.56	0.89	10.73	17.45	20.43
4	-0.44	0.03	0.31	0.54	0.72	-13.98	0.97	9.45	14.70	17.34
Big	-0.47	0.00	0.20	0.56	0.82	-18.23	0.18	6.04	18.71	17.57

Los R2 pasan de 60%-80% aprox (CAPM) a 96%. Éxito.

			R ²					s(e)		
Small	0.93	0.95	0.96	0.96	0.96	1.97	1.49	1.18	1.13	1.22
2	0.95	0.96	0.95	0.95	0.96	1.55	1.27	1.28	1.16	1.23
3	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	1.44	1.37	1.38	1.30	1.52
4	0.94	0.92	0.91	0.88	0.89	1.46	1.47	1.51	1.69	1.91
Big	0.94	0.92	0.87	0.89	0.81	1.19	1.32	1.55	1.39	2.15

Intuición adicional: Por que importa?

 Supongamos que tenemos un individuo que tiene cierto ingreso. Y supongamos que hay dos activos, el A y el B, con la misma media, varianza, y el mismo beta sobre el Retorno de mercado. Bajo el CAPM, lucen igual, nos debería ser indistinto donde invertir.

$$E(R^{ei}) = \alpha_i + \beta_{i,M} E(R^{em})$$

 Pero supongamos que, en una recesión, donde uno puede perder el trabajo (UR), A sube y B baja respecto a lo que sugiere el modelo. O sea, en una recesión, A tiene un residuo positivo, y B uno negativo. Podríamos expresarlo con otro factor:

$$E(R^{ei}) = \beta_{i.M} \lambda_M + \beta_{i.UR} \lambda_{UR} \qquad en \ ts: R_t^{ei} = \beta_{i.M} R_t^{em} + \beta_{i.UR} U R_t + \varepsilon_t^i$$

- En ese caso, uno querria comprar el activo A. Ese activo me da protección en momentos malos. Y pagaría menos por el B, prefiero sacármelo de encima. Van a tener otro beta sobre UR (la tasa de desempleo). Bajo el CAPM lucia como alpha, pero es otro factor.
- Pero si todos hacen eso, sube el precio de A y cae el de B. El retorno esperado de A va a ser mas bajo, el de B mas alto. Pero no es alpha, es compensación por riesgo.
- EN EQUILIBRIO, vemos que ya no es cierto que el retorno de mercado de cada uno depende de los betas con el mercado. Esa tendencia a que a A me de seguro contra momentos malos y que B me lo exacerbe se ve en los retornos. Van a depender de un nuevo beta contra otro factor, no era alpha.
- Si hubiera noticias de futuras perdidas de trabajo, seria igual de malo: si identifico acciones que suben cuando UR sube, me gustan, las noticias sobre futuro me afectan hoy.
- Fijense que tiene que ser un factor que afecta de manera agregada, donde TODOS o mucha genete me afecta, por que mueven los precios. Algo así tiene que ser un factor.

Estimación

Fama-MacBeth era el procedimiento de estimación de los modelos mas usado pero se puede usar GLS:

a) Correr TS para obtener betas:

$$R_t^{ei} = a_i + \beta_i' f_t + \varepsilon_t^i$$
 $t = 1, 2...T$ for each i .

- b) Correr cross section regresiones en cada momento del tiempo. Aca beta es la "x", y lambda la pendiente. $R_t^{ei} = \beta_i' \lambda_t + \alpha_{it} \quad i = 1, 2, ...N \quad \text{for each } t.$
- c) estimamos para el promedio del tiempo

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \hat{\lambda}_t; \ \hat{\alpha}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \hat{\alpha}_{it}$$

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} var(\hat{\lambda}_t) = \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} \left(\hat{\lambda}_t - \hat{\lambda} \right)^2$$

$$cov(\hat{\alpha}) = \frac{1}{T} cov(\hat{\alpha}_t) = \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} \left(\hat{\alpha}_{it} - \hat{\alpha}_i \right) \left(\hat{\alpha}_{jt} - \hat{\alpha}_j \right)$$

La hipótesis de los mercados eficientes es una de las teorías mas habladas en el mercado, pero también de las menos entendidas. Muchas la acusan de predecir algo que en realidad no predice, o no entienden sus implicancias. Incluso inversores reconocidos como Warren Buffett le asignan un rol que no tiene.

La EMH básicamente dice que la competencia iguala los retornos tras usar la información disponible en el mercado. Esta idea simple lleva a predicciones testeables sobre la reacción de los precios a nueva información de balances corporativos, decisiones de tasa de interés/minutas, encuestas/el resultado de una elección. En forma simple, nos dice que si pudiéramos predecir que los precios van a subir mañana, compraríamos hoy, y los precios ajustan para impedir eso. Es simple y elegante la idea.

Tiene dos componentes básicos:

- 1) la competencia "iguala" el costo-beneficio ajustado por riesgo. Esto requiere un modelo de valuación de activos (Fama)
- 2) los cambios en los precios son una función del flujo de información disponible en el mercado.

A veces se la diferencia en tres "versiones"

- 1) Débil: En la versión débil se piensa que los precios incorporan toda información de precios y trading pasada. En ese sentido el análisis técnico seria inútil. Si señales pasadas sirvieran para predecir, todos las usarían, explotando oportunidades, que desaparecerían. El análisis técnico, con sus cosas ultra comunes en el mercado argentino, prácticamente no tiene fundamento empírico alguno.
- 2) Semi-fuerte: La semi fuerte implica que toda la información publica disponible esta incorporada en los precios. Eso incluye, además de información de mercado previa, toda la información de la compañía públicamente disponible: ventas, patentes, proyecciones de rendimientos, como así también toda la información macro disponible.
- 3) Fuerte: A la info de la semi-fuerte se le agrega la privada. Si pensamos como la información privada que se pueda tradear, tiene sentido. En los flujos gradualmente se tendría que trasladar a los precios. La información privada dentro de la compañía es en realidad secreta y no se puede tradear (inside information), esta prohibido.

Es una intuición que prácticamente todos en el mercado tienen, incluso los que hablan contra la hipótesis. Cuando hay información nueva, los precios ajustan: decisiones de tasa, anuncios de ganancias, datos de PIB, etc. La información se incorpora de una manera casi instantánea, sin que sea necesario prácticamente que haya 1 solo trade cuando la información es publica.

- Las criticas, si bien muchas validas, suelen estar en cosas que la EMH en realidad NO dice. ¿Que NO dice?
- "Nadie debería actuar en base a la información". La critica es que si todos usaran indexed portfolios, el mercado ya no seria eficiente. Y la propagación de ETF generaría eso. La teoría solo dice que los inversores actúan sobre la información en un mercado competitivo, como en cualquier otro mercado que se les ocurra, y por ende el inversor "promedio" no se espera consiga retornos anormales. No dice que todos los inversores tendrían que dejar de actuar en base a la info.
- "El mercado debería anticipar crisis." Al contrario, la hipótesis dice que el mercado no podría hacerlo. Si pudiera, los precios serian ineficientes por que no reflejarían esa información. De hecho, los eventos de movimientos amplios son consistentes con teorías de Fama también, como la idea de "fat tails" en las distribuciones. La EMH incorpora la idea de que movimientos grandes pueden ocurrir, pero bajo la idea de que no podemos predecir cuando.
- "El mercado debería reconocer las "burbujas". Las burbujas son fáciles de reconocer ex post, pero no ex-ante (mirar video de Fama-Thaler, "Are markets efficient?" https://www.youtube.com/watch?v=bM9bYOBuKF4). Después de los hechos muchos hablan de burbujas, pero incluso "burbujas" identificadas en el pasado no fueron tan así. Cuando Greenspan hablo de "irrational exuberance", el dow estaba en 6437 (1996). Al 21/2/20, antes del Covid19, estaba en 28.992. Muy pocos en 2007/2008 vieron la crisis venir, e incluso aquellos que lo vieron, básicamente capturaron las ineficiencias del mercado de hipotecas, con fallas de mercado que en perspectiva son claras.
- "El colapso de Lehman es otro ejemplo de ineficiencia (Soros menciona esto en su libro)". Eficiencia no predice en absoluto que un banco no pueda caer, al contrario, sugiera que debería ocurrir de vez en cuando si toma riesgo excesivo.
- "La EMH asume que la distribución de retornos no cambia en el tiempo." La EMH no dice nada de distribuciones de los retornos. Nunca dice que distribuciones pasadas se repitan en el futuro (algo que muchos modelos usaban en la crisis de 2007/2008). Incluso en documentos relevantes se confunde su uso (Ray Ball menciona el caso del Turner review en UK).
- "Los reguladores confiaron demasiado en la EMH". Básicamente la idea es que fueron laxos por confiar. Es una acusación extraña por que si confiaban en la EMH, deberían haber sospechados de ROEs altos en bancos y bancos de inversión. Es verdad que hubo un foco en que la info fuera transparente y publica.

La EMH es una teoría, con sus deficiencias y anomalías. Como toda teoría es una abstracción de la realidad. El componente principal de la teoría, la información, de hecho no es tan simple de procesar. Toma tiempo el análisis, requiere expertise, y su lectura puede ser difícil (la crisis de 2007 es un ejemplo, bien ilustrado en "The big short", la novela de Michael Lewis sobre la que se hizo el film).

La teoría tiene sus limitaciones. No hay una teoría de la "oferta" de información, y teorías recientes intentan modelar esa oferta o costo de procesar la información. La liquidez también es un problema, y hay evidencia amplia de que la "iliquidez" es un factor en el precio, pero es difícil de medir.

Testear la EMH tiene limitaciones. Inevitablemente el test del modelo y el flujo de info es simultaneo (joint test). ¿Cual es el precio "eficiente"? ¿El CAPM? ¿Fama-French 3 factor? Testear el flujo de info también es complejo, por la cantidad de info que fluye en el mercado.

Anomalías: Behavioral finance encuentra anomalías en efectos persistentes en los anuncios de ganancias, o el ejemplo de "CUBA" de Thaler

Fijense si pueden identificar el error en los siguientes comentarios, bajo la logica de la EMH:

- 1. "El Mercado cayo por toma de ganancias. Va a volver a subir la semana próxima"
- 2. "Los precios suben gradualmente a medida que la información se esparce a través del mercado"
- 3. "Internet es el futuro. Hay que comprar acciones relacionadas con Internet"
- 4. "Compren acciones de compañías fuertes con buenas ganancias y crecimiento. Van a ser mas rentables"
- 5. "La demanda de activos financieros tiene pendiente negativa"
 - El dólar (tipo de cambio) subió por un aumento en la cantidad de compradores
 - > Transacciones grandes producen mucha presión en los precios
 - > Los precios cayeron por que los fondos tuvieron rescates
- 6. El tipo de cambio subió por la presión compradora de multinacionales
- 7. El BCRA debería intervenir vendiendo USD para bajar el tipo de cambio.

La EMH sugeriria que los retornos no se pueden predecir, pero eso no es exactamente cierto. En los datos, se observa cierta predecibilidad. Pero el mercado en su conjunto no la puede eliminar. Por que?

Test/significado. Para testearlo corremos una regresion del retorno de mañana en algo que vemos hoy (x). Si encontramos un R2 alto, sugiere que si. Básicamente, ¿cuanto es "predecible" del retorno?:

$$R_{t+1} = a + bx_t + \varepsilon_{t+1}$$

De manera equivalente, expected return en t es

$$E(R_{t+1})=a + bx_t$$

La regresion mide si los retornos esperados (por ende la prima de riesgo) varian con el tiempo en base a x. Fijense que el significado que usamos de "predecir" no es el de la calle. Muchos lo ven como "decir a donde va el mercado". La idea de que una buena predicción es tener probs de 55/45 vs 50/50 no es lo que la mayoría ve como predecir. Predecir es "media condicional que se mueve en el tiempo". Asegurense de entender eso: para nosotros "esperado" significa media condicional, NO "escenario base", y riesgo es no solo el riesgo a la baja, sino también ganar mas de lo esperado. En general el mercado no habla así.

View Clasico: los retornos no se pueden predecir (la idea del random walk). En el view mas clásico de mercados eficientes, b=0, y R2=0 para cualquier x. Recordemos la lógica de esa visión: si se pudiera predecir días buenos/malos en base a x, cuando x lo indica compraríamos, y cuando lo indica venderíamos. Pero como no podemos hacer todos eso, la competencia sacaria todo lo predecible del mercado, incorporándolo a los precios, lo que llevaría a que cualquier movimiento predecible desaparezca.

Al principio no se encontraba nada que predijera retornos. El retorno esperado es contante?

La visión clásica se modifico por dos razones 1) mirar periodos mas largos. Podemos predecir retornos en 5 o 10 años en lugar de mirar meses o semanas? 2) Empezaron a mirar market prices, que pasa si miramos yields o precios para predecir retornos? Abajo pueden ver una regresión de retornos excedentes sobre dividendo/precio (dividend yield).

Table I
Return-Forecasting Regressions

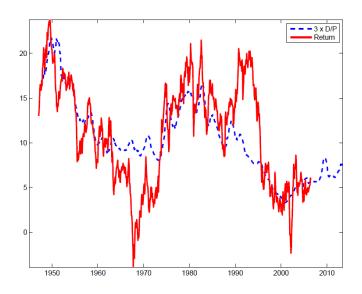
The regression equation is $R^e_{t \to t+k} = a + b \times D_t/P_t + \varepsilon_{t+k}$. The dependent variable $R^e_{t \to t+k}$ is the CRSP value-weighted return less the 3-month Treasury bill return. Data are annual, 1947–2009. The 5-year regression t-statistic uses the Hansen–Hodrick (1980) correction. $\sigma[E_t(R^e)]$ represents the standard deviation of the fitted value, $\sigma(\hat{b} \times D_t/P_t)$.

$ Horizon \ k $	b	t(b)	R^2	$\sigma[E_t(R^e)]$	$rac{\sigmaigl[E_t(R^e)igr]}{E(R^e)}$
1 year	3.8	(2.6)	0.09	5.46	$0.76 \\ 0.62$
5 years	20.6	(3.4)	0.28	29.3	

Si usamos el ratio dividendos/precios da significativo: b es 3.8, un R2 alto de 0.28 en 5 años! En el grafico se ve como el dividend yield (dividend / precio) vs retorno 7 años después: en general predice bien. Matematicamente:

Viendolo así, si el crecimiento de los dividendos fuera constante en 1, y el precio también, entonces si D/P es 4%, R es 1.04. Cuando pasa a 5%, R pasa a 1.05, con lo cual el coeficiente seria 1, abajo del 3.8 que da. Pero si el crecimiento de D declinara o el de P, podría incluso dar menos. O podría ser que D/P es alto por que se espera baje el precio, lo que reduce el retorno futuro. Pero en promedio pareciera que Pt+1/Pt va en la dirección opuesta 2.8% en 1 año.

R2 podria parecer bajo, pero recuerden que partimos de 0. Y en plazos mas largos aumenta. El t es significativo, si bien en el borde. Esta es una historia de significancia económica mas que estadística.



Dividend yield and following seven-year return. The dividend yield is multiplied by four. Both series use the CRSP value-weighted market index.

Los retornos esperados varian con el tiempo. Hay predictibilidad. Pero eso NO contradice eficiencia. Nada en la definicion requiere que los retornos esperados sean constantes. El "modelo" podria sugerir otra cosa.

Dividend yields también se correlacionan con el ciclo económico. En 2008 suben. Pero convencer a alguien de comprar cuando esta a punto de perder su casa o su empleo, no luce fácil. En 2005, por otro lado parecía fácil en medio del auge. En general, los momentos de D/P bajo son momentos de auge económico: en los momentos de auge la gente esta dispuesta a tomar riesgo. Cuando D/P es alto, suele coincidir con momento "malos", donde la gente no quiere tomar riesgo.

Pareceria haber una prima de riesgo natural relacionada con el ciclo. En tiempos malos, los inversores no pueden tener tanto riesgo. Y tratan de vender sus acciones. Como colectivamente no lo pueden hacer, el precio cae relativo a los dividendos. Esto ocurre hasta que lucen atractivas nuevamente en términos de retornos esperados para compensar a los inversores por esa menor habilidad de tener riesgos.

Fijense que en la lógica de arriba se ve la diferencia entre el razonamiento de trader y la lógica económica. La lógica económica es "como se comporta un mercado en equilibrio, cuando todos compraron lo que querían" vs la lógica del trader que piensa en oferta y demanda, en como luce un mercado con "oportunidades no explotadas, donde la oferta aun no iguala la demanda". A nosotros nos importa la lógica económica, que prevalece sobre los minutos que puede durar la lógica de trader.

Entonces, los retornos esperados son mas altos durante épocas buenas o malas? Piensen bien la respuesta.

MALAS.

En tiempos buenos, los cash flows van a ser mas altos, pero van a pagar mas por esos cash flows. Los retornos esperados en el equilibrio de mercado son mas altos cuando todos están asustados.

La predictibilidad no nos dice que el ratio D/P cause esos retornos mayores en el futuro. Lo que nos dice es que cuando el ratio D/P es alto, es por que el mercado requiere mayores retornos hacia adelante para tomar riesgos, por que esta en una recesión, por que no tienen trabajo en promedio, etc.

La regresion de arriba en realidad nos dice que cuando el mercado requiere retornos altos en el futuro para tomar riesgos, como en recesiones, el ratio D/P va a ser alto.

Y el Flow entonces no importa?

Order flow explica cambios en los precios. Quizas "vender" en realidad importa!

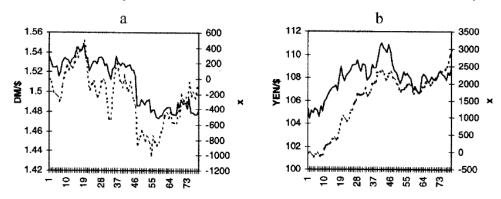


FIG. 1.—Four months of exchange rates (solid) and cumulative order flow (dashed), May 1–August 31, 1996: a, deutsche mark/dollar; b, yen/dollar.

La teoría que vimos hasta aquí tiene algo particular:

- i) los precios cambian sin volumen. Los "desinformados" solo compran index o no participan.
- ii) Grossman-Stiglitz nos dicen que eficiencia del mercado tiene que darse con alguien que se moleste a hacer el research y el trading en primer lugar
- iii) Los modelos suelen tener "traders informados" y "liquidity traders"

Order Flow Comments

Por que se ve esa correlación en order Flow entonces?

El desafío es de los que hablan de presión de precios, demanda con pendiente negativa, mas demanda que oferta... Algo hay en los datos.

Posibilidades:

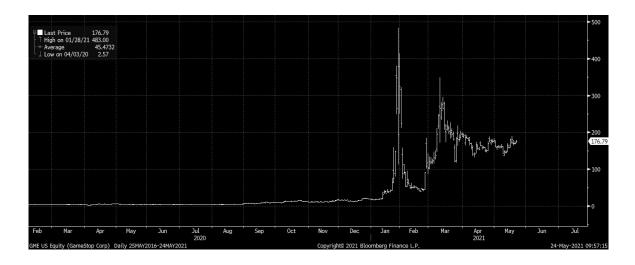
- i) Un anuncio macro: los precios cambian, sin volumen. Pero luego la gente rebalancea, y el volumen aumenta.
- ii) Price discovery: gente con ideas las ejecuta con trades, el volumen aumenta
- iii) Price pressure, demanda negativa, numero limitado de dealers...
- iv) Inventario es una versión: numero limitado de dealers, que deben absorber el riesgo mientras esperan compradores. Para absorver mucho inventario, piden mayores retornos.

La mayor evidencia es respecto a ii). En la evidencia empírica, el volumen sugiere Price Discovery: los traders ajustan pensando que detrás de ciertas ordenes hay información adicional a lo que se creía, quizás por ser un jugador representativo o saber algo. Hay mucha evidencia empírica al respecto. NO ES OFERTA Y DEMANDA.

Order Flow Comments

Por que se ve esa correlación en order Flow entonces?

El desafío es de los que hablan de presión de precios, demanda con pendiente negativa, mas demanda que oferta... Algo hay en los datos. Volvamos al caso de GME. Luce difícil explicar que la acción no haya vuelto a 40...



Inversores como Stanley Druckenmiller dicen que usan fundamentals para saber que comprar, pero el timing se lo dan cosas como la liquidez o incluso "technicals", tendencias de mercado de las que vamos a hablar mas adelante.

Conceptos Fundamentals

- Tipos de activos e inversores: el mercado somos todos, si bien lo que importa es el inversor promedio o mas precisamente el marginal.
- 2. Valor de un activo = Valor Presente Esperado Descontado Apropiadamente (Su valor fundamental NO surge de la Oferta y Demanda, si bien la liquidez y flujos impactan en precios)
- 3. El mercado incorpora información constantemente. Los precios incorporan información constantemente, si bien parece que hay algo mas.
- 4. El riesgo idiosincrático no genera un ajuste por riesgo.
- 5. Comprar un activos es comprar riesgo en distintas cantidades, con un precio que varia en el tiempo y una cantidad que varia con el activo.
- 6. Al valuar un activo buscamos cuanto esta expuesto su retorno a factores sistemicos (el mercado, value, size, u otros) vs idiosincrático. O sea, cuanto riesgo sistemico se compra al comprar ese activo. Da igual si el activo es una casa, acción, o bono. Una acción y un bono pueden ser muy parecidos. Separar activos de esa manera ya no tiene mucho sentido.