

1 Introducción a la lógica

Nos dicen que el hombre se distingue del resto de los animales porque somos seres con capacidad de pensamiento abstracto. Es decir, somos capaces de, entre otras cosas, captar información, procesarla, convertirla en “entes abstractos”, razonar con ellos y concluir nueva información que inicialmente estaba “oculta” en la información de partida.

Ejemplos que ponen de manifiesto esta capacidad para representar y manipular la información son los siguientes.

- Detectamos información redundante, pues la segunda se concluye la primera.

Ejemplo: El caballo blanco de Santiago es blanco.

- Catalogamos las oraciones como verdaderas o falsas según el contexto.

Ejemplo: “Está lloviendo” será cierta o falsa dependiendo de las circunstancias atmosféricas.

- Concluimos rápidamente nuevas oraciones ciertas a partir de otras que también lo son.

Ejemplo: Estas dos oraciones son irrefutables “En nuestro sistema solar todos las planetas giran alrededor del Sol” y “La Tierra es un planeta de nuestro sistema solar”. Concluimos que “La Tierra gira alrededor del Sol”.

- Resolvemos problemas “complejos” manipulando las oraciones de partida.

Ejemplo: Se sabe que el piloto, copiloto y el ingeniero de vuelo de una tripulación se llaman Juan, Pedro y Simón (no necesariamente en este orden). Además el copiloto (hijo único) es el de menor salario así como que Simón, casado con una hermana de Pedro, gana más que el piloto. Con todo lo anterior, se concluye que el piloto es Pedro, el copiloto es Juan y que el ingeniero es Simón.

Cuando no es evidente la conclusión extraída, y a efecto de convencer tanto a los demás como a nosotros mismos, es necesario obtener una prueba (o demostración) de dicha conclusión. Esto consiste en obtener una serie de conclusiones intermedias en las que cada paso es inmediatamente obvio. Es decir, partiendo de la información de partida se obtiene una conclusión intermedia que resulta obvia, ésta se añade a las premisas para obtener una segunda conclusión intermedia que resulte obvia, ... y así el proceso se repite hasta llegar a la conclusión final ¿Serías capaz de obtener una prueba para el último ejemplo?

El concepto de demostración, con el fin de que por todos sea significativa, requiere que seamos capaces de que todos demos por válidos ciertas estructuras de razonamiento obvio. La gran contribución de Aristóteles fue el reconocimiento de algunas de estas estructuras que llamó silogismos. Sea cual sea la estructura, silogismo o no, ésta se compone de una serie de oraciones y de un mecanismo de reconocimiento de cómo estas oraciones están enlazadas, para concluir una nueva oración.

La lógica es la ciencia que estudia tanto las oraciones como los razonamientos (las estructuras). Para la lógica, las oraciones dan información del mundo y los razonamientos determinan nueva información del mundo (llamada conclusión) a partir de informaciones previas (llamadas premisas), siempre y cuando se ajuste a cierta estructura.

Pero ¿qué tipos de oraciones y qué tipos de razonamientos (estructuras) se usan? Depende de la lógica. No existe una única lógica. Entre ellas están las clásicas, modales, epistémicas o divergentes. Estudiaremos las formales y clásicas.

Con lo expuesto, es una obviedad que todas las lógicas trabajan con oraciones que denominan “oraciones lógicas” para representar items de información. Lo que ya no es tan obvio es cómo queda definida la “oración lógica” respecto de nuestro lenguaje natural. Una oración lógica ¿a qué tipo de oración sintáctica de nuestra lengua española se corresponde?

Nosotros trabajaremos con oraciones lógicas que cumplen las condiciones de ser: (1) enunciativas (en el sentido de nuestra lengua española) y (2) cumplir los principios de tercero excluido y no contradicción. Las unidades más pequeñas de información que sean oraciones lógicas las llamaremos oraciones lógicas simples o atómicas. Las que se construyen a partir de éstas se llamarán oraciones lógicas complejas, que no serán más que las oraciones compuestas de nuestro lenguaje natural.

Cada lógica establece su propio conjunto de símbolos para representar las oraciones simple y la conexión de las oraciones simples para expresar oraciones complejas. Por ejemplo, en lógica proposicional son oraciones simples: p, q, \dots y son oraciones complejas: $p \wedge q, p \rightarrow q, (p \wedge q) \rightarrow r, \dots$

De entre los razonamientos posibles se distinguen los deductivos frente a los inductivos y los válidos frente a los no-válidos. Nosotros estudiaremos los razonamientos formalmente válidos y (principalmente) los deductivos. Los razonamientos se pueden representar de varias formas. Una manera es utilizar una representación gráfica indicando con una flecha la obtención de una consecuencia. Otra forma, la forma estándar, usa el símbolo \therefore para representar a la conclusiones. También está la notación fitting, que usa un sistema de cajas para indicar qué oraciones se utilizan en un razonamiento (se estudiará cuando veamos resolución y deducción natural).

1.1 Aplicaciones

La lógica tiene aplicación en muchos campos. Comentamos algunos.

Matemáticas. La lógica permite construir programas informáticos de razonamiento que se pueden utilizar para comprobar las demostraciones de los teoremas y, en algunos casos, para incluso generar la demostración o parte de ésta.

Sistemas de base de datos. El lenguaje de la lógica se puede utilizar para codificar restricciones de integridad que detectan “errores” en las bases de datos y pueden utilizarse para definir vistas virtuales de los datos en términos de tablas almacenadas de forma explícita. También la lógica contribuye a construir técnicas automatizadas de razonamiento que se pueden utilizar para optimizar las consultas.

Análisis de Software. Las herramientas automatizadas de razonamiento se puede utilizar para verificar las distintas propiedades de los programas informáticas, tales como la correctitud, la parada, su complejidad, etc.

Ingeniería de Hardware. La lógica permite construir herramientas automatizadas de razonamiento que se puede utilizar para validar los diseños de hardware, diagnosticar fallos, desarrollar programas de pruebas, y en algunos casos hasta construir diseños.

Integración de la información en Internet. El lenguaje de la lógica se puede utilizar para relacionar el

vocabulario y la estructura de fuentes diferentes de datos. Así mismo, el razonamiento automático se puede utilizar para crear programas que permitan detectar la integridad de los datos de esas fuentes.

Derecho y Empresa. El lenguaje de la lógica también se puede utilizar para codificar normas y reglas de negocio y las técnicas de razonamiento automatizados pueden usarse para analizar esa regulación buscando situaciones de inconsistencia.

1.2 Lenguajes, formalización e interpretación

Todo lo anterior está fenomenal, estupendo, maravilloso, ...; pero todo parte de una base fundamental: conoces a la perfección tanto tu lenguaje natural como el lenguaje de la lógica con la que trabajas.

En una oración compuesta del lenguaje natural tú debes ser capaz de detectar las oraciones simples, las oraciones complejas, cuáles son las premisas y cuál la conclusión. Es decir debes ser capaz de identificar mediante ciertas palabras claves qué es qué y qué función tiene en el razonamiento. Te doy una buena noticia. La lógica tiene ya muchos años (siglos) de estudio y esas palabras clave, llamadas indicadores, están bien identificados. Existen indicadores que nos permiten detectar las premisas, las conclusiones y la composición de oraciones simples. Hay que conocer los indicadores, te evitará confundir oraciones condicionales de un esquema de razonamientos, entre otras confusiones que se producen en un novato de la lógica.

Pero también está el lenguaje de la lógica. Es un lenguaje formal que viene definido por una serie de símbolos y establece cómo estos deben conectarse. Todo esto queda determinado mediante un vocabulario y una definición recursiva de la gramática. Debes conocer el lenguaje formal de la lógica muy bien, tanto el vocabulario como la gramática para construir fórmulas bien formadas del lenguaje.

Conocidos los dos lenguajes el siguiente paso es saber pasar de uno a otro y del otro al uno. Cuando se pasa del lenguaje natural al formal se habla de formalización. Cuando se transforma las oraciones formales al lenguaje natural se habla de interpretar. Desde la perspectiva de la lógica, la formalización es saber escribir y la interpretación es saber entender lo que se escribe.

En este curso de lógica las oraciones que podrás formalizar e interpretar presentan ciertas restricciones. Debe cumplir las siguientes condiciones. Una oración deberá ser enunciativa y cumplir las condiciones del tercero excluido y de no contradicción. Solo cuando una oración (simple o compleja) cumpla estas 3 condiciones se dirá que tenemos una oración lógica.

La lógica más sencilla que trabaja con oraciones lógicas es la lógica proposicional. Es una lógica tan básica que las distintas lógicas conocidas realmente son una extensión de aquella. Además, casi todas esas otras lógicas tanto para la formalización como para la interpretación también requieren de otro concepto, que es tan básico como el de oración lógica: el concepto de conjunto.

Si quieres formalizar e interpretar adecuadamente tendrás que repasar conceptos tan básicos como: conjunto, elemento, operaciones de conjuntos, inclusión de conjuntos, producto cartesiano, dominio, funciones, relaciones de conjuntos, etc ... ¿a qué esperas?