

Gestion de portefeuille

Axel Sottile, Céline Nevo, Sophie Quartier & Juan Perez

Avril 2024

Table des Matières

1	Introduction	2
2	Calculs et mise en forme préalable	2
2.1	Choix des secteurs et des dates	2
2.2	Conversion du cours du STOXX 600 en Dollars US	2
2.2.1	Impact de la conversion du STOXX 600 en Dollars US sur les analyses des rendements	3
3	Définition des portefeuilles modèles	3
3.1	Création du classeur de rendements	3
3.2	Les fonctions Calculateur_Cov et Calculateur_Er	3
3.3	Procédure d'optimisation	4
3.3.1	Calcul des portefeuilles optimaux	4
3.3.2	Comparaison des portefeuilles inconditionnels avec les portefeuilles conditionnels	4
4	Portefeuilles optimisés et risques de modèles	5
4.1	Calcul des portefeuilles prévisionnels et effectifs	5
4.2	Comparaison des performances :	5
4.2.1	Résultats du MSCI :	5
4.2.2	Résultats du S&P500 et du Stoxx600:	6
4.3	Étude de l'aphorisme "optimiser revient à maximiser les erreurs" ?	7
4.4	Étude des conséquences de la distinction entre portefeuilles ex-post et portefeuilles ex-ante	7
5	Prévisions avec l'indice de Herfindahl	7
6	Prévisions avec une régression linéaire	8

1 Introduction

Ce document sert d'annexe aux fichiers rendus. Il complète les commentaires inscrits dans les codes et permet de mieux comprendre l'utilité et le fonctionnement de chacun des modules et des procédures. Il répond également aux questions posées dans le sujet.

2 Calculs et mise en forme préalable

2.1 Choix des secteurs et des dates

Initialement, les historiques de cours pour les différents secteurs sur chaque indice ne débutaient pas tous à la même date. Afin de rendre la comparaison plus précise, nous avons choisi une date de départ commune pour tous secteurs de chaque indice. Le meilleur compromis qui permettait de minimiser la suppression de dates et de secteurs, tout en conservant la pertinence des comparaisons des rendements sectoriels, a été de fixer comme date de départ janvier 1995 pour tous les indices. Les secteurs supprimés sont listés dans la table 1. Par ailleurs, il fallait déterminer les dates précises des 5 périodes des cycles financiers depuis 1995. Elles sont listées dans la table 2.

MSCI World	STOXX 600	S&P 500
MXWO0DS Index	SX86P Index	S5REAL Index
MXWO0OG Index		
MXWO9LE Index		
MXWO0CH Index		
MXWO0SE Index		
MXWO0CJ Index		

Table 1: Secteurs supprimés

Numéro de la période	Date de début	Date de fin
1	Janvier 1995	Décembre 1999
2	Janvier 2000	Avril 2003
3	Mai 2003	Mai 2007
4	Juin 2007	Février 2009
5	Mars 2009	Février 2020

Table 2: Périodes sélectionnées

Les bases de données sont synchronisées, et les périodes de travail sont maintenant définies. Toutefois, il a fallu encore apporter quelques changements. En effet, les cours des indices S&P 500 et MSCI World sont exprimés en dollars, alors que le cours de l'indice STOXX 600 est exprimé en euros.

2.2 Conversion du cours du STOXX 600 en Dollars US

Pour effectuer une comparaison pertinente entre les trois indices, il est nécessaire de convertir les données des cours des secteurs du STOXX 600 en dollars américains. Le classeur contenant les données du STOXX 600 contient 27 feuilles. Chacune d'entre elles représente l'évolution d'un indicateur financier de chaque secteur de l'indice, entre janvier 1995 et février 2020.

Pour réaliser cette conversion, nous avons à notre disposition l'évolution du taux de change au comptant entre l'euro et le dollar. Cette cotation est exprimée au certain, c'est-à-dire qu'elle mesure la quantité de dollars nécessaire pour obtenir un euro.

Le taux de change s'exprime ainsi de la manière suivante :

$$1\text{€} = x\$$$

Le programme de conversion commence par récupérer le chemin d'accès au classeur contenant la base de données de l'indice, ainsi que celui du classeur des taux de change. Il traite une à une toutes les feuilles souhaitées du classeur (on ne traite pas les feuilles qui représentent l'évolution de ratios), en multipliant les valeurs du cours de chaque secteur de la date t par celui du taux de change à la date t . Il répète ensuite l'opération pour chaque feuille du classeur. Le programme de conversion est écrit dans le module *Partie0a_Conversion*

2.2.1 Impact de la conversion du STOXX 600 en Dollars US sur les analyses des rendements

Maintenant que les rendements ont été convertis, il est approprié de se questionner sur l'impact de cette conversion sur notre analyse. Afin d'évaluer cette situation, nous avons dressé un graphique qui compare l'évolution des rendements mensuels du STOXX 600 (SXXP) entre le 1^{er} janvier 2000 et le 31 décembre 2009.

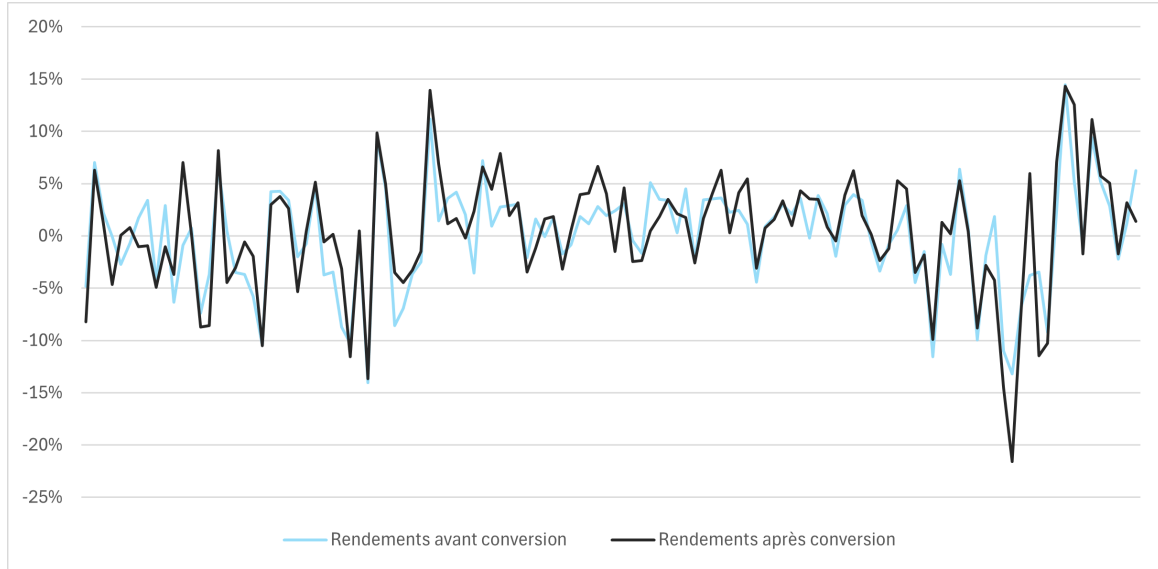


Figure 1: Courbe de l'évolution des rendements entre le 1^{er} janvier 2000 et le 31 décembre 2009

On observe des différences significatives entre l'évolution des rendements avant et après la conversion en dollars américains. En effet, les deux courbes ne sont que très rarement superposées. La conversion a donc un impact significatif sur l'interprétation des rendements dans ce projet.

3 Définition des portefeuilles modèles

Dans cette section, l'objectif est de déterminer quels sont les portefeuilles qui maximisent l'équivalent certain quand la vente à découvert est interdite, en fonction du degré d'aversion au risque. Ainsi, on se retrouve face au programme de maximisation suivant :

$$\begin{cases} \max_{x_j \geq 0} & EC_p = \mathbb{E}[r_p] - \frac{\gamma}{2} \sigma^2(r_p) \\ \text{s.c} & \sum_{j=1}^n x_j = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Les calculs sur les portefeuilles seront effectués à partir de la feuille *TOT_RETURN_INDEX_NET_DVDS*. Cette feuille contient l'évolution des cours de chaque secteur des indices.

3.1 Création du classeur de rendements

Afin de faciliter le travail sur l'intégralité du projet, nous avons créé un module nommé *Classeur_Rendements*. Cette procédure récupère les cours de chaque indices, les transforme en rendements et les transfère vers un nouveau classeur nommé rendements.

3.2 Les fonctions Calculateur_Cov et Calculateur_Er

Dans l'intégralité du projet, nous avons besoin de calculer les matrices de covariances, et les matrices de rendements. Pour éviter de réécrire un programme à chaque fois, nous avons créé ces fonctions qui calculent les statistiques, soit sur la feuille entière, soit sur une plage donnée. Elles fonctionnent de manière très similaires et disposent de trois paramètres :

1. *FeuilleEntiere* : ce paramètre est un Booléen. quand *FeuilleEntiere* vaut 1, alors les statistiques sont calculées sur la base de la feuille entière. Quand le paramètre vaut 0, alors il faut préciser une variable de type *Range*, et le calcul des statistiques se fait sur cette plage
2. *ws* : ce paramètre est optionnel, et n'est rentré que lorsque *FeuilleEntiere* vaut 1. Il représente la feuille sur laquelle les statistiques sont calculées.
3. *Rg* : ce paramètre est optionnel, et n'est précisé que lorsque *FeuilleEntiere* vaut 0. C'est le *Range* sur lequel les statistiques sont calculées.

3.3 Procédure d'optimisation

La procédure intitulée *Partie_1* calcule d'abord les portefeuilles inconditionnels, puis les portefeuilles conditionnels. Enfin, elle dresse un tableau de comparaison entre les portefeuilles inconditionnels et conditionnels.

3.3.1 Calcul des portefeuilles optimaux

Cette procédure est constituée d'une grande boucle sur n , qui récupère, à chaque itération, les données de la feuille de rendements du n -ème indice. Tous les calculs sont effectués sur la feuille intitulée *Solveur*. Les références (Covariances, Parts, Rendements, ...) sont redéfinies à chaque fois qu'on change d'univers, car le nombre de secteurs diffère en fonction de l'indice.

Après avoir défini les plages de références sur la feuille de travail et calculé les statistiques nécessaires, il y a une deuxième boucle qui sert à calculer les portefeuilles inconditionnels pour chaque niveau d'aversion. le solveur calcule chaque portefeuille optimal avec les données des indices sur toutes la période, et reporte les résultats dans le tableau en haut à gauche de la feuille de résultat.

Quand la boucle sur les portefeuilles inconditionnels est exécutée, le programme calcule ensuite les portefeuilles conditionnels. Il calcule alors les statistiques grâce aux fonctions définies précédemment, sur des plages précises (définies dans le vecteur intitulé *Périodes*). Pour chaque période, il existe également encore une sous-boucle qui calcule les portefeuilles optimaux pour chaque niveau d'aversion j , à la i -ème période. Ces tableaux sont Le programme réalise juste après une comparaison entre ces deux portefeuilles.

3.3.2 Comparaison des portefeuilles inconditionnels avec les portefeuilles conditionnels

L'idée derrière la comparaison de ces portefeuilles est de mesurer l'impact des cycles sur les marchés. Pour effectuer cette comparaison, on récupère les parts du portefeuille inconditionnel optimal pour un niveau d'aversion au risque et on évalue ses performances à la période donnée. On le compare ensuite au portefeuille optimal de la période. Le programme affiche ensuite en vert la valeur du rendement et de l'équivalent certain du portefeuille le plus élevé (et en rouge la plus faible), et en rouge la valeur de la variance du portefeuille la plus élevée (et en vert la plus faible). Les tableaux de comparaisons sont affichés en dessous des tableaux qui affichent les portefeuilles optimaux, dans les feuilles d'optimisation. Un exemple de tableau de comparaison est affiché dans la figure 1.

Comparaison des portefeuilles conditionnels et inconditionnels : Mai-03 / Mai-07				
Aversion au risque	1	2	4	20
Rendement portefeuille inconditionnel	1,29%	1,21%	1,17%	1,33%
Variance Portefeuille inconditionnel	0,10%	0,08%	0,07%	0,05%
EC portefeuille inconditionnel	1,24%	1,13%	1,03%	0,83%
Rendement portefeuille conditionnel	2,4994%	2,4713%	2,3933%	2,3178%
Variance Portefeuille conditionnel	0,2027%	0,1607%	0,1054%	0,0827%
EC portefeuille conditionnel	2,3980%	2,3107%	2,1825%	1,4905%

Figure 2: Exemple de tableau de comparaison pour le STOXX 600

Comme prévu, l'équivalent certain des portefeuilles conditionnels est systématiquement supérieur à celui des portefeuilles inconditionnels. Toutefois, en période de croissance, la variance des portefeuilles conditionnels est généralement supérieure à celle des portefeuilles inconditionnels. C'est logique car dans les périodes de forte croissance, Les portefeuilles optimaux sont également constitués des secteurs avec les plus forts rendements, faisant mécaniquement augmenter la variance. À l'inverse, dans les périodes de crise (entre juin 2007 et février 2009), étant donné que tous les secteurs sont en phase de décroissance, le portefeuille qui maximise l'équivalent certain dispose d'une faible volatilité.

4 Portefeuilles optimisés et risques de modèles

4.1 Calcul des portefeuilles prévisionnels et effectifs

L'objectif de cette partie est d'évaluer l'impact des prévisions sur les décisions d'investissement des portefeuilles. En pratique, les investisseurs font leurs choix sans avoir connaissance des rendements futurs. Ainsi, nous allons adopter une stratégie naïve en utilisant les rendements passés pour créer de nouveaux portefeuilles, puis comparer leurs rendements réels sur les périodes suivantes afin d'évaluer l'efficacité de notre stratégie.

Dans un premier temps, le programme récupère les rendements effectifs afin d'en déduire des rendements prévisionnels. Pour un investissement à la date t , nous calculons les rendements moyens et les covariances sur les 72 dernières périodes à l'aide des fonctions `Calculateur_Er` et `Calculateur_Cov`. Ces données sont ensuite intégrées dans la feuille du solveur afin de déterminer, à partir de ces estimations, le portefeuille optimal sur la base des 72 périodes précédentes. Ensuite, nous reportons les parts investies dans ce portefeuille, le rendement prévu, le ratio de Sharpe, le risque et l'équivalent certain dans une nouvelle feuille. Cela constitue le portefeuille prévisionnel, nommé *portefeuille ex-ante*. Afin de comparer cette stratégie aux résultats réels, la procédure récupère les rendements effectifs des 36 périodes suivantes et détermine ces statistiques avec les mêmes parts afin de composer le portefeuille effectif, nommé *portefeuille ex-post*. Nous avons également calculé les statistiques sur la période d'un portefeuille équilibré pour évaluer la performance du portefeuille optimal face à une gestion passive. Cette action est répétée pour chaque date t , pour chaque niveau d'aversion et pour chaque indice de l'univers, créant ainsi une moyenne mobile. Nous avons décidé d'augmenter la période d'investissement de 6 mois à chaque itération pour accélérer l'exécution du code sans compromettre la pertinence des résultats. Les résultats sont disponibles dans le fichier *Prévisions_Partie2*.

4.2 Comparaison des performances :

On cherche à connaître l'efficacité de l'optimisation de portefeuille via des prévisions et à comparer cette efficacité en fonction du niveau d'aversion au risque de l'investisseur. Afin d'effectuer ces comparaisons, on s'appuiera sur les valeurs observées dans le fichier prévisions mais également des différences des indicateurs de performances (valeurs effectives - valeurs prévues) en fonction des différents niveaux d'aversion au risque :

4.2.1 Résultats du MSCI :

Niveaux d'aversion au risque :	1	2	4	20
<i>Equivalent certain</i>	-1,069%	-1,945%	-3,274%	-6,444%
<i>Ratio de Sharpe</i>	0,119	0,129	0,148	0,198
<i>Rendement</i>	0,062%	0,077%	0,092%	0,096%
<i>Volatilité</i>	10,411%	9,774%	8,663%	4,816%
<i>Equivalent Certain du portefeuille équilibré</i>	0,683%	0,603%	0,444%	-0,825%

Table 3: Différences entre statistiques effectives et prévues pour l'indice MSCI World

L'équivalent certain représente le rendement qu'un investisseur attend d'un actif sans risque, équivalent à un portefeuille compte tenu de sa rentabilité et de son risque. Ainsi, plus un investisseur est avers au risque, plus son équivalent certain est faible.

On constate que la différence pour l'équivalent certain est toujours négative, révélant ainsi que les performances des portefeuilles *ex-post* sont toujours plus faibles que les performances des portefeuilles mis en place *ex-ante*.

Dans un portefeuille équilibré, l'équivalent certain est le seul indicateur impacté par le niveau d'aversion au risque. Il diminue au fur et à mesure que le niveau d'aversion au risque augmente. Cependant, on remarque qu'il est plus proche de l'équivalent certain du portefeuille *ex-ante*, voire même plus grand que celui-ci pour les faibles niveaux d'aversion. Cette constatation révèle une meilleure performance des portefeuilles équilibrés que des portefeuilles *ex-post*.

De plus, on observe que les différences entre les ratios de Sharpe effectifs et prévus sont positives et augmentent en même temps que le degré d'aversion au risque. Ceci témoigne d'une performance globale meilleure des portefeuilles *ex-post* que *ex-ante*. En observant les ratios de Sharpe des portefeuilles équilibrés, on constate qu'ils sont toujours inférieurs à ceux des portefeuilles *ex-post* et *ex-ante*, indiquant une mauvaise performance des portefeuilles équilibrés.

Par ailleurs, on remarque que les portefeuilles optimaux pour un faible niveau d'aversion au risque ont tendance à investir dans très peu de secteurs (généralement 2 ou 3), tandis que les portefeuilles pour un fort niveau d'aversion au risque sont généralement composés de 7 ou 8 secteurs différents. En conséquence, les performances (ratio de sharpe et équivalent certain) des portefeuilles offensifs sont plus faibles en raison de la plus grande volatilité.

En outre, on remarque que les rendements des portefeuilles ex-post sont globalement plus élevés que ceux ex-ante. Cette différence s'accroît à mesure que le niveau d'aversion au risque augmente. Toutefois, cette surperformance s'accompagne d'une très forte volatilité, mettant en avant un compromis instable entre rendement et volatilité.

Enfin, lorsqu'on compare les trois types de portefeuilles (ex-ante, ex-post et équipondéré), on observe que le portefeuille équipondéré a systématiquement la volatilité la plus faible. Cela s'explique par la diversification. Cependant, ce portefeuille est également celui qui a le moins bon rendement.

Compte tenu de l'écart significatif entre les volatilités prévues et effectives (généralement autour de 3% pour les portefeuilles équipondérés et entre 10% et 15% pour les portefeuilles ex-post) et du faible écart pour les rendements (autour de 0.7-1.3% pour les portefeuilles équipondérés et ex-post), On en déduit que l'optimisation, sur la base des rendements passés, est peu, voire non performante comparée à la gestion passive.

4.2.2 Résultats du S&P500 et du Stoxx600:

Niveaux d'aversion au risque :	1	2	4	20
<i>Equivalent certain</i>	-1,153%	-1,685%	-1,873%	-3,718%
<i>Ratio de Sharpe</i>	0,071	0,078	0,103	0,142
<i>Rendement</i>	-0,040%	-0,027%	-0,009%	0,004%
<i>Volatilité</i>	9,738%	8,303%	5,921%	3,193%
<i>Equivalent certain (portefeuille équipondéré)</i>	0,710%	0,634%	0,480%	-0,744%

Table 4: Différences pour le S&P500

Niveaux d'aversion au risque :	1	2	4	20
<i>Equivalent certain</i>	-1,088%	-1,232%	-1,851%	-5,051%
<i>Ratio de Sharpe</i>	0,111	0,133	0,162	0,210
<i>Rendement</i>	-0,028%	0,007%	0,038%	0,047%
<i>Volatilité</i>	9,659%	7,331%	6,268%	4,332%
<i>Equivalent certain (portefeuille équipondéré)</i>	0,586%	0,495%	0,314%	-1,138%

Table 5: Différences pour le Stoxx600

On remarque que les conclusions tirées restent les mêmes, quel que soit l'indice, ce qui confirme les interprétations déduites précédemment.

4.3 Étude de l'aphorisme "optimiser revient à maximiser les erreurs" ?

Le portefeuille optimal est, ici, celui qui maximise l'équivalent certain. En se basant sur ce principe, le portefeuille avec l'équivalent certain le plus élevé est le portefeuille *ex-post*. Toutefois, ces prévisions se sont révélées systématiquement fausses. Par ailleurs, le portefeuille équipondéré est plus performant en termes de volatilité et d'équivalent certain que le portefeuille effectif, mettant en lumière une gestion passive plus performante qu'une gestion active sur ce modèle.

Ainsi, si l'on se base sur cette théorie, optimiser les portefeuilles via les rendements historiques a conduit à maximiser les erreurs.

4.4 Étude des conséquences de la distinction entre portefeuilles ex-post et portefeuilles ex-ante

Tout d'abord, cette distinction nous a permis de rendre compte de la difficulté à prévoir les performances d'un portefeuille. En effet, bien que les rendements prévus et effectifs soient en général assez similaires, ce n'est pas le cas des autres indicateurs de performance. On observe des erreurs de prédiction particulièrement importantes concernant la volatilité. Toutes ces analyses nous viennent à remettre en cause notre stratégie d'investissement. L'adage "Les performances passées ne préjugent pas des performances futures" est parfaitement illustré dans ce projet.

5 Prévisions avec l'indice de Herfindahl

Dans cette partie, on introduit un nouvel indice, l'indice de Herfindahl. Il est égal à la somme des carrés des parts du portefeuille.

$$\sum_{j=1}^n x_j^2 \quad (2)$$

Désormais, on ne fait plus les prévisions en fonction de la variance, mais de la variance augmentée, dont la formule est la suivante :

$$\sigma^2 = (1 + m * H) * \sigma_p^2 \quad (3)$$

Pour réaliser cette optimisation, nous avons utilisé un programme très similaire à celui de la partie précédente. Toutefois, on calcule désormais les évaluations en fonction d'un nouvel équivalent certain, que nous avons nommé Equivalent Certain Herfindahl. Cette variable est la même que l'équivalent certain, mais prend en compte la variance augmentée au lieu de la variance simple. Le programme réalise une boucle qui effectue 21 fois l'optimisation de la partie 2, avec m qui varie de 0 à 10, par pas de 0,5. Les résultats calculés sont disponibles dans le classeur *Prévisions_Herfindahl*. Des graphiques sont également disponibles.

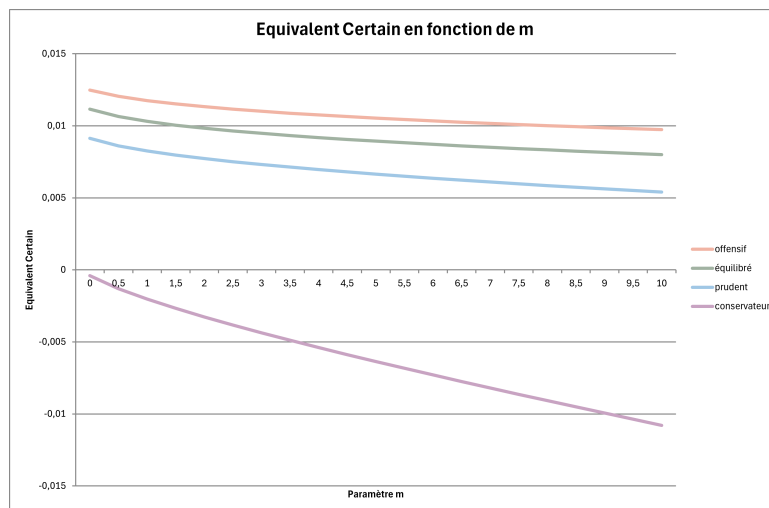


Figure 3: Evolution de l'équivalent certain de Herfindahl

Globalement, l'équivalent certain de Herfindahl ne fait que diminuer. C'est normal, car plus l'indice m augmente, plus cela contribue à une augmentation de la variance augmentée. Toutefois, si l'on s'intéresse désormais à la valeur de l'équivalent certain des parties précédentes, on constate que les performances des portefeuilles conservateur et équilibrés croient avec m , alors que pour les portefeuilles prudent et offensif, cette performance tend à décroître avec m .

Par ailleurs, on remarque que plus m est élevé, plus les portefeuilles optimaux sont performants. La variance totale augmente avec m . Pour compenser cette hausse de la variance, il est nécessaire de diversifier davantage le portefeuille, ce qui permet de réduire l'indice de Herfindahl. En augmentant la diversification, on tend vers la construction d'un portefeuille équipondéré. Les résultats sont plus convaincants que précédemment, mais cela nous mène à la même conclusion qu'à la partie 2 : notre stratégie d'optimisation se fait systématiquement battre par la gestion passive.

6 Prévisions avec une régression linéaire

Dans cette dernière partie, nous allons effectuer une nouvelle fois l'optimisation avec l'indice de Herfindahl. Toutefois, nous allons désormais estimer les rendements prévus du S&P 500 à partir d'une régression linéaire.

Cette partie (3b) est constituée de deux modules. Le premier effectue la régression linéaire des rendements à partir des différents indices, puis classe les régressions en fonction de leur significativité. Le deuxième récupère les variables des régressions du ratio sélectionné, puis simule les rendements prévus de chacun des secteurs dans un nouveau classeur intitulé *Rendements_Régressions*. Enfin, il appelle la fonction de la partie 2 et effectue les prévisions à partir des rendements des régressions. Il existe également une fonction intitulée *Fonction_3b*, qui permet de réaliser les régressions linéaires, et de stocker les statistiques de la régression dans un vecteur.

On constate que les résultats obtenus dans cette partie sont similaires à ceux obtenus sans régression. Effectuer les prévisions à partir des rendements diminue la précision des résultats obtenus à partir des rendements réels. Cela ne permet pas d'améliorer la performance des investissements par rapport aux parties 2 et 3.