

Índice

Análisis descriptivo	3
Tratamiento de la data	4
Estimación e identificación del modelo VAR.....	8
Estimación del modelo VAR en su forma estructural	16
Análisis de cointegración	24
Referencias:	29

Análisis descriptivo

El presente documento presenta el estudio econométrico de series de tiempo sobre las principales variables económicas de Noruega. En concreto, evaluaremos las series del empleo, consumo real e inversiones del país en mención y trataremos de estimar e identificar si presentan estructuras VAR y se encuentran cointegradas. La data usada es trimestral, desestacionalizada y se encuentra en un rango entre 2000-I hasta 2021-IV.

Para ello, debemos contextualizar nuestro estudio y brindar un breve análisis descriptivo del país en cuestión. Esto nos permitirá hacer un análisis formal más robusto pues nos permitirá identificar las principales características de las series. Noruega es considerado un Estado de bienestar pues es uno de los países con mayor desarrollo económico, humano y, sobre todo, estatal en el mundo. A pesar de no formar parte de la Unión Europea, este país tiene una gran relevancia dentro de la economía mundial. El país nórdico es privilegiado por contar con bastantes recursos naturales y su principal actividad económica es la explotación y producción de gas y petróleo. Muestra de ello es que más del 15% de los trabajos están directamente vinculados con la actividad petrolera. En adición, por su posicionamiento geográfico, cuenta una sólida industria hidroeléctrica y, en menor proporción, un sector agrícola y pesquero desarrollado.

En primer lugar, según el Banco Mundial, Noruega es el segundo país que cuenta con una mayor renta per cápita y se ve traducido en el comportamiento del consumo privado mostrado en la Figura 1. En la última década, el GDP creció más del 100% explicado por el gran desarrollo que ha tenido su industria de hidrocarburos. Dada a la poca densidad poblacional, el consumo per cápita en el país ha tenido un comportamiento ascendente llegando hasta 75.4 miles de coronas noruegas. Vemos que este no ha sido muy variado y su tendencia cuenta con el valle más pronunciado a inicios del 2020 por la pandemia. Esta variable se recuperó rápido de este choque idiosincrático pues el país supo gestionar correctamente la crisis sanitaria y en el segundo trimestre decretó el fin de la pandemia.

Por otro lado, la tasa de empleo en el país nórdico ha tenido un comportamiento favorable para su economía. Si bien este indicador es menor actualmente en comparación a inicios del 2000, este ha fluctuado entre el 97% y 95% gracias a la eficiencia de las políticas gubernamentales. En los últimos años, los programas sociales implementados por el gobierno noruego han climatizado el mercado laboral alcanzando su pleno crecimiento. Esto podría verse traducido en que la tasa de empleo no se haya desplomado durante la pandemia. La renta per cápita es una de las más altas en el mundo. Esta asciende a 73,524 euros al año y esto explica, en parte, el gran atractivo de las personas para trabajar en Noruega. En el mercado laboral no existe una remuneración mínima establecida por ley, pero debemos reconocer que en sectores con menos renta y en las cuales se forman sindicatos laborales, existe un convenio que determina un umbral para el salario establecido.

Por su parte, la inversión privada en Noruega ha tenido un comportamiento creciente y no tan volátil a lo largo de los años. Desde 2004, el gobierno nórdico viene implementando nuevos programas para promover la inversión internacional en el país. Es importante destacar que este indicador no se vio mermado por la llegada de la pandemia, en parte por la gran estructura fiscal que se implementó en el país. Esto sumado a que existe una sólida estabilidad política lo que hace más atractivo invertir en dicho país. Las principales inversiones se encuentran en el sector de hidrocarburos por el gran desarrollo que tiene el país en el sector petrolífero. Actualmente, el gobierno noruego anunció que congelará los fondos rusos y comenzará campañas para desligarse con dichos equity. Esto podría golpear

un poco la inversión en el mediano plazo, pues empresas nórdicas contaban con una activa participación en el mercado petrolero ruso.

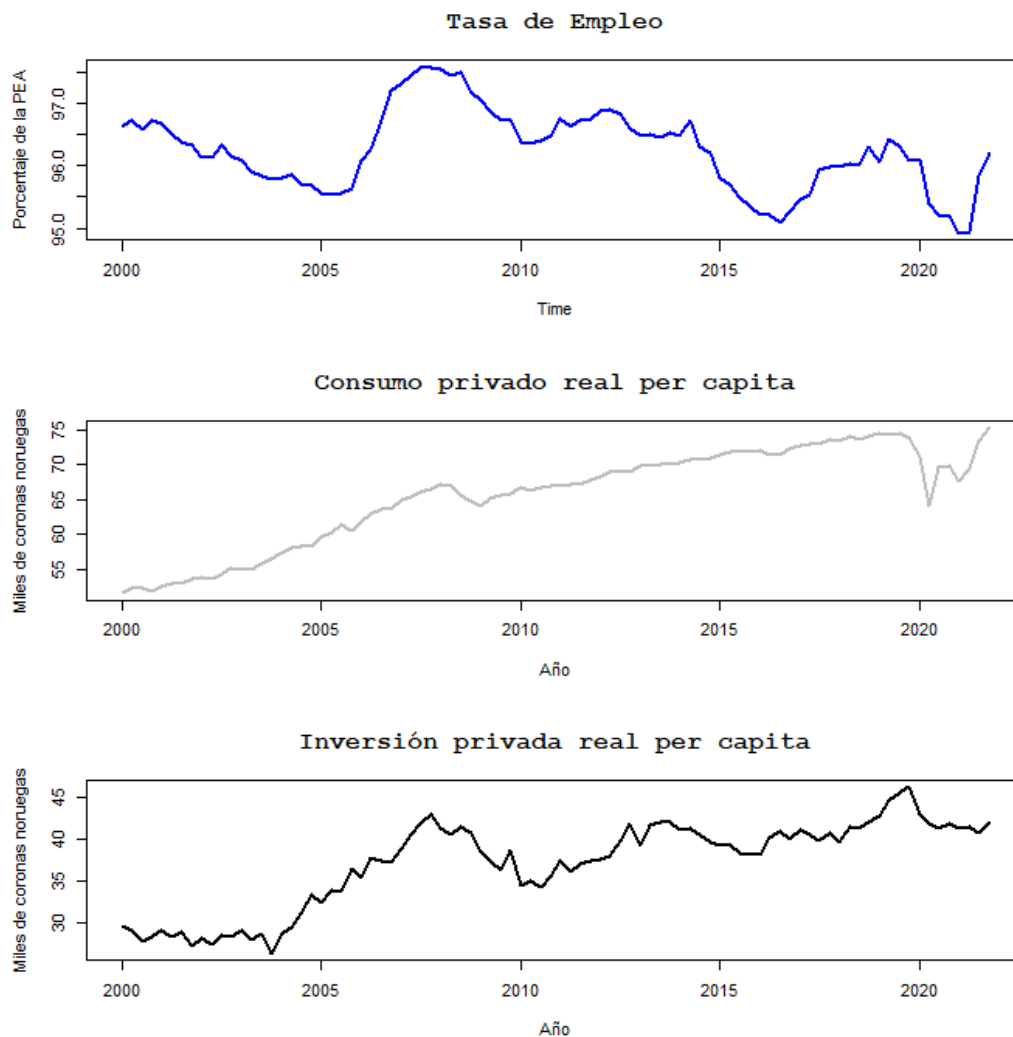


Figura 1

Tratamiento de la data

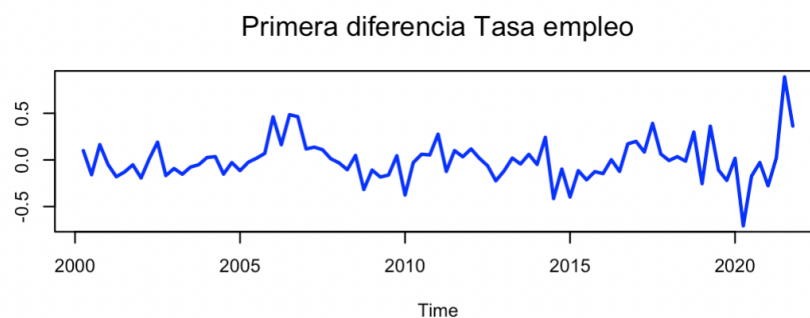
Al haber observado la tendencia estocástica de los gráficos anteriores de las variables a analizar, se puede intuir que las series podrían tener raíz unitaria. Para confirmar ello se debe realizar la prueba de Dickey-Fuller aumentada: test ADF. Sin embargo, antes es necesario verificar qué gráficos cuentan con constante y tendencia determinística. Vemos sus desviaciones son largas y no logran regresar a su media. Dado el análisis gráfico, se concluye que la variable empleo, inversión y consumo privados posee constante dado que no inicia desde cero, pero no cuenta con tendencia determinística, mientras que las variables consumo e inversión cuentan con constante y tendencia determinística. Esto nos servirá para la especificación del test de raíz unitaria. Recordemos que estos test son muy sensibles a la especificación y podríamos tener errores de inferencias.

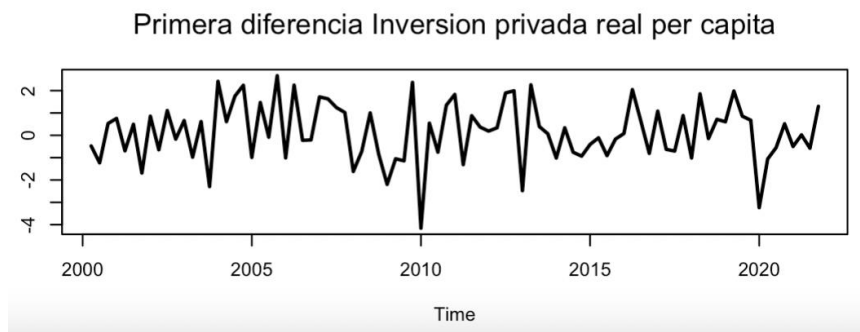
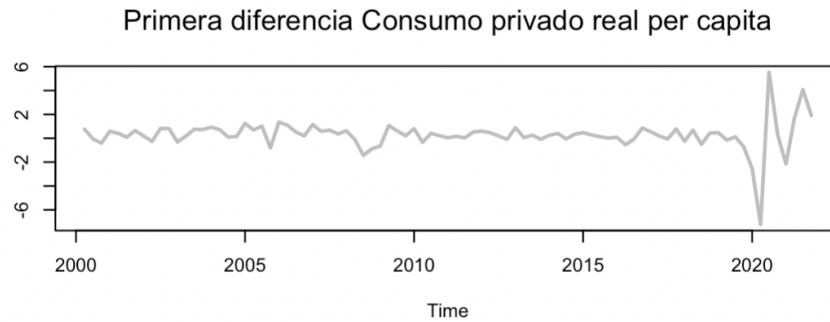
Prueba de Dickey-Fuller Aumentada
<pre>adfTest(E,lags=1,type="c") adfTest(C,lags=1,type="ct") adfTest(I,lags=1,type="ct")</pre>

Una vez ejecutada la prueba se obtienen los siguientes resultados bajo la hipótesis nula:

Prueba de Dickey-Fuller Aumentada		
$H_0: \beta = 0 (\varphi = 1) \rightarrow \text{Tiene raíz unitaria (No estacionario)}$ $H_1: \beta = 1 (\varphi = 0) \rightarrow \text{No tiene raíz unitaria (Estacionario)}$		
Empleo	Consumo	Inversión
p-value (si es > 0.05 aceptamos H_0 al 95% de confianza)		
0.2493	0.4827	0.6915
Aceptamos H_0	Aceptamos H_0	Aceptamos H_0

Dado que aceptamos la hipótesis nula para las 3 variables, concluimos que las 3 series poseen raíz unitaria. Por lo tanto, procedemos a estacionarizarlas bajo primeras diferencias y a graficar el resultado de estas nuevas series:





Una vez observadas las series, se logra apreciar que las tres parecen ser estacionarias y con media constante e igual a cero, ya que a pesar de las diferentes divergencias que tiene cada serie todas logran regresar a su media rápidamente. Asimismo, estas se asemejan mejor a un ruido blanco, por lo cual no poseen constante. Para confirmar la ausencia de raíz unitaria se procede a realizar el test ADF.

Prueba de Dickey-Fuller Aumentada
<pre>adfTest(dE,lags=1,type="nc") adfTest(dC,lags=1,type="nc") adfTest(dI,lags=1,type="nc")</pre>

Prueba de Dickey-Fuller Aumentada		
$H_0: \beta = 0 (\varphi = 1) \rightarrow \text{Tiene raíz unitaria (No estacionario)}$ $H_1: \beta = 1 (\varphi = 0) \rightarrow \text{No tiene raíz unitaria (Estacionario)}$		
Primeras diferencias		
Empleo	Consumo	Inversión
p-value (si es < 0.05 rechazamos H_0 al 95% de confianza)		
0.01	0.01	0.01
Rechazamos H_0	Rechazamos H_0	Rechazamos H_0

Una vez estacionarizadas las series, se procede a verificar si poseen estacionalidad. Para ello se intuye que el consumo sería una posible variable con estacionalidad, ya que el consumo puede darse con mayor magnitud durante épocas específicas del año como Navidad o festividades propias del país. Asimismo, el empleo también puede atravesar este fenómeno dadas las características del mercado laboral noruego, por ejemplo, esto puede ocurrir en el verano. Para comprobar todo lo anterior se procede a realizar el test de Ollech-Webel para las tres variables, dicho test combina resultados de una prueba QS y KW (Krush Wallis) en los residuos de un modelo automático no estacional ARIMA. Si en la prueba QS, el p-value es menor 0.01 o en la prueba KW, es menor a 0.002, la serie se considerará estacional.¹ En resumen, si los residuos arrojan el resultado FALSE, la serie no es estacional, mientras que con el resultado TRUE esta sí lo es a través de la estimación del modelo ARIMA para las series.

Prueba de Ollech-Webel		
<p>QS test: $H_0: p(k) \leq 0, \text{ para } k \in \{\tau, 2\tau\} \rightarrow \text{estadístico QS} = 0$ $H_1: p(k) > 0, \text{ para } k \in \{\tau, 2\tau\} \rightarrow \text{estadístico QS} \neq 0$ El test QS verifica si existe una autocorrelación positiva en los rezagos estacionales.</p> <p>KW test: $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_\tau$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_\tau$ El test KW modifica el test de Friedman, el cual verifica si existen diferencias entre rangos medios específicos de valores del vector $\{z_t\}$.</p> <p>(Ollech & Webel, 2020)</p>		
Empleo	Consumo	Inversión
p-value		
0.4333196	0.9256755	0.4333196
Test WO		
FALSE	FALSE	FALSE

El resultado de dicho test demuestra que no existe estacionalidad en las series. Esto no es sorprendente para las series de Consumo e Inversión pues ya las descargamos desestacionalizada, mas si puede ser sorprendente para la tasa de empleo. Que el empleo no sea estacional significa que el mercado laboral noruego es bastante estable y la mayoría de miembros de la PEA se encuentran con empleo durante todos los periodos del año.

Para terminar el tratamiento de la data, procederemos a comprobar a través del test OCSB (Orsborn, Chui, Smith y Birnchenhall) la existencia de raíces unitarias estacionales. Dicha prueba utiliza valores críticos propios (OCSB t-ratios) para los periodos estacionales que se

¹ R documentation: Ollech and Webel's combined seasonality test [Package seastests version 0.15.4 Index]

desea analizar introducidos en simulaciones de 10 000 replicaciones.² Este test nos puede ayudar a saber si realmente lo que necesitamos no es aplicar primeras diferencias simples, sino primeras diferencias estacionales; específicamente entre trimestres (es decir, cada 4 periodos). Vemos conveniente aplicar este test por las características de nuestras variables: Como fue explicado previamente, es muy factible pensar que pueda haber una relación del valor de las variables hoy con el del próximo año; y si bien ya se descartó una relación estacional simple, puede que esta relación estacional se dé mediante un proceso I(1). Además, existe literatura en donde se ve recomendable aplicar este test a las variables usadas: Por ejemplo, los mismos autores del test ven conveniente realizárselo al consumo (no duradero); mientras Jones & Hyclak (1999) lo aplican a la tasa de desempleo. Los resultados son los siguientes.

Prueba OCSB		
$H_0: X_t \sim I(1,0)$; hay raíz unitaria estacional $H_1: X_t \sim I(0,1)$; no hay raíz unitaria estacional (Osborn, Chui, Smith & Birchenhall, 1988)		
Empleo	Consumo	Inversión
5% critical value (donde el valor crítico OCSB es igual a -1.8927)		
-5.5386	-2.4138	-5.09
Rechazamos H_0	Rechazamos H_0	Rechazamos H_0

Una vez resuelto el test, se observa que tampoco existen raíces unitarias estacionales en las series, por lo que la data ya se encuentra lista para analizarse bajo una estructura VAR.

Estimación e identificación del modelo VAR

Para la estimación del modelo VAR reducido, lo primero que hicimos fue hallar el número de rezagos óptimo del modelo VAR. Para esto usamos el comando "VARselect" sin incluir una tendencia ni una constante debido a que el análisis se realiza sobre las primeras diferencias de todas las variables. Además, especificamos 20 rezagos como máximo. Observamos la cantidad de rezagos óptima de acuerdo con distintos criterios de información.

AIC(n)	HQ(n)	SC(n)	FPE(n)
20	1	1	1

Tabla 1. Criterios de Información

² R documentation: ocsb.test: Osborn, Chui, Smith, and Birchenhall Test for Seasonal Unit Roots [forecast version 8.16]

El criterio de Akaike arroja 20 rezagos óptimos, pero no lo tomamos en cuenta pues tiende a ser una función creciente del número de rezagos y por tanto no es informativo ya que tiende al rezago máximo; por otra parte, el criterio de información bayesiana de Schwarz(SC), el Criterio de información de Hannan y Quinn (HQ) y el error de predicción final (FPE) concuerdan en que el menor criterio de información es obtenido cuando el número de rezagos es solo 1, con lo cual el modelo a ser usado será un VAR(1).

A continuación, realizamos una estimación de los coeficientes del VAR(1) reducido con las variables en primeras diferencias por OLS y analizamos la significancia de los coeficientes hallados con una matriz de varianzas-covarianzas hallada bajo el método “sándwich”.

Ecuación 1: Empleo				
	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
Intercepto	-0.0149533	0.0254089	-0.5885	0.5578
dE_t-1	0.1538816	0.1184236	1.2994	0.1974
dC_t-1	0.0358233	0.0256023	1.3992	0.1655
dI_t-1	0.0076926	0.0208735	0.3685	0.7134
Ecuación 2: Consumo				
	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
Intercepto	0.25665	0.22356	1.1480	0.2543
dE_t-1	-0.13697	0.95674	-0.1432	0.8865
dC_t-1	-0.03351	0.33433	-0.1002	0.9204
dI_t-1	0.14841	0.18923	0.7843	0.4351
Ecuación 3: Inversión				
	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
Intercepto	0.148498	0.132899	1.1174	0.26710
dE_t-1	1.056334	0.592329	1.7834	0.07823
dC_t-1	0.175337	0.092564	1.8942	0.06172

dI_t-1	-0.241853	0.117410	-2.0599	0.04258*
--------	-----------	----------	---------	----------

Estos resultados mostrarían que el único coeficiente significativo al 95% de confianza es la Inversión rezagada un periodo con respecto a la inversión actual; sin embargo, al ser resultados reducidos no podemos realizar inferencias acerca de estos resultados, por lo que son meramente informativos.

Estabilidad del Modelo:

Ahora pasaremos analizar si nuestro modelo VAR(1) reducido es estable o no. Para esto, en primer lugar, calcularemos las raíces de cada uno de las ecuaciones y veremos si estas se encuentran fuera del círculo unitario, lo que sería motivo de estabilidad. Debido a que el modelo es un VAR(1), obtenemos tres raíces (una por cada ecuación), hallando los siguientes resultados por medio del comando “roots”:

Raíces invertidas	0.66967048	0.56248769	0.01657558
Raíces	1.493272	1.777817	60.32971

Tabla 2. Raíces del Polinomio de Rezagos

Como podemos ver, todas las raíces invertidas están dentro del círculo unitario, lo que implica que todas las raíces están fuera de este círculo. Esto es condición necesaria para que nuestro modelo sea estacionario a largo plazo.

Además, complementaremos el análisis de estabilidad haciendo uso del comando stability bajo una especificación OLS-CUSUM (por sus siglas en inglés CUMulative SUM). Esto implica calcular los residuos de las distintas ecuaciones del modelo VAR e ir sumándolos acumulativamente. Luego, verificar si esa suma se encuentra en un intervalo de estabilidad un poco mayor al círculo unitario a lo largo del tiempo.

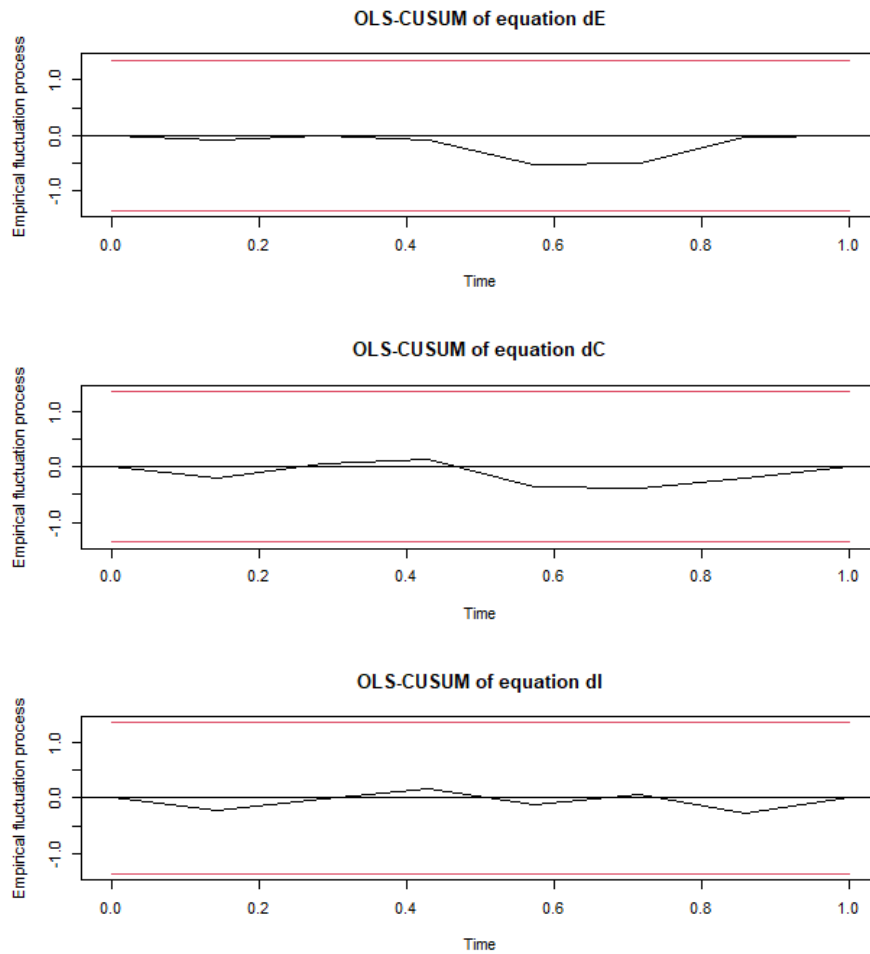


Gráfico 1. Estabilidad del Modelo

Como podemos ver, durante toda la muestra, nuestros residuos acumulados siempre se encuentran dentro del intervalo de confianza al 95%, por ende, esto es señal de estabilidad de nuestro modelo.

Análisis de los residuos:

Para determinar si nuestra especificación VAR(1) para el modelo es correcta evaluamos el comportamiento de los errores reducidos de las 3 ecuaciones de nuestro modelo. Primero empezaremos con un análisis gráfico.

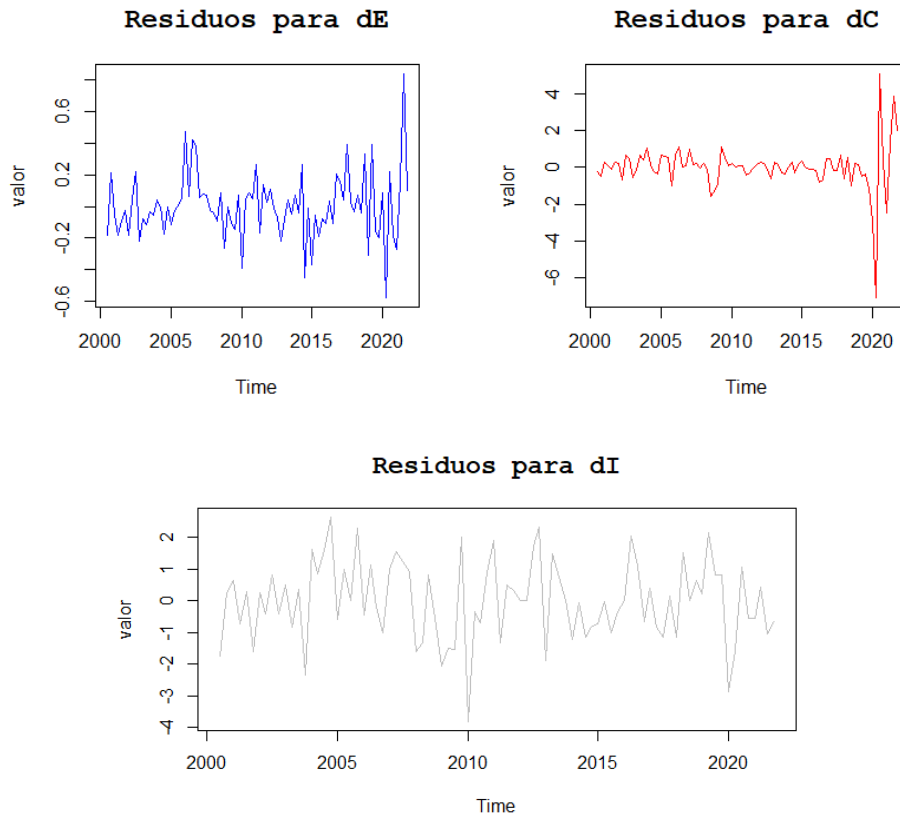


Gráfico 2. Residuos Reducidos

Los 3 gráficos muestran que los residuos se mueven alrededor de una media de 0 y que, si bien tienes desviaciones considerables, están vuelven con relativa rapidez a su media. Por lo que, de acuerdo a lo observado, podríamos señalar que los residuos si bien son estacionarios, no tienen una varianza condicional constante, i.e. tendrían estructuras ARCH.

Centrándonos en el análisis de los residuos lineales, calcularemos las Funciones de Autocorrelación Simple (FAS) y Funciones de Autocorrelación Parcial (FAP) para verificar si los residuos de las ecuaciones de nuestro modelo cuentan o no con autocorrelación serial.

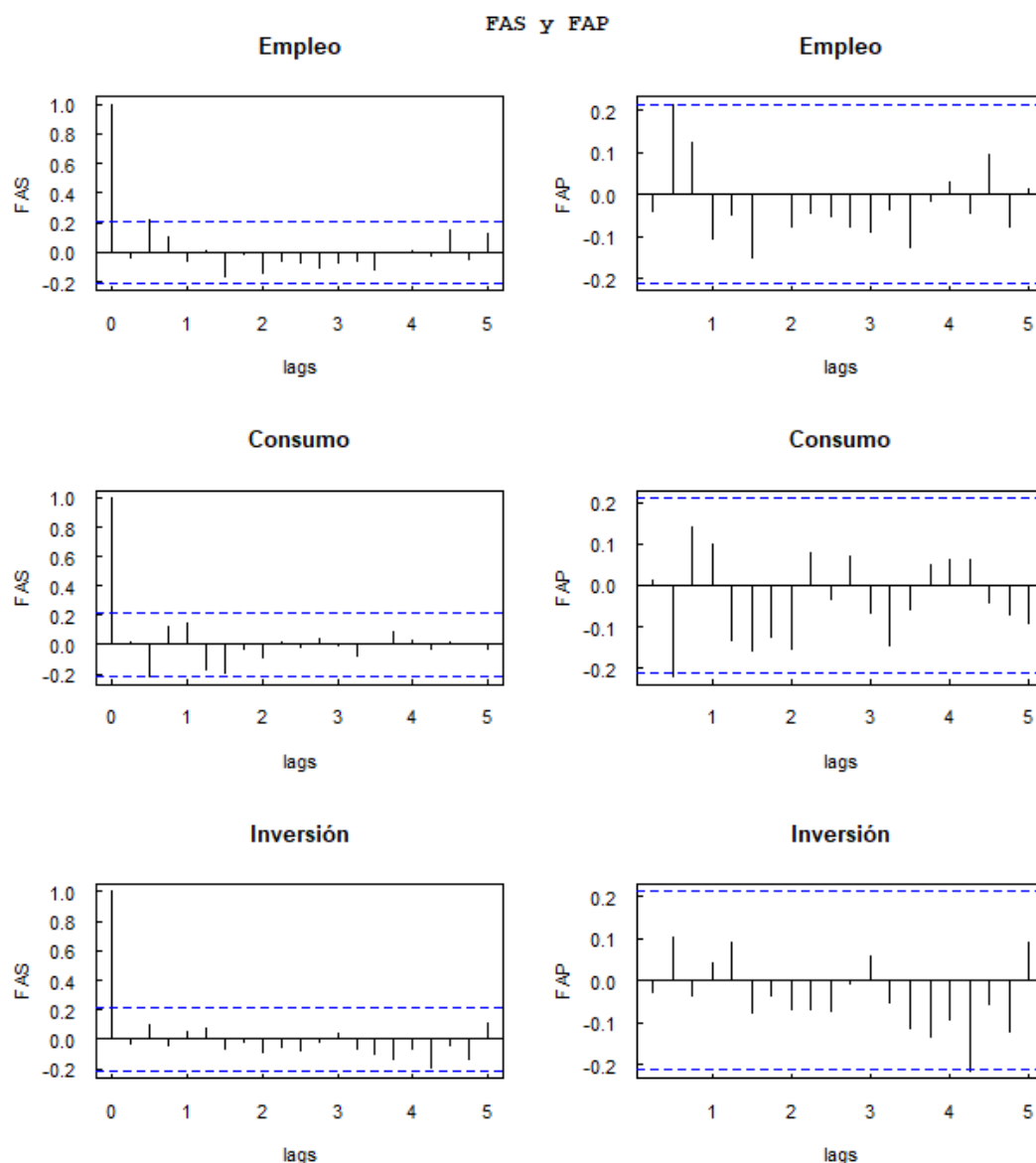


Gráfico 3. FAS y FAP

Como podemos observar, para ningún periodo los residuos están correlacionados, por lo que podemos determinar que estos sí son estacionarios. Luego, para confirmar estos resultados, utilizamos los test de Ljung-box Y Box-Pierce y al 95% de confianza comprobamos que en ninguno de los casos se puede rechazar la hipótesis nula de que las autocorrelaciones de la serie son 0.

H0 : No hay autocorrelación serial				
	Tipo de Test	X-squared	Df	p-value
Ecuación 1	Ljung-Box	10.951	10	0.3613
	Box-Pierce	10.117	10	0.4303
Ecuación 2	Ljung-Box	15.123	10	0.1276
	Box-Pierce	14.054	10	0.1706

Ecuación 3	Ljung-Box	4.0675	10	0.9443
	Box-Pierce	3.7062	10	0.9596

Tabla 2. Test Ljung-Box y Box-Pierce

En los 3 casos no se rechaza la hipótesis nula y por tanto no podemos decir que haya autocorrelación serial, si bien hay sospechas de estructuras ARCH, los residuos lineales si están incorrelacionados serialmente, por ende, esto hace indicar que nuestro VAR reducido está bien especificado.

Normalidad de los Residuos:

Además, se hizo un test de normalidad de los residuos del modelo, bajo el cual al 95% de confianza no podemos rechazar la hipótesis nula del test de normalidad multivariado de Jarque-Bera, por lo que nuestros residuos seguirían una distribución normal.

\$JB

JB-Test (multivariate)

data: Residuals of VAR object modelo
Chi-squared = 4.6588, df = 6, p-value = 0.5883

Test 1. Test de Normalidad

Análisis de los Residuos al cuadrado:

Como señalamos anteriormente, tenemos grandes sospechas que los residuos, si bien son estacionarios, no tienen una varianza condicional constante, es decir, tienen estructuras ARCH. Empezaremos nuestro análisis graficando las series de los residuos al cuadrado de cada una de las ecuaciones del modelo:

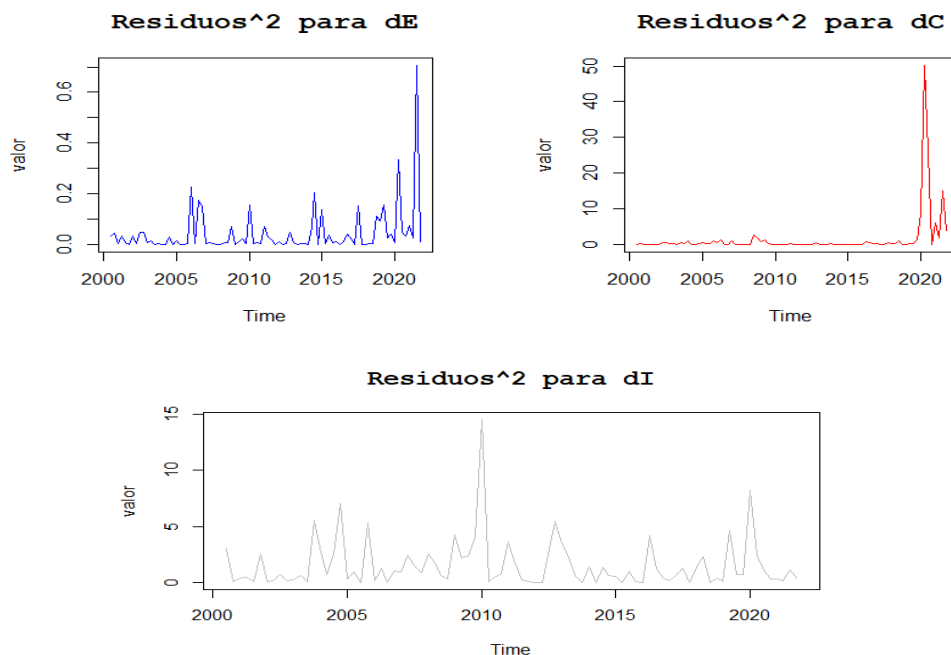


Gráfico 4. Residuos al Cuadrado

Como podemos observar, ninguna de estas series se comporta como una serie que no se despegue del cero, sino que cuentan con grandes desviaciones de su media, lo que es una señal que los residuos siguen una estructura ARCH. Queda la duda si los residuos del consumo para antes del 2020 seguirían o no una estructura ARCH, pues podemos observar que para el intervalo 2000-2019 los residuos al cuadrado son prácticamente una línea estable que ronda el cero.

Causalidad de Granger:

Por último, probaremos si nuestras variables son buenas para predecirse entre sí, es decir, veremos si se causan a la Granger. Esto significa que el error cuadrático medio de una variable A (usado para su predicción) cambia si, para su cálculo, se condiciona por la variable B. Si pasa eso, podemos señalar que B causa a la Granger a A. En otras palabras, buscamos probar si la información brindada por otra variable resulta en mejores predicciones para otra variable. Para esto, utilizamos el comando "grangertest", obteniendo los siguientes resultados

Test de Granger para las distintas series del VAR(1)									
Hipótesis Nula: No existe causalidad a la Granger									
Granger causality test					Granger causality test				
Model 1: dE ~ Lags(dE, 1:1) + Lags(dC, 1:1)					Model 1: dE ~ Lags(dE, 1:1) + Lags(dI, 1:1)				
Model 2: dE ~ Lags(dE, 1:1)					Model 2: dE ~ Lags(dE, 1:1)				
Res.Df Df F Pr(>F)					Res.Df Df F Pr(>F)				
1 4					1 4				
2 5 -1 0.4493 0.5394					2 5 -1 2.543 0.186				
Granger causality test					Granger causality test				
Model 1: dC ~ Lags(dC, 1:1) + Lags(dE, 1:1)					Model 1: dC ~ Lags(dC, 1:1) + Lags(dI, 1:1)				
Model 2: dC ~ Lags(dC, 1:1)					Model 2: dC ~ Lags(dC, 1:1)				
Res.Df Df F Pr(>F)					Res.Df Df F Pr(>F)				
1 4					1 4				
2 5 -1 0.1766 0.6959					2 5 -1 3.0133 0.1576				
Granger causality test					Granger causality test				
Model 1: dI ~ Lags(dI, 1:1) + Lags(dE, 1:1)					Model 1: dI ~ Lags(dI, 1:1) + Lags(dC, 1:1)				
Model 2: dI ~ Lags(dI, 1:1)					Model 2: dI ~ Lags(dI, 1:1)				
Res.Df Df F Pr(>F)					Res.Df Df F Pr(>F)				
1 4					1 4				
2 5 -1 2.5733 0.1839					2 5 -1 2.2264 0.2099				

Tabla 3. Causalidad de Granger

El estadístico F es denotado con la letra F y su respectivo p-value es el valor que está a la derecha de cada tabla. En todas las tablas el p-value es mayor a 0.05; por lo tanto, no podemos rechazar la hipótesis nula, con lo cual no hay causalidad de Granger.

Esto no es un resultado sorprendente pues, como vimos previamente, ninguno de los coeficientes de la estimación por OLS de las ecuaciones de nuestro modelo VAR(1) era significativo al 95%, a excepción del coeficiente del primer rezago de la Inversión para la ecuación de la Inversión. Todo esto nos indica que si bien nuestro modelo se ajusta bien a los datos (menor criterio de información y residuos estacionarios y normales), no es bueno para la predicción.

Estimación del modelo VAR en su forma estructural

Con el fin de poder trasladar toda la intuición obtenida en nuestro modelo VAR reducido a un modelo VAR estructural, es necesario obtener, de la teoría económica, tres restricciones (debido a que contamos con $k=3$ variables) que describan las relaciones contemporáneas entre nuestras variables usadas (empleo, consumo e inversión). Para esto, nos apoyaremos en un modelo simple de ciclos económicos reales basado en el modelo de Kydland, & Prescott (1982), el cual nos apoyará en obtener y fundamentar intuiciones económicas que nos permitan hallar las restricciones de nuestra matriz B_0 . Cabe resaltar que el modelo usado es netamente informativo, pues consideramos que las mismas restricciones halladas pueden obtenerse mediante modelos con otras especificaciones (ej. rigideces). El modelo cuenta con las siguientes ecuaciones:

a) Firma:

$$\text{Producción: } Y_t = K_t^\alpha [A_t * L_t]^\alpha$$

$$\text{Inversión: } K_t = K_{t-1} + I_{t-1} - \gamma K_{t-1}$$

$$\text{Salario: } w = PMg_L$$

$$\text{Problema: } \max \Pi = \sum \Omega_{t+k,t} [Y_t - w_t L_t - I_t]$$

b) Familias:

$$\text{Problema: } \max U = \sum \beta^k_{t+k,t} [u_{t+k}(c_t, (1-n)_t)]$$

$$\text{R. Presupuestaria: } C_t + B_t = w_t N_t + (1 + r_{t-1})B_{t-1}$$

$$\text{Donde: } y_t = w_t N_t = C_t + B_t - (1 + r_{t-1})B_{t-1} = C_t + S_t$$

Además, asumimos la presencia de una propensión marginal a consumir $\delta \in [0, 1]$ tal que $\delta y_t = c_t$ para todos los periodos. Creemos que esto es un supuesto válido para la economía noruega, puesto que esta se caracteriza por un mercado laboral estable, salarios relativamente altos y que permiten a las familias planificar eficientemente el modo en cómo usarán los ingresos. No obstante, asumimos que también es factible pensar que δ no es enteramente fijo, sino que puede variar si las familias lo consideran adecuado. Es decir, δ es una aproximación/descripción del comportamiento recurrente de las familias más que una restricción estricta de este.

c) Economía:

Asumimos economía cerrada y sin gobierno, por lo que:

$$\text{PBI: } Y_t = C_t + I_t$$

$$\text{Ahorro es igual al gasto: } S_t = I_t$$

Crecimiento de N_t y A_t se da de tal forma que son un AR(1)

Viendo las ecuaciones podemos evaluar las relaciones entre las distintas variables de interés:

1) Consumo-Inversión:

- a. El Consumo sí afecta contemporáneamente a la Inversión. Dado que las familias se caracterizan por querer suavizar su consumo a lo largo del tiempo (se rigen bajo la teoría del ingreso permanente), cambios en el consumo de hoy implican cambios en toda la planificación de consumo que tienen las familias en los siguientes periodos. Para estos cambios, las familias usan el ahorro para trasladar los consumos durante el tiempo. Por lo que cambios en el consumo presente implican cambios en el ahorro presente y, debido a que el ahorro se convierte contemporáneamente en inversión (algo factible en una economía altamente bancarizada y conectada a los mercados de valores como la noruega), también genera cambios en la inversión presente.
- b. La Inversión no afecta contemporáneamente al Consumo. Por un lado, ya hemos visto que el ahorro no determina al consumo, sino lo contrario. Por otro lado, se puede pensar que aumentos en la inversión derivan en aumentos de capital que ocasionan que, debido a la complementariedad productiva capital/trabajo, aumente la productividad laboral y, por ende, los sueldos; lo que derivaría en un mayor ingreso a las familias que puede generar un mayor consumo. Si bien esto es cierto, recordemos que la inversión recién se materializa en capital un periodo posterior, por lo que ese efecto descrito en la oración previa se realizaría en el siguiente periodo.

2) Empleo-Consumo:

- a. El Empleo sí afecta contemporáneamente al Consumo. Dado que las familias obtienen principalmente sus riquezas de sus ingresos laborales, cambios en el empleo están ligados directamente a cambios en los ingresos y, por ende, a las decisiones de consumo de las familias. No obstante, si bien se sabe que habrá un cambio en los ingresos agrupado de todas las familias de la economía, no se sabe si este cambio será positivo o negativo. Esto dependerá si prevalece el efecto reducción de salarios (debido a la reducción de la Prod. Mg. del trabajo) o el efecto aumento del número de trabajadores.
- b. El Consumo no afecta contemporáneamente al Empleo. Bajo contexto noruego (altos salarios y trabajos estables), es factible pensar que si las familias buscan consumir más en un periodo en particular no buscarán trabajar más para aumentar sus ingresos, sino que cambiarán la distribución de sus ingresos, es decir, variarán su δ .

3) Empleo-Inversión:

- a. El Empleo sí afecta contemporáneamente a la Inversión. Dado a la relación complementaria de productividad entre Capital/Trabajo, un aumento en el número de trabajadores hará que la productividad marginal del capital incremente. Esto genera que la decisión óptima de capital de las firmas sea mayor y, por consiguiente, busquen aumentar sus inversiones actuales con el fin de llegar a ese óptimo.
- b. La Inversión no afecta contemporáneamente al Empleo. Por lógica, si señalamos que el Empleo afecta actualmente al Consumo y el Consumo no se ve afectado contemporáneamente por la Inversión, señalar que la Inversión afecta contemporáneamente al Empleo implicaría que la Inversión afectaría al Consumo, lo cual ya señalamos

que no es cierto. Por consiguiente, para no caer en contradicciones, la Inversión no afecta actualmente al Empleo.

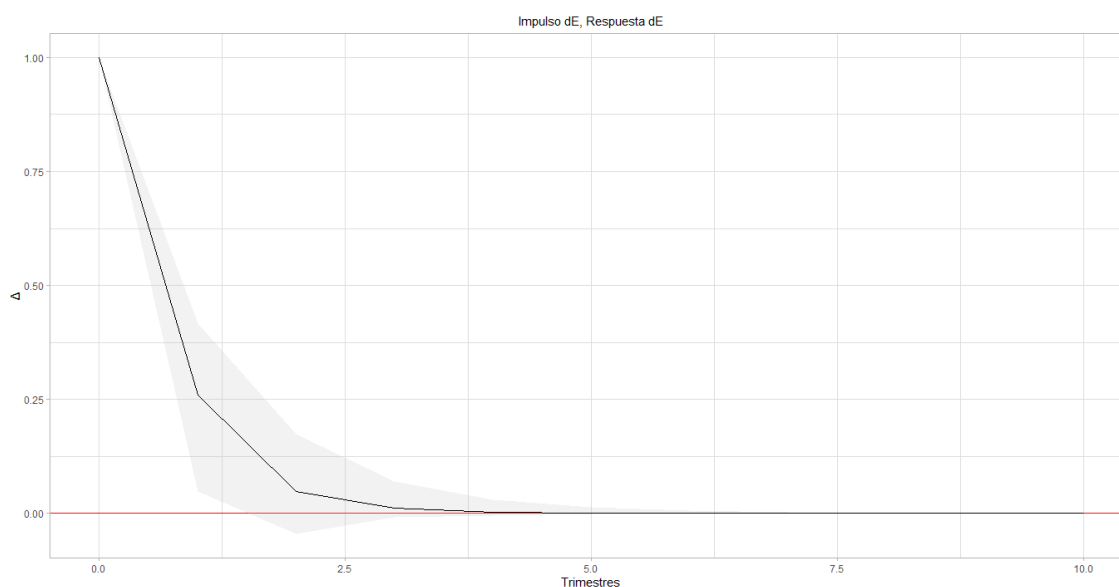
Todas estas intuiciones nos permiten obtener las tres restricciones que necesitábamos para armar nuestra matriz B_0 , las cuales son similares a las restricciones de Sims donde el orden de exogeneidad (de más a menos) sería el siguiente: 1) Empleo, 2) Consumo y 3) Inversión.

Por ende ya podemos estimar nuestro SVAR(1) con el vector $Y_T = [\Delta E_t \ \Delta C_t \ \Delta I_t]^T$

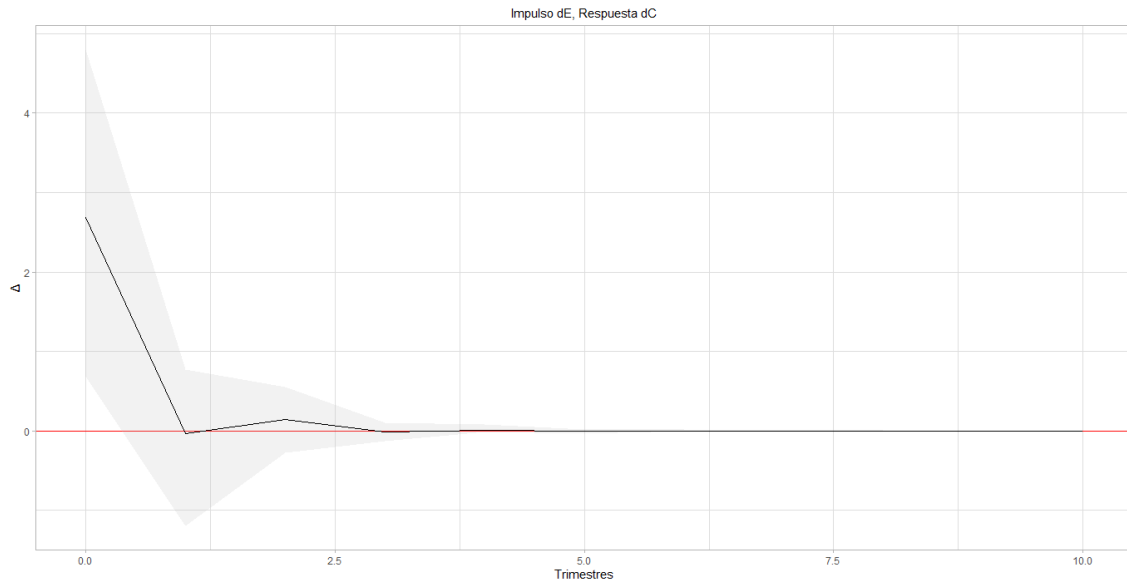
y la matriz $B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & 1 \end{pmatrix}$.

Las Funciones Impulso-Respuesta obtenidas son las siguientes:

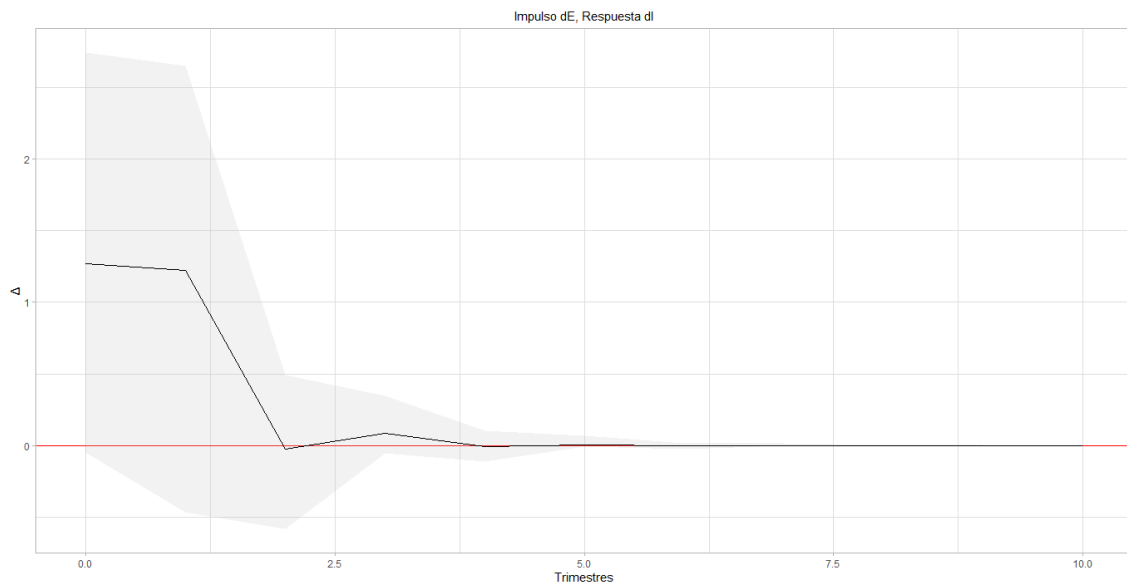
Empleo como impulso:



Como era de esperar un shock de empleo tiene un efecto positivo sobre sí mismo, el cual se mantiene positivo hasta su extinción en el tercer periodo y solo sigue siendo significativo hasta el periodo posterior. Debido a que la economía noruega tiene una estabilidad laboral fuerte (como ya fue visto), shocks en el empleo pueden ser vistos sobre todo como impulsos estatales al empleo. La forma de la función IR nos indica que al parecer estos impulsos estatales son eficientes (pues siempre siguen el signo de su iniciación) y son de corto plazo, es decir, son muy puntuales.

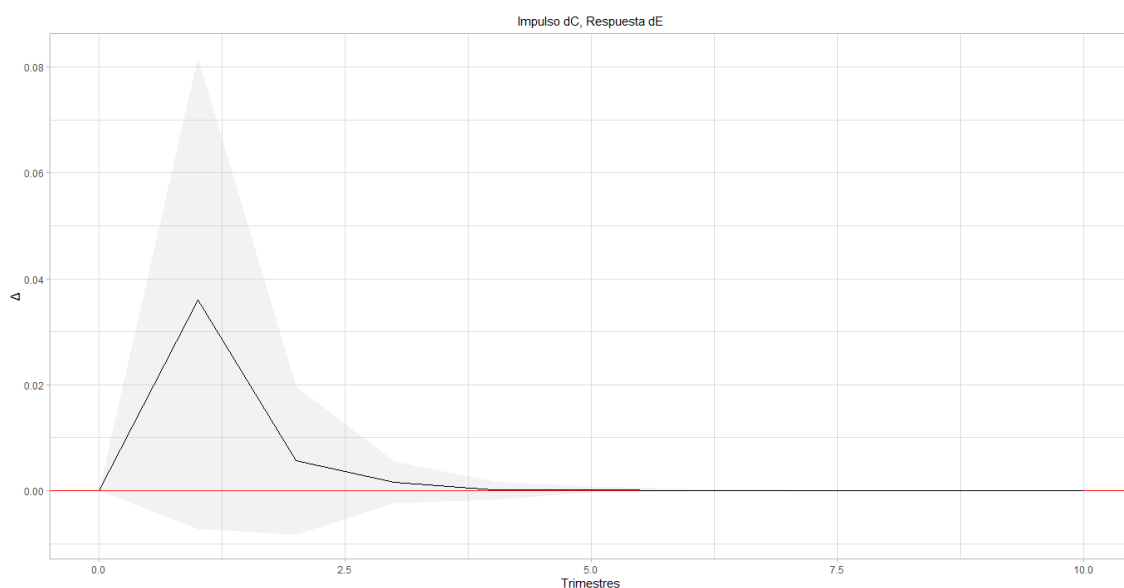


Vemos que la respuesta del consumo ante el shock del empleo es positiva y significativa en el periodo cero, pero para el próximo periodo ya se hace cero e insignificativa. Esto nos muestra que, a ser el efecto positivo, o hay rigideces reales en los salarios o el efecto de mayor trabajadores pondera al efecto menor salario; lo que genera que las familias en $t=0$ sean y se sientan más ricas y, por ende, consuman más.

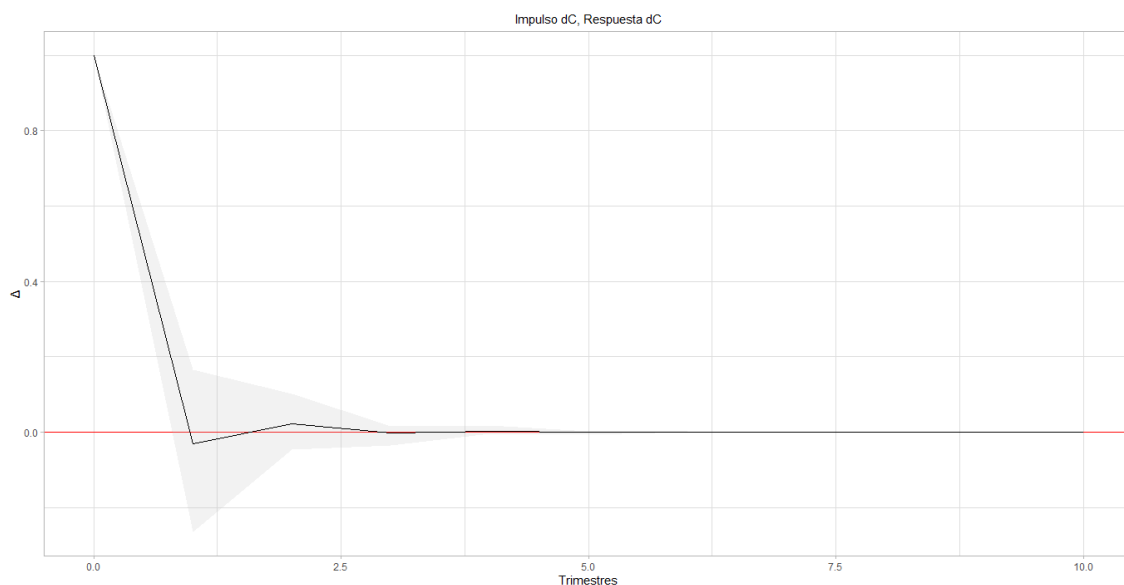


Similar al caso del consumo, el empleo tiene un efecto positivo en la inversión, el cual se desvanece para el segundo periodo, teniendo un breve resurgimiento en el tercero. Esto va acorde a nuestras intuiciones iniciales al momento de construir la matriz B_0 : El empleo aumenta la productividad marginal del capital, lo que incentiva a las empresas a invertir más. Si bien los efectos al 95% no son significativos, creemos, por lo menos para el efecto contemporáneo, que ante una muestra más grande que reduzca nuestro intervalo de confianza podríamos tener efectos significativos.

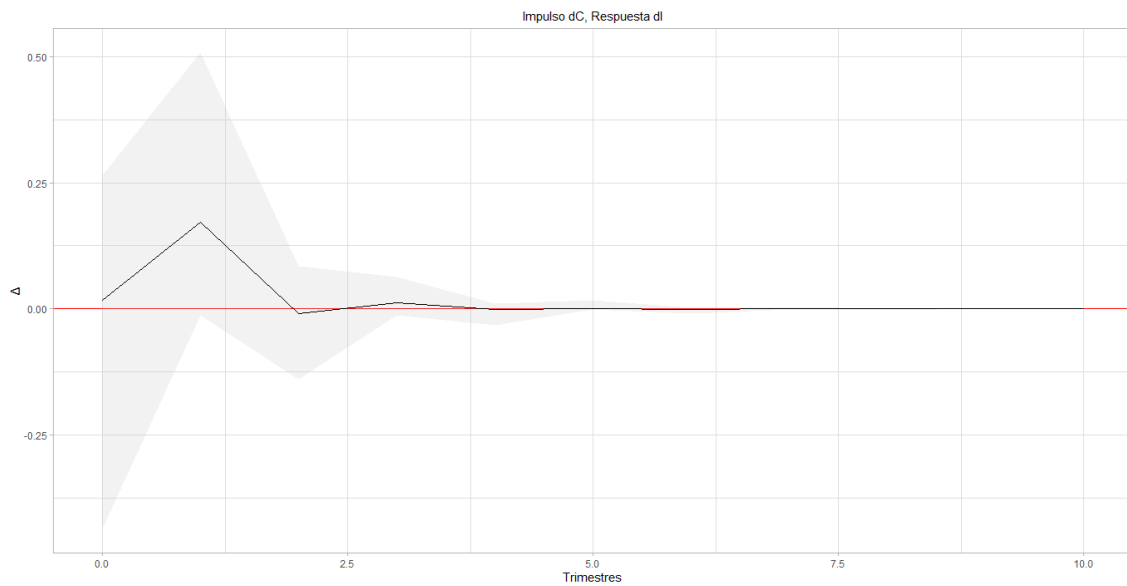
Consumo como impulso:



Debido a la matriz B_0 , el efecto contemporáneo es cero. Luego vemos que el shock afecta positivamente a los dos siguientes periodos hasta desvanecerse los posteriores trimestres. Esto nos cuenta la historia que la economía al observar un shock de consumo se idea condiciones temporales favorables a futuro. Esto invita a las empresas a aumentar su producción y, por consiguiente, contratar más trabajadores. No obstante, los niveles de significancia no nos permiten confirmar esta hipótesis planteada.

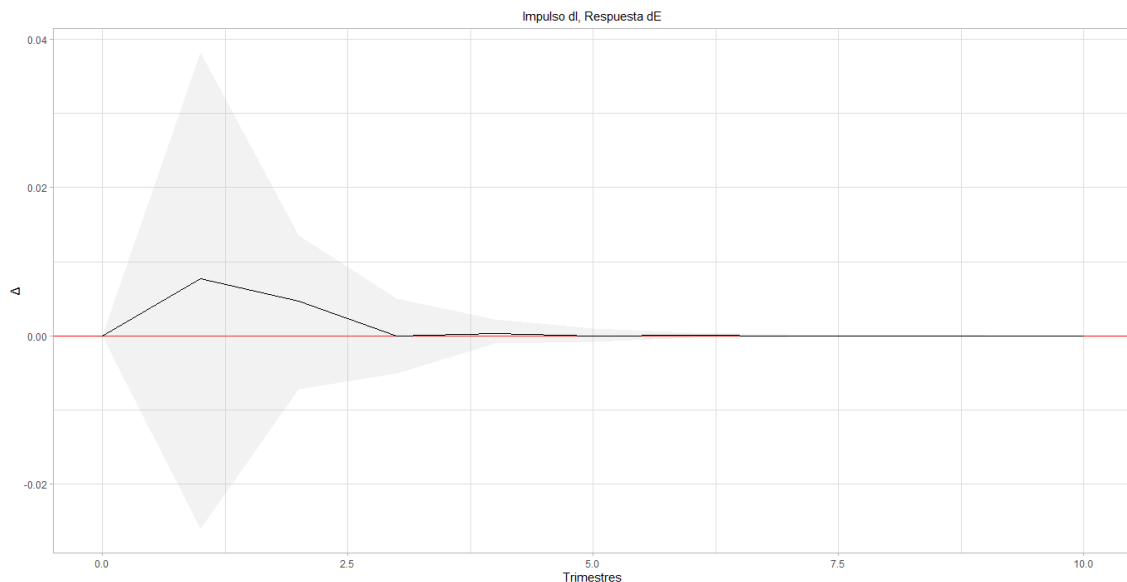


Sin sorpresa, un shock de consumo se afecta positivamente a sí mismo. No obstante, vemos que para los posteriores periodos el efecto de este shock no se distingue estadísticamente de cero. Esto nos hace pensar en un consumo que desvanece rápidamente a los shocks que pueda sufrir. Es decir, familias no tienen aprietos a consumir más ante condiciones favorables de consumo, sin tener que alterar sus planes de consumo a largo plazo. Todo esto indicaría una cultura de consumo responsable y planificado que se da en la nación noruega.

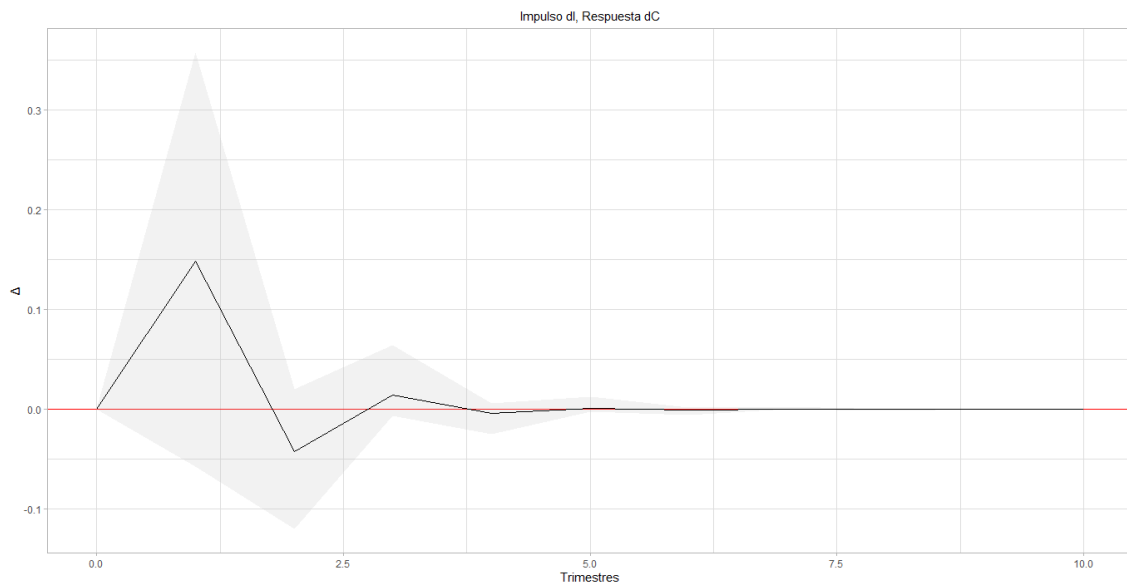


El shock de consumo afecta ínfimamente a la inversión hoy, pero si afecta positivamente a la inversión mañana, para luego volverse no diferenciable de cero. Puede pensarse que un shock de consumo hoy alivia necesidades de consumo mañana, lo que da a la economía un mayor margen para invertir/ahorrar en el periodo posterior. Sin embargo, problemas de significancia no permiten afirmar lo dicho, aunque sospechamos que ante una muestra más grande podríamos obtener intervalos de confianza más estrechos que deriven en conclusiones más sólidas.

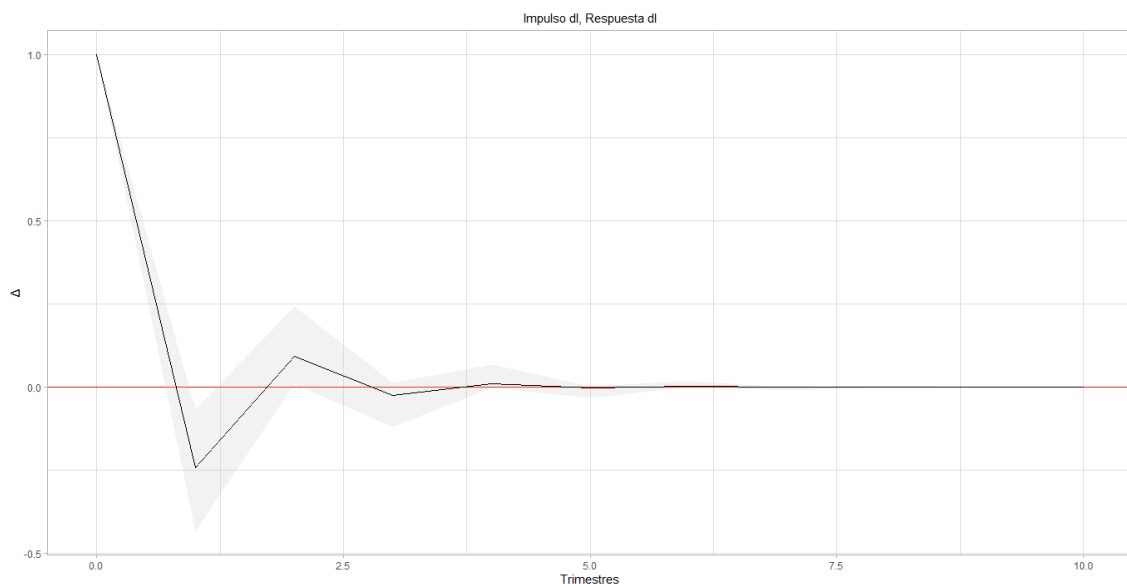
Inversión como impulso:



Observamos que el efecto de un shock de inversión sobre el empleo es positivo para los periodos uno y dos, y luego se vuelve cero. No obstante, su banda de confianza es demasiado amplia como para poder hacer conclusiones al respecto.



Podemos ver que el consumo responde positivamente en el primer periodo al shock de inversión, para el segundo periodo esta respuesta se convierte negativa y en los próximos trimestres el shock prácticamente se desvanece. La respuesta positiva del primer periodo va en línea con el hecho que la inversión recién se materializa en capital un periodo después y, por ende, recién aumenta la productividad marginal del trabajo un periodo posterior provocando que recién en ese trimestre los salarios aumenten y, por consiguiente, las familias en conjunto tengan mayor riqueza para consumir más. El comportamiento negativo del segundo periodo es difícil de describir. Empero, debido a problemas de significancia, no podemos tomar como cierto ninguna de los resultados explicados previamente.



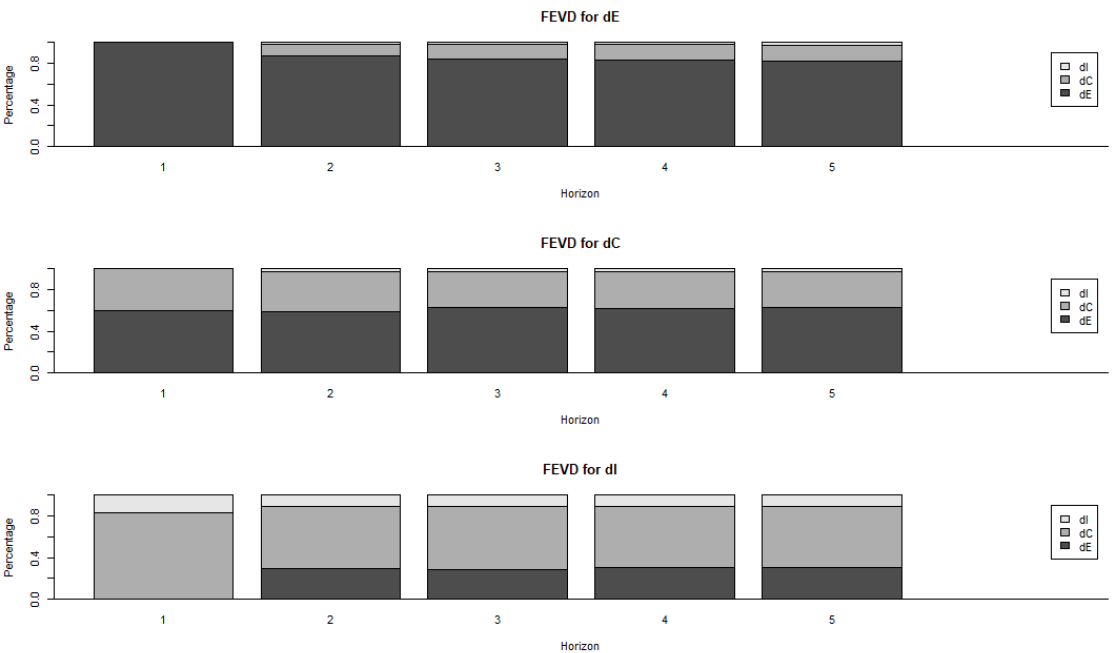
Vemos que la inversión reacciona a sus propios shocks de manera particular: Contemporáneamente el efecto positivo, para el próximo periodo es negativo y para el segundo periodo nuevamente es positiva. En otras palabras, tiene una respuesta en forma de zigzag, siendo significativa hasta el segundo periodo. Este comportamiento nos indica que las empresas ante buen ambiente inesperado para

invertir hoy, deciden adelantar ciertas decisiones de inversión que tenían planificadas el periodo siguiente. Para los próximos periodos las empresas de la economía van adecuando progresivamente su planes de inversión (por eso el comportamiento zigzagueante) hasta que desvanecen cualquier efecto del shock.

Habiendo explicado las funciones impulso-respuesta, ahora pasaremos a analizar las descomposiciones de las varianzas de cada una de las tres variables. Esto nos permitirá qué tanto afecta una variable en la predicción de la otra. Los resultados son los siguientes:

Descomposición para dE			Descomposición para dC			Descomposición para dI		
dE	dC	dI	dE	dC	dI	dE	dC	dI
1	0	0	0.595	0.405	0	0.0001	0.836	0.164
0.873	0.110	0.017	0.587	0.387	0.027	0.293	0.602	0.106
0.845	0.136	0.019	0.627	0.348	0.025	0.284	0.607	0.109
0.830	0.149	0.021	0.623	0.350	0.027	0.309	0.588	0.103
0.825	0.154	0.021	0.627	0.346	0.027	0.308	0.588	0.104

Gráficamente tenemos:



Como podemos observar, para el empleo (dE), lo que más importa para calcular sus pronósticos son los shocks del propio empleo, siempre siendo más del 80% de la descomposición de la varianza. Luego, en orden de relevancia, siguen los shocks de consumo, aportando entre un 10-16% del total de la variabilidad. El aporte de los shocks de inversión es insignificante.

Para el consumo (dC), los shocks más importantes para predecir son los de empleo y los del propio consumo, teniendo un poco más de relevancia los primeros. Al igual que para la descomposición de la varianza del empleo, el aporte de los shocks de inversión es ínfimo.

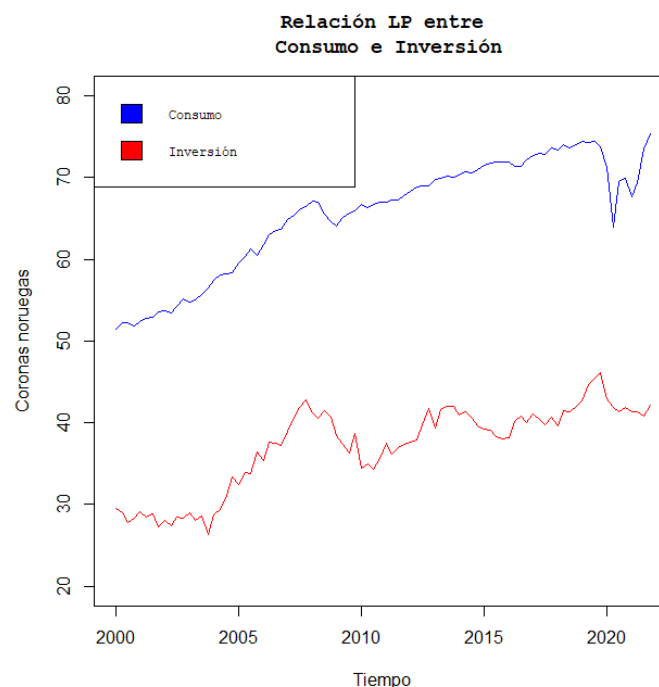
Por último, para la predicción de la inversión a un periodo posterior solamente importan los shocks de consumo y el propio shock de inversión. No obstante, para el resto de periodos los shocks al empleo sí son importante para la predicción de la inversión, posicionándose, en orden de relevancia, en segundo lugar, detrás de los shocks de consumo. En cambio, los shocks de la inversión mantienen para el resto de periodos aproximadamente un 10% del total de la volatilidad necesaria para realizar las predicciones de la propia inversión

Análisis de cointegración

Todo el análisis de las preguntas (b)-(d) ha sido realizado bajo el supuesto que las series analizadas no eran cointegradas y, por consiguiente, era válido aplicarle el operador de primera diferencias con el fin de quitarle la tendencia estocástica. No obstante, si es que algunas de la series presentan cointegración, todo nuestro análisis previo estaría mal y, por ende, debería calcular el VECM de las series.

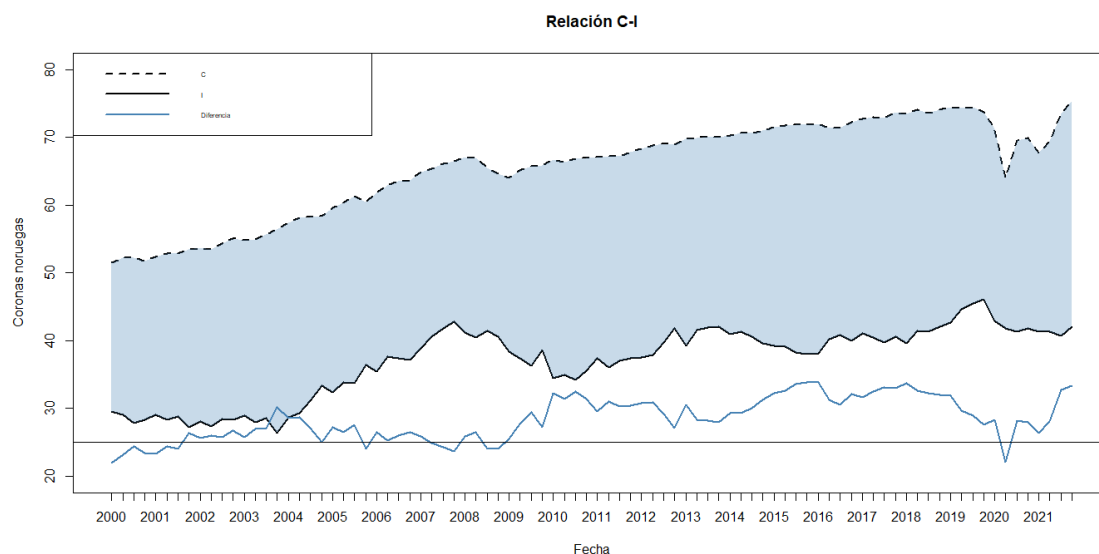
Antes de realizar algún tipo de test de cointegración, empezaremos con un análisis gráfico de las variables para ver si ‘al ojo’ podemos ya tener una idea si las variables son o no cointegradas. Nos centraremos en el análisis de la relación Consumo-Inversión, pues consideramos que, por simple lógica, las relaciones Consumo-Empleo y Consumo-Inversión no deberían tener relaciones estables a Largo Plazo: Mientras el Consumo y la Inversión cuentan con una tendencia creciente, el Empleo se mantiene durante todo el periodo en un rango de 95%-97.5%; lo que es indicativo que la relación del Empleo con esas dos variables no será estacionaria.

Pasando a la gráfica Consumo-Inversión podemos observar que, a priori, no podemos descartar ni avalar la existencia de una relación estacionaria a largo plazo.



Ambas series cuentan con un comportamiento creciente y a simple vista no se puede observar si esta tendencia creciente es similar o diferente entre series. Para tener

una mejor intuición, realizamos un nuevo gráfico, en el cual incluimos la diferencia entre ambas series:



Acá podemos observar que la diferencia simple entre Consumo-Inversión no parece comportarse como una serie estacionaria, sino más bien como una serie con raíz unitaria. Si le aplicamos un test de Engel y Granger a esa diferencia simple, es decir, si aplicamos el test de Engel y Granger al Consumo e Inversión asumiendo que la relación de cointegración entre ambas series es de 1:1 obtenemos los siguientes resultados:

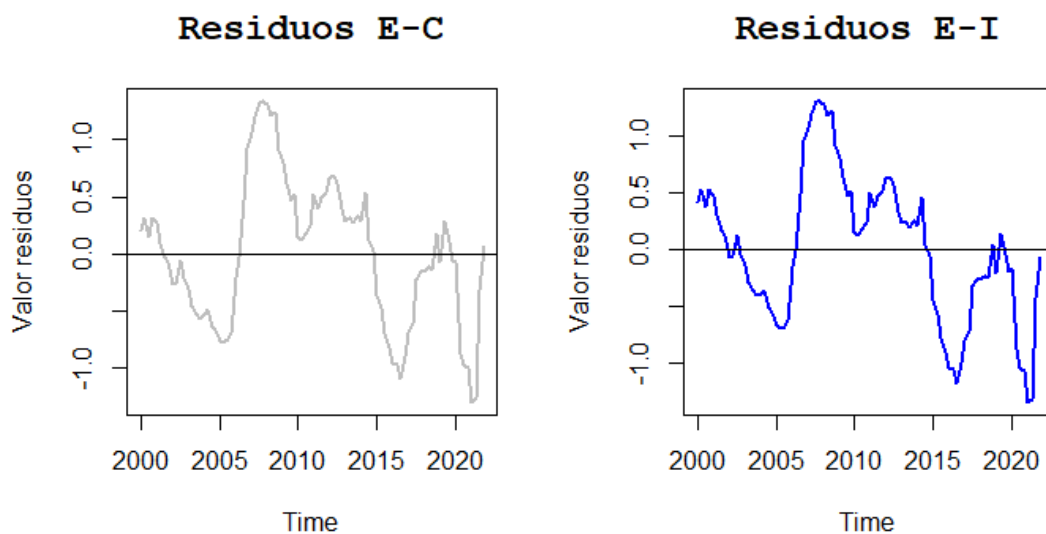
<i>Test de Engel y Granger para Consumo-Inversión asumiendo relación de cointegración 1:1</i>		
<i>Hipótesis Nula: No hay cointegración. Usamos valores críticos de Phillips-Ouliaris (PO) con constante</i>		
Estadístico T	Valor crítico de PO al 95%	Conclusión
STATISTIC: Dickey-Fuller: -2.1412	-3.3654	NO se rechaza H_0

Vemos que bajo el supuesto de la relación 1:1 no habría cointegración entre las series. No obstante, realmente no conocemos cuál es la posible relación de cointegración entre el Consumo y la Inversión, por lo que es menester aplicar el test de Engel y Granger usando no la diferencia simple sino los residuos de una regresión lineal entre Consumo e Inversión. Obtenemos los siguientes resultados

Test de Engel y Granger para Consumo-Inversión asumiendo que no conocemos la relación de cointegración entre las series		
<i>Hipótesis Nula: No hay cointegración. Usamos valores críticos de Phillips-Oularis (PO) sin constante</i>		
Estadístico T	Valor crítico de PO al 95%	Conclusión
STATISTIC: Dickey-Fuller: -2.467	-2.7619	NO se rechaza H_0

Vemos que tampoco se rechaza la hipótesis nula, por ende, comprobamos que no existe un vector de cointegración que relaciona únicamente al Consumo y a la Inversión.

Por simple análisis de robustez, también realizaremos el test de Engel y Granger para las relaciones Empleo-Consumo y Empleo-Inversión. Antes, graficamos las series para tener una idea previa de los posibles resultados que nos arrojarán los test:



Podemos ver que claramente los residuos se comportan como una serie con raíz unitaria, es decir, integrada de orden uno. Esto lo comprobamos realizando los test de Engel y Granger para las series E-C y E-I:

PARA EMPLEO-CONSUMO:

Test de Engel y Granger para Consumo-Inversión asumiendo que no conocemos la relación de cointegración entre las series		
<i>Hipótesis Nula: No hay cointegración. Usamos valores críticos de Phillips-Ouliaris (PO) sin constante</i>		
Estadístico T	Valor crítico de PO al 95%	Conclusión
STATISTIC: Dickey-Fuller: -2.2379	-2.7619	NO se rechaza H_0

PARA EMPLEO-INVERSIÓN:

Test de Engel y Granger para Consumo-Inversión asumiendo que no conocemos la relación de cointegración entre las series		
<i>Hipótesis Nula: No hay cointegración. Usamos valores críticos de Phillips-Ouliaris (PO) sin constante</i>		
Estadístico T	Valor crítico de PO al 95%	Conclusión
STATISTIC: Dickey-Fuller: -2.1844	-2.7619	NO se rechaza H_0

En resumen, mediante los test de Engel y Granger podemos señalar que no existen vectores de cointegración que relacionen establemente a un único par de nuestras series. No obstante, puede darse el caso que haya un vector de cointegración que relacione a nuestras tres series a la vez. Para descartar esto es necesario realizar el test de Johansen.

Primero realizamos el test de Johansen para la dupla Consumo-Inversión con el único fin de verificar si los resultados obtenidos bajo Engel y Granger se sostienen bajo otra especificación de test. Los resultados son los siguientes:

```
#####
# Johansen-Procedure #
#####

Test type: trace statistic , with linear trend

Eigenvalues (lambda):
[1] 0.09004998 0.02343052

Values of teststatistic and critical values of test:

      test 10pct 5pct 1pct
r <= 1 |  2.04  6.50  8.18 11.65
r = 0  | 10.15 15.66 17.95 23.52

Eigenvectors, normalised to first column:
(These are the cointegration relations)
```

	Consumo.nominal.l2	Inversion.nominal.l2
Consumo.nominal.l2	1.000000	1.000000
Inversion.nominal.l2	-1.437257	0.1363165

Weights W:
(This is the loading matrix)

	Consumo.nominal.l2	Inversion.nominal.l2
Consumo.nominal.d	0.0001090015	-0.025687240
Inversion.nominal.d	0.1292316190	-0.002680511

Como podemos observar, la Hipótesis Nula de que existen 0 vectores de cointegración no se puede rechazar ni al 90% de significancia, lo que indica que

estadísticamente hablando no existe un vector de cointegración que relacione a la dupla Consumo-Inversión. Por lo que los resultados del test de Engel y Granger son consistentes bajo la especificación del test de Johansen.

Por último, pasamos al análisis de cointegración para el tridente Consumo-Inversión-Empleo para comprobar si existen vectores cointegración que relacionen a las variables. El resultado del test es el siguiente:

```
#####
# Johansen-Procedure #
#####

Test type: trace statistic , with linear trend

Eigenvalues (lambda):
[1] 0.12830478 0.11771116 0.04004217

Values of teststatistic and critical values of test:

      test 10pct 5pct 1pct
r <= 2 | 3.47  6.50  8.18 11.65
r <= 1 | 14.12 15.66 17.95 23.52
r = 0  | 25.79 28.71 31.52 37.22

Eigenvectors, normalised to first column:
(These are the cointegration relations)
```

	Consumo.nominal.l3	Inversion.nominal.l3
Consumo.nominal.l3	1.000000	1.000000
Inversion.nominal.l3	-1.168579	-1.728971
Tasa.desempleo.l3	9.621538	0.539451

	Consumo.nominal.l3	Inversion.nominal.l3
Consumo.nominal.l3	1.000000	
Inversion.nominal.l3	-0.6637058	
Tasa.desempleo.l3	-0.4804202	

Weights W:
(This is the loading matrix)

	Consumo.nominal.l3	Inversion.nominal.l3
Consumo.nominal.d	-0.05267224	0.0374886078
Inversion.nominal.d	-0.008919585	0.1128737778
Tasa.desempleo.d	-0.013229413	-0.0005392322

	Tasa.desempleo.l3
Consumo.nominal.d	-0.042458142
Inversion.nominal.d	0.019949042
Tasa.desempleo.d	0.002199366

Vemos que, al igual que el caso Consumo-Inversión, la Hipótesis Nula de que existen 0 vectores de cointegración no se puede rechazar ni al 90% de significancia, por ende, no hay relación de cointegración entre ninguna de las variables analizadas. En términos más econométricos, el modelo VECM con ningún vector de cointegración no es menos verosímil que el modelo VECM con al menos un vector de cointegración.

En conclusión, mediante el uso del test de Engel y Granger y el test de Johansen hemos demostrado que no existen relaciones de cointegración entre las variables analizadas, es decir, no hay relaciones a largo plazo estacionarias entre ellas.

Esto indica que todo nuestro procedimiento elaborado en los apartados anteriores es válido pues aplicarles primeras diferencias a nuestras series era el método adecuado para quitarles la tendencia estocástica.

Referencias:

Ollech, D. and Webel, K. (2020). A random forest-based approach to identifying the most informative seasonality tests. Deutsche Bundesbank's Discussion Paper series 55/2020.

Osborn DR, Chui APL, Smith J, and Birchenhall CR (1988) "Seasonality and the order of integration for consumption", Oxford Bulletin of Economics and Statistics 50(4):361-377.

Johnes, G., Hyclak, T. House prices and regional labor markets. Ann Reg Sci 33, 33–49 (1999). <https://doi.org/10.1007/s001680050091>