TEMA 4: Diseño iterativo y noción de secuencia

- 4.1 Tratamiento secuencial
 - Definición de secuencia
 - Definición de una máquina secuencial
 - Primer modelo de acceso secuencial
 - Análisis iterativo
- 4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido
- 4.3 Esquemas algorítmicos de búsqueda
- 4.4 Combinación de esquemas de recorrido y búsqueda
- 4.5 Generalización de los modelos de acceso secuencial

4.1 Definición de secuencia

- Secuencia: Conjunto de valores de cualquier tipo. Es significativo el orden entre ellos:
 Secu1=[32,64,85] Secu2=['h', 'o', 'l', 'a'] Secu3=[]
- Longitud de una secuencia (long) es el número de elementos que la componen:

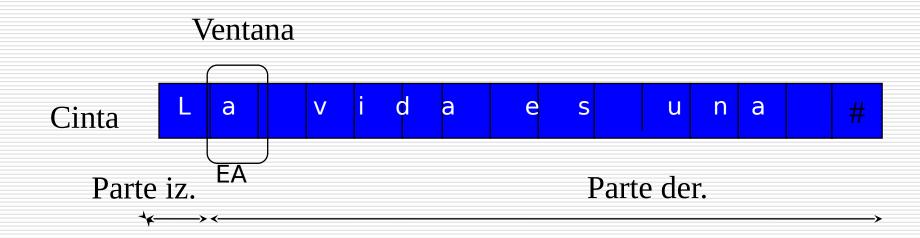
$$S = S_1S_2S_3...S_n$$
 $long(S)=n$

La longitud de una secuencia no se conoce a priori

$$long(Secu1)=3$$
 $long(Secu2)=4$ $long(Secu3)=0$

Existe una relación de orden [32,64,85] ≠ [85,64,32]

4.1 Definición de una máquina secuencial



Acceso Secuencial

Comenzar (S) Inicia una consulta sobre una secuencia S y su

primer elemento es el elemento actual

Avanzar (S) Avanza al siguiente elemento de S

EA (S) Retorna el elemento actual de S

Creación Secuencial

Crear (S) Crea S como una secuencia vacía sobre la que

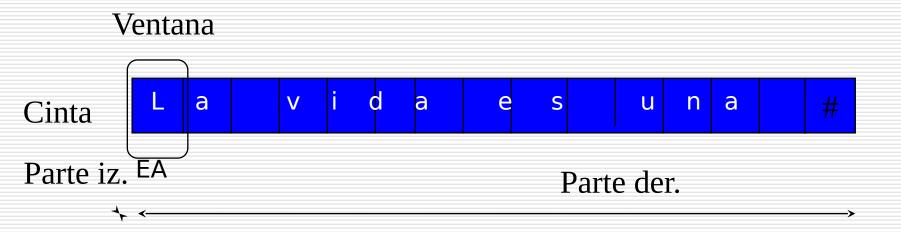
podemos añadir elementos por la derecha

Registrar (S, e) Graba el elemento e como último elemento de una

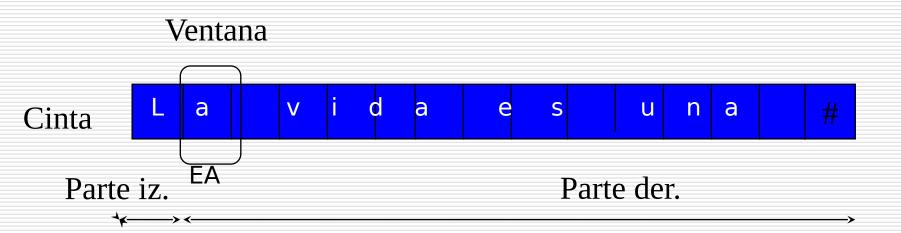
secuencia S

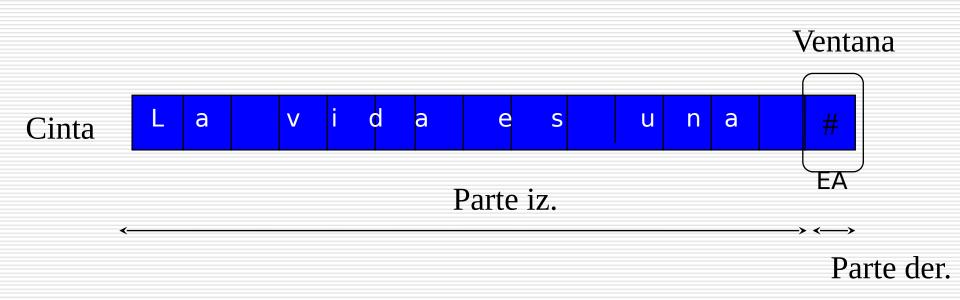
Marcar (S) Graba la marca de fin en la secuencia S

Comenzar (S)

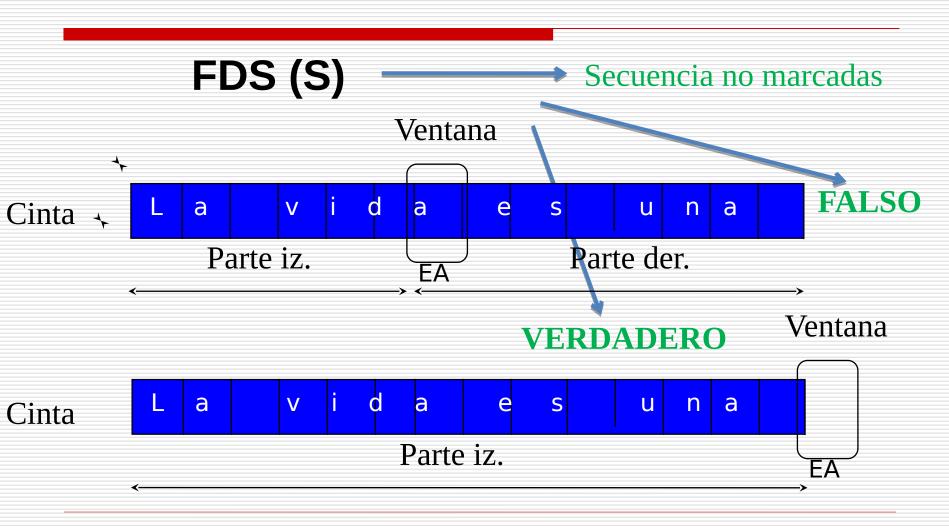


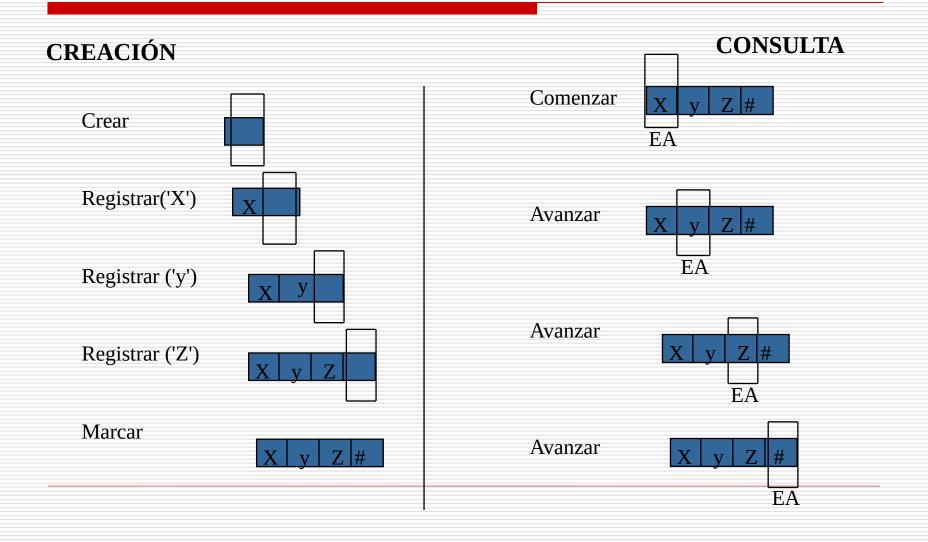
Avanzar (S)





7





4.1 Primitivas para el primer modelo de acceso secuencial: Operaciones permitidas en cada estado

	ninguno	creación	marcada	consulta
Comenzar	×	×	consulta	consulta
Avanzar	×	×	×	consulta
EA	×	×	×	consulta
Crear	creación	creación	creación	creación
Registrar	×	creación	×	×
Marcar	×	marcada	×	×

Comp. secuencial:

- El número m de estados intermedios es conocido y fijado en el diseño
- Las acciones que llevan de un estado al siguiente son distintas

Comp. iterativa:

- El número *n* de estados intermedios es variable y, en general, desconocido a priori
- La acción que lleva de un estado al siguiente siempre es la misma

Diseñaremos algoritmos iterativos modelando la iteración como el tratamiento de una secuencia. El número de estados intermedios dependerá de la longitud de la secuencia, que en general será desconocida a priori.

CUESTIÓN:

- Cualesquiera estados intermedios e_k y e_{k+1} son, <u>al mismo tiempo</u>, precondición y postcondición de la misma acción elemental A.
- Si e_k y e_{k+1} son pre y postcondición de la misma acción, ¿significa que son el mismo estado? ¿¿El proceso iterativo no avanza??

RESPUESTA:

Los estados intermedios **no** son el mismo, pero todos comparten una propiedad común que les hace ser pre y postcondición a la vez de *A*. Esta propiedad es la que caracteriza a todo diseño iterativo, y se llama:

INVARIANTE

Veámoslo a través de un ejemplo: Determinar la longitud de un texto representado como una secuencia de caractéres.

```
Léxico
conta : entero >=0;
S : secuencia de caracteres;
Algoritmo
Comenzar (S); conta ← 0; // Acciones de inicialización
MIENTRAS EA (S) ≠ MarcaFin HACER
conta ← conta + 1; Avanzar (S) // Cuerpo
FIN_MIENTRAS;
Escribir (conta) // Finalización
Fin.
```

Ejemplo: Determinar la longitud de un texto dado e s t o e s u n e j e m

Para determinar la longitud del texto, ¿cuál es el tratamiento elemental que debemos aplicar a cada elemento? ¿Qué es lo que se cumple en el estado inicial, en los intermedios y en el estado final?

- En un esquema algorítmico iterativo hay que completar los fragmentos de código dependientes del problema: inicialización y tratamiento elemental en el cuerpo del bucle
- Cada variable tendrá una inicialización y un tratamiento elemental en el cuerpo del bucle

En el ejemplo: Determinar la longitud de un texto dado

```
Léxico
conta : entero >=0;
S : secuencia de caracteres;
Algoritmo
Comenzar (S); conta ← 0; // Acciones de inicialización
MIENTRAS EA (S) ≠ MarcaFin HACER
conta ← conta + 1; Avanzar (S) // Cuerpo
FIN_MIENTRAS;
Escribir (conta) // Finalización
Fin.
```

¿Cómo obtenemos la inicialización?

- Para cada variable v debemos responder a la pregunta. ¿Cuál es la solución para una secuencia vacía?
 - v ← valor inicial

¿Cómo obtenemos el tratamiento elemental en el cuerpo del bucle?

- Suponemos que conocemos la solución para subsecuencia formada por la parte izquierda de S (es decir, los elementos que ya hemos recorrido y tratado). Este valor es conocido en ese punto de la ejecución y está en la variable v -> Hipótesis de inducción
- ¿Qué tratamiento se debe realizar para tener ahora la solución de la subsecuencia formada la parte izquierda de S y el elemento actual?
 - \triangleright $v_i \leftarrow g_i (v_i, EA)$

Problema: cálculo del valor medio del conjunto de notas de una asignatura, las notas se introducen como una secuencia de reales, con marca de fin.

- Especificación
 - PRE { S es una secuencia de reales } POST { i = Long (S) y suma = Σ S_i, y numElem = Long (S) }
- Diseño. Realizar un razonamiento inductivo para ver cómo inicializar y actualizar las variables, de modo que se mantenga el invariante cuando se avance un elemento.

Inicialización

$$\begin{array}{c} \text{suma} \leftarrow 0 \\ \text{numElem} \leftarrow 0 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Cuerpo} \\ \text{(relaciones de inducción)} \\ \text{suma} \leftarrow \text{suma} + \text{EA (S)} \\ \text{numElem} \leftarrow \text{numElem} + 1 \\ \end{array}$$

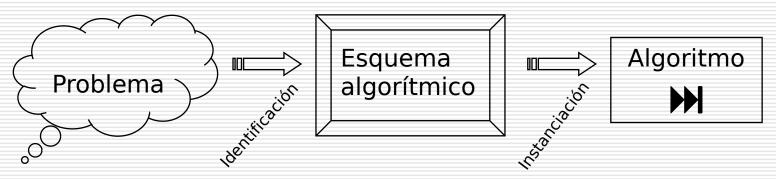
Problema: cálculo del valor medio del conjunto de notas de una asignatura, las notas se introducen como una secuencia de reales, con marca de fin.

LÉXICO

```
S : Secuencia de Real;
 suma : Real; // lleva cuenta de la suma total de las notas
 numElem : Entero;// lleva cuenta del número de notas
ALGORITMO
    Comenzar (S); suma \leftarrow 0; numElem \leftarrow 0;
    MIENTRAS EA (S) ≠ MarcaFin HACER
       suma \leftarrow suma + EA (S); numElem \leftarrow numElem + 1;
       Avanzar (S)
    FIN_MIENTRAS;
    SI numElem > 0 ENTONCES
        Escribir ("Valor medio de las notas: ", suma/numElem)
    SI NO Escribir ("Secuencia vacía")
    FIN SI
FIN.
```

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido

Esquema algorítmico: plantilla de algoritmo aplicable no a un problema, sino a una clase de problemas.



- Recorrido, o enumeración secuencial: Aplicación de un mismo tratamiento a todos los elementos de la colección. En cada caso debemos estudiar si podemos:
 - a) Tratar la secuencia vacía como el resto de secuencias (H1)
 - b) Tratar el primer elemento como al resto de elementos (H2)

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido

- Estudiaremos tres esquemas algorítmicos de recorrido para secuencias marcadas:
 - Esquema 1: Tratamiento integrado de la secuencia vacía y del primer elemento en el caso general (H1 y H2)
 - Esquema 2: Tratamiento especial de la secuencia vacía y tratamiento integrado del primer elemento en el caso general (¬H1 y H2)
 - Esquema 3: Tratamiento especial de la secuencia vacía y del primer elemento (¬H1 y ¬H2)
- Ilustraremos estos esquemas algoritmos empleando el problema del cálculo de la media de una secuencia de valores reales positivos.

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido Esquema 1: H1 y H2

ESQUEMA ALGORÍTMICO:

Comenzar;

{ Inicialización del tratamiento }*

MIENTRAS EA ≠ MarcaFin HACER

{ Tratamiento de EA }*

Avanzar

FIN_MIENTRAS;

{ Terminación del tratamiento }*

* : Instanciar un esquema supone identificar y particularizar estas acciones al caso concreto

```
Léxico
   S : secuencia de Real:
   sum, media: Real; n: Entero;
Algoritmo
   Comenzar (S):
   sum \leftarrow 0.0; n \leftarrow 0;
   MIENTRAS EA (S) ≠ MarcaFin HACER
      sum \leftarrow sum + EA (S); n \leftarrow n + 1;
      Avanzar (S)
   FIN MIENTRAS;
   SEGÚN n
      n = 0: Escribir ("Secuencia vacía");
      n > 0: media \leftarrow sum / n;
              Escribir (media);
   FIN SEGÚN
FIN.
```

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido Esquema 2: ¬H1 y H2

```
ESQUEMA ALGORÍTMICO:
Comenzar;
SEGÚN EA
   FA = MarcaFin:
     {Tratamiento sec. vacía }
   EA ≠ MarcaFin :
     { Inic. del tratamiento }
     REPETIR
        { Tratamiento de EA }
        Avanzar
     HASTA EA = MarcaFin;
     { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

```
Léxico
   S : secuencia de Real;
   sum, media: Real; n: Entero;
Algoritmo
   Comenzar (S):
   SEGÚN EA (S)
      EA(S) = MarcaFin:
        Escribir ("Secuencia vacía");
      EA(S) \neq MarcaFin:
        ▶sum ← 0.0: n ← 0:
         REPETIR
            sum \leftarrow sum + EA (S); n \leftarrow n + 1;
            Avanzar (S)
         HASTA EA (S) = MarcaFin;
         media ← sum / n;
         Escribir (media)
   FIN SEGÚN
FIN.
```

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido Esquema 3: ¬H1 y ¬H2

```
ESQUEMA ALGORÍTMICO:
Comenzar:
SEGÚN EA
   EA = MarcaFin :
     {Tratamiento sec. vacía }
  EA ≠ MarcaFin :
     { Tratamiento 1er elemto. }
     ITERAR
        Avanzar
     DETENER EA = MarcaFin;
        { Tratamiento de EA }
     FIN ITERAR;
     { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

```
Léxico // el mismo de los ejs. anteriores
Algoritmo
  Comenzar (S);
  SEGÚN EA (S)
    EA(S) = MarcaFin:
     ▶Escribir ("Secuencia vacía");
    EA(S) \neq MarcaFin:
     sum ← EA (S); n ← 1;
      ITERAR
         Avanzar (S)
      DETENER EA (S) = MarcaFin;
         sum \leftarrow sum + EA (S); n \leftarrow n + 1
      FIN ITERAR:
      media ← sum / n; Escribir (media)
  FIN SEGÚN
FIN.
```

Los casos base de la inducción ahora son: long = 1 y suma = EA(S)

Consiste en la solución para una secuencia de un elemento

Dada una secuencia de enteros > 0, llamamos *meseta* a una sucesión de valores idénticos. Queremos diseñar un algoritmo que calcule la longitud de la meseta mayor. **Ejemplo**: S = [35, 18, 18, 18, 5, 62, 35, 35, 11, 11, 11, 11, 9, 9] la longitud de la meseta mayor sería 4, que sería la longitud de la meseta de valores 11.

ANÁLISIS SUPONIENDO H2:

- Post = { p = LongMesetaMayor (S) }
- · Inv = { p = LongMesetaMayor (P_{iz}) y u = último (P_{iz}) y m = LongUltMeseta (P_{iz}) }
- p <- 0 // inicialización
- SI p < m ENTONCES p <- m // tratamiento elemental
- m <- 0 // inicialización
- SI EA(S) ≠ u ENTONCES m <- 1 // tratamiento elemental
- SINO m <- m + 1
- u <- ?? ¡no está definido para la secuencia vacía! // inicialización
- u <- EA(S) // tratamiento elemental

ANÁLISIS SUPONIENDO ¬H2:

u <- EA(S) // tratamiento elemental

```
    Post = { p = LongMesetaMayor (S) }
    Inv = { p = LongMesetaMayor (P<sub>iz</sub>) y u = último (P<sub>iz</sub>) y m = LongUltMeseta (P<sub>iz</sub>) }
    p <- 0  // inicialización</li>
    SI p < m ENTONCES p <- m  // tratamiento elemental</li>
    m <- 0  // inicialización</li>
    SI EA(S) ≠ u ENTONCES m <- 1  // tratamiento elemental</li>
    SINO m <- m + 1</li>
    u <- EA(S)  ;no está definido para la secuencia vacía! // inicialización</li>
```

Puesto que la secuencia es de enteros positivos, podremos aplicar cualquiera de los dos esquemas, si en el primero tomamos la precaución de tomar como último un valor ≤ 0 (truco *sucio*)

Solución con H2 (Esquema 1):

```
Inicialización (P_{iz} = []):
p \leftarrow 0; m \leftarrow 0;
u ← 0; // por ejemplo
Cuerpo:
SI EA (S) = u ENTONCES
    m \leftarrow m + 1
SI NO
    m ← 1
FIN SI;
SI m > p ENTONCES
    p \leftarrow m
FIN SI;
u \leftarrow EA(S);
Terminación:
Escribir (p);
```

```
Léxico
  S: secuencia de Entero:
  p, m, u : Entero;
Algoritmo
  Comenzar (S):
  p \leftarrow 0; m \leftarrow 0; u \leftarrow 0;
  MIENTRAS EA (S) ≠ MarcaFin HACER
      SI EA (S) = u ENTONCES
          m \leftarrow m + 1
       SI NO
          m ← 1
       FIN SI:
       SI m > p ENTONCES
           p \leftarrow m
       FIN SI;
       u \leftarrow EA(S);
       Avanzar (S)
  FIN MIENTRAS:
  Escribir (p)
FIN.
```

Solución con ¬H2 (Esquema 3):

```
Inicialización (P_{iz} = [e]):
p \leftarrow 1; m \leftarrow 1;
u \leftarrow EA (S); // u \leftarrow e
Cuerpo:
SI EA (S) = u ENTONCES
    m \leftarrow m + 1
SI NO
    m ← 1
FIN SI;
SI m > p ENTONCES
    p \leftarrow m
FIN SI;
u \leftarrow EA(S);
Terminación:
Escribir (p);
```

```
Léxico // el mismo del algoritmo anterior
Algoritmo
  Comenzar (S);
  SEGÚN EA (S)
    EA(S) = MarcaFin:
       Escribir ("Secuencia vacía");
    EA(S) \neq MarcaFin:
      p \leftarrow 1; m \leftarrow 1; u \leftarrow EA (S);
      ITERAR
          Avanzar (S)
      DETENER EA (S) = MarcaFin;
           SI EA (S) = u ENTONCES m \leftarrow m + 1
           SI NO m ← 1
           FIN SI:
          SI m > p ENTONCES p \leftarrow m FIN SI;
           u \leftarrow EA(S)
      FIN ITERAR;
      Escribir (p)
  FIN SEGÚN
FIN.
```

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido Problema: obtención del máximo

```
Postcondición:
                  m = max(S)
Invariante:
                m = max (P_{iz}(S))
 \max \text{ para la secuencia vacía } = ??
// no definido: ¬H2
     Inicialización:
      m \leftarrow EA(S);
     Cuerpo:
      SI EA (S) > m ENTONCES
         m \leftarrow EA(S)
      FIN SI;
     Terminación:
      Escribir (m);
```

```
Léxico
   S: secuencia de Entero:
   m: entero; // el anterior
Algoritmo
  Comenzar (S);
  SEGÚN EA (S)
    EA(S) = MarcaFin:
      Escribir ("Secuencia vacía");
    EA (S) ≠ MarcaFin:
      m \leftarrow EA(S);
      ITERAR
         Avanzar (S)
      DETENER EA (S) = MarcaFin;
          SI EA (S) > m ENTONCES
             m \leftarrow EA(S)
          FIN SI
       FIN ITERAR;
      Escribir (m)
  FIN SEGÚN
FIN.
```

4.2 Esquemas algorítmicos de recorrido Problema: copia de una secuencia

A partir de una secuencia S1 deseamos crear otra secuencia S2 idéntica a la anterior. Utilizaremos un esquema de recorrido de S1 y creación simultánea de S2:

```
Léxico
S1, S2 : secuencia de Carácter;

Algoritmo
Comenzar (S1);
Crear (S2);
// Inv : { Piz (S1) = Piz (S2) }

MIENTRAS EA (S1) ≠ MarcaFin HACER
Registrar (S2, EA (S1));
Avanzar (S1)
FIN_MIENTRAS;
Marcar (S2)
FIN.
```

Dada una secuencia de enteros S, obtener:

- El valor máximo (ma), y también:
 - La posición donde éste aparece por primera vez (pma)
 - La posición donde éste aparece por última vez (uma)
 - El número de veces que éste aparece (nma)
- El valor mínimo (mi), y también:
 - La posición donde éste aparece por primera vez (pmi)
 - La posición donde éste aparece por última vez (umi)
 - El número de veces que éste aparece (nmi)

Ejemplo: Si S = [34, 1, 90, 39, 1, 15, 90, 25, 1, 10]

Los resultados buscados son:

$$ma = 90$$
, $pma = 3$, $uma = 7$, $nma = 2$
 $mi = 1$, $pmi = 2$, $umi = 9$, $nmi = 3$

Necesitamos aplicar una razonamiento inductivo:

```
ma \leftarrow EA(S)
SI EA(S) > ma \in EA(S)
```

```
mi ← EA(S)
SI EA(S) < mi ENTONCES mi ← EA(S)
```

```
pos ← 1

pos ← pos + 1

nma ← 1

SI EA(S) > max ENTONCES nma ← 1

SI EA(S) = max ENTONCES nma ← nma + 1

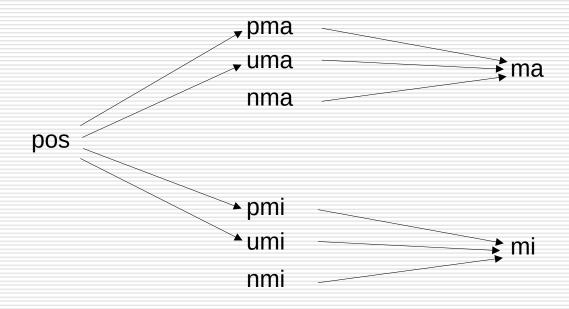
nmi ← 1

SI EA(S) < min ENTONCES nmi ← 1

SI EA(S) = min ENTONCES nmi ← nmi + 1
```

```
pma ← 1
SIEA(S) > maxENTONCES pma \leftarrow long
uma \leftarrow 1
SI EA(S) ≥ max ENTONCES uma ← long
pmi ← 1
SI EA(S) < min ENTONCES pmi ← long
umi ← 1
SI EA(S) \leq min ENTONCES umi \leftarrow long
```

Las relaciones de dependencia de las variables del problema son:



- A partir de lo anterior obtenemos la inicialización y, después de realizar una ordenación topológica adecuada, también los tratamientos del cuerpo:
 - Inicialización:

```
pos \leftarrow 1; ma \leftarrow EA (S); pma \leftarrow 1; uma \leftarrow 1; nma \leftarrow 1; mi \leftarrow EA (S); pmi \leftarrow 1; umi \leftarrow 1; nmi \leftarrow 1;
```

Cuerpo:

```
\begin{array}{lll} \text{pos} \leftarrow \text{pos} + 1; \\ \textbf{SEGÚN} \text{ EA} \text{ (S), ma} \\ & \text{EA} \text{ (S)} = \text{ma}: & \text{uma} \leftarrow \text{pos; nma} \leftarrow \text{nma} + 1; \\ & \text{EA} \text{ (S)} > \text{ma}: & \text{uma} \leftarrow \text{pos; pma} \leftarrow \text{pos; ma} \leftarrow \text{EA} \text{ (S); nma} \leftarrow 1; \\ & \text{EA} \text{ (S)} < \text{ma}: & \text{; } \text{// acción vacía} \\ & \textbf{FIN\_SEGÚN;} \\ & \textbf{SEGÚN} \text{ EA} \text{ (S), mi} \\ & \text{EA} \text{ (S)} = \text{mi}: & \text{umi} \leftarrow \text{pos; nmi} \leftarrow \text{nmi} + 1; \\ & \text{EA} \text{ (S)} < \text{mi}: & \text{umi} \leftarrow \text{pos; pmi} \leftarrow \text{pos; mi} \leftarrow \text{EA} \text{ (S); nmi} \leftarrow 1; \\ & \text{EA} \text{ (S)} > \text{mi}: & \text{; } \text{// acción vacía} \\ & \textbf{FIN} \text{ SEGÚN;} \end{array}
```

```
Léxico
   S: secuencia de Entero:
   ma, nma, pma, uma : Entero;
   mi, nmi, pmi, umi, pos: Entero;
Algoritmo
   Comenzar (S);
    SEGÚN EA (S)
       EA(S) = MarcaFin:
          Escribir ("Secuencia vacía");
       EA(S) \neq MarcaFin:
          ma \leftarrow EA (S); mi \leftarrow EA (S);
          nma \leftarrow 1; pma \leftarrow 1; uma \leftarrow 1;
          nmi \leftarrow 1; pmi \leftarrow 1; umi \leftarrow 1;
          pos \leftarrow 1;
          ITERAR
              Avanzar (S);
          DETENER EA (S) = MarcaFin;
              pos \leftarrow pos + 1;
              // continúa...
```

```
// ... continuación
          SEGÚN EA (S), ma
               EA(S) = ma : uma \leftarrow pos;
           nma \leftarrow nma + 1;
              EA(S) > ma : uma \leftarrow pos;
           nma \leftarrow 1;
                 pma \leftarrow pos; ma \leftarrow EA (S);
               EA(S) < ma:;
          FIN SEGÚN;
          SEGÚN EA (S), mi
               EA(S) = mi : umi \leftarrow pos;
           nmi ← nmi + 1;
               EA (S) < mi : umi \leftarrow pos; nmi \leftarrow 1;
                       pmi \leftarrow pos; mi \leftarrow EA (S);
              EA(S) > mi:
          FIN SEGÚN
      FIN ITERAR;
      Escribir (ma, nma, pma, uma);
      Escribir (mi, nmi, pmi, umi)
  FIN SEGÚN
FIN.
```

- Enunciado: Dadas dos secuencias de enteros S1 y S2 ordenadas decrecientemente obtener otra secuencia R que contenga los elementos de S1 y S2 y conserve la misma relación de orden.
- <u>Ejemplo</u>: Si las secuencias de entrada son:

```
S1 = [25, 11, 11, 3, 1, 1]
S2 = [38, 25, 14, 11, 9, 9, 7]
```

La secuencia resultado debería ser:

```
R = [38, 25, 25, 14, 11, 11, 11, 9, 9, 7, 3, 1, 1]
```

- Postcondición: Post : { R = Intercalar (S1, S2) }
- Invariante: Inv : { $P_{iz}(R) = Intercalar(P_{iz}(S1), P_{iz}(S2))$ }

Necesitamos una definición inductiva de la función Intercalar. Los casos triviales son:

```
Intercalar ([], []) = []
Intercalar (T \cdot e, []) = T \cdot e Intercalar ([], T \cdot e) = T \cdot e
```

Análisis 1: (punto de vista de lo ya tratado)

```
Intercalar (T1·e1, T2·e2) =
Intercalar (T1, T2) & [e1, e2] si e1 = e2
Intercalar (T1, T2·e2) & [e1] si e1 < e2
Intercalar (T1·e1, T2) & [e2] si e1 > e2
```

Análisis 2: (punto de vista de lo pendiente de recorrer)

```
Intercalar (e1 ^{\circ} T1, e2 ^{\circ} T2) =
[e1, e2] & Intercalar (T1, T2) si e1 = e2
[e2] & Intercalar (e1 ^{\circ} T1, T2) si e1 < e2
[e1] & Intercalar (T1, e2 ^{\circ} T2) si e1 > e2
```

Para los casos triviales definiremos una acción parametrizada que copie el resto de una secuencia en otra:

```
CopiarResto : acción (dato-resultado S, R : secuencia de Entero);

Pre : { (Estado (S) = consulta) Y (Estado (R) = creación) Y (P<sub>dr</sub> (S) = T·MarcaFin) Y (EA (S) ≠ MarcaFin) Y (R = U) }

Post : { (EA (S) = MarcaFin) Y (R = U & T) }

Algoritmo

REPETIR

Registrar (R, EA (S));

Avanzar (S)

HASTA EA (S) = MarcaFin

FIN;
```

En los casos no triviales haremos un análisis de casos y registraremos en cada caso el mayor elemento.

```
Léxico
   S1, S2, R: secuencia de Entero;
   CopiarResto: acción // definida antes
Algoritmo
   Comenzar (S1); Comenzar (S2); Crear (R);
   MIENTRAS (EA (S1) ≠ MarcaFin) Y
         (EA (S2) ≠ MarcaFin) HACER
     SEGÚN EA (S1), EA (S2)
        EA (S1) = EA (S2):
           Registrar (R, EA (S1));
           Registrar (R, EA (S2));
           Avanzar (S1); Avanzar (S2);
        EA (S1) > EA (S2):
           Registrar (R, EA (S1));
           Avanzar (S1);
        EA (S1) < EA (S2):
           Registrar (R, EA (S2));
           Avanzar (S2);
     FIN SEGÚN
   FIN_MIENTRAS;
   // continúa...
```

```
// ... continuación

SEGÚN EA (S1), EA (S2)

(EA (S1) ≠ MarcaFin) Y

(EA (S2) = MarcaFin) :

CopiarResto (S1, R);

(EA (S1) = MarcaFin) Y

(EA (S2) ≠ MarcaFin) :

CopiarResto (S2, R);

EN_OTRO_CASO : ;

FIN_SEGÚN;

Marcar (R)

FIN.
```

4.3 Esquemas algorítmicos de búsqueda

- Problema de la búsqueda: Encontrar el primer elemento de la secuencia que cumpla una cierta propiedad Pro
- Postcondición:

```
Post = { (Pro (EA) = Verdadero \mathbf{O} EA = MarcaFin) \mathbf{Y} (\forall e \in P<sub>iz</sub> : Pro (e) = Falso) }
```

Invariante:

Inv = {
$$\forall$$
 e \in P_{iz} : Pro (e) = Falso }

Inv = Ningún elemento de la parte izquierda de S cumple la propiedad Pro

4.3 Esquemas algorítmicos de búsqueda

- Problema de la búsqueda: Encontrar el primer elemento de la secuencia que cumpla una cierta propiedad Pro
- Condición de continuación de la búsqueda: (EA ≠ MarcaFin) Y NO Pro (EA)
- CC = Continuará la iteración si no hemos llegado al final de la secuencia y tampoco hemos encontrado un elemento que cumpla la propiedad Pro
- La propiedad Pro puede involucrar no solo al elemento actual 'e' sino también propiedades de la Piz. En ese caso, dentro de la iteración habrá que hacer los tratamientos necesarios para mantener esa parte del invariante.

4.3 Esquemas algorítmicos de búsqueda

```
ESQUEMA ALGORÍTMICO:

Comenzar; { Establecimiento inicial del invariante }*

MIENTRAS (EA ≠ MarcaFin) Y NO Pro (EA) HACER
{ Tratamientos para mantener el invariante }*

Avanzar

FIN_MIENTRAS;

SEGÚN EA

EA = MarcaFin : { Tratamiento elemento no encontrado }

EA ≠ MarcaFin : { Tratamiento EA encontrado }

FIN_SEGÚN;
```

*(En el caso en que sea necesario)

Si la marca de fin no sólo no es significativa sino que es erróneo acceder a ella para comprobar la propiedad, puede ser necesario:

```
MIENTRAS (EA ≠ MarcaFin) YDESPUÉS NO Pro (EA) HACER
{ Tratamientos para mantener el invariante }*
Avanzar
FIN MIENTRAS;
```

Existencia de una 'A' en un texto (sec. de caracteres):

```
Léxico
   S : secuencia de Carácter:
Algoritmo
   Comenzar (S);
   MIENTRAS (EA (S) \neq MarcaFin) Y (EA (S) \neq 'A') HACER
      Avanzar (S)
   FIN_MIENTRAS;
   SEGÚN EA (S)
      EA(S) = MarcaFin : Escribir ("No hay ninguna A");
      EA (S) \neq MarcaFin : Escribir ("Hay al menos una A");
   FIN SEGÚN
FIN.
```

- Enunciado: Comprobar si en un texto (secuencia de caracteres) existen al menos x ocurrencias de un carácter c dado:
- Propiedad buscada:

```
Pro (e) = { S = P_{iz}\&[e]\&P_{dr} Y (e = c) Y NroOcur (c, P_{iz}) = x - 1 }
```

Invariante:

```
Inv = { noc = NroOcur (c, P_{iz}) Y noc < x }
```

Análisis inductivo:

 $NroOcur \leftarrow 0$

Si e = c ENTONCES NroOcur ← NroOcur +1

```
Léxico
   S : secuencia de Carácter;
   x : Entero > 0; noc : Entero; c : Carácter;
                                   Establecimiento inicial del invariante
Algoritmo
   Comenzar (S);
                                                   no Pro(EA)
   Leer (x, c); noc \leftarrow 0;
   MIENTRAS (EA (S) \neq MarcaFin) Y ((EA (S) \neq c) O (noc \neq x - 1)) HACER
      SI EA (S) = c ENTONCES noc \leftarrow noc + 1 FIN SI;
      Avanzar (S)
                                                           Tratamientos para
   FIN MIENTRAS;
                                                           mantener el invariante
   SEGÚN EA (S)
      EA(S) = MarcaFin : Escribir (c, " no aparece ", x, " veces");
      EA (S) \neq MarcaFin : Escribir (c, "aparece al menos ", x, "veces");
   FIN SEGÚN
FIN.
```

4.3 Esquemas algorítmicos de búsqueda Búsqueda con garantía de éxito:

Si se sabe que al menos un elemento cumple la propiedad, se puede omitir la comparación con la marca de fin:

ESQUEMA ALGORÍTMICO:

Comenzar;

MIENTRAS NO Pro (EA) HACER

Avanzar

FIN MIENTRAS;

SEGÚN FA

EA = MarcaFin : { No encontrado }

EA ≠ MarcaFin : { EA encontrado }

FIN SEGÚN;

(estamos suponiendo que podemos comparar la marca de fin con el blanco, y que el resultado de la comparación sería Falso)

```
Problema: ¿Un texto es blanco?
Léxico
  S : Secuencia de Carácter;
Algoritmo
   Comenzar (S);
   MIENTRAS EA (S) = ' ' HACER
      Avanzar (S)
   FIN MIENTRAS;
   SEGÚN EA (S)
      EA(S) = MarcaFin:
    Escribir ("Texto blanco");
      EA(S) \neq MarcaFin:
    Escribir ("Texto no blanco");
   FIN SEGÚN
FIN.
```

- Enunciado: Calcular la longitud de la primera palabra de un texto:
- Análisis:
 - Doble búsqueda:
 - Búsqueda del comienzo de la primera palabra
 - Búsqueda del final de la primera palabra y conteo de su número de caracteres
- La primera de las búsquedas será con garantía de éxito, como la del ejemplo anterior.
- Para la segunda búsqueda introduciremos un contador.

```
Léxico
                                         Cuestión: ¿Se podría sustituir 2) por...
   S : secuencia de Carácter:
   lpp : Entero;
                                          REPETIR
Algoritmo
                                              lpp \leftarrow lpp + 1;
   Comenzar (S);
                                              Avanzar (S)
   MIENTRAS EA (S) = ' ' HACER
                                          HASTA (EA (S) = MarcaFin) \mathbf{O} (EA (S) = ' ');
   Avanzar (S)
   FIN MIENTRAS;
                                         ⇒ En caso afirmativo, ¿qué iteración parece la
   SEGÚN EA (S)
                                         más adecuada en este caso? ¿Por qué? ¿Existe
     EA(S) = MarcaFin:
                                         otra aún mejor que la mejor de estas dos?
         Escribir ("Texto blanco");
      EA(S) \neq MarcaFin:
         :0 → aal
         MIENTRAS (EA (S) \neq MarcaFin) Y (EA (S) \neq '') HACER
            lpp \leftarrow lpp + 1;
            Avanzar (S)
        FIN MIENTRAS;
         Escribir (lpp)
   FIN SEGÚN
FIN.
```

- Enunciado: Determinar si un texto contiene las letras 'A', 'E' e 'I' en este orden:
- Análisis:
 - Tres búsquedas distintas pero de idéntica naturaleza.
 - Para realizarlas definiremos una acción parametrizada:

```
BuscarLetra : acción (dato c : Carácter; dato-resultado S : secuencia de Carácter)

// Las secuencias siempre las pasaremos como dato-resultado pues, aunque

// no modifiquemos su valor, si avanzamos modificamos su estado interno

Pre : { Estado (S) = consulta }

Post : { (EA (S) = c) O (EA (S) = MarcaFin) }

Algoritmo

MIENTRAS (EA (S) ≠ MarcaFin) Y (EA (S) ≠ c) HACER

Avanzar (S)

FIN_MIENTRAS

FIN;
```

```
Léxico
   S : Secuencia de Carácter:
   BuscarLetra: acción // definida antes
Algoritmo
   Comenzar (S);
   BuscarLetra ('A', S);
   SEGÚN EA (S)
      EA (S) = MarcaFin : Escribir ("No");
      EA(S) \neq MarcaFin:
         BuscarLetra ('E', S):
         SEGÚN EA (S)
            EA (S) = MarcaFin : Escribir ("No");
            EA(S) \neq MarcaFin:
               BuscarLetra ('I', S);
               SEGÚN EA (S)
                   EA(S) = MarcaFin : Escribir ("No");
                   EA(S) \neq MarcaFin : Escribir ("Sí");
               FIN SEGÚN
         FIN SEGÚN
   FIN SEGÚN
FIN.
```

Cuestiones:

¿Sería igualmente correcto el algoritmo del modo siguiente?:

```
Comenzar (S);
BuscarLetra ('A', S);
BuscarLetra ('E', S);
BuscarLetra ('I', S);
SEGÚN EA (S)
EA (S) = MarcaFin : Escribir ("No");
EA (S) ≠ MarcaFin : Escribir ("Sí");
FIN_SEGÚN
```

- ¿Nos serviría el algoritmo original y/o este último si en lugar de buscar las letras 'A', 'E' e 'I' buscásemos las letras 'A', 'A' y 'E'?
- ¿Podríamos adaptarlo modificando el algoritmo principal?
- ¿Y modificando la acción? ¿Habría que establecer diferentes pre/postcondiciones para ella en ese caso?

Enunciado: Dadas dos secuencias S1 y S2 deseamos determinar si son iguales, es decir, tienen los mismos elementos y en igual orden. Búsqueda de su primera diferencia recorriendo ambas simultáneamente:

```
Léxico
S1, S2 : secuencia de Carácter;

Algoritmo
Comenzar (S1); Comenzar (S2);
// Inv : { Piz (S1) = Piz (S2) }
MIENTRAS (EA (S1) ≠ MarcaFin) Y (EA (S2) ≠ MarcaFin) Y
(EA (S1) = EA (S2)) HACER
Avanzar (S1); Avanzar (S2)
FIN_MIENTRAS;
SEGÚN EA (S1), EA (S2)
(EA (S1) = MarcaFin) Y (EA (S2) = MarcaFin) : Escribir ("Son iguales");
EN_OTRO_CASO : Escribir ("Son diferentes");
FIN_SEGÚN
FIN.
```

- En la práctica los esquemas de recorrido y búsqueda aparecen frecuentemente combinados en un mismo problema.
- Para resolver estos problemas es preciso:
 - Identificar la naturaleza de cada subproblema o parte del problema.
 - Establecer la forma en que éstos se combinan: un subproblema anidado dentro de otro (como parte del tratamiento de su elemento actual) o compuesto de forma secuencial (uno a continuación del otro).
- Una vez identificados los subproblemas y la forma de combinar éstos aplicaremos el esquema algorítmico adecuado en cada caso.

Enunciado: Dadas dos secuencias de enteros S1 y S2 ordenadas decrecientemente y sin elementos repetidos, determinar qué elementos de S1 están también en S2 y cuáles no.

Análisis:

- Todos los elementos de S1 deben ser tratados, pues hay que comprobar si están o no en S2: Recorrido de S1
- Para cada elemento de S1 debemos comprobar si está o no en S2: Búsqueda en S2 anidada en el recorrido de S1.
- Puesto que ambas secuencias están ordenadas, cada búsqueda en S2 puede continuar a partir del punto donde quedó la búsqueda anterior sin necesidad de recomenzar.

```
Léxico
                                                  1) Recorrido de S1 (H1 y H2)
                                                  2) Búsqueda en S2
      S1, S2: secuencia de Entero;
                                                     (anidada en el anterior)
   Algoritmo
      Comenzar (S1); Comenzar (S2);
      MIENTRAS EA (S1) ≠ MarcaFin HACER
         MIENTRAS (EA (S2) \neq MarcaFin) Y (EA (S2) > EA (S1)) HACER
            Avanzar (S2)
         FIN MIENTRAS:
         SI (EA (S2) \neq MarcaFin) Y (EA (S2) = EA (S1)) ENTONCES
1)
            Escribir (EA (S1), " está también en S2")
         SI NO
            Escribir (EA (S1), " no está en S2")
         FIN SI;
         Avanzar (S1)
      FIN MIENTRAS
   FIN.
```

```
Cuestión: Realice una traza manual para los siguientes casos:
```

- a) S1 = [30, 24, 12, 6, 5] S2 = [60, 58, 30, 15, 12, 3, 2]
- b) S1 = [60, 58, 30, 15, 12, 3, 2] S2 = [30, 24, 12, 6, 5]

- **Enunciado:** Dadas dos secuencias de enteros S1 y S2 determinar si en S2 existe algún elemento igual a la suma de todos los elementos de S1, si hay alguno.
- Análisis:
 - Distinguiremos el caso de S1 vacía del resto (¬H1), pues la suma de una secuencia vacía no está definida.
 - Debemos sumar los elementos de S1: Recorrido de S1.
 - Una vez obtenida la suma de los elementos de S1, debemos determinar si ese valor es igual a alguno de los elementos de S2: Búsqueda en S2 compuesta secuencialmente con el anterior recorrido.

```
Léxico
     S1, S2 : secuencia de Entero; suma : Entero;
  Algoritmo
     Comenzar (S1);
     SEGÚN EA (S1)
        EA (S1) = MarcaFin : Escribir ("Secuencia S1 vacía");
        EA(S1) \neq MarcaFin:
           suma \leftarrow EA (S1);
1).
                                                 1) Recorrido de S1
           ITERAR
              Avanzar (S1)
                                                   (\neg H1 \lor \neg H2)
           DETENER EA (S1) = MarcaFin;
                                                 2) Búsqueda en S2
              suma ← suma + EA (S1)
                                                   (en secuencia con el anterior)
           FIN ITERAR;
           Comenzar (S2):
           MIENTRAS (EA (S2) ≠ MarcaFin) Y (EA (S2) ≠ suma) HACER
              Avanzar (S2)
           FIN MIENTRAS;
           SI EA (S2) = MarcaFin ENTONCES Escribir ("No")
           SI NO Escribir ("Sí")
           FIN SI
     FIN SEGÚN
  FIN.
```

4.5 Generalización de los modelos de acceso secuencial

- En general, el acceso secuencial a una colección de elementos se distingue por dos características:
 - Disponibilidad inmediata del primer elemento tras la operación de inicio de acceso (DP) o necesidad de una primera operación de lectura o avance (¬DP).
 - Detección del final cuando se sobrepasa el último elemento significativo (FS) o cuando se está justo en éste (¬FS).
- Estas características resultan en cuatro combinaciones posibles, que son los cuatro modelos de acceso:

	DP	¬DP	
FS	primer modelo	cuarto modelo	
¬FS	tercer modelo	segundo modelo	

- El modelo de secuencias marcadas visto hasta ahora sigue el primer modelo (DP y FS), ya que:
 - a) Disponemos del primer elemento (EA) tras Comenzar (DP).
 - b) Detectamos el final cuando llegamos a la *MarcaFin*, que está más allá del último elemento significativo (FS).
- En la mayoría de los casos, en el primer modelo no existe realmente una *MarcaFin* que se registre en la secuencia, sino que se dispone de una función booleana que indica el final de la secuencia (FDS) cuando se sobrepasa el último elemento significativo y <u>ya no es posible acceder al *EA*</u>.
- En ese caso, tendremos que cuidar las comparaciones que hagamos en las iteraciones, sobre todo en las búsquedas, pues el orden de evaluación de éstas será importante para la corrección del algoritmo (operadores lógicos YDESPUÉS y ODESPUÉS).

Esquemas algorítmicos generalizados del primer modelo:

ESQUEMA 1 (H1 y H2): Comenzar; { Inicialización del tratamiento } MIENTRAS NO FDS HACER { Tratamiento de EA } Avanzar FIN_MIENTRAS; { Terminación del tratamiento }

```
ESQUEMA 2 (¬H1 y H2):
Comenzar:
SEGÚN FDS
   FDS:
      {Tratamiento sec. vacía }
   NO FDS:
     { Inic. del tratamiento }
     REPETIR
        { Tratamiento de EA }
        Avanzar
     HASTA FDS;
      { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

Esquemas algorítmicos generalizados del primer modelo:

```
ESQUEMA 3 (¬H1 y ¬H2):
Comenzar;
SEGÚN FDS
  FDS:
      {Tratamiento sec. vacía }
   NO FDS:
      { Tratamiento 1<sup>er</sup> elemto. }
     ITERAR
        Avanzar
     DETENER FDS:
        { Tratamiento de EA }
     FIN ITERAR;
      { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

```
ESQUEMA DE BÚSQUEDA:

Comenzar; // Inicialización del invariate*

MIENTRAS NO FDS

YDESPUÉS NO Pro (EA) HACER

// TTos. para mantener el invariante*

Avanzar

FIN_MIENTRAS;

SEGÚN FDS

FDS: { Tratto. elemento no encontrado }

NO FDS: { Tratamiento EA encontrado }

FIN_SEGÚN;
```

En el caso de la búsqueda es necesario

usar YDESPUÉS para no acceder a EA

cuando éste ya no está disponible.

- La mayoría de los accesos secuenciales sigue los modelos primero o segundo.
- Estudiaremos los esquemas algorítmicos también del segundo modelo.
- El tercer modelo nos resultará útil para hacer búsquedas en tablas, aunque no lo estudiaremos formalmente.
- Como ya dijimos, el segundo modelo se distingue por:
 - El primer elemento no está disponible tras el inicio del acceso: es preciso una operación de avance (¬DP).
 - El final del recorrido se detecta no cuando se sobrepasa el último elemento significativo, sino cuando se está sobre éste (¬FS). Por tanto, cuando detectemos el final el EA será un elemento que habrá que tratar ⇒ variación en el orden de los tratamientos de los esquemas.

- El conjunto de estados ahora será: { ninguno, creación, iniciada, consulta }
- Operaciones primitivas del segundo modelo:

Acceso Secuencial

Iniciar (S)	Inicia la consulta sobre la secuencia S. Su primer elemento está disponible (EA (S) no es significativo)	
Avanzar (S)	Avanza al siguiente elemento de S	

EA (S) Retorna el elemento actual de S

EsVacía (S) Función booleana. Retorna Verdadero sii S es la secuencia

vacía

EsÚltimo (S) Función booleana. Retorna Verdadero si ya no es posible

realizar más operaciones Avanzar.

Creación Secuencial

Crear (S) Crea S como una secuencia vacía sobre la que podemos

añadir elementos por la derecha

Registrar (S, e) Graba el elemento e como último elemento de una

secuencia S

	ninguno	creación	iniciada	consulta
Iniciar	×	iniciada	iniciada	iniciada
Avanzar	X	×	consulta	consulta
EA	X	×	×	consulta
EsVacía	ninguno	creación	iniciada	consulta
EsÚltimo	×	×	iniciada	consulta
Crear	creación	creación	creación	creación
Registrar	×	creación	×	×

Esquemas algorítmicos del segundo modelo:

ESQUEMA 1 (H1 y H2): Iniciar; { Inicialización del tratamiento } MIENTRAS NO EsÚltimo HACER Avanzar { Tratamiento de EA } FIN_MIENTRAS; { Terminación del tratamiento }

```
ESQUEMA 2 (¬H1 y H2):
Iniciar:
SEGÚN EsVacía
   EsVacía:
      {Tratamiento sec. vacía }
   NO EsVacía:
      { Inic. del tratamiento }
      REPETIR
        Avanzar
         { Tratamiento de EA }
      HASTA EsÚltimo;
      { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

Esquemas algorítmicos del segundo modelo:

```
ESQUEMA 3 (¬H1 y ¬H2):
Iniciar:
SEGÚN EsVacía
   EsVacía:
      {Tratamiento sec. vacía }
   NO EsVacía:
      Avanzar;
      { Tratamiento 1<sup>er</sup> elemto. }
      MIENTRAS NO EsÚltimo HACER
        Avanzar
         { Tratamiento de EA }
      FIN MIENTRAS;
      { Terminación del tratto. }
FIN SEGÚN;
```

```
ESQUEMA DE BÚSQUEDA:
Iniciar:
SEGÚN FsVacía
 EsVacía: { Tratamiento: no encontrado }
 NO EsVacía : // Inicialización invariante*
    REPETIR
       Avanzar // y TTos. mantener invar.*
    HASTA EsÚltimo O Pro (EA);
    SEGÚN EA
       Pro (EA):
    { Tratamiento EA encontrado }
       NO Pro (EA):
    { Tratamiento: no encontrado }
    FIN SEGÚN
FIN_SEGÚN;
```

<u>Ejemplo:</u> media aritmética con el segundo modelo:

```
Solución 1 (H1 y H2):
Iniciar (S);
suma \leftarrow 0.0; n \leftarrow 0;
MIENTRAS NO EsÚltimo (S) HACER
   Avanzar (S);
   suma \leftarrow suma + EA (S); n \leftarrow n + 1
FIN MIENTRAS;
SEGÚN n
  n = 0: Escribir ("Secuencia vacía");
  n > 0: media \leftarrow suma / n;
          Escribir (media);
FIN SEGÚN
```

```
Solución 2 (¬H1 y H2):
Iniciar (S);
SEGÚN EsVacía (S)
   EsVacía (S):
     Escribir ("Secuencia vacía");
   NO EsVacía (S):
     suma \leftarrow 0.0; n \leftarrow 0;
     REPETIR
          Avanzar (S);
          suma \leftarrow suma + EA (S);
          n \leftarrow n + 1
     HASTA EsÚltimo (S);
     media ← suma / n;
     Escribir (media)
FIN SEGÚN;
```

```
Solución 3 (¬H1 y ¬H2):
Iniciar (S);
SEGÚN EsVacía (S)
   EsVacía (S):
     Escribir ("Secuencia vacía");
   NO EsVacía (S):
     Avanzar (S);
     suma \leftarrow EA (S); n \leftarrow 1;
     MIENTRAS NO EsÚltimo (S) HACER
       Avanzar (S);
       suma \leftarrow suma + EA (S);
        n \leftarrow n + 1
     FIN MIENTRAS;
     media ← suma / n;
     Escribir (media)
FIN SEGÚN;
```

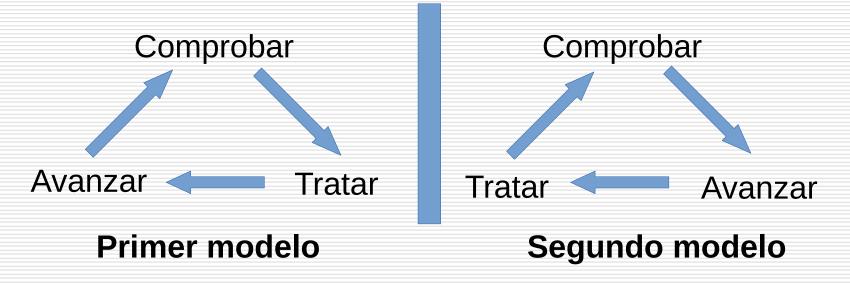
Ejemplo de búsqueda:

¿Un texto es blanco?

```
Iniciar (S);
SEGÚN EsVacía (S)
   EsVacía (S):
     Escribir ("Texto vacío"):
   NO EsVacía (S):
     REPETIR
       Avanzar (S);
     HASTA EsÚltimo (S) O EA (S) \neq ' ';
     SI EA (S) \neq ' ' ENTONCES
        Escribir ("Texto no blanco")
     SI NO
        Escribir ("Texto blanco")
     FIN SI
FIN_SEGÚN;
```

4.5 Generalización de los modelos de acceso secuencial: ciclos de iteración

En general, los dos modelos de acceso secuencial se van a diferenciar por el orden en el que hacemos los tres tratamientos elementales del ciclo de la iteración: **comprobación** del fin, **tratamiento** del EA y **avance**:



Esto se debe a las diferencias entre ambos modelos en el inicio (disponibilidad o no del primer elemento tras el inicio) y en la detección del final (al sobrepasar el último elemento significativo o al estar sobre él).