Matemática Superior

Trabajo Práctico 2

Segundo cuatrimestre 2022

Instrucciones:

- Fecha de presentación: 25/09/2022.
- Los grupos se conforman de 4 o 5 personas.
- Utilice todas las herramientas informáticas, lenguajes o herramientas en línea que considere convenientes (Mathematica, Wolfram Alpha, Qucs, Xcos, Sympy, Scilab, Octave, Scipy, Matplotlib, ImageJ, etc).
- Elabore un informe lo mas detallado posible, mencionando los problemas con los que se encontró intentando obtener las respuestas a las consignas.
- Subir al campus en un archivo comprimido único, **el informe en formato .pdf** y cualquier otro archivo que considere útil, como códigos u otros.

1 Implementación del método Newton-Falsi (NF)

Este método aproxima raíces de ecuaciones no lineales. Para la ecuación $f(x) = 0$, partiendo del intervalo $[a_n; b_n]$, obtiene una nueva aproximación con una idea similar al método de N-R, pero utilizando una pendiente de recta alternativa M_{NF}. El valor de M_{NF} se obtiene como un promedio ponderado de la pendiente de la recta que usa N-R ($f'(x)$) y la de la que usa Regula- Falsi ($\Delta f(x)/\Delta(x)$) para este mismo intervalo. Esta ponderación debe usar los valores de la derivada segunda de $f(x)$ en a_n y b_n.

a) Muestre gráficamente lo que hace el método y defina matemáticamente la expresión para esta aproximación.
b) Elija un ejercicio de la guía 8 y verifique el funcionamiento de la estrategia.
c) Encuentre dos formas distintas de acotar el error y/o residuo.
d) ¿Que condiciones suficientes de convergencia puede usar?.
e) Compare este método con el de N-R utilizando la misma ecuación que en b) en términos de costo computacional y precisión.

2 Métodos para sistemas de ecuaciones no lineales

El método de N-R para una ecuación no lineal se puede extender a un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas reemplazando a la recta tangente por planos tangentes.

a) Desarrolle una extensión del método de Regula-Falsi o el de la secante, para un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.
b) Utilizando ejemplos compárelo con el de Newton en términos de costo computacional y precisión.
c) Exprese conclusiones fundamentadas.

3 Métodos directos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales

Considere una matriz de Van der Monde (A) con:

$$[x_1, x_2, x_3...x_n] = [1/2, 1/3, 1/4...1/(n+1)]$$

y

$$y = [n, n-1...2, 1]$$

a) Implemente una función que permita generar la matriz y el vector a partir de n y verifique su funcionamiento.
b) Resuelva el sistema generado mediante una función $solve\_gauss(A, y)$, que emplee el método de reducción gaussiana y sustitución hacia atrás. Realice una gráfica de la norma del residuo en una escala log_{10} en función de n, incrementando hasta donde le sea razonablemente posible.
c) Intente repetir el inciso anterior pero modificando la función de manera de trabajar en simple precisión. Enuncie sus conclusiones.
d) Implemente una función $gauss\_seidel(A, b, x_0)$ que emplee el método iterativo de Gauss-Seidel. Compruebe el funcionamiento y la correctitud de la función resolviendo el sistema con tamaño 20 y el vector y como aproximación inicial a la solución.
e) Realice una gráfica del tiempo de cálculo en función del tamaño de la matriz (n) para ambos métodos. Incremente n tanto como le siga siendo posible resolver el sistema en un tiempo razonable. Enuncie sus conclusiones.