Examen Final de Álgebra

Primer Parcial

Doble Grado Ingeniería del Software y Matemática Computacional		29 mayo 2025		
CURSO	1º	HORA 11.00	Mod	
GRUPO	MAIS 1A	DURACIÓN TOTAL 3 horas		
ALUMNO				

Problemas

Problema 1 (1 punto)

Si z_1 *es una de las raíces* $\sqrt[4]{\frac{-4}{1-\sqrt{3}i}}$ y $z_2 = -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ i, calcular el valor de $z_1.{z_2}^3$

Problema 2 (3 puntos: 1 punto cada apartado)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ -1 & 2-\alpha & 0 \\ 1-\alpha & -2+\alpha-\alpha^2 & 1-2\alpha \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\alpha-\alpha^2 \end{pmatrix}$

a.1) Determinar si existe algún valor real de α para el que el sistema de ecuaciones lineales AX=B es compatible indeterminado.

a.2) Si el sistema anterior corresponde a las ecuaciones de tres planos en R^3, analizar cuál es la posición relativa de esos planos para $\alpha = 0$.

b) Encontrar la condición que deben cumplir p y q para que las rectas r y s estén contenidas en un plano y determinar los valores de p y q para que dicho plano pase por el punto (1,1,1)

r≡ $\begin{Bmatrix} x = p + 2\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = \lambda \end{Bmatrix}$ s≡ $\begin{Bmatrix} x = 1 - \mu \\ y = q + 2\mu \\ z = \mu \end{Bmatrix}$

Problema 3 (2 puntos: a y b: 0,75 puntos; c: 0,5 puntos)

Dada A una matriz cuadrada que verifica $A^2 + 2A = I$ $(I\ es\ la\ matriz\ identidad)$

a) Demostrar que A tiene rango completo y obtener una expresión de A^{-1}

b) Calcular, si existen, los valores de “p” y “q” tales que $A^3 = pI + qA$

c) Dada A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ ¿existe algún valor de k para el que A verifique la ecuación matricial de partida?

Cuestiones teórico-prácticas

Cuestión 1 (1 punto)

Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}$=3, calcular utilizando propiedades de los determinantes el valor

de $\begin{vmatrix} 3\alpha+2 & 2\alpha & \alpha+6 \\ 3\beta+4 & 2\beta & \beta \\ 3\gamma+6 & 2\gamma & \gamma+3 \end{vmatrix}$

Cuestión 2 (1 punto)

Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones

a) No existe ninguna matriz A 3x3 tal que |A|=1 que verifique $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) No existe ninguna matriz A tal que A^2=D y A^3=E donde D=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y E=$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Cuestión 3 (1 punto)

Calcular en forma binómica $z = \frac{(2+i\sqrt{5}).(1+i\sqrt{3})^3}{\sqrt{5}+i\sqrt{3}}$ y obtener su módulo

Cuestión 4 (1 punto) Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones

a) Un sistema homogéneo de ecuaciones lineales tal que el rango de la matriz de coeficientes coincide con el número de incógnitas puede tener infinitas soluciones.

b) Un sistema de ecuaciones lineales con n+1 ecuaciones y n incógnitas tal que el rango de la matriz ampliada es n+1 puede ser indeterminado.