The University of New South Wales

School of Electrical Engineering and
Computer Science and Engineering

The Élan Am386SC300 Portable Computer

John Zaitseff (2120715)

Bachelor of Engineering (Computer Engineering)

October 1995

Supervisor: A/Prof. Branko Celler
Assessor: Dr. Tim Hesketh

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

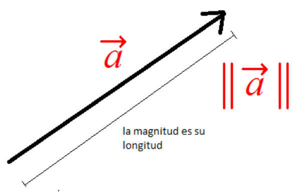
Capítulo 1

Geometría de los vectores

Definición 1 *: (Vector) Es un segmento dirigido que presenta magnitud dirección y sentido, teniendo presente que la magnitud es su medida en sistema de medición y que hace referencia a su longitud en este sistema de medición. La dirección hace referencia a que un grupo de segmentos dirigidos de igual longitud y paralelos a éste es un digno representante de dicha familia de segmentos dirigidos y el sentido hace referencia a la orientación que tiene dicha familia de segmentos que para todos es la misma.*

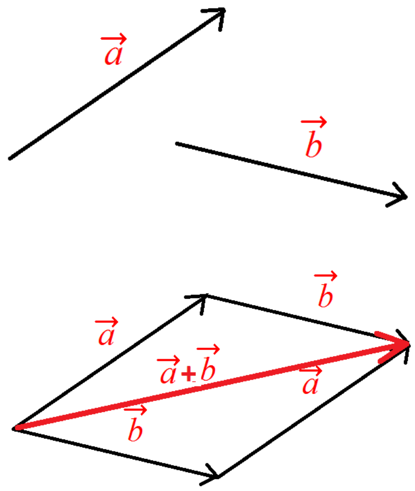
Nota 2 *: Dos segmentos de diferente longitud, paralelos y de sentidos diferentes so diferentes, mientras que dos segmentos iguales en longitud, paralelos y de igual sentido, decimos que son iguales.*

Notation 3 *: A un vector se le denotará por letra minúscula y una flecha sobre él, así:* $\overrightarrow{a}$ *y se lee vector a, su longitud o magnitud se le denota por* $\|\overrightarrow{a}\|$ *y su dirección y sentido es una representación gráfica*

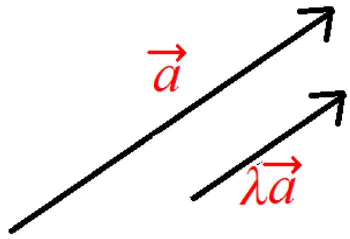


Definición 4 *: (Suma de vectores) Sean* $\overrightarrow{a}$ *y* $\overrightarrow{b}$ *dos vectores, se define la suma de los dos vectores* $\overrightarrow{a}$ *y* $\overrightarrow{b}$ *como el segmento resultante de aplicar ambos vectores en un punto cualquiera del espacio completar el paralelogramo que me generan dichos vectores en el espacio donde estan escritos y el vector* $\overrightarrow{a}$ *más* $\overrightarrow{b}$ *es el vector trazado desde el punto donde se aplicaron ambos vectores hasta donde se termina la diagonal principal del*

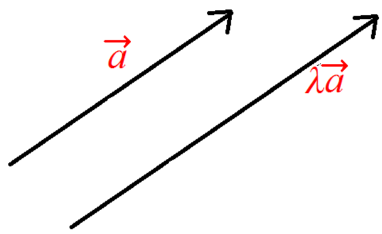
paralelogramos trazada desde ese punto.



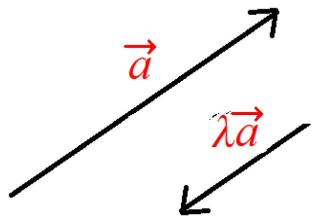
Definición 5 *: (Múltiplo por escalar) Sea $\overrightarrow{a}$ un vector libre y sea λ un escalar (un número real cualquiera finito) se defina el vector $\lambda\overrightarrow{a}$ al segmento dirigido que presenta igual dirección que el vector $\overrightarrow{a}$ pero su longitud es $|\lambda|$ veces el vector $\overrightarrow{a}$ y dirección que depende del signo de λ. Note que si λ es mayor que cero y menor que uno $(0 < \lambda < 1)$ entonces se dice que $\lambda\overrightarrow{a}$ es una contracción del vector $\overrightarrow{a}$ que presenta igual dirección, igual sentido que $\overrightarrow{a}$ y de longitud λ veces $\overrightarrow{a}$*



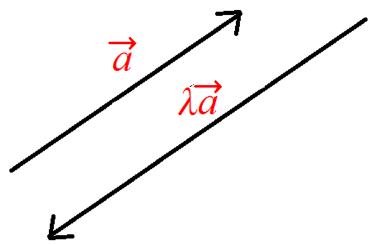
Ahora si λ es mayor que la unidad y positivo es decir $1 < \lambda$ entonces $\lambda\overrightarrow{a}$ es una dilatación de $\overrightarrow{a}$ que presenta igual dirección igual sentido que $\overrightarrow{a}$ pero mide λ veces el vector $\overrightarrow{a}$



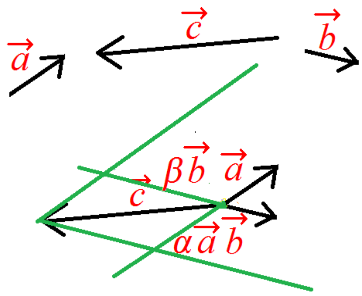
Ahora si $-1 < \lambda < 0$, $\lambda\overrightarrow{a}$ es un vector que presenta igual dirección que $\overrightarrow{a}$ pero *diferente sentido y su medida es $-\lambda$ veces el vector $\overrightarrow{a}$*



por último si λ es menor que -1 es decir $\lambda < -1$ entonces $\lambda\overrightarrow{a}$ es una dilatación del vector $\overrightarrow{a}$ que presenta igual dirección diferente sentido y mayor longitud que vector $\overrightarrow{a}$ dicha longitud es $-\lambda$ veces el vector $\overrightarrow{a}$

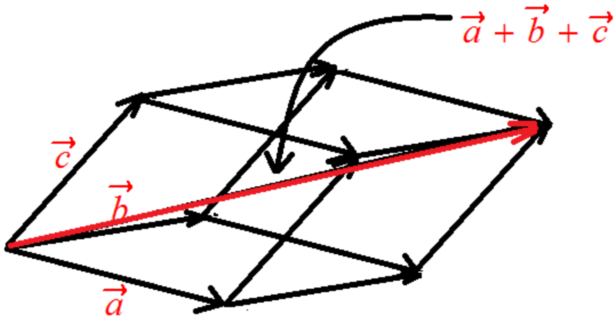


Definición 6 *: (Combinación lineal) Sean $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ dos vectores libres y sean α y β dos escalare, se dice que el vector $\overrightarrow{c}$ es una combinación lineal de $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ si α y β son dos valores particulares tales que $\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$ y en tal caso se dice que $\overrightarrow{c}$ es una combinación lineal de $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$*



Definición 7 *: (Independencia lineal) Sean $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ dos vectores libres, se dice que $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ son linealmente independientes, si la única combinación lineal del vector cero es la trivial, es decir, $\overrightarrow{0} = 0\overrightarrow{a} + 0\overrightarrow{b}$*

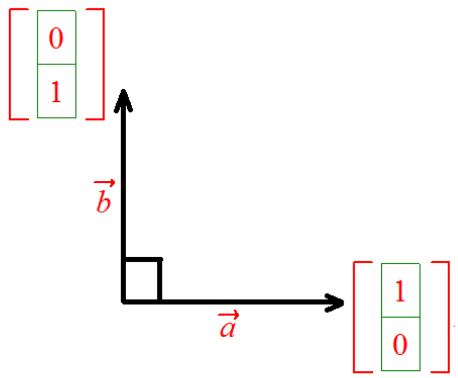
Nota 8 *: Note que tres vectores en el espacio generan un paralelepipedo y su suma es el vector diagonal principal de dicho paralelepipedo como se muestra en la siguente* *figura*



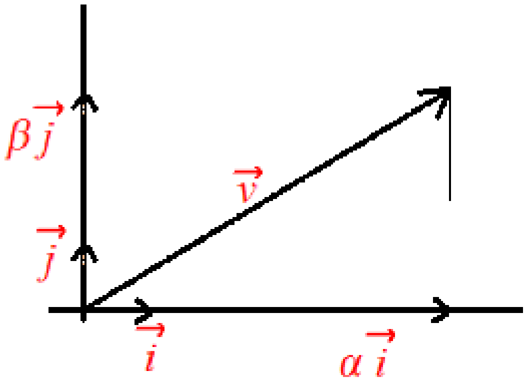
Definición 9 : *(Base) Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores libres, se dice que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ forman una base para $\mathbb{E}^2$ siempre que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean linealmente independientes y además generen todo $\mathbb{E}^2$, es decir todo vector del plano se puede escribir como una combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.*

Definición 10 : *(Base ortonormal) Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores libres, se dice que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ forman una base ortonormal para $\mathbb{E}^2$ si ambos vectores forman una base $\mathbb{E}^2$ y además ellos son ortogonales y de magnitud uno*

Definición 11 : *Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores libres, que forman una base ortonormal para $\mathbb{E}^2$, definimos el conjunto $\mathbb{R}^2$ isomorfo (con la misma forma) a $\mathbb{E}^2$ al conjunto que se traza con vectores libres ortonormales denotados de la siguiente manera: $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ y el vector $\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ definiendo su magnitud como $\|\vec{a}\| = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$ y $\left\|\vec{b}\right\| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$*



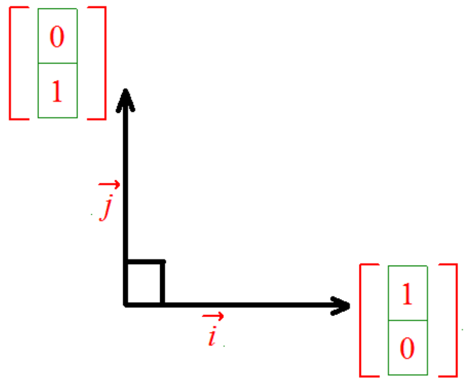
Preferiblemente los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ escritos anteriormente se seguiran denotando por coordenado



$_1 2.png$

Figura 1.1: Vectores coordenados

$\vec{i}$ *y* $\vec{j}$



Definición 12 *: Un vector libre que es escrito con una base de dos componentes se puede representar como:*

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$$

Si los vectores $\vec{i}$ *y* $\vec{j}$ *se pueden escribir como* $\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ *y* $\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ *entonces el vector* $\vec{v}$ *se puede escribir como:*

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = \alpha\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

refierase a la gráfica 1.1.

Definición 13 *: (Vector de posición o vector coordenado) Sea $\overrightarrow{v}$ un vector en R^2 se dice que $\overrightarrow{v}$ es un vector coordenado o de posición si $\overrightarrow{v}$ se puede escribir como una combinación lineal de vectores ortonormales en el espacio, es decir si existen escalares α y β tales que $\overrightarrow{v} = \alpha \overrightarrow{i} + \beta \overrightarrow{j}$ siendo $\left\{ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j} \right\}$ la base ortonormal y en tal caso el vector $\overrightarrow{v}$ se escribirá como $\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$*

Definición 14 *:(Suma de vectores de posición) Sean $\overrightarrow{v}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$ y $\overrightarrow{v}_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$ dos vectores coordenados o de posición, se define la suma de vectores de posición o coordenados como:*

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v} &= \overrightarrow{v}_1 + \overrightarrow{v}_2 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 \\ \beta_1 + \beta_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Definición 15 *:(Producto de vectores de posición por un escalar) Sean $\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ un vector coordenado o de posición y λ un escalar, se define el producto de el vector $\overrightarrow{v}$ por el escalar λ como*

$$\overrightarrow{w} = \lambda \overrightarrow{v} = \lambda \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\alpha \\ \lambda\beta \end{bmatrix}$$

Geometricamente lo anterior lo podemos ver de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \\ \overrightarrow{v} &= \begin{bmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} \\ \downarrow & \downarrow \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Generalizando si un vector cualquiera se puede escribir como una combinación lineal de otros vectores entonces:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v} &= \alpha_1 \overrightarrow{v}_1 + \alpha_2 \overrightarrow{v}_2 + ... + \alpha_n \overrightarrow{v}_n \\ &= \alpha_1 \begin{bmatrix} \overrightarrow{v}_1 \\ \downarrow \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} \overrightarrow{v}_2 \\ \downarrow \end{bmatrix} + ... + \alpha_n \begin{bmatrix} \overrightarrow{v}_n \\ \downarrow \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \overrightarrow{v}_1 & \overrightarrow{v}_2 & ... & \overrightarrow{v}_n \\ \downarrow & \downarrow & ... & \downarrow \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

No necesariamente los vectores $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, ...\overrightarrow{v}_n\}$ son de componentes unitarias u ortonormales lo que implica que el vector se puede escribir de forma diferente dependiendo de la base.

Usando matlab, una representación de un vector se debe hacer de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} a &= [coordenada\ del\ punto\ inicial \qquad coordenada\ del\ punto\ final] \\ &= \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} \end{aligned}$$

siendo $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ la coordenada del punto inicial y $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ la coordenada del punto final. La notación en matlab sería así:

$$\overrightarrow{a} = [0, a; 0, b]$$

o también

$$\overrightarrow{a} = [0 \quad a; 0 \quad b]$$

para graficar en matlab es necesario ingresar las coordenadas de los puntos en coordenadas de x y luego las de y así:

$$plot(a(1,:), a(2,:))$$

donde $a(1,:)$ significa de la matriz a, escoja la fila 1 y todas las columnas (: significa todas las columnas) $a(2,:)$ significa de la matriz a, escoja la fila 2 y todas las columnas.

Nota 16 *: Si hubiera elegido $a(:,1)$ la salida en el command window de matlab es de la matriz a todas las filas pero la columna uno (1)*

Por otro lado Matlab también interpreta la salida por filas, es decir la salida gráfica se pudo haber elegido como

$$plot(a(:,1), a(:,2))$$

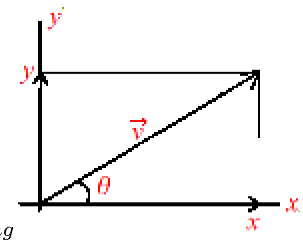
pero la gráfica la toma como coordenadas traspuestas en este caso graficaría el segmento con inicio en $[0, a]$ y punto final en $[0, b]$.

Note ahora que si el vector $\overrightarrow{v}$ se escribe en el plano cartesiano como

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

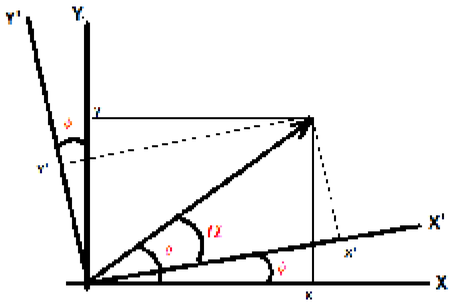
y forma con el eje x un ángulo θ entonces:

coordenados



$_{1}3.png$

rotado



$_{1}4.png$

Figura 1.2: Sistema rotado

$$\begin{aligned} sen\,(\theta) &= \frac{y}{\|\overrightarrow{v}\|} \\ \cos(\theta) &= \frac{x}{\|\overrightarrow{v}\|} \end{aligned}$$

de donde si se nombra $r = \|\overrightarrow{v}\|$ se tiene que:

$$\begin{aligned} y &= \|\overrightarrow{v}\|\, sen\,(\theta) = r sen\,(\theta) \\ x &= \|\overrightarrow{v}\| \cos(\theta) = r\cos(\theta) \end{aligned}$$

por lo tanto el vector

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos(\theta) \\ r sen\,(\theta) \end{bmatrix}$$

Considere el sistema coordenado ortogonal xy y el vector $\overrightarrow{v}$ ubicado en ese sistema formando un ángulo θ con el eje x, suponga que se va a rotar el sistema un ángulo ϕ con respecto al origen de coordenadas como se muestra en la figura 1.2. El vector $\overrightarrow{v}$ en el nuevo sistema de coordenadas que forma un ángulo α con el eje x' se puede escribir como:

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

siendo $sen\,(\alpha) = \dfrac{y'}{\|\overrightarrow{v}\|}$ y $\cos(\alpha) = \dfrac{x'}{\|\overrightarrow{v}\|}$ por lo que:

$$\begin{aligned} x' &= \|\overrightarrow{v}\| \cos(\alpha) \\ y' &= \|\overrightarrow{v}\|\, sen\,(\alpha) \end{aligned}$$

si se llama $r = \|\overrightarrow{v}\|$ se tiene que:

$$\begin{aligned} x' &= r\cos(\alpha) \\ y' &= r sen\,(\alpha) \end{aligned}$$

por otro lado el vector $\overrightarrow{v}$ escrito en la base original estaría dado como:

$$\begin{aligned} sen\,(\theta) &= \frac{y}{\|\overrightarrow{v}\|} = \frac{y}{r} \\ \cos(\theta) &= \frac{x}{\|\overrightarrow{v}\|} = \frac{x}{r} \end{aligned}$$

de donde

$$\begin{aligned} x &= r\cos(\theta) \\ y &= r sen\,(\theta) \end{aligned}$$

recuerde que:

$$\begin{aligned} sen\,(\gamma \pm \beta) &= sen\,(\gamma)\cos(\beta) \pm sen\,(\beta)\cos(\gamma) \\ \cos(\gamma \pm \beta) &= \cos(\gamma)\cos(\beta) \mp sen\,(\gamma)\, sen\,(\beta) \end{aligned}$$

tenga presente que $\alpha = \theta - \phi$ por lo tanto

$$\begin{aligned} x' &= r\cos(\alpha) = r\cos(\theta - \phi) = r\left(\cos(\theta)\cos(\phi) + sen\,(\theta)\, sen\,(\phi)\right) \\ y' &= r sen\,(\alpha) = r sen\,(\theta - \phi) = r\left(sen\,(\theta)\cos(\phi) - sen\,(\phi)\cos(\theta)\right) \end{aligned}$$

distribuyendo se tiene que:

$$\begin{aligned} x' &= r\cos(\theta)\cos(\phi) + r sen\,(\theta)\, sen\,(\phi) \\ y' &= r sen\,(\theta)\cos(\phi) - r sen\,(\phi)\cos(\theta) \end{aligned}$$

como

$$\begin{aligned} x &= r\cos(\theta) \\ y &= r sen\,(\theta) \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} x' &= x\cos(\phi) + y sen\,(\phi) \\ y' &= y\cos(\phi) - x sen\,(\phi) \end{aligned}$$

o lo que es lo mismo

$$\begin{aligned} x' &= x\cos(\phi) + ysen(\phi) \\ y' &= -xsen(\phi) + y\cos(\phi) \end{aligned}$$

que en forma matricial se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & sen(\phi) \\ -sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

despejando el vector $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \cos(\phi) & sen(\phi) \\ -sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{1}{\cos^2(\phi) - (-sen^2(\phi))} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -sen(\phi) \\ sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

de donde

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -sen(\phi) \\ sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

Así que el vector escrito en el sistema coordenado normal es igual a la matriz $\begin{bmatrix} \cos(\phi) & -sen(\phi) \\ sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$ multiplicada por el vector escrito en el sistema rotado. A la matriz escrita anteriormente se llama matriz de rotación y es quien permite escribir al vector $\overrightarrow{v}$ desde la base rotada a la base original.

Definición 17 *: La matriz dada por* $rot = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -sen(\phi) \\ sen(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$ *se llama matriz de rotación y gira el sistema en sentido antihorario alrededor del origen de coordenadas.*

Example 18 *: En matlab consideremos el vector con centro en el origen de coordenadas y punto final* $(1, 1)$ *asi que dicho vector se escribiría en matlab como:* $v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *que en notación de matlab es* $v = [0 \quad 1; 0 \quad 1]$; *la matriz sería escrita como* $rot = [\cos(\phi) \quad -\sin(\phi); \sin(\phi) \quad \cos(\phi)]$ *un código que muestra la rotación se puede ver así.*

v=[0 1;0 1]

plot(v(1,:),v(2,:))

```
hold on
axis([-2 2 -2 2])
grid on
t=pi/2;
rot=[cos(t) -sin(t);sin(t) cos(t)];
v_rot=rot*v;
plot(v_rot(1,:),v_rot(2,:))
```

una animación del movimiento se observar con el siguiente código:

```
v=[0 1;0 1]
a=plot(v(1,:),v(2,:));
hold on
axis([-2 2 -2 2])
grid on
t=pi/2;
for i=1:100
rot=[cos(t/100*i) -sin(t/100*i);sin(t/100*i) cos(t/100*i)];
v_rot=rot*v;
set(a,'XData',v_rot(1,:),'YData',v_rot(2,:))
pause(0.1)
drawnow
end
```

Tenga presente que si vieramos el sistema en 3D, el eje sobre el cual gira el sistema coordenado con la matriz de rotación anterior, es el eje z el cual sale del plano, por lo que la matriz anterior se vería como:

$$rotz = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

por lo tanto el vector en 3D estaría dado por:

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

un código que permite ver esta gráfica es:

```
v=[0 1;0 1;0 0]
plot3(v(1,:),v(2,:),v(3,:))
```

```
hold on
axis([-2 2 -2 2 -2 2])
grid on
t=pi/2;
rot=[cos(t) -sin(t) 0;sin(t) cos(t) 0;0 0 1];
v_rot=rot*v;
plot3(v_rot(1,:),v_rot(2,:),v_rot(3,:))
```

Una animación para el código anterior en 3D se vería como:

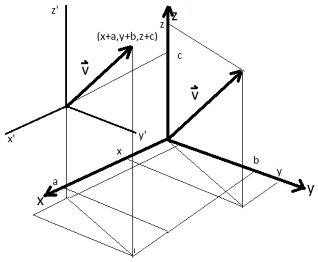
```
v=[0 1;0 1;0 0]
a=plot3(v(1,:),v(2,:),v(3,:))
hold on
axis([-2 2 -2 2 -2 2])
grid on
t=pi/2;
for i=1:100
rot=[cos(t/100*i) -sin(t/100*i) 0;sin(t/100*i) cos(t/100*i) 0;0 0 1];
v_rot=rot*v;
set(a,'XData',v_rot(1,:),'YData',v_rot(2,:))
pause(0.1)
drawnow
end
```

Similar a como se construye la matriz de rotación alrededor del eje z se construyen las matrices de rotación alrededor del eeje y y del eje x, obteniendo:

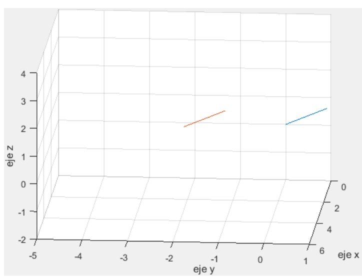
$$\begin{aligned} rotx &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \\ roty &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.1. Matriz de traslación

Suponga que se desea trasladar un vector $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ donde la cola quede en el punto $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ y el extremo final quede en el punto $\begin{bmatrix} x+a \\ y+b \\ z+c \end{bmatrix}$, es decir trasladar el vector al origen con vértice en $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ como se muestra en la figura



Note que lo anterior es tomar el vector $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ y sumarle el vector $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$, pero la intención es que si el vector esta dado por punto inicial y punto final, es decir $\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{bmatrix}$ y este vector se desea trasladar de forma tal que en x se desplaza una distancia a, en y se desplaza una distancia b y en z se desplaza una distancia c, una gráfica de ello se muestra en la siguiente gráfica



el código de esta visualización en matlab es el siguiente:

```
v=[0 1;0 1;0 1];
plot3(v(1,:),v(2,:),v(3,:))
view([135,25])
```

```
grid on
axis([-3 3 -3 3 -3 3])
xlabel('eje x')
ylabel('eje y')
zlabel('eje z')
a=3;b=-2;c=1;
v1=v+[a a;b b;c c];
hold on
plot3(v1(1,:),v1(2,:),v1(3,:))
axis([-3+a 3+a -3+b 3+b -3+c 3+c])
```

matricialmente lo anterior es realizar la siguiente operación:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \\ c & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1+a & x_2+a \\ y_1+b & y_2+b \\ z_1+c & z_2+c \end{bmatrix}$$

que como producto de matrices se puede ver como:

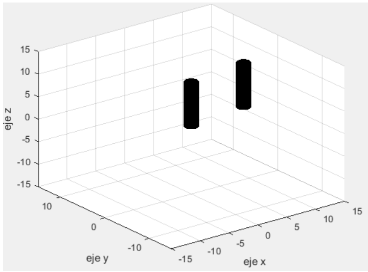
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1+a & x_2+a \\ y_1+b & y_2+b \\ z_1+c & z_2+c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1+0b+0c+a & x_2+0b+0c+a \\ y_1+0a+0c+b & y_2+0a+0c+b \\ z_1+0a+0b+c & z_2+0a+0b+c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ampliando la matriz anterior nos queda como:

$$trasl = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

conocida como la matriz de traslación y lo que realiza es trasladar un vector en las distancias definidas anteriormente (x una longitud a, y una longitud b y z una longitud c) dicha matriz traslada completamente un sistema

Un ejemplo de dicha traslación se ve en el siguiente ejemplo



un código que muestra el ejemplom anterior es el siguiente:

```
clc; clear all; close all;
fig_1=figure;
n=10;m=10;a=15;
theta=0:2*pi/n:2*pi;
x=cos(theta);
y=sin(theta);
z=ones(1,length(x))*10;
z2=ones(1,length(x))*0;
v=[x x;y y;z z2;ones(1,length(z)) ones(1,length(z))];
for j=1:n
caras(j,:)=[j j+1 j+n+1];
caras(j+n,:)=[n+1+j n+j+2 j+1];
end
g=patch('Faces',caras,'Vertices',v(1:3,:)');
axis([-a a -a a -a a]);
grid on;
xlabel('eje x')
ylabel('eje y')
zlabel('eje z')
a1=6;b=-4;c=4;
tras=[1 0 0 a1;0 1 0 b;0 0 1 c;0 0 0 1]
v1=tras*v;
hold on
pause(3)
patch('Faces',caras,'Vertices',v1(1:3,:)');
%axis([-3+a 3+a -3+b 3+b -3+c 3+c])
```

Si se desea que el sistema rote y se traslade en el punto que se define, se tiene que rotar el primero el sistema y segundo se tiene que trasladar, es decir:

1. Al sistema originalmente se le rota en el origen de coordenadas,

$$\overrightarrow{v_1} = rotz * \overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Al sistema rotado se le traslada o se le aplica la matriz de traslación, es decir:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_2} &= tras * \overrightarrow{v_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \overrightarrow{v_1} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & a \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde la matriz

$$rotz\_tras = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & a \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rota en z en este caso y a la vez traslada el sistema. Si se desea rotar y trasladar alrededor del eje x la matriz sería:

$$rotx\_tras = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & b \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y por último si se desea rotar y trasladar alrededor del eje z la matriz sería:

$$roty\_tras = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

un código en matlab que muestra la rotación y la traslación alrededor de un eje en un punto fijo es el siguiente:

```
clc; clear all; close all;
fig_1=figure;
n=10;m=10;a=15;
theta=0:2*pi/n:2*pi;
x=cos(theta);
y=sin(theta);
z=ones(1,length(x))*10;
z2=ones(1,length(x))*0;
v=[x x;y y;z z2;ones(1,length(z)) ones(1,length(z))];
for j=1:n
caras(j,:)=[j j+1 j+n+1];
caras(j+n,:)=[n+1+j n+j+2 j+1];
end
g=patch('Faces',caras,'Vertices',v(1:3,:)');
axis([-a a -a a -a a]);
grid on;
xlabel('eje x')
ylabel('eje y')
zlabel('eje z')
a1=6;b=-4;c=4;
theta1=-pi/2;
roty_tras=[cos(0) 0 -sin(0) a1;0 1 0 b;...
sin(0) 0 cos(0) c;0 0 0 1];
v1=roty_tras*v;
u=patch('Faces',caras,'Vertices',v1(1:3,:)');
pause(3)
for i=1:100
theta=theta1*i/100;
roty_tras=[cos(theta) 0 -sin(theta) a1;0 1 0 b;...
sin(theta) 0 cos(theta) c;0 0 0 1];
v1=roty_tras*v;
pause(0.1)
set(u,'Vertices',v1(1:3,:)')
drawnow
end
```