TITULACIÓN	INGENIERÍA DEL SOFTWARE Y MAT. COMPUTACIONAL	**FECHA**	18/05/2022	
CURSO	2º	**HORA**	15:00	
GRUPO	A	**DURACIÓN**	3 HORAS (TOTAL)	
ALUMNO				

NORMAS DEL EXAMEN

- El objetivo del examen es evaluar vuestros conocimentos, por lo tanto debéis explicar convenientemente vuestras soluciones, no seáis escuetos ni dejéis nada a la interpretación.
- No se permiten calculadoras científicas programables ni ordenadores/tablets. En este sentido, no se permiten calculadoras que tengan alguno de los modos vector (VCT), matrix (MAT), equation (EQN) o similares. Las calculadoras que no cumplan este requisito serán retiradas al principio del examen.
- Las hojas con las normas y el enunciado deben ser entregadas junto con la solución del examen.
- Es obligatorio escribir el nombre del alumno en la cabecera de todas las hojas a entregar (incluyendo las hojas con las normas y el enunciado).
- Las hojas "en sucio" no son evaluables y por lo tanto no deben entregarse.
- La mala presentación (tachones, letra ilegible, faltas ortográficas, etc.) puntúa negativamente.
- No se calificarán aquellos problemas cuya solución no esté completamente desarrollada y explicada de acuerdo a la materia vista en clase y a lo solicitado en el enunciado.
- Los teléfonos móviles deben estar en silencio o apagados y guardados en mochilas o abrigos. La posesión de un teléfono móvil durante el examen es motivo de expulsión del examen. La misma indicación aplica a los relojes tipo smart watch.
- Se recomienda leer detenidamente cada enunciado antes de contestarlo.
- Es obligatorio proporcionar un resultado numérico siempre que sea posible, siendo preferible una fracción a un valor decimal aproximado. Igualmente, es recomendable simplificar al máximo las expresiones que aparezcan en el problema (polinomios, etc.).
- Solo recibirán la puntuación máxima aquellos problemas cuya solución sea correcta. En el resto de los casos, se valorará el desarrollo hasta un máximo del 50 % de la puntuación de ese problema.
- No se permiten libros ni apuntes.
- No se podrá abandonar el examen hasta pasada la primera media hora.
- Solo se contestarán preguntas relacionadas con los enunciados, no sobre el método de resolución o cuestiones de presentación.
- Ante cualquier duda durante el examen, se recomienda aplicar el sentido común y proporcionar la respuesta más completa posible.

EXTREMOS RELATIVOS Y PUNTOS DE SILLA

- Si la matriz $H_f(x_0, y_0)$ es *definida positiva*, lo que quiere decir que todos sus autovalores son positivos y de forma equivalente (en matrices simétricas) que todos los menores principales son mayores que cero (es decir, si $|H_i| > 0 \ \forall i = 1, \ldots, m$), entonces $\overline{x} = \overline{a}$ es un mínimo relativo.
- Si la matriz $H_f(x_0, y_0)$ es *definida negativa*, lo que significa que todos sus autovalores son negativos y de forma equivalente (en matrices simétricas) que los menores principales de índice par son positivos y los de índice impar son negativos (es decir, si $|H_{2q}| > 0$ y $|H_{2q+1}| < 0$ para los valores q apropiados, entonces $\overline{x} = \overline{a}$ es un máximo relativo.
- Si la matriz $H_f(x_0, y_0)$ es *indefinida*, lo que significa que todos sus autovalores son distintos de cero pero de distinto signo, lo que en matrices simétricas ocurre <u>por ejemplo</u> cuando todos los menores principales son distintos de cero (es decir, si $|H_i| \neq 0 \ \forall i = 1, \ldots, m)$ pero no es uno de los casos anteriores, entonces $\overline{x} = \overline{a}$ es un punto de inflexión, también llamado punto de *silla* o de *ensilladura*.
- Si no se trata de uno de los casos anteriores, lo que ocurre <u>por ejemplo</u> cuando la matriz $H_f(x_0, y_0)$ es *singular*, lo que a su vez significa que alguno de sus autovalores es nulo y que su determinante $|H_f(x_0, y_0)| = 0$, entonces es necesario realizar un estudio adicional, ya que este método no proporciona suficiente información.

EXTREMOS CONDICIONADOS

Caso particular: funciones reales de dos variables con una condición

En este caso particular, sería necesario comprobar las siguientes condiciones para un candidato (x_0, y_0):

- Si $|\widetilde{H}_3(x_0, y_0)| < 0$, entonces $(x, y) = (x_0, y_0)$ es un mínimo relativo condicionado.
- Si $|\widetilde{H}_3(x_0, y_0)| > 0$, entonces $(x, y) = (x_0, y_0)$ es un máximo relativo condicionado.

Caso particular: funciones reales de tres variables con una condición

En este caso particular, sería necesario comprobar las siguientes condiciones para un punto (x_0, y_0, z_0) dado:

- Si $|\widetilde{H}_3(x_0, y_0, z_0)| < 0$ y $|\widetilde{H}_4(x_0, y_0, z_0)| < 0$, entonces $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0)$ es un mínimo relativo condicionado.
- Si $|\widetilde{H}_3((x_0, y_0, z_0))| > 0$ y $|\widetilde{H}_4((x_0, y_0, z_0))| < 0$, entonces $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0)$ es un máximo relativo condicionado.
- Si $|\widetilde{H}_3(x_0, y_0, z_0)| \neq 0$ y $|\widetilde{H}_4((x_0, y_0, z_0))| \neq 0$, pero no es uno de los casos anteriores, entonces $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0)$ es un punto de silla.
- En cualquier otro caso, es necesario realizar un estudio adicional.

TITULACIÓN	INGENIERÍA DEL SOFTWARE Y MAT. COMPUTACIONAL	**FECHA**	18/05/2022	
CURSO	2º	**HORA**	15:00	
GRUPO	A	**DURACIÓN**	3 HORAS (TOTAL)	
ALUMNO				

PROBLEMA 1 (4.0 PUNTOS)

Dada la ecuación $z^2 + z - x\,y = 1$, completa los siguientes apartados:

a) Demuestra que la ecuación anterior define a $z = f(x, y)$ como función implícita de x e y en un entorno del punto $(1, 1, 1)$ y calcula $z_x(x, y)$ y $z_y(x, y)$ en dicho punto. [2.0 puntos]

b) Obtén el polinomio de Taylor de orden 2 de $z(x, y)$ desarrollado a partir del punto $(1, 1)$. [2.0 puntos]

PROBLEMA 2 (4.0 PUNTOS)

Dada la función $f(x, y) = 8\,x^3 - 24\,x\,y + y^3$, completa los siguientes apartados:

a) Identifica y clasifica los puntos críticos de $f(x, y)$. ¿Tiene la función un máximo o mínimo absolutos en $\mathbb{R}^2$? [2.0 puntos]

b) Determina si $f(x, y)$ tiene un máximo y un mínimo absolutos en el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 0)$ (es decir, considerando tanto la frontera como el interior del triángulo). En caso afirmativo, obtén el valor de las imágenes en dichos puntos. [2.0 puntos]

PROBLEMA 3 (2.0 PUNTOS)

Dada la función $\overline{f}(x, y) = \big(x\,\cos(y), \operatorname{sen}(x - y)\big)$, completa los siguientes apartados:

a) Demuestra que la función $\overline{f}(x, y)$ tiene inversa local $\overline{g}(u, v)$ en un entorno del punto $(x, y) = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. [1.0 puntos]

b) Calcula la matriz jacobiana de $\overline{g}(u, v)$ en el punto $(u, v) = (0, 0)$. ¿Cuánto vale el jacobiano de $\overline{g}(u, v)$ en ese punto? [1.0 puntos]