

# Trabalho Prático de Matemática Discreta: Análise de Algoritmos de Ordenação

Membros	Nome
01	Juan Manoel
02	Robin Hoodix
03	Yang Jin Samara cavalari
04	Gustavo Jeromine
05	Vladimir da Silva Borges

## 1 - Introdução

Deve conter:

- Uma breve descrição do objetivo do trabalho
- O que são algoritmos de ordenação, o que fazem, como funcionam, onde podem ser aplicados, importância etc
- Uma breve introdução aos algoritmos escolhidos

In [13]:

```
from IPython.display import HTML
import time
```

## 2 - Descrição e Análise do Algoritmo 1

Deve conter:

- Descrição completa do primeiro algoritmo escolhido: nome, origem, estratégia usada, e como funciona
- Estrutura do algoritmo em pseudocódigo
- Citações para a descrição do algoritmo e pseudocódigo

## **Descrição completa do primeiro algoritmo escolhido: nome, origem, estratégia usada, e como funciona**

**Nome:** Merge Sort

**Origem:** Existem evidências de que o algoritmo foi proposto por **John Von Neumann** em 1945. Essa discussão existe, por que ao estudar as várias contribuições que ele fez é, ao mesmo tempo, complexa e fascinante. Essa complexidade devesse em parte a existência de muitas fontes de informação, algumas pouco é dificilmente acessíveis, outras discordantes entre si ou polêmicas. Outras contribuições atribuem ao **Knuth**, que argumentou no seu livro 'Arte de Programação Computacional: Ordenando e Procurando' que Von Neumann foi o primeiro a descrever a idéia.

**Estratégia usada:** técnicas de classificação - Ordenação por partição (dividir e conquistar) o mergesort é classificado como ordenação por partição, que parte do princípio de "dividir para conquistar". Este princípio é uma técnica que foi utilizada pela primeira vez por Anatolii Karatsuba em 1960 e consiste em dividir um problema maior em problemas pequenos, e sucessivamente até que o mesmo seja resolvido diretamente.

**Como funciona: a técnica realiza-se em três fases.**

- 1) Divisão: o problema maior é dividido em problemas menores e os problemas menores obtidos são novamente divididos sucessivamente de maneira recursiva.
- 2) Conquista: o resultado do problema é calculado quando o problema é pequeno o suficiente.
- 3) Combinação: os resultados dos problemas menores são combinados até que seja obtida a solução do problema maior. Algoritmos que utilizam o método de partição são caracterizados por serem os mais rápidos dentre os outros algoritmos pelo fato de sua complexidade ser, na maioria das situações,  $O(n \log n)$ . Os dois representantes mais ilustres desta classe são o quicksort e o mergesort

In [9]:

```
print "Aplicação Merge Sort"
HTML('')
```

Aplicação Merge Sort

Out[9]:



# Estrutura do algoritmo em pseudocódigo

## MERGE-SORT(A, p, r)

```

if p < r then
    q = ((p + r) / 2) //calcula o meio
    Merge-Sort(A, p, q)
    Merge-Sort(A, q + 1, r)
    Merge(A, p, q, r)

```

## Merge(A, p, q, r)

```

n1 = q - p + 1
n2 = r - q
sejam L[1 ... n1 + 1] e R[1 ... n2 + 1]
for i = 1 to n1
    L[i] = A[p + i - 1]
for j = 1 to n2
    R[j] = A[q + j]

i = 1
j = 1

for k = p to r
    if L[i] <= R[j] then A[k] = L[i]
        i = i + 1
    else A[k] = R[j]
        j = j + 1

```

## Citações para a descrição do algoritmo e pseudocódigo

```

mergesort(A[0...n - 1], inicio, fim) | se(inicio < fim) | | meio ← (inicio + fim) / 2 //calcula o meio | | mergesort(A,
inicio, meio) //ordena o subvetor esquerdo | | mergesort(A, meio + 1, fim) //ordena o subvetor direito | | merge(A,
inicio, meio, fim) //funde os subvetores esquerdo e direito | fim_se fim_mergesort merge(A[0...n - 1], inicio, meio,
fim) | tamEsq ← meio - inicio + 1 //tamanho do subvetor esquerdo | tamDir ← fim - meio //tamanho do subvetor
direito | inicializar vetor Esq[0...tamEsq - 1] | inicializar vetor Dir[0...tamDir - 1] | para i ← 0 até tamEsq - 1 | |
Esq[i] ← A[inicio + i] //elementos do subvetor esquerdo | fim_para | para j ← 0 até tamDir - 1 | | Dir[j] ← A[meio +
1 + j] //elementos do subvetor direito | fim_para | idxEsq ← 0 //índice do subvetor auxiliar esquerdo | idxDir ← 0 //
índice do subvetor auxiliar direito | para k ← inicio até fim | | se(idxEsq < tamEsq) | | | se(idxDir < tamDir) | | |
se(Esq[idxEsq] < Dir[idxDir]) | | | | A[k] ← Esq[idxEsq] | | | | idxEsq ← idxEsq + 1 | | | | senão | | | | A[k] ←
Dir[idxDir] | | | | idxDir ← idxDir + 1 | | | | fim_se | | | | senão | | | | A[k] ← Esq[idxEsq] | | | | idxEsq ← idxEsq + 1 | | |
fim_se | | senão | | | A[k] ← Dir[idxDir] | | | idxDir ← idxDir + 1 | | fim_se | fim_para fim_merge

```

**" Observe que o método merge utiliza dois vetores auxiliares. A utilização desses vetores faz com o Merge Sort tenha complexidade  $O(n)$  no espaço.**

**Por causa da cópia de elementos entre os vetores auxiliares e o vetor A, a complexidade no tempo do método merge é  $\Theta(n)$  ou  $O(n)$ .**

**Alternativamente, podemos utilizar um único vetor auxiliar na ordenação, porém a complexidade no tempo e no espaço será a mesma. "**  
**[1] CORMEN, T. H. et al. Algoritmos: teoria e prática. 3 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.**

---

**Codigo python**

**In [85]:**

```
def merge(llist, rlist):
    final = []
    while llist or rlist:
        if len(llist) and len(rlist):
            if llist[0] < rlist[0]:
                final.append(llist.pop(0))
            else:
                final.append(rlist.pop(0))

        if not len(llist):
            if len(rlist):
                final.append(rlist.pop(0))

        if not len(rlist):
            if len(llist):
                final.append(llist.pop(0))

    return final

def merge_sort(list):
    if len(list) < 2: return list
    mid = len(list) / 2
    return merge(merge_sort(list[:mid]), merge_sort(list[mid:]))
```

### 3 - Descrição e Análise do Algoritmo 2

Deve conter:

- Descrição completa do segundo algoritmo escolhido: nome, origem, estratégia usada, e como funciona
- Estrutura do algoritmo em pseudocódigo
- Citações para a descrição do algoritmo e pseudocódigo

Descrição completa do segundo algoritmo escolhido: nome, origem, estratégia usada, e como funciona

Nome: Bubble Sort

Origem: Origem Não Achei

Estratégia Usada: é o algoritmo de ordenação mais simples que funciona trocando repetidamente os elementos adjacentes se eles estiverem na ordem errada.

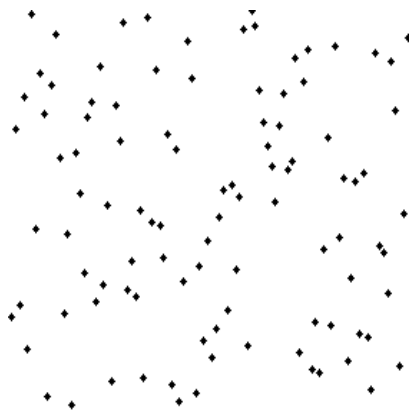
Como funciona: Percorre o vetor inteiro comparando elementos adjacentes (dois a dois) a estratégia de trocar as posições dos elementos se eles estiverem fora de ordem o repita os dois passos acima com os primeiros  $n-1$  itens, depois com os primeiros  $n-2$  itens, até que reste apenas um item

In [34]:

```
print "Aplicação Bubble Sort"
HTML('')
```

Aplicação Bubble Sort

Out[34]:



#### Estrutura do algoritmo em pseudocódigo

```
procedure bubbleSort( A : lista de itens ordenaveis ) defined as: do trocado := false for each i in 0 to
length( A ) - 2 do: // verificar se os elementos estão na ordem certa if A[ i ] > A[ i + 1 ] then // trocar
elementos de lugar trocar( A[ i ], A[ i + 1 ] ) trocado := true end if end for // enquanto houver elementos
sendo reordenados. while trocado end procedure
```

### Codigo Python

**In [63]:**

```
def bubble_sort(lista):
    elementos = len(lista)-1
    ordenado = False
    while not ordenado:
        ordenado = True
        for i in range(elementos):
            if lista[i] > lista[i+1]:
                lista[i], lista[i+1] = lista[i+1], lista[i]
                ordenado = False
            #print(lista)
    return lista
```

## 4 - Análise Assintótica Comparativa

**Deve conter:**

- **Representação em Ozão ou Theta da complexidade do algoritmo 1 no melhor e pior caso em relação ao tempo de execução**
- **Representação em Ozão ou Theta da complexidade do algoritmo 2 no melhor e pior caso em relação ao tempo de execução**
- **Discussão a respeito de qual algoritmo é o mais eficiente**

## 5 - Análise Experimental Opcional

**Esta seção opcional deve conter:**

- **A descrição da configuração da análise experimental conduzida: implementação utilizada, configurações da máquina utilizada, tamanhos de entrada utilizados, tipo de dados usados como entrada, e método utilizado de quantificação de tempo/operações primitivas.**
- **Gráfico comparando ambas curvas de desempenho obtidas pelos algoritmos de ordenação escolhidos.**

**Valores de Test**

**In [128]:**

```
from random import shuffle
import threading
import time
```

**In [134]:**

```
x0 = range(100)      # 0
x1 = range(500)      # 1
x2 = range(1000)     # 2
x3 = range(1500)     # 3
x4 = range(2500)     # 4
x5 = range(3000)     # 5
x6 = range(3500)     # 6
x7 = range(4000)     # 7
test = [x0,x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7]
```

**In [135]:**

```
for p in range(len(test)):
    shuffle(test[p])
```

**In [136]:**

```
def Metrica_Bubble():
    data = []
    for p in range(len(test)):
        ini = time.time()
        bubble_sort(test[p])
        fim = time.time()
        print "\n",p,"[Bubble] \t\n Tempo de Execução: ",fim-ini
        tempo = fim-ini
        data.append(tempo)
    return data

def Metrica_Merge():
    data = []
    for p in range(len(test)):
        ini = time.time()
        merge_sort(test[p])
        fim = time.time()
        print "\n",p,"[Merge] \t\n Tempo de Execução: ",fim-ini
        tempo = fim-ini
        data.append(tempo)
    return data
```

**"Rodando Metricas com Mult-thread"**

**In [143]:**

```
t = threading.Thread(target=Metrica_Bubble,)
t2 = threading.Thread(target=Metrica_Merge,)
t.start()
t2.start()
```

**0 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.000622987747192**

**1 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.000384092330933**

**0 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.00366687774658**

**2 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.018935918808**

**1 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0168769359589**

**3 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.0126659870148**

**4 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00103998184204**

**5 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00441908836365**

**6 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00205206871033**

**2 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0231020450592**

**7 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00606799125671**

**3 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0155539512634**

**4 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0172791481018**

**5 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0210380554199**

**6 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0194540023804**

**7 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0222051143646**

**Mettricas sem Mult-thread**



**In [144]:**

```
Metrica_bubble = Metrica_Bubble()  
Metrica_merge = Metrica_Merge()
```

**0 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.000345945358276**

**1 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00552105903625**

**2 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00353002548218**

**3 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00287413597107**

**4 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.0020809173584**

**5 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00330495834351**

**6 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00319004058838**

**7 [Bubble]**

**Tempo de Execução: 0.00417494773865**

**0 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.00340819358826**

**1 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0119681358337**

**2 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0150141716003**

**3 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0140089988708**

**4 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.028599023819**

**5 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0294680595398**

**6 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.0183010101318**

**7 [Merge]**

**Tempo de Execução: 0.021369934082**

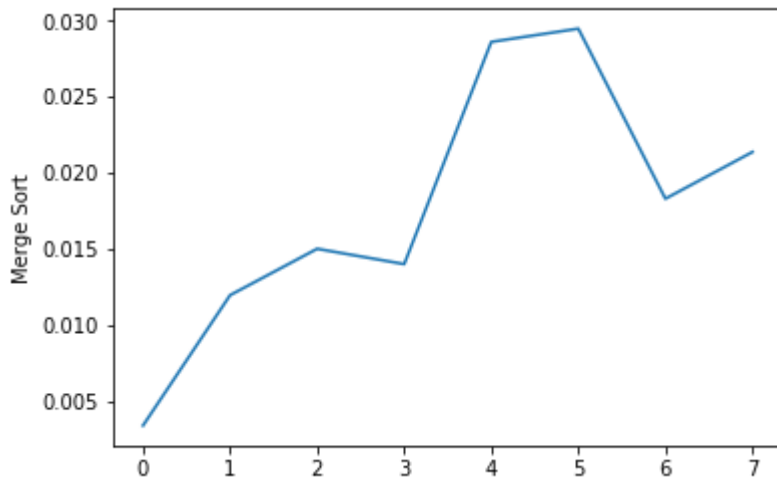
**Plot Grafico de Desempenho Merge Sort**

**In [145]:**

```
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
%matplotlib inline
```

**In [146]:**

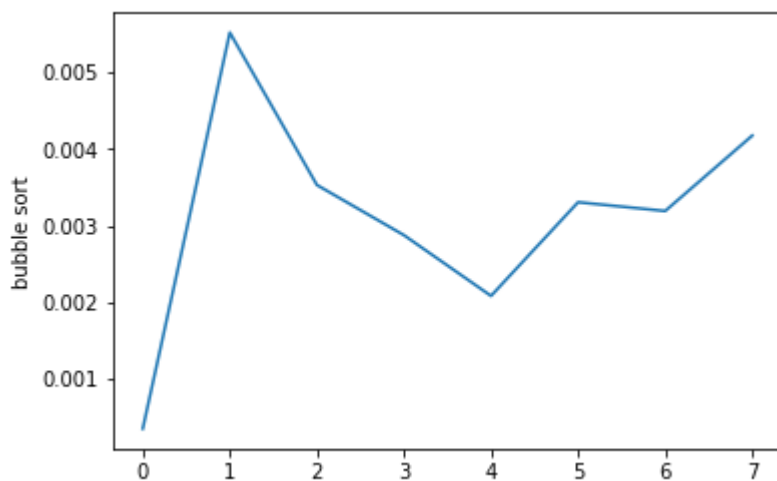
```
plt.plot(Metrica_merge)
plt.ylabel('Merge Sort')
plt.show()
```



### **Plot Grafico de Desempenho bubble sort**

**In [147]:**

```
plt.plot(Metrica_bubble)
plt.ylabel('bubble sort')
plt.show()
```



## 6 - Referências

*Esta seção deve conter uma linha para cada referência utilizada. Exemplo:*

Lee, J., & Yeung, C. Y. (2018). *Personalizing Lexical Simplification*. In *Proceedings of the 27th International Conference on Computational Linguistics*. Mancini, P. (2011). *Leader, president, person: Lexical ambiguities and interpretive implications*. *European Journal of Communication*, 26(1). Saggion, H. (2018). *LaSTUS/TALN at Complex Word Identification (CWI) 2018 Shared Task*. In *Proceedings of the Thirteenth Workshop on Innovative Use of NLP for Building Educational Applications*

**MERGESORT -**

[https://www.ft.unicamp.br/liag/siteEd/includes/arquivos/MergeSortResumo\\_Grupo4\\_ST364A\\_2010.pdf](https://www.ft.unicamp.br/liag/siteEd/includes/arquivos/MergeSortResumo_Grupo4_ST364A_2010.pdf)  
([https://www.ft.unicamp.br/liag/siteEd/includes/arquivos/MergeSortResumo\\_Grupo4\\_ST364A\\_2010.pdf](https://www.ft.unicamp.br/liag/siteEd/includes/arquivos/MergeSortResumo_Grupo4_ST364A_2010.pdf),

*Merge Sort* - <https://pt.slideshare.net/dianacarolinatarapueschirivi/merge-sort-25398213>  
(<https://pt.slideshare.net/dianacarolinatarapueschirivi/merge-sort-25398213>)

*bubble sort* - [http://www2.dcc.ufmg.br/disciplinas/aeds2\\_turmaA1/bubblesort.pdf](http://www2.dcc.ufmg.br/disciplinas/aeds2_turmaA1/bubblesort.pdf)  
([http://www2.dcc.ufmg.br/disciplinas/aeds2\\_turmaA1/bubblesort.pdf](http://www2.dcc.ufmg.br/disciplinas/aeds2_turmaA1/bubblesort.pdf))

