

CAPITULO 5

INTERFERENCIA Y SUPERPOSICION DE ONDAS

INTRODUCCION:

PRINCIPIO DE SUPERPOSICION:

El principio de superposición lineal, tan útil en otros campos de la física, se aplica también para explicar los fenómenos ondulatorios cuando en una región del espacio coinciden simultáneamente varias ondas de la misma naturaleza, dando como resultado una perturbación ondulatoria combinada.

Esto significa que si un medio es perturbado simultáneamente por dos o más ondas distintas, el movimiento resultante será igual a la “suma” de los movimientos individuales que se encuentran en un punto determinado, pero solamente en ese punto.

En el resto del espacio donde las ondas no coinciden avanzarán de manera independiente, sin verse afectadas por la existencia de las otras. Esto resulta bastante obvio, porque, de lo contrario, si por ejemplo dos ondas luminosas resultaran permanentemente modificadas cada vez que se encontraran con otras,

veríamos las cosas de modos muy diferentes, pues la onda que llegaría a nosotros no se parecería en nada a las surgidas de la fuente.

Por supuesto que, en el caso de las ondas electromagnéticas, cuya existencia no implica el movimiento de ningún medio material, estaríamos hablando de la suma o resultante de las variaciones de los campos eléctricos y magnéticos en la región del espacio donde coinciden dos o más ondas de este tipo.

El fenómeno surgido de la superposición de dos o más ondas de cualquier clase se conoce como “**interferencia**”, que puede ser “**constructiva**” y “**destructiva**” de acuerdo a si la amplitud de la onda resultante sea mayor o menor, respectivamente. La figura N° 21 muestra como ejemplo de estos tipos de interferencia lo que ocurre cuando dos pulsos ondulatorios se propagan en una cuerda y se encuentran en determinado momento.

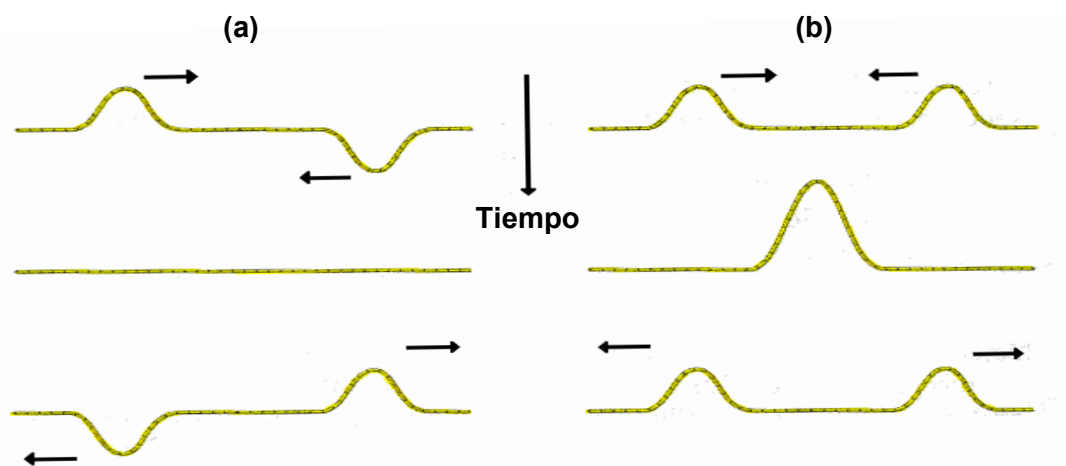


Figura N° 21: Interferencia (a) destructiva y (b) constructiva de dos pulsos que se propagan en una cuerda

La figura N° 22 muestra un ejemplo de dos pulsos ondulatorios de diferentes amplitudes y fases que se propagan en sentidos contrarios, en el cual se puede apreciar la superposición e interferencia parcial. La posición de la cuerda se muestra en varios tiempos sucesivos. Las posiciones de los pulsos individuales, durante el tiempo de superposición se indican con líneas de trazos. El desplazamiento real mostrado con una línea llena, es la amplitud de la onda resultante y corresponde a la suma algebraica de los desplazamientos

correspondientes a los pulsos separados. Después del encuentro los pulsos siguen moviéndose como si nada hubiese pasado.

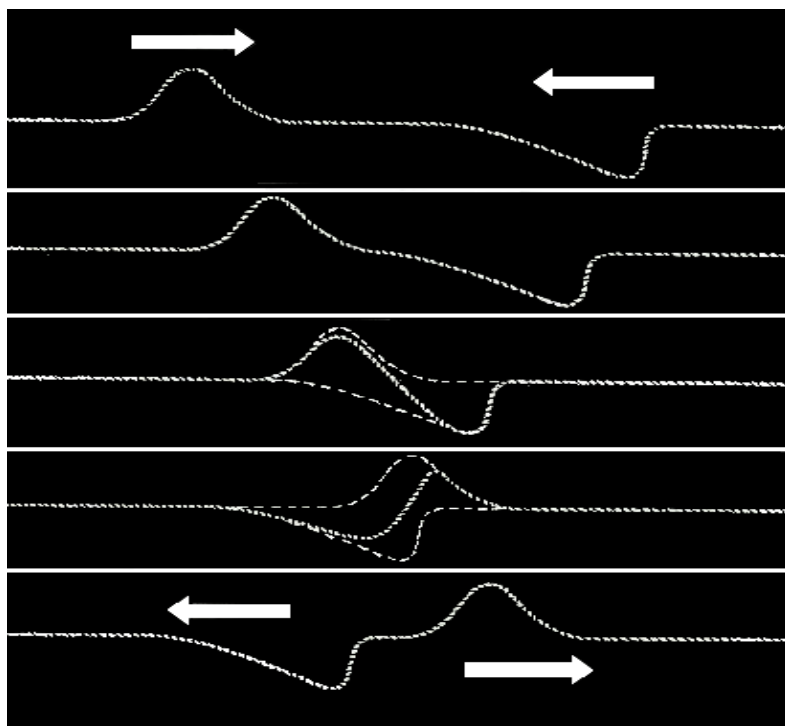


Figura N° 21: Diagrama de superposición de ondas de diferentes amplitudes y fases.

La figura N° 23 muestra una fotografía obtenida en una cubeta de ondas, en la cual se aprecia la interferencia entre ondas de agua producidas por la superposición de ondas procedentes de dos fuentes que oscilan en fase con la misma frecuencia.



Figura N° 22: *Interferencia de ondas de agua.*

En términos de la función de onda, el principio de superposición se puede aplicar debido a las características lineales de dichas funciones, pues son función solamente de variables lineales (exponente igual a la unidad). De modo que, la función de onda resultante de sumar dos o más funciones lineales debe ser necesariamente una función lineal. Por supuesto que, las características propias de la función resultante dependerán de las propiedades de las funciones que le dan origen, es decir de sus amplitudes, fases, velocidades o frecuencias.

En general, podemos resumir el principio de superposición matemáticamente de la siguiente manera:

$$\xi(z,t) = \xi_1(z,t) + \xi_2(z,t) + \xi_3(z,t) + \dots$$

$$\xi(z,t) = \sum_{i=1}^n \xi_i(z,t) \quad [26]$$

Podemos analizar con relativa facilidad los casos de interferencia de dos **ondas armónicas** unidimensionales que se propagan en un medio en la misma dirección o en dirección contraria, pero existen métodos matemáticos más complejos para tratar los casos de **ondas anarmónicas**, tales como el análisis de

Fourier para las ondas periódicas y las integrales de Fourier para las ondas no periódicas, que no trataremos en estos apuntes⁸.

Aquí vamos a tratar algunos casos particulares en los que sólo haya que sumar dos movimientos ondulatorios armónicos, que es el caso que en la práctica se presenta con mayor frecuencia y que nos permitirá obtener conclusiones importantes.

METODO ALGEBRAICO:

Éste método permite obtener analíticamente la onda resultante de la superposición de n ondas armónicas, siempre que tengan la misma frecuencia, porque se puede demostrar que *“la superposición de cualquier número de ondas armónicas coherentes (diferencias de fase constantes) que tienen la misma frecuencia y que se propagan en la misma dirección, resulta en una onda armónica de la misma frecuencia”*. Partiendo de la ecuación [26]

$$\xi(z,t) = \sum_{i=1}^n \xi_i(z,t) \quad [26]$$

$$\xi(z,t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\alpha_i \pm \omega t) \quad [27]$$

En la cual hemos escrito $\alpha_i = -(kz + \phi_i)$, entonces la onda resultante será:

$$\xi(z,t) = A \cos(\alpha \pm \omega t) \quad [28]$$

donde:

$$A^2 = \sum_{i=1}^n A_i^2 + 2 \sum_{j>1}^n \sum_{i=1}^n A_i A_j \cos(\alpha_i - \alpha_j) \quad [29]$$

⁸ Recomendamos consultar un texto que profundice al respecto, tales como: “Óptica” (HETCH-ZAJAC, 1994: 218-229), “Física. Campos y Ondas” (ALONSO-FINN, 1976: 699-701), “Óptica” (GRAHAM-THOMPSON, 1979: 244-257)

y

$$\tan \alpha = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cos \alpha_i} \quad [30]$$

METODO COMPLEJO:

Como alternativa a las ondas armónicas escritas con senos y cosenos ya hemos dicho que se pueden usar funciones exponenciales complejas, lo cual alivia el cálculo matemático considerablemente, al superponer ondas armónicas.

Una onda armónica cualquiera se puede escribir en notación compleja como:

$$\xi_j(z, t) = A_j e^{i(\alpha_j \pm \omega t)} \quad [31]$$

donde hemos usado el contador j para no confundirlo con el operador complejo i .

La onda resultante vendrá dada por:

$$\xi(z, t) = \left[\sum_{j=1}^n A_j e^{i\alpha_j} \right] e^{\pm \omega t} \quad [32]$$

La amplitud de esta onda, llamada “**amplitud compleja**” viene dada por la cantidad:

$$A e^{i\alpha} = \left[\sum_{j=1}^n A_j e^{i\alpha_j} \right] \quad [33]$$

Esta amplitud es la suma de las amplitudes constitutivas puesto que:

$$A^2 = \left(A e^{i\alpha} \right) \left(A e^{i\alpha} \right)^* \quad [34]$$

SUMA DE FASORES:

Este es un método gráfico que utiliza la suma de vectores en el plano complejo, para encontrar el vector ondulatorio resultante. Se usa con frecuencia en ingeniería electrónica y constituyen la base de algunos esquemas usados para explicar los fenómenos de difracción, como la “*curva de vibraciones*” y la “*la espiral de Cornu*”. La amplitud compleja se conoce como **fasor** y se describe por su módulo y fase, escribiéndola así: $A \angle \alpha$.

Luego si tenemos que superponer dos o más ondas de la misma frecuencia, pero de diferente fase y amplitud, la resultante se encuentra aplicando el método del polígono, construyéndolo gráficamente y midiendo directamente la magnitud de la amplitud resultante y el ángulo de fase. Esto se entenderá mejor observando la figura N° 23, en la cual se han representado cuatro ondas o fasores diferentes, tales como:

$$A_1 = K \angle \alpha_1 \quad A_2 = 2K \angle \alpha_2 \quad A_3 = K \angle \alpha_3 \quad \text{y} \quad A_4 = 3K \angle \alpha_4$$

Donde hemos tomado como referencia para el módulo un valor cualquiera de amplitud “ K ”, a manera de ejemplo. Se trazan los vectores de modo que la punta de cada uno coincida con la cola del siguiente, teniendo cuidado de representarlos con la mayor precisión posible, tanto en módulo, usando una escala adecuada, como en dirección, usando un transportador. La amplitud compleja resultante se encuentra cerrando el polígono desde la cola del primer fasor hasta la punta del último.

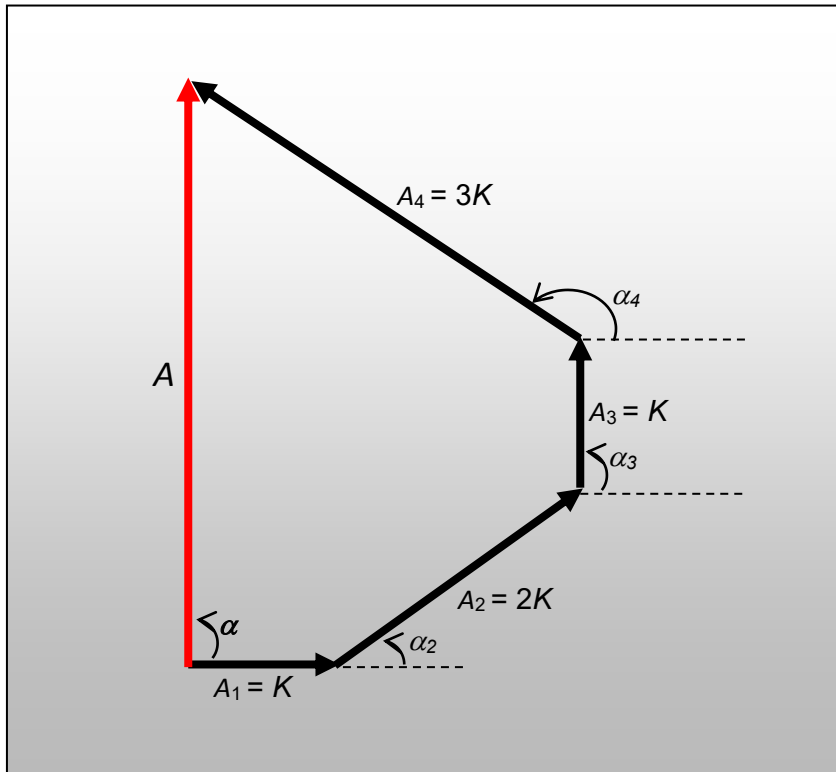


Figura N° 23: Diagrama de suma de fasores. La amplitud compleja resultante se dibujó en color rojo.

La amplitud resultante es $A \approx 7.8 K$ y la fase resultante es $\angle \alpha \approx 90^\circ$. Nótese que la fase de cada fasor se mide en sentido antihorario respecto al semieje positivo de las x y que $\alpha_1 = 0$.

Analicemos ahora algunos casos particulares, pero muy importantes, de superposición de ondas que se mueven en el mismo sentido y también en sentido contrario:

CASOS DE DOS ONDAS PARALELAS QUE SE MUEVEN EN LA MISMA DIRECCION.

- **Amplitudes Diferentes:**

Escribamos para empezar una forma lo suficientemente general para ondas armónicas utilizando como referencia la ecuación [26]:

$$\xi(z,t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos \left[\omega_i \left(t - \frac{z}{v_i} \right) - \phi \right] \quad [35]$$

Supongamos ahora dos ondas ξ_1 y ξ_2 , cuyos parámetros son exactamente iguales, menos en su amplitud. La onda resultante estará dada por:

$$\begin{aligned} \xi_{12}(z,t) &= \xi_1(z,t) + \xi_2(z,t) = A_1 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi \right] + A_2 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi \right] \\ \xi_{12}(z,t) &= (A_1 + A_2) \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi \right] \quad [36] \end{aligned}$$

Se observa entonces que la superposición solamente modifica la amplitud, de modo que la onda resultante, tendrá una amplitud igual a la suma de las amplitudes individuales, mientras que la frecuencia, la velocidad de fase y la fase seguirán siendo las mismas. Además, se puede inferir a partir de esto que, si tenemos más de dos ondas de amplitud distinta, pero con el resto de sus parámetros idénticos, podemos encontrar directamente la perturbación resultante, sumando las amplitudes individuales para obtener la amplitud total resultante, conservando el resto de la función de onda similar. Esta forma de encontrar la onda resultante corresponde al mismo **método algebraico**, pues obviamente se debe tener en cuenta el signo de las amplitudes individuales (que podrán ser negativas o positivas, de acuerdo a su dirección de vibración en el punto de interferencia).

- **Diferentes Fases:**

Tomemos ahora dos perturbaciones ξ_1 y ξ_2 , en las cuales $\varphi_1 \neq \varphi_2$, pero el resto de los parámetros son exactamente iguales. La onda resultante será:

$$\xi_{12}(z,t) = \xi_1(z,t) + \xi_2(z,t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \varphi_1 \right] + A \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \varphi_2 \right] =$$

$$\xi_{12}(z,t) = A \left\{ \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \cos \varphi_1 + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \sin \varphi_1 + \right.$$

$$\left. \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \cos \varphi_2 + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \sin \varphi_2 \right\} =$$

$$\xi_{12}(z,t) = A \left\{ \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] [\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2] + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] [\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2] \right\} =$$

$$\xi_{12}(z,t) = A \left\{ \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] 2 \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] 2 \sin \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right\} =$$

$$\xi_{12}(z,t) = 2A \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \bullet \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right] \quad [37]$$

Dado que tanto φ_1 como φ_2 son constantes, es posible escribir una nueva constante “B”, representativa de la amplitud resultante que viene dada por:

$$B = 2A \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \quad [38]$$

Luego, la perturbación resultante será:

$$\xi_{12}(z,t) = B \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right] \quad [39]$$

A partir de este resultado podemos concluir que la perturbación resultado de la perturbación es armónica, con la misma frecuencia, pero con distinta fase (igual al promedio de las fases originales) y diferente amplitud la cual viene dada por la ecuación [38].

En el caso particular para el cual coinciden las fases $\varphi_1 = \varphi_2$, se tendrá una onda resultante con amplitud doble e igual fase que cada uno de las ondas individuales, siendo entonces un caso particular de la suma de ondas de distinta amplitud que vimos en la sección anterior.

Cuando $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ se tiene que:

$$B = 2A \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 2A \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

Este sería el caso de interferencia completamente destructiva.

La figura N° 24 nos muestra gráficamente dos de estos casos particulares.

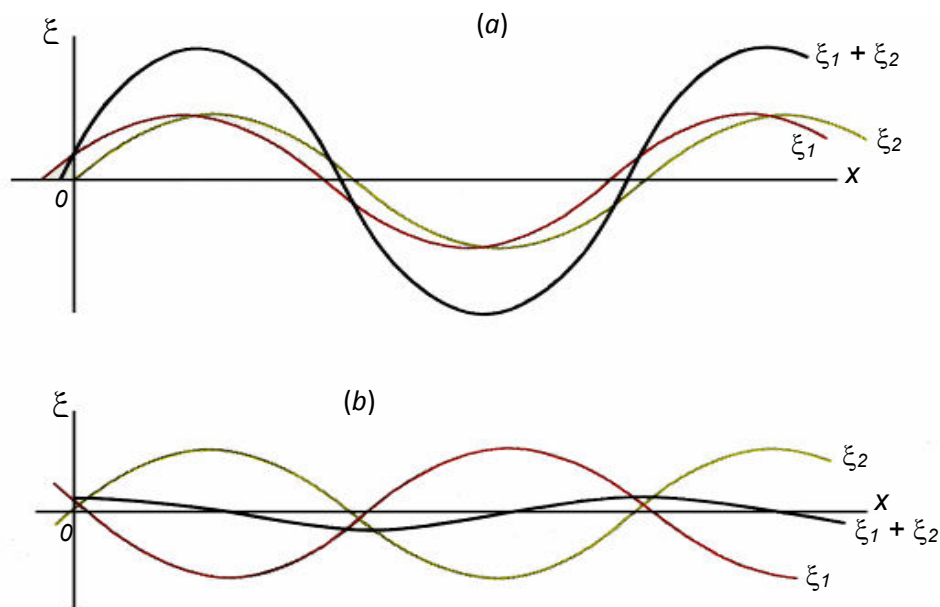


Figura N° 24: Superposición de ondas senoidales de igual frecuencia y amplitud. a) Cuando las ondas están aproximadamente en fase, la amplitud resultante es la suma de las amplitudes individuales. (b) Cuando las ondas difieren en fase aproximadamente 180°, la amplitud de la onda resultante se aproxima a cero y es más pequeña que cualquiera de las individuales.

○ **Diferentes Amplitudes y Fases:**

Si las fases y amplitudes de las dos perturbaciones son diferentes la perturbación resultante de la interferencia será:

$$\xi_{12}(z,t) = \xi_1(z,t) + \xi_2(z,t) = A_1 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi_1 \right] + A_2 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi_2 \right] =$$

$$\xi_{12}(z,t) = A_1 \left\{ \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \cos \phi_1 + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \sin \phi_1 \right\} +$$

$$A_2 \left\{ \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \cos \phi_2 + \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \sin \phi_2 \right\} =$$

$$\xi_{12}(z,t) = (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2) \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] + (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2) \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right]$$

Nuevamente definimos otras constantes a partir de los parámetros constantes originales:

$$B \cos \psi = (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2) \quad [40]$$

$$B \sin \psi = (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2) \quad [41]$$

El cual representa un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, que puede resolverse elevando al cuadrado y sumando para obtener a B y dividiendo una ecuación entre la otra para obtener ψ :

$$B = \sqrt{(A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2)^2 + (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2)^2} \quad [42]$$

$$\psi = \arctan \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2} \quad [43]$$

Con lo que se puede escribir el movimiento resultante como:

$$\xi_{12}(z,t) = B \cos \psi \cos \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) + B \sin \psi \sin \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \quad [44]$$

$$\xi_{12}(z,t) = B \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \psi \right] \quad [45]$$

Luego podemos concluir que la interferencia obtenida será una onda armónica con una nueva amplitud y una nueva fase. No aparecerá en ningún caso interferencia completamente destructiva, debido a que cuando $A_1 \neq A_2$ el valor de B nunca será nulo. Es interesante revisar a partir de estos resultados las mismas ecuaciones para el caso donde $A_1 = A_2$ y $\varphi_1 = \varphi_2$.

○ Diferentes Frecuencias:

En este caso la función de onda resultante tendrá la forma:

$$\xi_{12}(z,t) = \xi_1(z,t) + \xi_2(z,t) = A \cos \left[\omega_1 \left(t - \frac{z}{v} \right) - \varphi \right] + A \cos \left[\omega_2 \left(t - \frac{z}{v} \right) - \varphi \right] =$$

Y siguiendo el procedimiento indicado para el caso de diferentes fases se llega al siguiente resultado:

$$\xi_{12}(z,t) = 2A \cos \left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \cos \left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \left(t - \frac{z}{v} \right) - \varphi \right] \quad [46]$$

La interpretación de este resultado sería la de una oscilación con una **frecuencia angular promedio** $\overline{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ y con una amplitud que en cada punto varía armónicamente con el tiempo, con una **frecuencia angular modulada** $\omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$. Si las frecuencias son iguales se obtiene la ecuación [36] con

$A_1 = A_2 = A$, pero si son muy próximas, es decir que $\omega_1 \approx \omega_2$, entonces, $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_1$ y $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ es pequeña, con lo cual la amplitud varía lentamente respecto al tiempo. A este efecto, se le llama “**batido**” y se usa frecuentemente en electrónica.

Del mismo modo se pueden definir el **número de propagación promedio** $\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$ y el **número de propagación de modulación** $k_m = \frac{k_1 - k_2}{2}$ a partir de los cuales se puede escribir la onda resultante como:

$$\xi_{12}(z,t) = 2A \cos(k_m z - \omega t) \cos(\bar{k} z - \bar{\omega} t) \quad [47]$$

ó

$$\xi_{12}(z,t) = B(z,t) \cos(\bar{k} z - \bar{\omega} t) \quad [48]$$

A partir de esta onda, cuya amplitud es variable y función de la coordenada espacial y del tiempo, designada como $B(z, t)$, que constituye una *onda portadora de alta frecuencia ($\bar{\omega}$) modulada en amplitud por una función coseno*, podemos obtener una expresión para la **velocidad de grupo** con la cual se desplaza la combinación de ondas que, en general, es distinta a la velocidad de fase de cada onda en particular.

La velocidad de fase vendrá dada por la expresión $V = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}}$, esta será la velocidad de fase esté o no modulada la onda portadora, pero lo que tratamos de encontrar es una expresión que nos de la velocidad de la envolvente moduladora que avanza con una velocidad conocida como la velocidad de grupo, y en medios no dispersores en los cuales la longitud de onda es independiente de la longitud de onda como las ondas componentes tendrán la misma velocidad la velocidad de grupo $v_g = v = v_1 = v_2 \dots$. Pero qué ocurre si el medio es dispersor; la onda modulada

avanzará con una velocidad de grupo dependiente de las fases de la envolvente, así:

$$V_g = \frac{\omega_m}{k_m} \quad [49]$$

ó

$$V_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad [50]$$

Se sugiere como ejercicios⁹ determinar las ondas resultantes para otros casos tales como cuando las ondas tienen diferentes frecuencias y velocidades (tome en consideración que, en un medio homogéneo, la única manera de que varíe la velocidad es si la frecuencia lo hace), se podrá comprobar en este caso que igualmente ocurre un batido similar al obtenido en el caso anterior. Para el caso más general de diferentes fases, amplitud y frecuencia simultáneamente, el resultado será una mezcla de interferencia y de batido.

▪ CASOS DE DOS ONDAS PARALELAS QUE SE MUEVEN EN DIRECCION CONTRARIA.

Los casos correspondientes a perturbaciones ondulatorias paralelas y de sentido contrario, tampoco serán tratados aquí en detalle, pero hacemos un resumen de los resultados y la interpretación de algunos casos particulares.

○ Velocidades contrarias (ONDAS ESTACIONARIAS)

En este caso, $A_1 = A_2 = A$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; $v_1 = -v_2 = v$, el resultado se obtiene de manera similar al caso anterior, de diferentes fases, según el procedimiento seguido para obtener la ecuación [31]. Nos da entonces:

$$\xi_{12}(z,t) = 2A \cos \frac{\omega}{v} z \bullet \cos[\omega t - \varphi] \quad [51]$$

⁹ Un análisis de todos los casos restantes se puede encontrar en “Ondas” (BREISSAN-GAVIOLA, 1975: 20-27)

Obsérvese que en este caso la amplitud depende de z , es decir de la coordenada espacial, lo cual podemos escribir así:

$$\xi_2(z,t) = B(z) \bullet \cos[\omega t - \phi] \quad [52]$$

y la oscilación resultante no es viajera sino una **onda estacionaria**. De hecho todas las partículas oscilarán armónicamente, cada una con una amplitud propia B que depende de la coordenada espacial z . La magnitud de la amplitud varía desde $2A$ en aquellas partículas donde:

$$z = n \pi \frac{V}{\omega} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [53]$$

hasta cero, donde la coordenada z es igual a:

$$z = m \frac{\pi V}{2\omega} \quad m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \quad [54]$$

Cuando ocurre este tipo de oscilación resultante, no es posible observar ni un avance o retroceso de la onda, no existe sentido de propagación de la onda, porque las oscilaciones son estacionarias. Un ejemplo ya había sido mostrado en la figura N° 16, ahora agregamos un esquema de las mismas vibraciones armónicas estacionarias en una cuerda tensa como se ve en la figura N° 25.

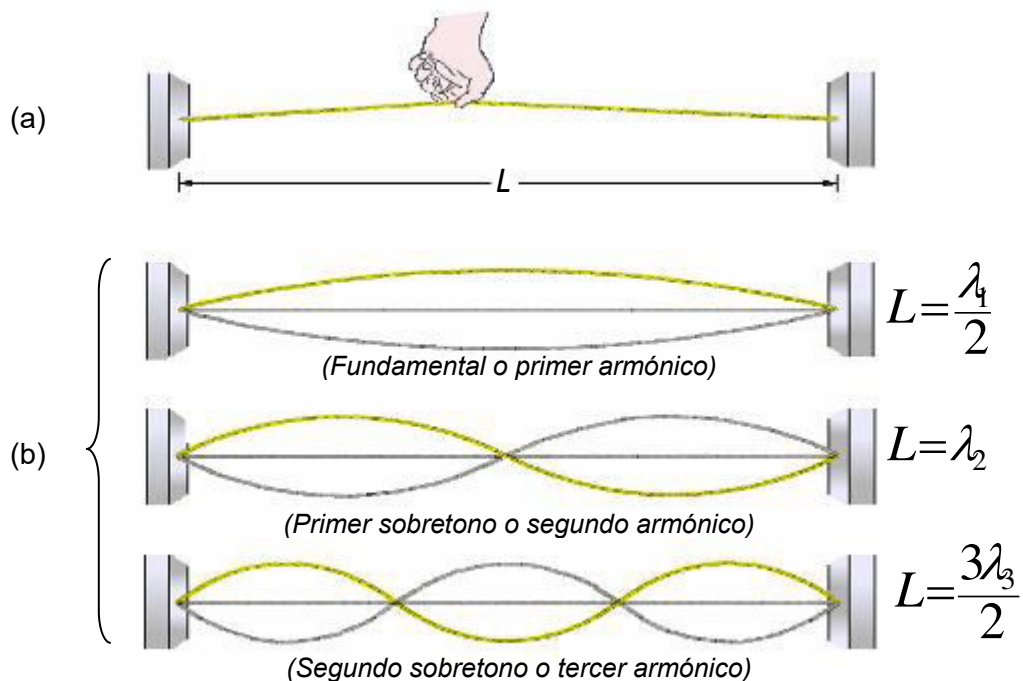


Figura N° 25: Ondas estacionarias en una cuerda tensa, en sus diferentes modos o armónicos. (a) se pulsa la cuerda (b) sólo persisten las ondas estacionarias que corresponden a las frecuencia resonantes

Las frecuencias para las cuales se reproducen ondas estacionarias son la **frecuencia natural** y las **frecuencias resonantes** de la cuerda y, los distintos modos de vibración, que se ven en la figura N° 25, se conocen como **modos de vibración resonante**.

Cuando una cuerda produce ondas estacionarias está vibrando en el mismo lugar, y a las frecuencias resonantes no se necesita mucha energía para alcanzar una amplitud grande. Por ello, aunque en la cuerda pulsada aparecerán ondas viajeras en ambos sentidos, las cuales se reflejan en los extremos empotrados y regresan en sentido contrario, la mayoría de ellas interferirán y desaparecerán rápidamente, excepto aquellas con frecuencia resonante, que en la medida que sea mayor generan nuevos nodos, dando origen a los llamados **modos de resonancia**. La frecuencia mínima se llama **frecuencia fundamental** y corresponde a media longitud de onda $L = \lambda_1/2$, donde λ_1 es la frecuencia fundamental. Las otras frecuencias naturales se llaman **sobretonos**, cuando son múltiplos enteros de la fundamental se denominan **armónicos**, y a la fundamental **primer armónico**, al siguiente **segundo armónico** o primer sobretono.

Se pueden obtener ondas estacionarias a partir de un arreglo adecuado para toda clase de ondas, incluyendo las ondas electromagnéticas, por ejemplo si utilizamos un espejo y obtenemos una onda reflejada en la misma dirección pero en sentido contrario a la onda luminosa incidente.

En la lámina perfectamente conductora del espejo la onda electromagnética resultante debe tener una componente del campo eléctrico nula paralela a la superficie, lo cual resulta equivalente al hecho de que el desplazamiento del soporte de una cuerda en sus extremos empotrados es cero. Sin embargo, si la

reflexión del espejo no es perfecta, como ocurre con frecuencia, la onda compuesta tendrá una componente viajera junto con la onda estacionaria (más adelante se explicará este caso de **reflexión parcial**). En tal caso habrá una transferencia neta de energía, al contrario de lo que ocurre con la onda estacionaria pura donde no existe ninguna transferencia energética.

La función de onda electromagnética se escribe corrientemente en función del vector de campo eléctrico u “**onda eléctrica**”, debido a que es más intensa que el campo magnético y porque además resulta suficiente su descripción dado que, los campos eléctricos y magnéticos están perfectamente acoplados, son perpendiculares y desfasados en 90° , pro lo cual la variación de uno produce al otro, y viceversa¹⁰.

De modo que la superposición de dos ondas electromagnéticas sinusoidales de la misma frecuencia y amplitud propagándose en direcciones opuestas, tales como:

$$\text{Onda incidente: } E_i(z,t) = E_0 \text{sen}[kz + \omega t + \phi_i] \quad [55]$$

$$\text{Onda reflejada: } E_r(z,t) = E_0 \text{sen}[kz + \omega t + \phi_r] \quad [56]$$

Nos conduce a una onda resultante como la siguiente:

$$E(z,t) = E_0 \text{sen}[kz + \omega t + \phi_i] + E_0 \text{sen}[kz + \omega t + \phi_r] \quad [57]$$

Pero, podemos agregar algunas simplificaciones al resultado tomando en cuenta algunas cosas, por ejemplo, dado que $E_{0i} = E_{0r} = E_0$, pues suponemos que la onda es totalmente reflejada y no hay transferencia de energía, las condiciones de borde requieren, como ya hemos dicho, que en $z = 0$, $E_0 = 0$, y asumiendo

¹⁰ Este tema se desarrollará con mayor detalle en los subsiguientes apuntes teóricos de óptica, relacionados con los fenómenos de propagación de la luz y las leyes de Maxwell. La referencia se hace sólo para mostrar la similitud con las ondas estacionarias mecánicas.

arbitrariamente el valor de $\varphi_i = 0$, podemos determinar a partir de [51] y [52] que el valor de $\varphi_r = 0$. Entonces la perturbación nos queda:

$$E(z,t) = E_0 [\text{sen}(kz + \omega t) + \text{sen}(kz - \omega t)] \quad [58]$$

Ahora usando la identidad trigonométrica:

$$\text{sen}\alpha + \text{sen}\beta = 2 \text{sen}\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

Obtendremos:

$$E(z,t) = 2E_0 \text{sen}kz \cdot \cos\omega t \quad [59]$$

Expresión que coincide plenamente con la ecuación [52].

Nuevamente queda establecido que el perfil de la onda [59] no se mueve en el espacio y representa una onda luminosa o electromagnética “**estacionaria**”. En cualquier punto del eje $z = z'$ la amplitud es una constante igual a $2E_0 \text{sen}kz'$ y $E(z',t)$ varía armónicamente con $\cos\omega t$.

En ciertos puntos, la perturbación será cero en todo instante, justamente aquellos donde se anula la amplitud, tales como $z = 0, \lambda/2, 3\lambda/2, \dots$, estos puntos se conocen como “**puntos nodales**” o “**nodos**”. En el punto medio entre cada par de nodos la amplitud será $\pm 2E_0$, lo cual ocurre para $z = \lambda/4, 3\lambda/4, \dots$, estos puntos se llaman “**antinodos**”. La figura N° 26 muestra una representación de la onda estacionaria y sus respectivos nodos y antinodos, los cuales coinciden además con los calculados según las ecuaciones [53] y [54].

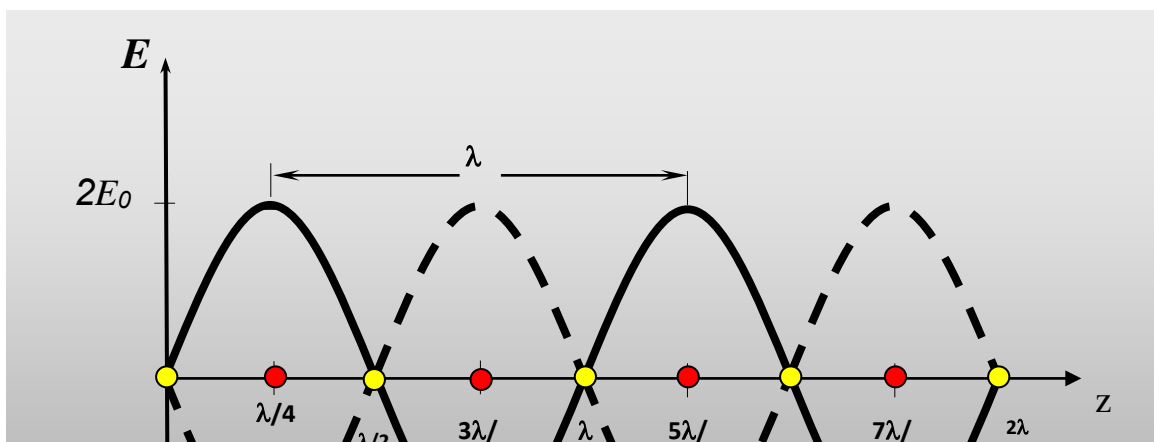


Figura N° 26: Diagrama de una onda luminosa estacionaria, por reflexión en un espejo, indicando los diferentes nodos (amarillos) y antinodos (rojos).

Es interesante observar que la amplitud λ de la onda estacionaria resultante se puede obtener directamente, como la distancia entre dos nodos, o antinodos, consecutivos. Este fue precisamente el método usado por **Hertz** para determinar la longitud de ondas radio-eléctricas, y pocos años más tarde **Otto Wiener**¹¹ demostró por primera vez la existencia de ondas estacionarias en las ondas luminosas.

○ **Diferentes amplitudes (REFLEXION PARCIAL):**

Si las ondas aun cuando son paralelas y opuestas no tienen igual amplitud ($A_1 < A_2$), se puede resolver descomponiendo la onda de mayor amplitud en dos ondas, a saber; una de amplitud igual a la opuesta (A_1) y otra de amplitud igual a la diferencia ($A_2 - A_1$). Resultará una onda estacionaria superpuesta a la onda diferencia:

$$\xi_{12}(z,t) = 2A_1 \cos \frac{\omega}{v} z \bullet \cos[\omega t - \phi] + (A_2 - A_1) \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) - \phi \right] \quad [60]$$

Se ha supuesto que la onda de mayor amplitud (A_2) se propaga en el sentido creciente del eje z. Esto corresponde justamente al caso en el cual se tiene “**reflexión parcial**” de ondas planas en un espejo normal.

¹¹ Para una referencia más detallada sobre los experimentos de Wiener se recomienda la lectura de “*Óptica*” (HETCH-ZAJAC, 1994: 213-214)

Los casos correspondientes a composición o superposición de ondas perpendiculares o normales entre sí y del mismo sentido, se dejan para el estudio de la luz polarizada, la cual será tratada en el tema de polarización de la luz.