

### 3.3. Problemas de Asignación de Recursos

**Ejemplo 3.4.** Para mejorar la atención médica en 3 países subdesarrollados se dispone de cinco brigadas médicas que son indivisibles. Con el fin de distribuir a las brigadas entre los países de la mejor forma posible, se utiliza como indicador de la eficiencia el número de años de vida adicionales por persona en función del número de brigadas enviadas a cada país, que se encuentra en la tabla adjunta (cantidades divididas por mil). ¿Cuál es la asignación que maximiza las medidas de eficiencia?. Resolver utilizando la programación dinámica.

	País		
Número de brigadas médicas	1	2	3
0	0	0	0
1	45	20	50
2	70	45	70
3	90	75	80
4	105	110	100
5	120	150	130

Resolvemos el problema aplicando el algoritmo "Forward". Cada etapa será la asignación de brigadas médicas a un país. En cada etapa, el estado vendrá dado por el número total de brigadas médicas asignadas en las anteriores etapas. Por tanto el espacio de estados es  $\xi = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . Definiremos las cantidades  $f_i(x)$  como el valor de asignar  $x$  brigadas médicas al país  $i$  y  $P(E, i)$  como el valor óptimo alcanzado después de asignar  $E$  brigadas médicas entre las etapas 1 e  $i$ .

#### *Etapas* 1

En esta etapa,  $P(E, 1) = f_1(E)$ .

$$P(0, 1) = 0 \quad P(1, 1) = 45 \quad P(2, 1) = 70$$

$$P(3, 1) = 90 \quad P(4, 1) = 105 \quad P(5, 1) = 120$$

### Etapa 2

En esta etapa  $P(2, 2)$  es el valor de la asignación óptima suponiendo que al final de esta etapa se han asignado dos brigadas médicas. Por tanto,

$$P(2, 2) = \text{Max}\{P(0, 1) + f_2(2), P(1, 1) + f_2(1), P(2, 1) + f_2(0)\} = 70$$

En general,

$$P(E, 2) = \text{Max}\{P(F, 1) + f_2(E - F); F = 1, \dots, E\}$$

Vamos a realizar los cálculos sobre una tabla:

	Estado Inicial (F)						Óptimo
Estado Final (E)	0	1	2	3	4	5	$P(E, 2)$
$E = 0$	0						0
$E = 1$	20	45					45
$E = 2$	45	65	70				70
$E = 3$	75	90	90	90			90
$E = 4$	110	120	115	110	105		120
$E = 5$	150	155	145	135	125	120	155

### Etapa 3

	Estado Inicial (F)						Óptimo
Estado Final (E)	0	1	2	3	4	5	$P(E, 3)$
$E = 0$	0						0
$E = 1$	50	45					50
$E = 2$	70	95	70				95
$E = 3$	80	115	120	90			120
$E = 4$	100	125	140	140	120		140
$E = 5$	130	145	150	160	170	155	170

Por tanto el valor óptimo es 170. ¿Como obtener la solución que alcanza este valor?. En la tabla final se ve que  $170 = P(5, 3) = P(4, 2) + f_3(1)$ . En la tabla 2 se ve que  $P(4, 2) = P(1, 1) + f_2(3) = f_1(1) + f_2(3)$ . Por tanto,  $170 = P(5, 3) = f_1(1) + f_2(3) + f_3(1)$ . Es decir, la solución es asignar una brigada médica al país 1, 3 brigadas al país 2 y 1 al país 3.

### 3.4. Ejercicios

1. Tres equipos de investigación tratan de resolver un mismo problema de forma independiente. Las probabilidades de fracasar son 0.4, 0.6 y 0.8. Se desea minimizar la probabilidad de fracaso y se dispone de dos científicos más para reforzar los equipos. Para determinar a qué equipo asignarlos se elabora la tabla siguiente, que da la probabilidad de fracaso de cada equipo cuando es reforzado con 0, 1 y 2 científicos.

	Equipo		
Refuerzos	1	2	3
0	0.4	0.6	0.8
1	0.2	0.4	0.5
2	0.15	0.2	0.3

Resolver el problema mediante alguna técnica de programación dinámica.

2. Un estudiante tiene que examinarse de tres asignaturas (A, B y C) y dispone de tres días para estudiar. El estudiante piensa que es mejor dedicar cada día completo a una sola asignatura, de forma que cada asignatura la puede estudiar uno, dos o tres días, o bien no estudiarla. Su estimación de los puntos que puede alcanzar en cada asignatura en función de los días que dedique a estudiarla se muestra en la tabla siguiente: