

Probabilidad y Estadística (Finanzas Cuantitativas)

2022

MFIN — Universidad Torcuato Di Tella Prof. Sebastián Auguste

sauguste@utdt.edu

CAPITULO 6

- I. Intro
- 2. Muestreo
- 3. Estimadores
- 4. Intervalo de Confianza
- 5. Test de Hipótesis
- 6. AB Testing
- 7. Difference in Difference

I. TEST DE HIPÓTESIS

TEST DE HIPÓTESIS

- Un test de una hipótesis estadística es un método para tomar decisiones estadísticas usando datos (muestras)
- Como el estimador es una función de una muestra aleatoria, el estimador también es una variable aleatoria. Por ende nunca va a acertar en el valor real del parámetro



Intervalo de Confianza

Confiabilidad de una estimación.

Test

Rechazar o no una hipótesis
 (fijando la probabilidad de cometer un error de rechazar cuando podría ser cierta)

- Pregunta: ¿son todos los cisnes blancos?
- Ho: (hipótesis nula) Todos los cisnes son blancos
- HI: (hipótesis alternativa) Al menos un cisne no es blanco

Pasos:

- 1. Tomo una muestra de 100 cisnes y les veo el color. Encuentro que los 100 son blancos
- 2. Conclusión:

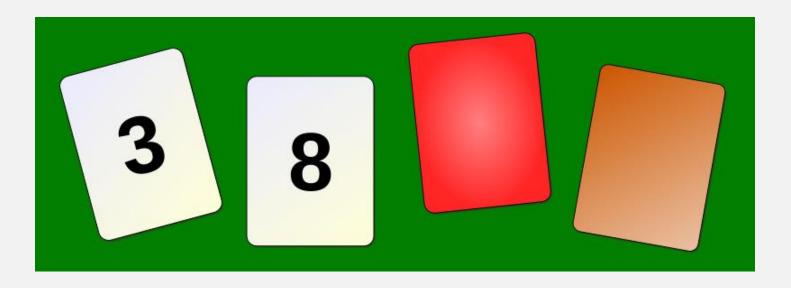


 Se pensaban que los cisnes eran todos blancos hasta que la expedición liderada por el holandés Willem de Vlamingh encontró en 1697 cisnes negros en las orillas del Swan River, Australia.

- Si los 100 cisnes son blancos NO puedo decir que la hipótesis nula es cierta, porque sólo miro una muestra (hay error muestral) y cabe la posibilidad que exista alguno negro que no entró en la muestra.
- Si me dan los 100 cisnes blancos, digo "no hay evidencia empírica en contra de la hipótesis nula".
- Si en cambio encuentro I sólo cisne negro en 100 puedo decir con confianza que "rechazo la hipótesis nula".
- Esta misma lógica vamos a usar nosotros, NUNCA aceptamos la hipótesis nula, SÍ la rechazamos con confianza. Por eso se dice que los test se hacen para rechazar, en el sentido que tengo seguridad cuando rechazo.

Test

Proposición: "Si una carta tiene un número par entonces es roja".



¿Qué 2 cartas deben darse vuelta para ver si esta regla se ha violado? Sólo puede dar Vuelta dos cartas

- Sólo el 25% de la gente contesta esta pregunta bien, lo que muestra cierta falencia humana en entender la lógica detrás del testeo de hipótesis
- Según la lógica:

$$A \rightarrow B$$
 implica $\sim B \rightarrow \sim A$

- '8' y marrón es la respuesta correcta (falsifican)
- La respuesta más común es '8' & 'red'

Atado a esto sufrimos del SESGO DE CONFIRMACIÓN: Se da mucho peso a la información que corrobora y poco a la que contradice. Nuestra mente no sigue el método científico de refutación.

TEST DE HIPÓTESIS

- Un test de una hipótesis estadística es un método para tomar decisiones estadísticas usando datos experimentales (muestras)
- Como el estimador es una función de una muestra aleatoria, el estimador también es una variable aleatoria.
- Se plantean dos hipótesis mutuamente excluyentes, la nula y la alternativa
 - Ho: μ=0
 - HI: µ≠0

ESTIMADOR

- Se busca un estimador del parámetro que se quiere testear (e.g. \overline{X}).
- Basado en la distribución del estimador, se determina cuales son los valores que podría obtener para \bar{X} con alta probabilidad (nivel de confianza). Si \bar{X} real obtenido con os datos es muy distinto a estos valores, entonces decimos que hay evidencia empírica en contra de la hipótesis nula

EJEMPLO

 Le pedí a mi analista que arme un portafolio con un retorno esperado de 5%. Cómo se si cumple?

• Ho: µ=5

• HI: µ≠5

 Si el retorno de las acciones sigue una Normal y el portafolio compra sólo acciones, también será Normal. Por lo que

$$R_p \sim N(\mu , \sigma^2)$$

 Un buen estimador de μ es Xraya, que sé que tiene distribución Normal

$$\overline{x}_n \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

O bien

$$\frac{\overline{x}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

• Si no supiera σ la estimo con S pero ahora

$$\frac{\overline{x}_n - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

Y finalmente si la muestra es muy grande, puedo usar teoría asintótica que me dique que:

$$\frac{\overline{x}_n - \mu}{S/\sqrt{n}} \stackrel{asy}{\sim} N(0,1)$$

- Supongamos elegimos hacer una muestra n=52
- De esta distribución de retorno

$$R_p \sim N(\mu, \sigma^2)$$

- Se "realizan" 52 días, y es lo que vemos como muestra.
- Si Ho: μ =5 es verdad, entonces

$$\overline{x}_n \sim N\left(5, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

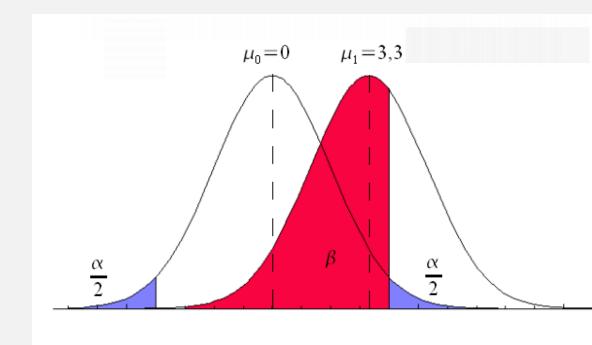
INTUICIÓN

- Si Ho es verdad, sé la distribución de Xraya, y entonces puedo saber ex ante que valores son probables.
- ¿Qué sería un valor de Xraya tan grande que es poco probable de observar en la práctica? ¿Y que pasa si yo observo ese valor tan grande que tiene casi nula probabilidad de ocurrencia? ¿qué puedo concluir?

- Ho: todos los cisnes son blancos
- HI: no todos los cisnes son blancos
- Hago una muestra, encuentro todos cisnes blancos, ¿qué puedo decir?
- Hago una muestra, encuentro que hay al menos un cisne negro, ¿Qué concluyo?
- En Estadística, todo es con probabilidades, por lo que nunca pasa el cisne negro en el cual estoy muy seguro que la Ho es falsa. Acá todo es con probabilidades de ocurrencia, y tengo que poner una regla de cuanto margen de error quiero correr

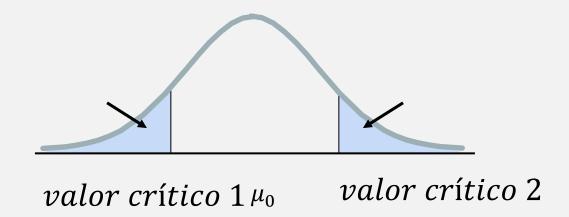
ERROR TIPO I Y TIPO II

- Error de tipo I, también denominado error de tipo alfa (α) o falso positivo, es el error que se comete al rechazar la hipótesis nula (Ho) siendo esta verdadera en la población.
 Significancia estadística
- el error de tipo II o falso negativo, se comete cuando el investigador NO rechaza la hipótesis nula siendo esta falsa en la población.



$$\overline{x}_n \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

 Fijo el Nivel de Significatividad a algún valor, generalmente 5% (también se usan 1% y 10%). Este Alpha es lo máximo que tolero de error de Tipo I, cosa que si encuentro evidencia en contra de Ho la rechazo con bajo margen de error.



 Tomo muestra y me fijo donde cae X raya, si cae en las zonas pintadas rechazo Ho al Alpha% de significatividad. Si cae dentro digo "no hay evidencia empírica en contra de Ho". NUNCA digo Ho es verdad

EL CAMINO ESTANDARIZADO

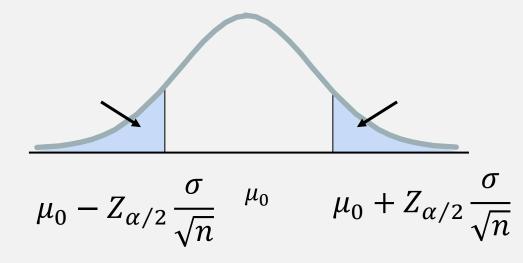
Como bajo Ho

$$\overline{x}_n \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Entonces

$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Y el intervalo de confianza bajo H0 sería



$$\mu_0 - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Se lo conoce como valor crítico
- Y al valor estandarizado de Xraya como el estadístico de prueba

$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

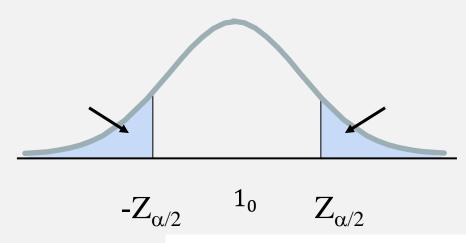
- Si cae en el centro, es consistente con la Hipótesis Nula, entonces no puedo decir que esté equivocada.
- Si cae en los extremos, entonces digo que H0 se rechaza al $\alpha\%$ de significatividad. Es decir, el Xraya que encontré es demasiado grande o chico para lo que plantea la Ho.

$$\mu_0 - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \mu_0 \qquad \mu_0 + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

• A:
$$\mu_0 - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
 Se lo conoce como valor crítico

 Y al valor estandarizado de Xraya como el estadístico de prueba

$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$



$$-Z_{lpha/2}$$
 $\frac{1_0}{\overline{x}_n-\mu_0}$ $vs~Z_{lpha/2}$

• Si

$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} > Z_{\alpha/2}$$

O

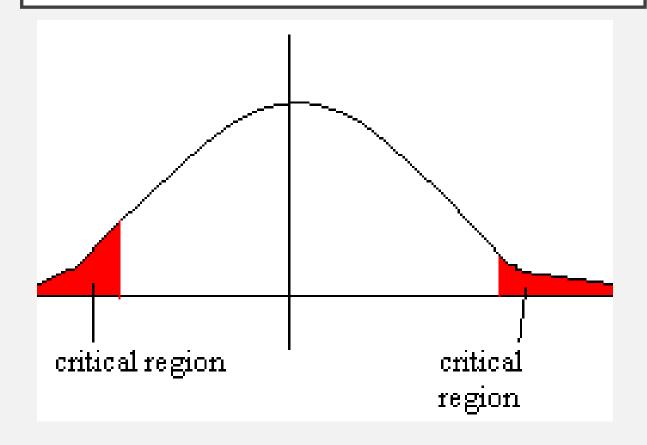
$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < -Z_{\alpha/2}$$

- Rechazo H0
- Es decir si

$$\left| \frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| > \left| Z_{\alpha/2} \right|$$

Rechazo H0

VALORES CRÍTICOS



• Si la población es Normal y la varianza conocida Rechazo si:

$$\left| \frac{\overline{x}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| > \left| Z_{\alpha/2} \right|$$

 Cuando no conozco la varianza, pero puedo asumir la distribución original es Normal entonces rechazo si:

$$\left| \frac{\overline{x}_n - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \right| > \left| t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \right|$$

- Al valor de la izquierda se le dice "el estadístico t" (t)
- Al de la derecha, el valor crítico t (tc)

PASOS EN UN TEST

- 1. Formular hipótesis (deben ser mutuamente excluyentes).
- 2. Identificar el estadístico apropiado y su distribución de probabilidad (bajo Ho).
- 3. Especificar el nivel de significatividad.
- 4. Establecer la regla de decisión (rejection point o critical value).
- 5. Recolectar datos, calcular estadístico
- Tomar la decisión estadística.

RELACIÓN CON INTERVALO DE CONFIANZA

- Postulamos bajo Ho que μ=7
- Si el intervalo de confianza de la media al 95% no contiene el 7, entonces puedo rechazar la hipótesis nula con 5% de confianza
- Si el intervalo de confianza de la media al 95% contiene a 7, entonces digo que no puedo rechazar la hipótesis nula al 5% de significatividad.
- Ventajas del TEST
 - Para test de igualdades, se puede usar intervalo de confianza! Pero estoy atado al Alpha
 - Para test de desigualdades, o cosas más complejas, ya no sirve el IC.

HACIENDO HIPÓTESIS CON INTERVALO DE CONFIANZA

• Tras una campaña de reposicionamiento de nuestro producto donde se buscaba incrementar la presencia en el segmento ABCI se sospecha que se ha logrado mejorar. Se sabía que el ingreso promedio de los consumidores antes de la campaña era de U\$\$ 110.000. La campaña duró dos meses. Al concluir la campaña se realiza una prueba piloto de un mes y se obtiene que para los 81 clientes cubiertos en el primer mes, su salario promedio anual fue de U\$\$ 120.000 y el desvío estándar U\$\$ 36.000. ¿Existió un incremento significativo en el ingreso promedio anual de los clientes? Fundamente su respuesta. El puntaje dependerá de la profundidad con la cuál analice el caso.

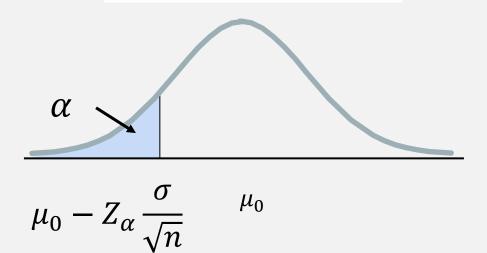
TEST A UNA COLA

- Ho: μ > 7
- $HI: \mu \le 7$
- Qué sería evidencia en contra de la hipótesis nula? Que la media muestral sea muy grande o muy chica respecto a 7?

TEST A UNA COLA

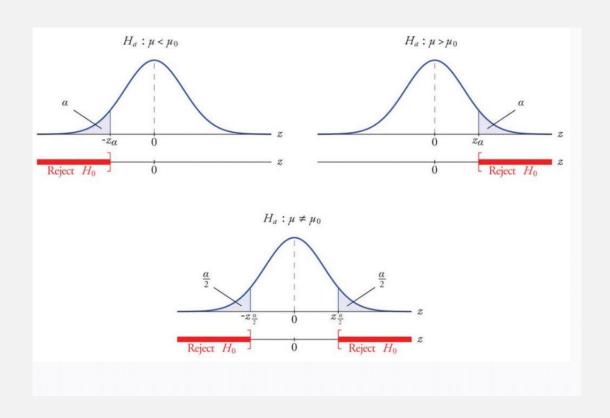
Bajo H0

$$\overline{x}_n \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



EN RESUMEN....SI ME SORPRENDO MUCHO CON LO QUE OBSERVO CAMBIO DE IDEA!

¿Qué cambia si mi test es una cola?



Antes rechazaba si:

$$\left|\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| > \left|t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}\right|$$

Ahora

$$\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{S/\sqrt{n}} < t_{n-1,\alpha}$$

ACA NO SE PUEDE CONTESTAR CON INTERVALO DE CONFIANZA

EJEMPLO

• Se cree que el nivel medio de protombina en una población normal es de 20 mg/100 ml de plasma con una desviación típica de 4 miligramos/100 ml. Para comprobarlo, se toma una muestra de 40 individuos en los que la media es de 18.5 mg/100 ml. ¿Se puede aceptar la hipótesis, con un nivel de significación del 5%?

I Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

$$H_0: \mu = 20 \text{ mg/l} \cdot 00 \text{ ml}$$

$$H_1: \mu \neq 20 \text{ mg/100 ml}$$

2 Zona de aceptación

Para
$$\alpha = 0.05$$
, $z_{\alpha/2} = +/-1.96$.

3 Estadistico

4 Decisión: Rechazar Ho al 5% de significatividad

I Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:

$$H_0: \mu = 20 \text{ mg/I} = 20 \text{$$

2 Zona de aceptación

Para
$$\alpha = 0.05$$
, $z_{\alpha/2} = +/-1.96$.

3 Estadistico

- 4 Decisión: Rechazar Ho al 5% de significatividad
- 5 Intervalo de Confianza

$$\left(20-1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{40}}, 20+1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{40}}\right) = \left(18.77, 21.23\right)$$

6 18.5 cae fuera del intervalo, se rechaza al 5%

P-VALUE

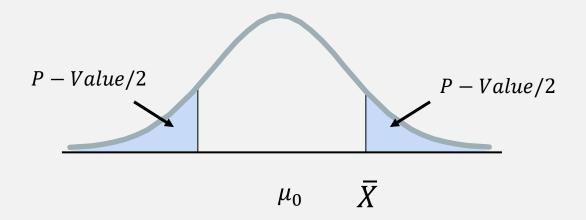
- Un problema del test como lo planteamos, es que la regla de decisión depende del α elegido.
- Rechazo si

$$\left|\frac{\overline{x}_n - \mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| > \left|t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}\right|$$

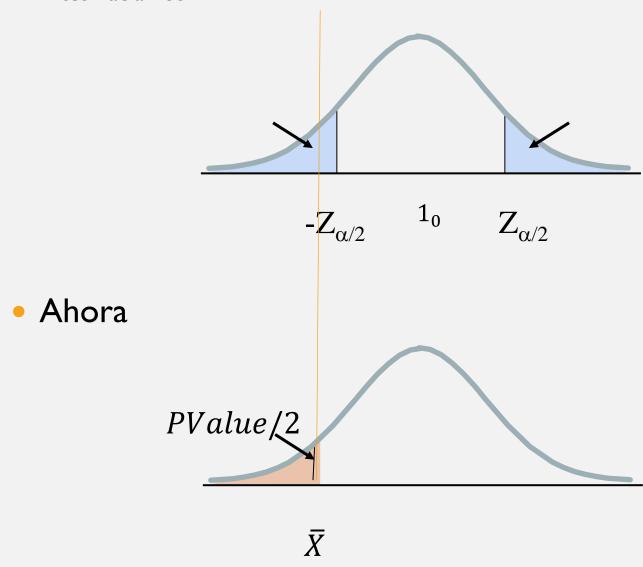
- Ahora si alguien me pide verlo con un α distinto tengo que buscar otra t en la tabla!
- El P-value te ahorra esto

Bajo H0 $\overline{x}_n \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

 Me fijo el valor donde cae X raya y computo la probabilidad de las colas por encima de este valor



Antes hacíamos



• Si P-Value $< \alpha$, entonces rechazo H0!!!

REGLAS DE DECISIÓN

Critical Value Rule

Si
$$|t| > |t_c|$$
 rechazo H_0

P-Value Rule

Si P-value $< \alpha$ rechazo H_0

El p-value es el menor nivel de significación a la que puede ser rechazada la hipótesis nula, si el menor nivel posible es menor al alpha que pido, entonces rechazo.

- 1. Test a una cola: p-value se define como el área bajo la distribución:
 - en la cola derecha si la zona de rechazo es a la derecha (e.g. $H0~\mu<\theta$)
 - en la cola izquierda si la zona de rechazo es a la izquierda (e.g. $H0 \mu > \theta$)
- Test a dos Colas: el p-value es el área debajo de la curva de distribución bajo la hipótesis nula en la cola de la derecha o la izquierda (dependiendo cuál este más cerca del estadístico. Para distribuciones simétricas el p-value de las dos colas coincide
- 3. Luego de encontrar el p-value, se lo compara con el nivel de significatividad previamente fijado: α si es a una cola, $\alpha/2$ si es a dos colas.

α = 0.05 ES EL VALOR MÁS POPULAR

P-value	Interpretación			
P < 0.01	Evidencia fuerte contra H ₀			
$0.01 \le P < 0.05$	Evidencia Moderada contra H ₀			
$0.05 \le P < 0.10$	Evidencia Sugestiva contra H ₀			
$0.10 \le P$	No existe evidencia en contra de H _o			

Ojo con los paquetes estadísticos, generalmente computan test a dos colas

EJEMPLO

• ¿Son los retornos esperados de FBA y 1784 Acciones iguales?

EJERCICIO

- El CEO de una compañía de autos con cotización pública afirma en reunión de directorio que cada concesionario está vendiendo 48.3 autos por mes en promedio. Uno de los accionistas principales duda de esta afirmación y cree que exagera. Para testear esto se hace un muestreo de 30 concesionarios elegidos al azar del listado de concesionarios de la compañía. ¿Cuál es la conclusión que se debe sacar si la media muestral obtenida es de 45.4 autos y el desvío estándar de 15.4?
 - Hay evidencia suficiente para probar que la afirmación del CEO es verdadera
 - Hay evidencia suficiente para probar que la afirmación del CEO es falsa
 - El accionista tiene evidencia suficiente para rechazar la afirmación del CEO.
 - El accionista <u>no</u> tiene evidencia suficiente para rechazar la afirmación del CEO
 - No hay datos suficientes para sacar una conclusión.

EJERCICIO

- Miami Real State Inc. Cree que los precios promedios de Sunny Beach ya superan los US\$ 145.000. Para comprobar esto se tomó una muestra aleatoria de 36 viviendas en la zona, encontrando un precio promedio de US\$149.750 y un desvío estándar de \$ 24.000. De acuerdo a esta evidencia, y al 1% de significatividad.
 - a) Podemos rechazar la hipótesis que supera los \$145.000.
 - b) Podemos aceptar la hipótesis que supera los \$145.000.
 - c) No hay evidencia empírica que el precio esperado supere los \$145.000.
 - d) ni rechazar ni dejar de rechazar la hipótesis nula

EJERCICIO

- ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones es/son verdaderas?
- El P-value de un test es la probabilidad de obtener un resultado tan extremo (o más) que el obtenido asumiendo que la hipótesis nula es verdad
- II. Si el P-value de un test es 0.015, la probabilidad de que la hipótesis nula sea verdad es de 0.015
- III. Cuando la hipótesis nula es rechazada, es porque no es verdadera.
- a) I solamente
- b) Il solamente
- c) III solamente
- d) I y III
- e) Ninguna es completamente cierta

TEST DE MEDIAS APAREADAS

- Casos previos se asumia las medias provenían de dos muestras independientes. Si las muestras son dependientes, se hace el paired comparisons test.
 - Test de comparación de retornos contemporáneos
 - Test before and after
 - Test Difference in Difference
- Definamos d_i = x_i y_i la diferencia entre valores "apareados" y μ_d como la media de d

$$H_0: \mu_d = \mu_{d0}$$

$$H_1$$
: $\mu_d \neq \mu_{d0}$

donde μ_{d0} es un valor hipotético para la diferencia (comúnmente cero)

 Un estimador de la media poblacional de la diferencia es la media muestral, donde n es la cantidad de observaciones apareadas.

$$\overline{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d_i$$

- La varianza muestra de d es
 - y la de d-raya -----

TEST DE MEDIAS APAREADAS

La varianza muestra de d es

$$s_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \overline{d})^2$$

y la de d-raya

$$s_{\overline{d}}^2 = \frac{s_d^2}{n}$$

 Si ambas poblaciones son Normalmente distribuidas con varianza desconocidas, entonces el estadístico

$$t = \frac{\overline{d} - \mu_{d0}}{s_{\overline{d}}} \sim t_{n-1}$$

• Pensar: de la forma que armamos la varianza de la diferencia, implicitamente se incluye la covarianza entre x e y, por lo que se permite que sean no-independientes

EJEMPLO

MCQUEEN, G., SHIELDS K. AND S. R. THORLEY, 1997, DOES THE 'DOW-10 INVESTMENT STRATEGY' BEAT THE DOW STATISTICALLY AND ECONOMICALLY?, FINANCIAL ANALYSTS JOURNAL, 53, 66-72

McQueen, Shields y Thorley investigan si invertir en un portafolio equal weighted que incluya a las 10 acciones con mayor retorno de las que componen el indice Dow Jones Industrial (rebalanceado anualmente) es mejor que la estrategia buy and hold de comprar el indice DJIA. Periodo de estudio: 1946-1995, retornos anuales n =50

TABLE 6	Annual I	Return	Sum	mary	fo	r Dow	-10	and
	Dow-30	Portfo	lios:	1946	to	1995 (n =	50)

Strategy	Mean Return	Standard Deviation	
Dow-10	16.77%	19.10%	
Dow-30	13.71	16.64	
Difference	3.06	6.62a	

1. Probar hipótesis que la diferencia de retorno entre ambos portafolios es nula al 10% de significatividad

Source: McQueen, Shields, and Thorley (1997, Table 1).

^{*}Sample standard deviation of differences.

TEST DE PROPORCIONES

A veces estamos interesados en probabilidades (proporciones).

$$H_0: p=\theta$$

$$H_1: p\neq \theta$$

- Un estimador de p es la frecuencia observada: a/n (a: aciertos, n: intentos)
- La distribución es Binomial con media p y varianza p(I-p), y si son n intentos, media np y varianza np(I-p)

El estadístico es:

$$z = \frac{a/n - \theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}} \sim N(0,1)$$

- Donde se usa la distribución límite (converge a una Normal estándar)
- El test puede ser a 2 colas o a una cola

EJEMPLO I

• En Consumer Lending la proporción de prestamistas que incumplían con sus pagos era del 20%. Tras una serie de operaciones e inversiones destinadas a mejorar el funcionamiento del proceso de cobro, se analizó una muestra aleatoria de 500 prestamistas que operan bajo el nuevo sistema encontrándose que 90 de ellos incumplieron. ¿Qué nivel de confianza debe adoptarse para aceptar que la probabilidad de impago no ha sufrido variaciones?

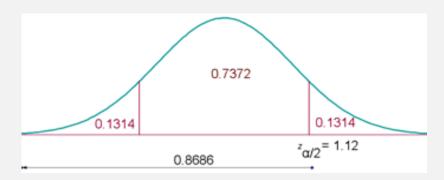
TEST DE PROPORCIONES

Caso Consumer Lending.

$$p = 0.2$$
 $q = 1 - p = 0.8$ $p' = 90/500 = 0.18$

$$E = 0.2 - 0.18 = 0.02$$

$$0.02 < \sqrt{\frac{0.2 \cdot 0.8}{500}} \ Z_{\kappa/2} = Z_{\kappa/2} > 1.12$$



P
$$(1 - z_{\alpha/2} < 1.12) = 0.86861 - 0.8686 = 0.1314$$

$$0.8686 - 0.1314 = 0.737$$

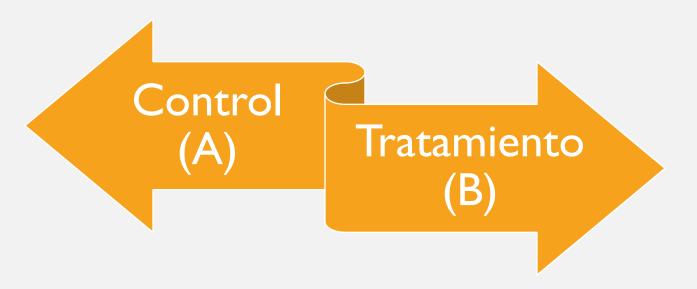
Nivel de confianza: 73.72%

EXTENSIONES

- I.A/B Testing
- 2. Before and After Estimator
- 3. Difference in Difference
- 4. Difference in Difference with heterogeneity
- 5. Regression Discontinuity
- 6. Estudios de Eventos

AB TESTING

INTUICIÓN



- ¿Para que sirve? Para probar CAUSALIDAD (forma científica más pura)
- ¿Qué se puede testear? TODO
- ¿Con qué fin? Decidir cosas, diseñar productos, medir eficacia, etc.
- ¿Cómo asignar entre A y B? RANDOM (aleatorio simple)
- ¿Sólo A y B? NO, se pueden armar muchos grupos controlados

PASOS

1. Analizar
Datos

2. Formular
Hipótesis

3. Construir
Experimento

4. Interpretar
Resultados

CONSTRUCCIÓN EXPERIMENTO

- ¿cuál es la población objetivo?
- ¿cuál es el criterio para que entren en el experimento? (sample selection)
- ¿debería construir un "tercer" grupo? (efecto placebo)
- ¿Qué pasa si la gente "decide" participar? (self selection bias)
- ¿Qué pasa si la gente puede "abandonar"? (survival bias)
- ¿Quién "mide" ? (self-reporting bias)
- ¿Qué "ventana" usar? (efectos efímeros)
- ¿Cuándo "medir"? (tiempo para que exista efecto, duration)
- ¿Qué pasa si "impacta" en pocos? (impact effect)
- ¿Qué tamaño usar? (small sample size bias)

ABTEST

- Típicamente un test de proporciones o de media, que puede ser apareado o no.
- Apareado: sí hay una construcción temporal

EJEMPLO SIMCITY

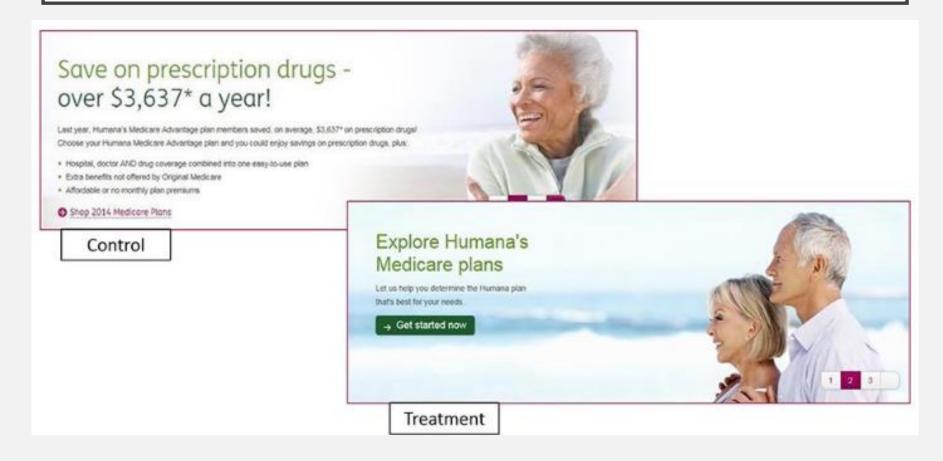
- Electronics Arts lanza nuevo SimCity 5. Objetivo maximizar ventas.
- Idea de marketing: publicitar un incentivo para vender más



• 40% más!!!



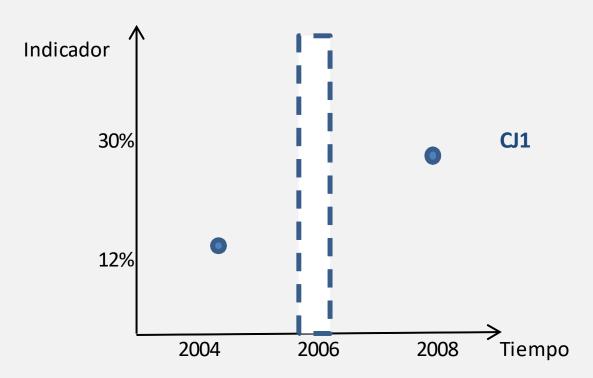
EJEMPLO 2. HUMANA



433% de incremento + 192 % !!!

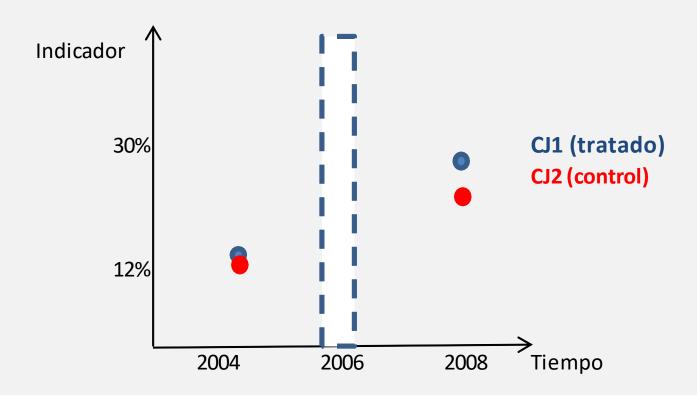
DIFFERENCE IN DIFFERENCE

BEFORE AND AFTER



 Estimador Before-and-After es como AB testing pero comparando al mismo grupo antes y después

DIFFERENCE IN DIFFERENCE



• A diferencia de AB Testing mido el impacto relative antes y después

TEST

Test de diferencias de medias

H0: media A = media B

Test de diferencias de medias apareadas

Ho: promedio (At-Bt)=0

Test de diferencias en diferencias de las medias

Ho: (diff despues) –(dif antes)=0

COMO IMPLEMENTARLO

Defina:

$$\mu_{it} = E(y_{it})$$

i=0 control group, i=1 treatment

t=0 pre-period, t=1 post-period

Before and after estimator compara:

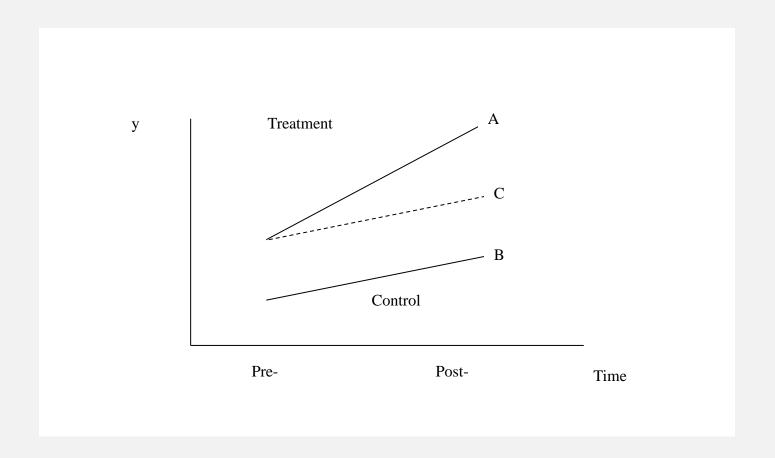
Ho:
$$\mu_{11}$$
- μ_{01} =0

(no usa el grupo de control)

'Differences-in-Differences' compara:

$$(\mu_{11}-\mu_{01})-(\mu_{10}-\mu_{00})$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



ESTIMANDO DD CON REGRESIÓN

- El effecto Difference in Difference a diferencia de AB testing básico es dinámico, comparo el grupo antes y después. En AB testing veo el resultado entre un grupo y otro, aquí veo la diferencia antes y después del experiment entre un grupo y otro
- Se puede estimar muy fácil usando regression lineal
- Primero hay que reescribir los datos en forma LONG
- Luego se hace regresión con dummies

WIDE VS LONG

WIDE

	CONSUMO	CONSUMO
ID	2019	2021
juan	300	200
roman	200	250

LONG

id	year	consumo
juan		I 300
juan		2 200
roman		I 200
roman		2 250

ARMADO BASE

Definir

•
$$T = \begin{cases} 0 \text{ si grupo de control} \\ 1 \text{ si grupo tratado} \end{cases}$$

•
$$t = \begin{bmatrix} 0 & si & estoy & antes & del & experimento \\ 1 & si & estoy & después & del & experimento \end{bmatrix}$$

id	year	consumo	Т	t	Y
juan		I 300		O	300
juan		2 200		I	200
roman		I 200	(0	200
roman		2 250	C)	250

REGRESION

$$Y_{it} = \alpha + \beta T_{i1} t + \gamma T_{i1} + \delta t + \varepsilon_{it}$$

Notar:

$$E(Y_{i0} | T_{i1} = 0) = \alpha$$
 $E(Y_{i0} | T_{i1} = 1) = \alpha + \gamma$
 $E(Y_{i1} | T_{i1} = 0) = \alpha + \delta$ $E(Y_{i1} | T_{i1} = 1) = \alpha + \beta + \gamma + \delta$

La diferencia post tratamiento es:

$$SD_1 = E(Y_{i1} | T_{i1} = 1) - E(Y_{i1} | T_{i1} = 0) = (\alpha + \beta + \gamma + \delta) - (\alpha + \delta) = \beta + \gamma$$

La diferencia pre tratamiento es

$$SD_0 = E(Y_{i0} | T_{i1} = 1) - E(Y_{i0} | T_{i1} = 0) = (\alpha + \gamma) - (\alpha) = \gamma$$

• El efecto post tratamiento $DD = SD_1 - SD_0 = \beta$

• Simplemente me fijo en la regresión si el coeficiente estimado β es significativamente distinto de 0 o no. Si no lo es, no hubo efecto, si es positivo (test a una cola) el impacto fue positivo y si es negativo, el impacto fue negativo.

Ejemplo:

- Elijo 500 clientes y computo cuanto está consumiendo cada uno de ellos de mi producto.
- Los separo en dos grupos al azar, A y B. Luego lanzo la campaña de publicidad a través de celulares que recibe por varios meses solo el grupo A.
- Dejo esperar un tiempo para que la campaña tenga su efecto.
- Mido de nuevo el consumo de cada grupo

DD CON COVARIATES

 En Diff-in-Diff on necesitamos que los grupos de control y tratados estén balanceados, y Podemos controlar por diferencias observables entre las personas, digamos las variables X's.

$$Y_{it} = \alpha + \beta T_{i1} t + \gamma T_{i1} + \delta t + \varepsilon_{it} + \theta X_{it}$$

El estimador diff-in-diff sigue siendo beta

FALSIFICATION TEST

- Si existe efecto causal, entonces no deberiamos osbservar efecto si no se hace el tratamiento.
- El Test de falsificación consiste en corer el análisis en un período previo al tratamiento, comparando ambos grupos.
- El coeficiente β debería ser no significativo

CROSS SECTIONAL DD

- Se puede hacer esta metodología en datos cross section.
- Ejemplo: Test de microcréditos
 - Elegimos dos ciudades, en una hacemos experimento de microcrédito randomizado, en otra no.
 - Tenemos hogares que participan y que no.
 - En la ciudad sin microcréditos, participar o no debería ser lo mismo.