

**CENTRO UNIVERSITARIO DE TECNOLOGÍA Y ARTE DIGITAL**



# **PLANIFICACIÓN DE LA DOCENCIA UNIVERSITARIA**

## **GUÍA DOCENTE**

### **TOPOLOGÍA**

# 1. DATOS DE IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA.

Título:	Doble Grado en Ingeniería del Software y Matemática Computacional.
Facultad:	Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital (U-TAD).
Materia:	Matemáticas
Denominación de la asignatura:	Topología
Curso:	3
Cuatrimestre:	1
Carácter:	Obligatoria
Créditos ECTS:	9
Modalidad/es de enseñanza:	Presencial
Idioma:	Castellano
Profesor/a:	Georgy Nuzhdin Gelfand
E-mail:	<a href="mailto:georgy.nuzhdin@u-tad.com">georgy.nuzhdin@u-tad.com</a>
Teléfono:	

## 2. DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

### 2.1 Descripción de la materia

Esta materia se dedica al estudio de los espacios topológicos y los homeomorfismos entre ellos, las propiedades topológicas de objetos geométricos, y sus aplicaciones a la matemática aplicada, ingeniería y informática.

### 2.2 Descripción de la asignatura

La topología es una rama esencial para el estudio de la matemática pura y también para la matemática aplicada, la ingeniería y la informática. En esta asignatura se introducen los elementos básicos de topología general y se introducen los primeros conceptos de topología algebraica.

Se estudian también las relaciones con otras ramas de la matemática, como teoría de números, geometría algebraica y combinatoria y las aplicaciones a la matemática aplicada, la ingeniería, y la informática.

### 3. COMPETENCIAS Y RESULTADOS DE APRENDIZAJE

#### 3.1. COMPETENCIAS (Genéricas, específicas y transversales)

CG1- Poseer conocimientos en el área de las Matemáticas a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia del estudio de la Matemática.
CG2- Aplicar los conocimientos matemáticos de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas en el ámbito de la Matemática.
CG7- Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos y de Internet.
CB1- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
CE2 - Conocer, comprender y explicar demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
CE3 - Adquirir la capacidad de construir demostraciones para enunciados matemáticos sencillos o de encontrar contraejemplos para dichos enunciados (cuando estos no sean ciertos en todos los casos).
CE4 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
CE5 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático (para el estudiante), en términos de otros ya conocidos (por el estudiante), y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
CE6 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

#### 3.2. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Resolver diferentes problemas con espacios y subespacios topológicos y aplicaciones lineales.
- Entender y saber aplicar la clasificación de homeomorfismos.
- Identificar las propiedades notables de los espacios topológicos.
- Conocer la aplicación de conceptos de la topología a otras ramas de la matemática, de la matemática aplicada, de la ingeniería y de la informática.

## 4. CONTENIDOS

### 4.1. Temario de la asignatura

#### **Tema 0. Introducción a la topología**

- 0.1. ¿Qué es una línea? ¿Qué es un objeto topológico?
- 0.2. Concepto ingenuo de “transformación continua”

#### **Tema 1. Espacios métricos**

- 1.1. La función distancia y métricas en  $\mathbb{R}^n$
- 1.2. Espacios métricos
- 1.3. Conjuntos abiertos y cerrados
- 1.4. Límite y continuidad
- 1.5. Subespacios en  $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ .

#### **Tema 2. Espacios topológicos**

- 2.1. Definición
- 2.2. Interior y clausura. Puntos de acumulación.
- 2.3. Topología inducida
- 2.4. Ejemplos de topologías
- 2.5. Espacios de Hausdorff,  $T_1$

#### **Tema 3. Homeomorfismos**

- 3.1. La continuidad: definición formal
- 3.2. Homeomorfismo
- 3.3. Tarea fundamental de la topología: clasificación de espacios
- 3.4. Ejemplos de homeomorfismos

#### **Tema 4. Variedades topológicas**

- 4.1. Definición y ejemplos
- 4.2. Espacios recubridores y superficies de Riemann
- 4.3. Espacio proyectivo y cinta de Moebius

#### **Tema 5. Invariantes topológicos**

- 5.1. Conexión
- 5.2. Conexión por caminos
- 5.3. Característica de Euler
- 5.4. Conjuntos compactos y sus propiedades

#### **Tema 6. El grupo fundamental**

- 6.1. Homotopías
- 6.2. El grupo fundamental.
- 6.3. Cálculo del grupo fundamental para distintos espacios topológicos
- 6.4. El teorema del punto fijo

#### **Tema 7. Curvas, fractales y dimensiones**

- 7.1. Curvas
- 7.2. Curvas de Peano, del dragón y de Sierpinsky
- 7.3. Fractales
- 7.4. Dimensión de Hausdorff

## 4.2. Desarrollo temporal

UNIDADES DIDÁCTICAS / TEMAS	PERÍODO TEMPORAL
Tema 0 y Tema 1. Espacios métricos	Semana 1, 2 y 3
Tema 2. Espacios topológicos	Semanas 4, 5 y 6
Tema 3. Homeomorfismos	Semanas 7 y 8 Examen parcial
Tema 4. Variedades topológicas	Semana 9 y 10
Tema 5. Invariantes topológicos	Semana 11 y 12
Tema 6. El grupo fundamental	Semanas 13 y 14
Tema 7. Curvas, fractales y dimensiones	Semana 15

## 5. ACTIVIDADES FORMATIVAS Y MODALIDADES DE ENSEÑANZAS

### 5.1. Modalidades de enseñanza

La asignatura se desarrollará a través de los siguientes métodos y técnicas generales, que se aplicarán diferencialmente según las características propias de la asignatura:

- **Método expositivo/Lección magistral:** el profesor desarrollará, mediante clases magistrales y dinámicas los contenidos recogidos en el temario.
- **Estudio de casos:** análisis de casos reales relacionados con la asignatura.
- **Resolución de ejercicios y problemas:** los estudiantes desarrollarán las soluciones adecuadas aplicando procedimientos de transformación de la información disponible y la interpretación de los resultados.
- **Aprendizaje basado en problemas:** utilización de problemas como punto de partida para la adquisición de conocimientos nuevos.
- **Aprendizaje orientado a proyectos:** se pide a los alumnos que, en pequeños grupos, planifiquen, creen y evalúen un proyecto que responda a las necesidades planteadas en una determinada situación.
- **Aprendizaje cooperativo:** Los estudiantes trabajan en grupo para realizar las tareas de manera colectiva.

## 5.2. Actividades formativas

Actividad Formativa	Horas	Presencialidad
AF1 Clases teóricas / Expositivas	36	100%
AF2 Clases Prácticas	45	100%
AF3 Tutorías	9	50%
AF4 Estudio independiente y trabajo autónomo del alumno	86	0%
AF5 Elaboración de trabajos (en grupo o individuales)	43	0%
AF6: Actividades de Evaluación	9	100%

## 6. SISTEMA DE EVALUACIÓN

### 6.1. Criterios de calificación

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	VALORACIÓN RESPECTO A LA CALIFICACIÓN FINAL (%)
Evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura	20%
Evaluación de trabajos, proyectos, informes, memorias	30%
Prueba Objetiva	50%

#### Consideraciones generales acerca de la evaluación:

- La evaluación de la participación en clase, en prácticas o en proyectos de la asignatura se realizará a partir de la asistencia y la participación activa en clase y en el resto de las actividades desarrolladas durante el curso. Este aspecto representará el 20% de la calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria.
- A lo largo del curso se plantearán actividades, ejercicios y problemas que deberán ser entregadas antes de la fecha indicada a través de la plataforma virtual. Este trabajo se evaluará a través de la propia plataforma virtual y supondrá un 30% de la

calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria. **No serán evaluados trabajos entregados fuera de plazo.**

- A mitad de cuatrimestre se realizará un examen parcial, que será liberatorio si así lo desea el alumno con la condición de obtener al menos una calificación de 4.0 en dicho examen. Aquellos alumnos que no superen esa nota o que decidan descartarla voluntariamente, deberán realizar sendos exámenes correspondientes a los dos parciales en la fecha asignada para la convocatoria ordinaria de enero. Los dos exámenes parciales representarán el 50% de la calificación final en la convocatoria ordinaria (25% cada uno).
- Para aprobar la asignatura en la convocatoria ordinaria, es imprescindible que la nota final (incluyendo los exámenes parciales, las problemas y actividades a entregar y la participación) sea al menos 5.0 (sobre 10). Además de ese requisito, es necesario que la media de los exámenes parciales sea al menos 5.0 (sobre 10), permitiéndose que la nota individual de uno de los dos exámenes parciales sea superior o igual a 4.0 (sobre 10). **En caso de no cumplirse alguno de estos requisitos, la asignatura se considerará automáticamente suspensa independientemente del resto de calificaciones.**
- En caso de no conseguir el aprobado en la convocatoria ordinaria de enero, el alumno podrá presentarse a la convocatoria extraordinaria de julio, donde realizará un examen final que representará el 50 % de su calificación en dicha convocatoria, y en el que formará parte de la materia exigible al alumno todo el contenido de la asignatura visto en clase. El 50% restante de la nota será repartido entre el 20% de la nota de participación y el 30% de los entregables.
- En los exámenes no se permite el uso de apuntes ni de calculadoras científicas programables, para lo que el alumno debe remitirse a las instrucciones específicas del profesor sobre este tema.
- No se conservarán calificaciones de ningún tipo entre distintos cursos académicos, ni entre distintas convocatorias.

#### **Consideraciones generales acerca del desarrollo de las clases:**

- No está permitido el uso de teléfonos móviles en el aula durante el período de evaluación continua, excepto indicación expresa en sentido contrario del profesor. Los ordenadores portátiles podrán utilizarse únicamente para actividades relacionadas con la asignatura. El profesor podrá retirar el derecho al uso del ordenador a aquellos alumnos que lo utilicen para actividades que no estén relacionadas con la asignatura (consulta de correos, noticias o redes sociales, consulta o elaboración de actividades de otras asignaturas, etc.).
- No está permitido consumir bebidas ni comidas en el aula. Tampoco está permitida la presencia de cualquier tipo de bebida en las mesas, incluso en envases cerrados.
- Se demandará del alumno una participación activa, necesaria para el desarrollo de las clases.

- Se exigirá al alumno un buen comportamiento en todo momento durante el desarrollo de las clases. El mal comportamiento que impida el normal desarrollo de la clase puede conllevar la expulsión del aula por un tiempo a determinar por el profesor.

## 7. BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

### Bibliografía Básica:

- James R. Munkres, **Topología**, Pearson Education S.A., Madrid, 2002.
- Bernard R. Gelbaum, John M. H. Olmsted. **Counterexamples in Analysis**, Holden-Day, 1964.
- Viro, O. Ya.; Ivanov, O. A.; Netsvetaev, N. Yu.; Kharlamov, V. M. **Elementary Topology : Problem Textbook**. American Mathematical Society, 2008
- *Problemas de topología general*, G. Fleitas y J. Margaleff. Alhambra 1983.

### Bibliografía Recomendada:

- Sidney A. Morris. Topology Without Tears.  
<https://www.topologywithouttears.net/topbookspanish.pdf>