

Ejercicios de Interpolación de Funciones (Taylor, Maclaurin y Lagrange)

Ejercicio 1

Obtén el polinomio de Maclaurin de cuarto grado que permita aproximar el valor de

$$\sqrt{1,2}.$$

Calcula también una cota del error cometido en dicha aproximación.

Ejercicio 2

Sea

$$f(x) = x^5 - 3x^4 - x^3 + 76x^2 - 78x + 11.$$

Usando el desarrollo de Taylor, expresa $f(x)$ en potencias de $(x - 1)$.

Ejercicio 3

Dados los puntos

$$(1, 1), \quad (2, 6), \quad (4, 4), \quad (5, -1),$$

considera el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por ellos. Calcula el valor de dicho polinomio en

$$x = 3.$$

Ejercicio 4

Sabiendo que

$$f(x) = \ln(1 + ax) + b x \sin(cx) + d$$

y que su polinomio de Maclaurin de tercer orden es

$$P_3(x) = 2x - 3x^2 + \frac{8}{3}x^3,$$

completar:

1. Determinar, de forma razonada, los valores de los parámetros $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.
2. Obtener la expresión del resto de Lagrange asociado a $P_3(x)$.

Ejercicio 5

Calcula el siguiente límite usando polinomios de Maclaurin:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\ln(1+x) + \frac{x^2}{2} - x \right)^{10}}{(e^x - x - 1)^{15}}.$$