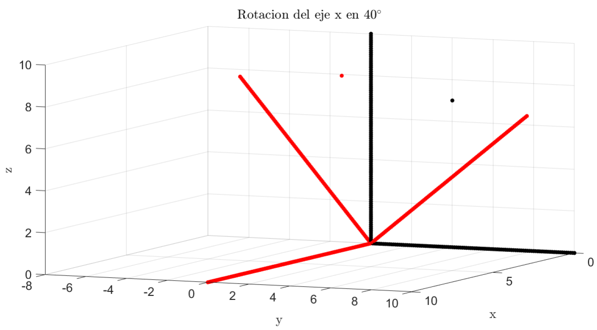
Transformaciones Homogéneas

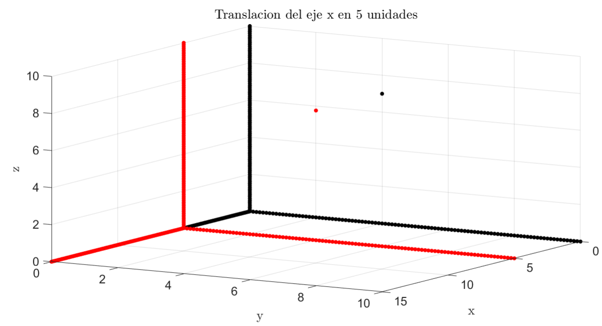
Juan David Gómez Buitrago 20151005039

1. Transformaciones básicas

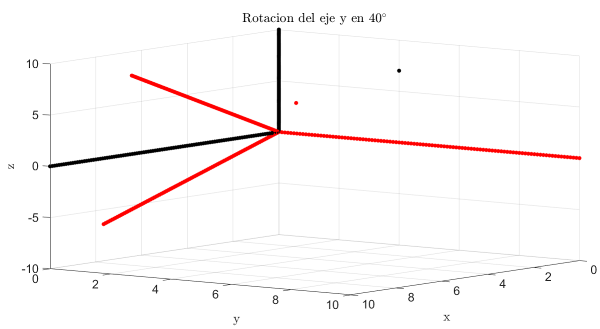
A continuación se muestran 6 transformaciones realizadas al vector (0,4,7) con sistema de referencia $x = 0, y = 0, z = 0$, se realizaron traslaciones y rotaciones alrededor y para cada eje:



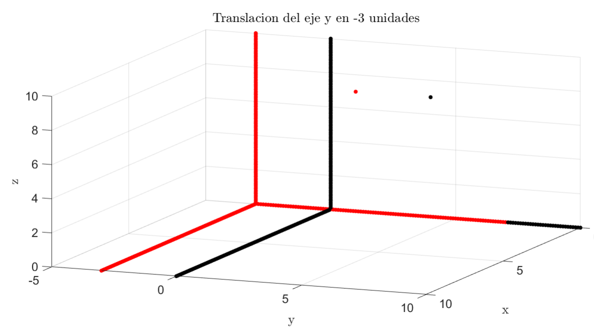
(a) Rotación eje x



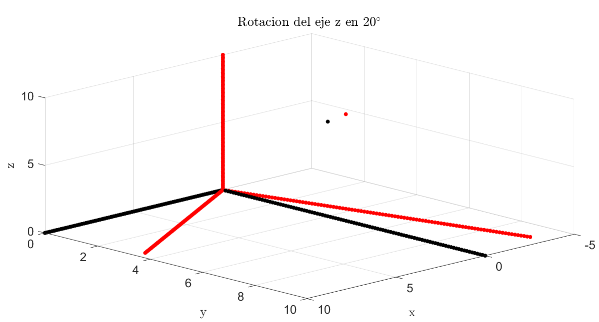
(b) Traslación eje x



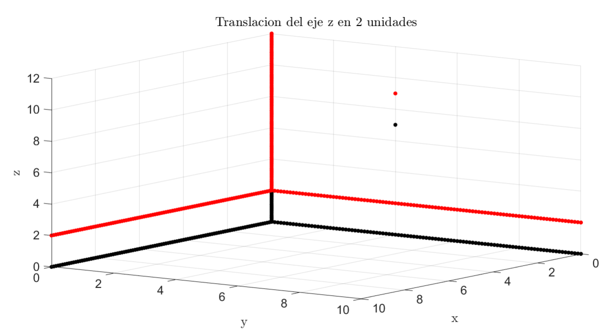
(c) Rotación eje y



(d) Traslación eje y



(e) Rotación eje z



(f) Traslación eje y

Figura 1: Transformaciones homogéneas elementales.

Respecto a estas transformaciones, es importante tener en cuenta, respecto a las rotaciones, que los ángulos siguen la regla de la mano derecha, ubicando el pulgar en dirección positiva del eje alrededor del cual se efectúa la rotación.

2. Transformaciones consecutivas

2.1. Múltiples traslaciones

Se encuentra que realizar <u>únicamente</u> múltiples traslaciones en todos los ejes, puede realizarse en cualquier orden y el vector resultante es la suma de cada una de las traslaciones realizadas por cada eje:

$$\begin{aligned} T(x,2) * T(y,-3) * T(z,3) * [0,4,7,1]^T &= \\ T(y,-3) * T(z,3) * T(x,2) * [0,4,7,1]^T &= \\ T(z,3) * T(x,2) * T(y,-3) * [0,4,7,1]^T &= \\ [(0+2),(4-3),(7+3),1]^T &= \\ [2,1,10,1]^T & \end{aligned}$$

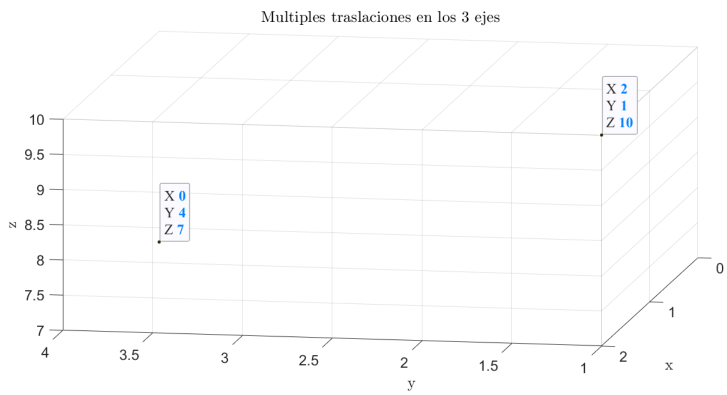


Figura 2: Múltiples traslaciones.

2.2. Múltiples rotaciones

Se encuentra que las rotaciones no son conmutativas:

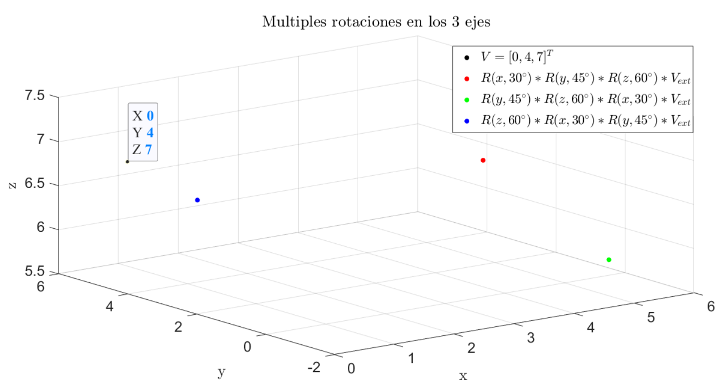


Figura 3: Múltiples rotaciones.

2.3. Múltiples rotaciones y traslaciones

Al igual que el caso anterior, rotar y trasladar no es lo mismo que primero trasladar y luego rotar si cada transformación se hace en un eje diferente:

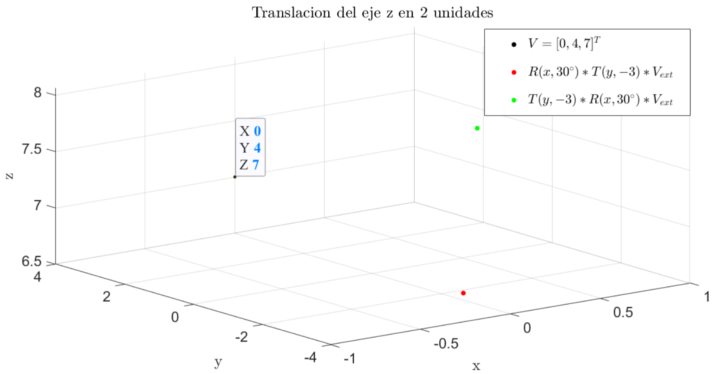


Figura 4: Múltiples rotaciones y traslaciones.

3. Múltiples transformaciones representadas por una única matriz H

- Con base en las propiedades ya explicadas anteriormente, la manera de construir una única matriz H que permita realizar las 3 traslaciones y las 3 rotaciones de manera simultánea si es posible, esto mediante la multiplicación de las 6 matrices que representan cada uno de las transformaciones.
- Como se evidenció que la multiplicación de las matrices no es conmutativo, hay que considerar el orden en que se realizan las transformaciones, para que con base en esto se realice la multiplicación en el orden correspondiente para obtener la matriz H que representa esas 6 transformaciones en una única matriz.
- En todas las multiplicaciones se verificó que cada matriz cumpliera las condiciones vistas para catalogarla como matriz de transformación (última fila $[0, 0, 0, 1]$), teniendo la "sub-matriz" asociada a la transformación de rotación y el vector de traslación cumpliendo con en análisis presentado en el punto anterior.