

(resumen teoría 5)

Ejercicio 31. Calcula la matriz reducida por filas completa de la siguiente matriz utilizando el orden estricto explicado en clase y calcula la matriz de paso:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in M_{3,4}(\mathbb{Z}_5)$$

~~\mathbb{Z}_5~~

$$4 \cdot 4 = 16 = 1$$

$$2 + 3 \cdot 1 = 5 = 0$$

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & \textcircled{4} & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{E_{4(1)}} \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & \textcircled{1} & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{E_{(2)+3(1)}} \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{E_{(3)+3(1)}} \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & \textcircled{1} & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ \textcircled{1} & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{E_{(1,2)}} \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{R \text{ (reducida)}} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{P \text{ (paso)}}$

$$P \cdot A = R \neq$$

Ejercicio 53. Estudia y resuelve si es posible el siguiente sistema de ecuaciones sobre el cuerpo de 3 elementos :

$$-x_1 + x_2 - x_4 = 1$$

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = 1$$

\mathbb{Z}_3

$$-1 = 2$$

$$1+2=3=0$$

$$2 \cdot 2 = 4 = 1$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 & | & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & | & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{E_2(1)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & | & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} E_{(2)+2(1)} \\ E_{(3)+2(1)} \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{E_{2(2)}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{E_{(3)+1(2)}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{E_{(2)+1(3)}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} E_{(2)+1(3)} \\ E_{(1)+2(3)} \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

columnas no pivote

columnas pivote

Sist. compatible indeterminado
equivalente a :

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

$$x_1 + 2x_2 = 2 \Leftrightarrow x_1 = -2x_2 + 2 = x_2 + 2$$

Las soluciones del sist. son de la forma $\begin{cases} x_1 = a+2 \\ x_2 = a \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbb{Z}_3)$

#

