TITULACIÓN	MATEMÁTICA COMPUTACIONAL & ING. SOFTWARE	**FECHA**	02/07/2025	
CURSO	3º	**HORA**	11:00	
GRUPO	A	**DURACIÓN**	3 HORAS	
ALUMNO				

PROBLEMA 1

Determina la familia de curvas $y = y(x)$ tal que la tangente a la curva en todo punto $(x_0, y(x_0))$ corta el eje X en el punto $(x_0^2, 0)$.

Solución:

La ecuación de la recta tangente a la curva en un punto $(x_0, y(x_0))$ es

$$y = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$$

Puesto que el punto $(x_0^2, 0)$ pertenece a la recta tangente, debe ocurrir que

$$0 = y(x_0) + y'(x_0)\left(x_0^2 - x_0\right)$$

Aprovechamos para cambiar la notación y pasamos a utilizar x e y, dado que (x_0, y_0) es un punto genérico:

$$y + y'\left(x^2 - x\right) = 0$$

La ecuación resultante es de variables separadas:

$$y + y'\left(x^2 - x\right) = 0 \implies \frac{dy}{dx}\left(x^2 - x\right) = -y \implies \frac{1}{y}dy = -\frac{1}{x^2 - x}dx \implies$$

$$\implies \int \frac{1}{y}dy = \int \frac{-1}{x^2 - x}dx \implies \int \frac{1}{y}dy = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right)dx \implies$$

$$\implies \mathrm{Ln}|y| = \mathrm{Ln}|x| - \mathrm{Ln}|x - 1| + C \implies \mathrm{Ln}|y| = \mathrm{Ln}\left|\frac{x}{x-1}\right| + C \implies$$

$$\implies e^{\mathrm{Ln}|y|} = e^{\mathrm{Ln}\left|\frac{x}{x-1}\right| + C} = e^{\mathrm{Ln}\left|\frac{x}{x-1}\right|}e^{C} \implies \boxed{y = \frac{Kx}{x-1}}$$

TITULACIÓN	MATEMÁTICA COMPUTACIONAL & ING. SOFTWARE	**FECHA**	02/07/2025
CURSO	3º	**HORA**	11:00
GRUPO	A	**DURACIÓN**	3 HORAS
ALUMNO			

PROBLEMA 2

Resuelve la ecuación diferencial $(2xy^3 - 2x^3y^3 - 4xy^2 + 2x)\,dx + (3x^2y^2 + 4y)dy = 0$ utilizando el factor integrante adecuado del tipo $\mu = \mu(x)$ o $\mu = \mu(y)$.

Solución:

Comenzaremos indentificando las expresiones de $M(x,y)$ y $N(x,y)$:

$$\underbrace{\left(2xy^3 - 2x^3y^3 - 4xy^2 + 2x\right)}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{\left(3x^2y^2 + 4y\right)}_{N(x,y)} = 0$$

Comprobamos que no es una ecuación diferencial exacta:

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = 6xy^2 - 6x^3y^2 - 8xy \neq 6xy^2 = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

Buscamos un factor integrante μ. Vamos a estudiar si puede ser $\mu = \mu(x)$:

$$\frac{M_y - N_x}{N} = \frac{(6xy^2 - 6x^3y^2 - 8xy) - (6xy^2)}{3x^2y^2 + 4y} = \frac{-6x^3y^2 - 8xy}{3x^2y^2 + 4y} = \frac{-2x\cancel{y}\,\cancel{(3x^2y+4)}}{\cancel{y}\,\cancel{(3x^2y+4)}} = -2x = g(x)$$

Como la expresión depende solo de x, el factor integrante es de la forma $\mu(x)$.

$$\mu = \mu(x) \implies \underbrace{\mu(x)\cdot M(x,y)}_{P(x,y)}\,dx + \underbrace{\mu(x)\cdot N(x,y)}_{Q(x,y)}\,dy = 0$$

$$\frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} \implies \mu(x)\cdot\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \mu'(x)\cdot N(x,y) + \mu(x)\cdot\frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \implies$$

$$\implies \mu\cdot\left(6xy^2 - 6x^3y^2 - 8xy\right) = \mu'\cdot\left(3x^2y^2 + 4y\right) + \mu\cdot 6xy^2 \implies$$

$$\implies \mu'\left(3x^2y^2 + 4y\right) = \mu\left(-6x^3y^2 - 8xy\right) \implies$$

$$\implies \frac{1}{\mu}d\mu = \frac{-6x^3y^2 - 8xy}{3x^2y^2 + 4y}dx \implies \implies \frac{1}{\mu}d\mu = \frac{-2x\cancel{y}\,\cancel{(3x^2y+4)}}{\cancel{y}\,\cancel{(3x^2y+4)}}dx \implies$$

$$\implies \frac{1}{\mu}d\mu = -2x\,dx \implies \int\frac{1}{\mu}d\mu = -\int 2x\,dx \implies$$

$$\implies \mathrm{Ln}|\mu| = -x^2 + C \overset{C=0}{\implies} \mathrm{Ln}\,(\mu) = -x^2 \implies \mu(x) = e^{-x^2}$$

Multiplicamos la ecuación diferencial inicial por el factor integrante $\mu(x) = e^{-x^2}$ y comprobamos que ahora sí es diferencial exacta.

$$\underbrace{e^{-x^2}\left(2xy^3-2x^3y^3-4xy^2+2x\right)}_{P(x,y)}dx+\underbrace{e^{-x^2}\left(3x^2y^2+4y\right)}_{Q(x,y)}dy=0$$

Ahora verificamos si es exacta:

$$\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}=e^{-x^2}(6xy^2-6x^3y^2-8xy)$$

$$\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}=-2xe^{-x^2}(3x^2y^2+4y)+e^{-x^2}(6xy^2)=e^{-x^2}(6xy^2-6x^3y^2-8xy)$$

Puesto que $\dfrac{\partial P(x,y)}{\partial y}=\dfrac{\partial Q(x,y)}{\partial x}$, la ecuación es de tipo diferencial exacta.

Procedemos a continuación a obtener la función $F(x,y)$:

$$Q(x,y)=\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}\implies F(x,y)=\int Q(x,y)dy+C(x)\implies$$

$$\implies F(x,y)=\int e^{-x^2}(3x^2y^2+4y)dy+C(x)=e^{-x^2}\left(x^2y^3+2y^2\right)+C(x)$$

$$P(x,y)=\frac{\partial F(x,y)}{\partial x}\implies$$

$$\implies e^{-x^2}\left(2xy^3-2x^3y^3-4xy^2+2x\right)=-2xe^{-x^2}(x^2y^3+2y^2)+e^{-x^2}(2xy^3)+C'(x)\implies$$

$$\implies e^{-x^2}\left(2xy^3-2x^3y^3-4xy^2+2x\right)=e^{-x^2}(-2x^3y^3-4xy^2)+e^{-x^2}(2xy^3)+C'(x)\implies$$

$$\implies e^{-x^2}(\cancel{2xy^3}-\cancel{2x^3y^3}-\cancel{4xy^2})+2xe^{-x^2}=e^{-x^2}(\cancel{2xy^3}-\cancel{2x^3y^3}-\cancel{4xy^2})+C'(x)\implies$$

$$\implies 2xe^{-x^2}=C'(x)\implies C(x)=\int 2xe^{-x^2}dx=-e^{-x^2}+C$$

Por lo tanto, la solución es:

$$F(x,y)=e^{-x^2}(x^2y^3+2y^2)-e^{-x^2}+C=\boxed{e^{-x^2}(x^2y^3+2y^2-1)+C=0}$$

TITULACIÓN	MATEMÁTICA COMPUTACIONAL & ING. SOFTWARE	FECHA	02/07/2025
CURSO	3º	HORA	11:00
GRUPO	A	DURACIÓN	3 HORAS
ALUMNO			

PROBLEMA 3

Calcula la solución general de la ecuación $y'' + 3y' + 2y = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\text{sen}(x)$.

Solución:

Se trata de una ecuación diferencial de segundo orden, lineal, completa y de coeficientes constantes.

a) Solución General de la Ecuación Homogénea (SGEH):

$$y'' + 3y' + 2y = 0 \implies r^2 + 3r + 2 = 0 \implies (r+1)(r+2) = 0 \implies$$

$$\implies \begin{cases} r_1 = -1 \\ r_2 = -2 \end{cases} \implies y_{SGEH} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$$

b) Solución Particular de la Ecuación Completa (SPEC):

Utilizaremos el método de coeficientes indeterminados:

$$s(x) = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\text{sen}(x) \implies \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{array} \right] \to \ t = 0 \\ \left. \begin{array}{l} P_m(x) = 16 + 20x \to m = 1 \\ Q_n(x) = 10 \to n = 0 \end{array} \right] \to \ k = 1 \end{array} \right.$$

Como la parte no homogénea es de la forma $e^{\alpha x}(P_m(x)\cos(\beta x) + Q_n(x)\,\text{sen}(\beta x))$ con $\alpha = 0$, $\beta = 1$ y $\alpha + i\beta = i$ no es una raíz de la ecuación característica, la solución particular a utilizar es:

$$y_p = (Ax + B)\cos(x) + (Cx + D)\,\text{sen}(x)$$

Calculamos las derivadas:

$$\begin{aligned} y_p' &= A\cos(x) - (Ax + B)\,\text{sen}(x) + C\,\text{sen}(x) + (Cx + D)\cos(x) \\ &= (A + Cx + D)\cos(x) + (-Ax - B + C)\,\text{sen}(x) \\ y_p'' &= C\cos(x) - (A + Cx + D)\,\text{sen}(x) - A\,\text{sen}(x) + (-Ax - B + C)\cos(x) \\ &= (-Ax - B + 2C)\cos(x) + (-2A - Cx - D)\,\text{sen}(x) \end{aligned}$$

Sustituimos las derivadas en la ecuación diferencial original:

$$y'' + 3y' + 2y = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\mathrm{sen}(x) \implies$$

$$\implies \big((-Ax - B + 2C)\cos(x) + (-2A - Cx - D)\,\mathrm{sen}(x)\big) +$$

$$+3\big((A + Cx + D)\cos(x) + (-Ax - B + C)\,\mathrm{sen}(x)\big) +$$

$$+2\big(Ax + B)\cos(x) + (Cx + D)\,\mathrm{sen}(x)\big) = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\mathrm{sen}(x)$$

Agrupamos los términos con $\cos(x)$ y $\mathrm{sen}(x)$:

$$\big(-Ax - B + 2C + 3(A + Cx + D) + 2(Ax + B)\big)\cos(x)$$

$$+\big(-Cx - D - 2A + 3(-Ax - B + C) + 2(Cx + D)\big)\,\mathrm{sen}(x) = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\mathrm{sen}(x)$$

Simplificamos los coeficientes:

$$\big((-A + 3C + 2A)x + (-B + 2C + 3A + 3D + 2B)\big)\cos(x) +$$

$$+\big((-C - 3A + 2C)x + (-D - 2A - 3B + 3C + 2D)\big)\,\mathrm{sen}(x) = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\mathrm{sen}(x)$$

$$\implies \big((A + 3C)x + (3A + B + 2C + 3D)\big)\cos(x)$$

$$+\,((-3A + C)x + (-2A - 3B + 3C + D))\,\mathrm{sen}(x) = (16 + 20x)\cos(x) + 10\,\mathrm{sen}(x)$$

Construimos a continuación el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcrcr} A & + & & & 3C & & & = & 20 \\ 3A & + & B & + & 2C & + & 3D & = & 16 \\ -3A & + & & & C & & & = & 0 \\ -2A & - & 3B & + & 3C & + & D & = & 10 \end{array}\right\} \implies \begin{cases} A = 2 \\ B = 1 \\ C = 6 \\ D = -1 \end{cases}$$

La solución particular es:

$$y_p = (2x + 1)\cos(x) + (6x - 1)\,\mathrm{sen}(x)$$

Por lo tanto, la solución general es:

$$\boxed{y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + (2x + 1)\cos(x) + (6x - 1)\,\mathrm{sen}(x)}$$

TITULACIÓN	MATEMÁTICA COMPUTACIONAL & ING. SOFTWARE	FECHA	02/07/2025
CURSO	3º	HORA	11:00
GRUPO	A	DURACIÓN	3 HORAS
ALUMNO			

PROBLEMA 4

Determina los puntos críticos del siguiente sistema y analiza su tipo para todos ellos utilizando el método de linealización. A continuación, realiza un gráfico aproximado de su diagrama de fases.

$$\left.\begin{aligned} x' &= x + y - xy \\ y' &= x - 3y + xy \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los puntos críticos se encuentran resolviendo el sistema de ecuaciones no lineales cuando $x' = 0$ e $y' = 0$, donde $g_1(x, y) = x + y - xy$ y $g_2(x, y) = x - 3y + xy$:

$$\left.\begin{aligned} x + y - xy &= 0 \\ x - 3y + xy &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Sumando las dos ecuaciones, eliminamos el término no lineal xy:

$$(x + y - xy) + (x - 3y + xy) = 0 \implies 2x - 2y = 0 \implies x = y$$

Sustituimos $y = x$ en la primera ecuación:

$$x + y - xy = 0 \implies x + x - x^2 = 0 \implies x(2 - x) = 0 \implies \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Como $y = x$, los puntos críticos son $P_1 = (0, 0)$ y $P_2 = (2, 2)$. A continuación, calculamos calculamos la matriz jacobiana $J(x, y)$ del sistema:

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial g_1}{\partial x} & \dfrac{\partial g_1}{\partial y} \\ \dfrac{\partial g_2}{\partial x} & \dfrac{\partial g_2}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - y & 1 - x \\ 1 + y & -3 + x \end{pmatrix}$$

$\boxed{P_1 = (0, 0)}$

$$J(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 - 0 & 1 - 0 \\ 1 + 0 & -3 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Calculamos a continuación los autovalores de esa matriz:

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & 1 \\ 1 & -3 - \lambda \end{vmatrix} = (1 - \lambda)(-3 - \lambda) - 1 = \lambda^2 + 2\lambda - 4 = 0 \implies \lambda = -1 \pm \sqrt{5}$$

Los autovalores son $\lambda_1 = -1+\sqrt{5} \approx 1.236$ y $\lambda_2 = -1-\sqrt{5} \approx -3.236$. Dado que los autovalores son reales y tienen signos opuestos, el punto crítico $P_1 = (0,0)$ es un punto silla (inestable).

$\boxed{P_1 = (2,2)}$

$$J(2,2) = \begin{pmatrix} 1-2 & 1-2 \\ 1+2 & -3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Calculamos a continuación los autovalores de la nueva matriz:

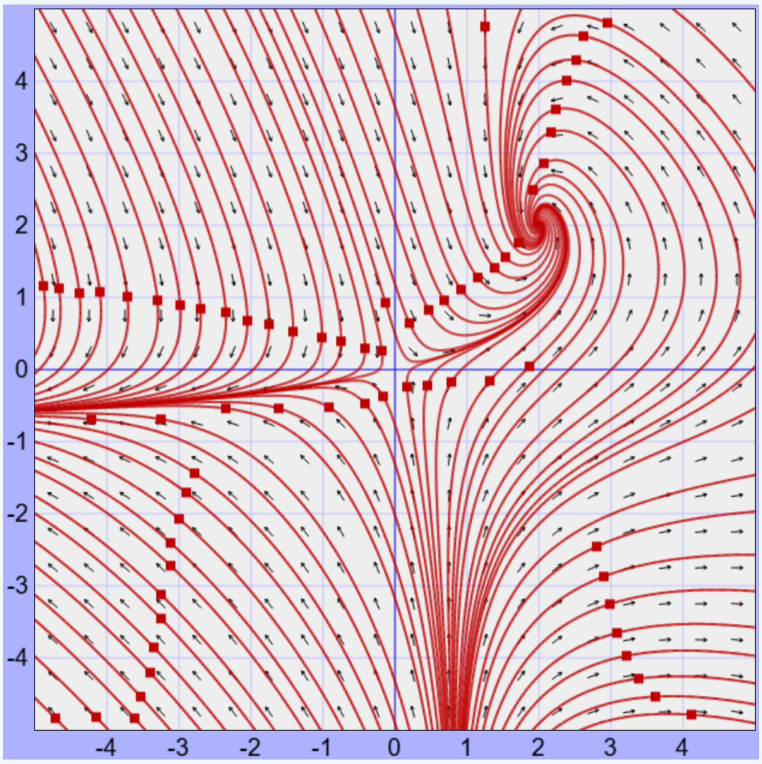
$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -1 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (-1-\lambda)(-1-\lambda)+3 = \lambda^2+2\lambda+4 = 0 \implies -1 \pm i\sqrt{3}$$

Los autovalores son complejos conjugados con una parte real negativa. Por lo tanto, el punto crítico $P_2 = (2,2)$ es una espiral estable.

En cuanto al diagrama de fases, respecto al punto silla, las trayectorias se alejan a lo largo de la dirección del autovector $\overline{v}_1$ asociado al autovalor positivo y se acercan a lo largo de la dirección del autovector $\overline{v}_2$ asociado al autovalor negativo.

$$\overline{v}_1 = (2+\sqrt{5},1) \approx (4.236,1) \qquad \overline{v}_2 = (2-\sqrt{5},1) \approx (-0.236,1)$$

Respecto a la espiral, para determinar el sentido de giro evaluamos el campo vectorial en un punto cercano, como por ejemplo $(3,2)$: $x'(3,2) = -1$ e $y'(3,2) = 3$. El vector $(-1,3)$ apunta hacia el cuadrante superior izquierdo, lo que indica un giro en sentido antihorario.



PROBLEMA 5

Obtén la solución general del siguiente sistema de ecuaciones utilizando transformadas de Laplace teniendo en cuenta las condiciones $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$, $y(0) = 1$. Para ello, obtén las transformadas de Laplace de cada ecuación, determina $X(s)$ e $Y(s)$ a partir de ellas y realiza la transformación inversa al final para proporcionar la solución de $x(t)$ e $y(t)$.

$$\left.\begin{array}{rcl} x'' + x + y &=& 0 \\ x' + y' &=& 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{rcl} x'' + x + y &=& 0 \\ x' + y' &=& 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{rcl} \left(s^2X(s) - \cancel{sx(0)} - \cancel{x'(0)}\right) + X(s) + Y(s) &=& 0 \\ \left(sX(s) - \cancel{x(0)}\right) + \left(sY(s) - y(0)\right) &=& 0 \end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{cases} s^2X(s) + X(s) + Y(s) = 0 \longrightarrow (s^2+1)X(s) + Y(s) = 0 \longrightarrow Y(s) = -(s^2+1)X(s) \\ sX(s) + sY(s) = 1 \end{cases}$$

Sustituimos la expresión de $Y(s)$ en la segunda ecuación para obtener $X(s)$ y, después, $x(t)$:

$$sX(s) + sY(s) = 1 \implies sX(s) - s(s^2+1)X(s) = 1 \implies$$

$$\implies sX(s)\left(\cancel{1} - \left(s^2 + \cancel{1}\right)\right) = 1 \implies sX(s)\left(-s^2\right) = 1 \implies X(s) = -\frac{1}{s^3}$$

$$X(s) = -\frac{1}{s^3} \implies \boxed{x(t) = -\frac{t^2}{2}}$$

Calculamos ahora $Y(x)$ como paso intermedio para obtener la expresión de $y(t)$:

$$sX(s) + sY(s) = 1 \implies s\left(-\frac{1}{s^3}\right) + sY(s) = 1 \implies$$

$$\implies Y(s) = \frac{s^2+1}{s^3} \implies Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^3}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^3} \implies \boxed{y(t) = 1 + \frac{t^2}{2}}$$

PROBLEMA 6

Determina los primeros 4 coeficientes de cada una de las dos soluciones de la ecuación diferencial $(1+2x^2)y''+6xy'+2y=0$ obtenidas mediante el desarrollo en serie de potencias centrado en el origen apropiado.

Solución:

$$(1+2x^2)y''+6xy'+2y=0 \implies y''+\underbrace{\boxed{\frac{6x}{1+2x^2}}}_{b_1(x)}y'+\underbrace{\boxed{\frac{2}{1+2x^2}}}_{b_0(x)}y=0$$

Claramente $x=0$ es un punto regular de la ecuación, por lo que podemos emplear el método general de resolución de ecuaciones diferenciales mediante series de potencias.

$$y=\sum_{n=0}^{\infty}c_nx^n \longrightarrow y'=\sum_{n=1}^{\infty}c_nnx^{n-1} \longrightarrow y''=\sum_{n=2}^{\infty}c_nn(n-1)x^{n-2}$$

Sustituimos los sumatorios en la ecuación $(1+2x^2)y''+6xy'+2y=0$:

$$(1+2x^2)\sum_{n=2}^{\infty}c_nn(n-1)x^{n-2}+6x\sum_{n=1}^{\infty}c_nnx^{n-1}+2\sum_{n=0}^{\infty}c_nx^n=0 \implies$$

$$\implies \sum_{n=2}^{\infty}c_nn(n-1)x^{n-2}+\sum_{n=2}^{\infty}2c_nn(n-1)x^n+\sum_{n=1}^{\infty}6c_nnx^n+\sum_{n=0}^{\infty}2c_nx^n=0$$

Forzamos a que la primera potencia de los sumatorios sea la misma en todos los casos extrayendo los elementos necesarios en cada caso:

$$\left(2c_2+6c_3x+\sum_{n=4}^{\infty}c_nn(n-1)x^{n-2}\right)+\sum_{n=2}^{\infty}2c_nn(n-1)x^n+$$

$$+\left(6c_1x+\sum_{n=2}^{\infty}6c_nnx^n\right)+\left(2c_0+2c_1x+\sum_{n=2}^{\infty}2c_nx^n\right)=0 \implies$$

$$\implies (2c_2+6c_3x+6c_1x+2c_0+2c_1x)+$$

$$+\sum_{n=4}^{\infty}c_nn(n-1)x^{n-2}+\sum_{n=2}^{\infty}2c_nn(n-1)x^n+\sum_{n=2}^{\infty}6c_nnx^n+\sum_{n=2}^{\infty}2c_nx^n=0$$

Ahora, ajustamos los índices de los sumatorios para que todos tengan el mismo exponente x^k. El primer sumatorio se ajusta con $k=n-2$ (con lo que $n=k+2$), y los demás con $k=n$.

$$((2c_0+2c_2)+(8c_1+6c_3)x)+$$

$$+\sum_{k=2}^{\infty} c_{k+2}(k+2)(k+1)x^k+\sum_{k=2}^{\infty} 2c_k k(k-1)x^k+\sum_{k=2}^{\infty} 6c_k kx^k+\sum_{k=2}^{\infty} 2c_k x^k=0 \implies$$

$$\implies ((2c_0+2c_2)+(8c_1+6c_3)x)+$$

$$+\sum_{k=2}^{\infty}\left(c_{k+2}(k+2)(k+1)+2c_k k(k-1)+6c_k k+2c_k\right)x^k=0$$

A continuación, igualamos a cero tanto los términos que se encuentran fuera del sumatorio como el argumento del único sumatorio que queda:

$$\begin{cases} 2c_0+2c_2=0 \longrightarrow c_2=-c_0 \\[2mm] 8c_1+6c_3=0 \longrightarrow c_3=-\dfrac{4}{3}c_1 \\[2mm] c_{k+2}(k+2)(k+1)+c_k\left(2(k^2-k)+6k+2\right)=0 \longrightarrow \\[2mm] \longrightarrow c_{k+2}=-\dfrac{2(k+1)^{\cancel{2}}}{(k+2)\cancel{(k+1)}}=\dfrac{-2(k+1)}{k+2}c_k \quad k\geqslant 2 \end{cases}$$

Obtenemos los primeros valores c_i a partir de la relación de recurrencia:

- $k=2\rightarrow c_4=-\dfrac{3}{2}c_2=\dfrac{3}{2}c_0=\dfrac{3\cdot 1}{2\cdot 1}c_0$

- $k=3\rightarrow c_5=-\dfrac{8}{5}c_3=\dfrac{32}{15}c_1=4^2\dfrac{2\cdot 1}{5\cdot 3\cdot 1}c_1$

- $k=4\rightarrow c_6=-\dfrac{5}{3}c_4=-\dfrac{5}{2}c_0=-\dfrac{5\cdot 3\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1}c_0$

- $k=5\rightarrow c_7=-\dfrac{12}{7}c_5=-\dfrac{128}{35}c_1=-4^3\dfrac{3\cdot 2\cdot 1}{7\cdot 5\cdot 3\cdot 1}c_1$

- $k=6\rightarrow c_8=-\dfrac{7}{4}c_6=\dfrac{35}{8}c_0=\dfrac{7\cdot 5\cdot 3\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}c_0$

- $k=7\rightarrow c_9=-\dfrac{16}{9}c_7=\dfrac{1024}{315}c_1=4^4\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 7\cdot 5\cdot 3\cdot 2\cdot 1}c_1$

$$\vdots$$

La solución general se puede expresar de la siguiente manera:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + c_5 x^5 + \cdots =$$

$$= c_0 + c_1 x - c_0 x^2 - \frac{4}{3} c_1 x^3 + \frac{3}{2} c_0 x^4 + \frac{32}{15} c_1 x^5 - \frac{5}{2} c_0 x^6 - \frac{128}{35} c_1 x^7 + \frac{35}{8} c_0 x^8 + \frac{1024}{315} c_1 x^9 + \cdots =$$

$$= \boxed{c_0 \left(1 - x^2 + \frac{3}{2} x^4 - \frac{5}{2} x^6 + \frac{35}{8} x^8 + \cdots \right) + c_1 \left(x - \frac{4}{3} x^3 + \frac{32}{15} x^5 - \frac{128}{35} x^7 + \frac{1024}{315} x^9 + \cdots \right)}$$