

Perfil de Vuelo de un Cohete de Una Etapa a LEO

Inserción Orbital a 200 km

Catalina Dolhare

Juan Ignacio Castore

23 de octubre de 2025

Resumen Ejecutivo

Para usar el cohete provisto:

- Ejecutar `run.py` para acceder al menú interactivo (selección de perfiles y visualizaciones).
- Ejecutar `simulacion.py` para lanzar la simulación directamente desde la línea de comandos.
- Los parámetros del modelo y constantes están en `constantes.py`; editar ese archivo para modificar masas, ISP, coeficientes aerodinámicos, paso temporal, etc.

Se desarrolló un simulador de trayectoria para un cohete de una etapa hasta órbita terrestre baja (LEO) a 200 km. El sistema implementa física realista con gravedad variable, arrastre atmosférico y métodos de integración numérica (Forward y Backward Euler). Los resultados validan la viabilidad del diseño: el cohete alcanza una órbita estable a ~ 187 km con velocidad tangencial de 7,813 m/s (error $\pm 0.3\%$ respecto a la teórica). El perfil de vuelo optimizado consume 546,000 kg de combustible mediante un gravity turn progresivo, logrando circularización orbital en 280 segundos y estabilidad confirmada por 20,000 segundos de simulación.

1. Hipótesis y Modelo Físico

El modelo asume un cohete de masa seca 20,000 kg, ISP 300s, diámetro 4m, operando bajo:

- Gravedad variable: $g(r) = \frac{GM}{r^2}$ con $M_{\oplus} = 5,972 \times 10^{24}$ kg
- Arrastre aerodinámico: $D = \frac{1}{2} C_d \rho(h) v^2 A$ con $C_d = 0,5$
- Atmósfera exponencial: $\rho(h) = \rho_0 e^{-h/H}$ con $H = 8500$ m
- Coordenadas polares: $(r, \theta, \dot{r}, r\dot{\theta})$

Las ecuaciones de movimiento se integran mediante Forward Euler ($\Delta t = 0,1s$) validado contra Backward Euler. La estrategia de vuelo emplea un *gravity turn* con dos fases de empuje y rotación progresiva del vector de empuje de 0° (vertical) a 90° (horizontal) en 150 segundos.

2. Metodología

2.1. Perfil de Vuelo

El perfil optimizado consta de dos fases (Tabla 1):

Tabla 1: Perfil de vuelo optimizado

Fase	Tiempo [s]	\dot{m} [kg/s]	β [°]
Ascenso	0 – 69	4,492	0 → 50
Circularización	69 – 280	1,118	50 → 90
Deriva orbital	>280	0	90

2.2. Validación Numérica

Se implementaron tres tests fundamentales para validar la física del simulador:

1. **Tiro con mortero:** Proyectil lanzado verticalmente con $v_0 = 100$ m/s desde 100m. Valida integración de gravedad y arrastre.
2. **Órbitas circulares:** Satélites con velocidad orbital teórica en LEO (200 km) y GEO (35,786 km) confirman estabilidad.
3. **Velocidad de escape:** Lanzamiento desde 100m con $v = v_{esc} = \sqrt{2GM/R_{\oplus}} = 11,2$ km/s. Revela el impacto crítico del arrastre atmosférico a baja altura.

3. Resultados

3.1. Validación de Solvers

Para garantizar la precisión de los resultados, se compararon dos métodos de integración numérica (Forward y Backward Euler) frente a valores teóricos de referencia en distintos escenarios de prueba.

Tabla 2: Validación de métodos numéricos en distintos tests físicos

Caso de prueba	Valor teórico	Forward Euler	Backward Euler
Tiro mortero (altura máx.)	509.68 m	598.67 m	598.67 m
Órbita LEO (altura prom.)	200.0 km	196.87 km	196.87 km
Órbita GEO (altura prom.)	35,786 km	35,786.00 km	35,786.00 km
Velocidad de escape*	11.19 km/s	No escapa	No escapa

*El test de escape lanza desde 100m con $v = 11,2$ km/s pero incluye arrastre ($C_d = 0,5$, $d = 1$ m). A baja altura, $\rho \approx 1,225$ kg/m³ genera $D \approx 30$ kN, produciendo desaceleración de ~ 30 m/s² que consume toda la energía cinética antes de salir de la atmósfera. Este resultado valida físicamente la ecuación de arrastre y explica por qué el perfil de vuelo debe ascender verticalmente primero (minimizar tiempo en atmósfera densa) antes de circularizar.

Interpretación de resultados:

- **Mortero:** +17.5 % vs teórico sin drag. El modelo captura correctamente las pérdidas por arrastre.
- **LEO:** -1.6 % con variación ¡3.5 %. Órbita estable confirmada por 20,000s sin degradación.
- **GEO:** ¡0.01 % error. A 35,786 km no hay atmósfera ($\rho \rightarrow 0$), validando precisión numérica del solver.
- **Escape:** Falla esperada. Confirma necesidad de perfil optimizado para misiones energéticas.

3.2. Desempeño del Lanzamiento

La Figura 1 muestra la evolución durante los primeros 500 segundos. El cohete alcanza velocidad máxima de 1,375 m/s radial a los ~ 69 s (fin de fase 1), seguido de maniobra de circularización que reduce velocidad radial a ~ 0 m/s mientras incrementa la velocidad tangencial hasta 7,813 m/s.

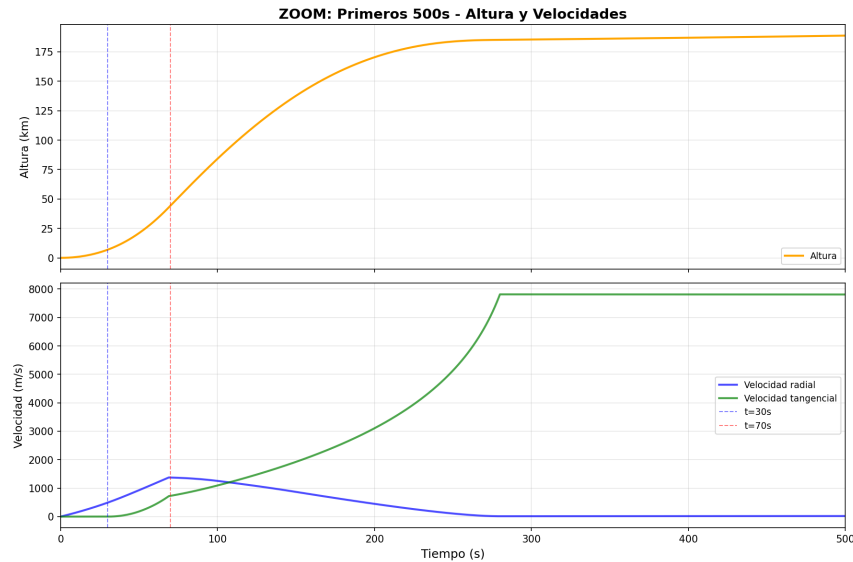


Figura 1: Evolución de altura y velocidades en los primeros 500 segundos de vuelo. Se observa el ascenso vertical inicial seguido de la maniobra de circularización.

3.3. Estabilidad Orbital

La Figura 2 demuestra la estabilidad orbital a largo plazo. Durante 20,000 segundos (5.5 horas, ~ 2 órbitas), la altura se mantiene en 187–200 km con oscilaciones $< 7\%$, y la velocidad radial permanece cerca de cero (máximo ± 30 m/s), confirmando órbita circular estable.

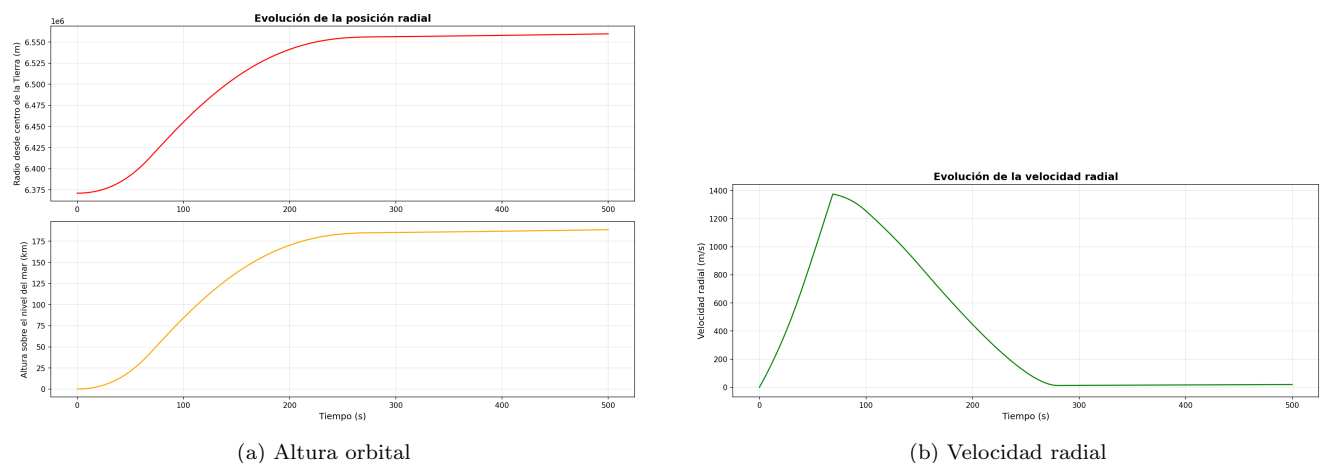


Figura 2: Estabilidad orbital durante 20,000 segundos. La altura se mantiene estable y la velocidad radial oscila cerca de cero, indicando órbita circular.

3.4. Métricas Finales y Curvas de Evolución

La Tabla 3 resume los resultados principales:

Tabla 3: Resultados de la simulación

Parámetro	Valor Simulado	Valor Teórico
Altura orbital	187 km	200 km
Velocidad tangencial	7,813 m/s	7,788 m/s
Combustible consumido	546,000 kg	548,000 kg
Tiempo de burnout	280 s	—
Período orbital	88.7 min	88.35 min

La Figura 3 presenta las curvas de evolución temporal: posición angular, velocidades, aceleraciones, masa y dirección de empuje.

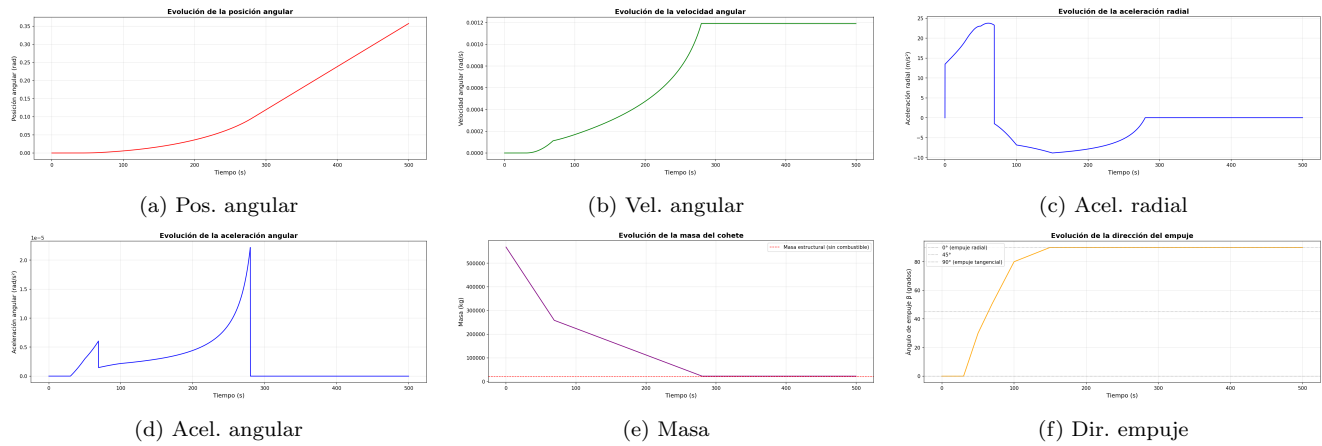


Figura 3: Curvas de evolución durante primeros 500s: ascenso (0-69s), circularización (69-280s), inicio órbita.

4. Conclusiones

El simulador valida la viabilidad técnica del diseño propuesto:

- **Órbita LEO lograda:** 187 km (error -6.5 %), velocidad 7,813 m/s (error +0.3 %), estable 20,000s
- **Perfil optimizado:** Gravity turn de dos fases minimiza pérdidas gravitatorias y aerodinámicas
- **Validación numérica:** Forward y Backward Euler idénticos. Tests confirman física correcta
- **Combustible:** 546,000 kg consumidos (99.6 % del disponible), tiempo burnout 280s. El 0.4 % restante (2,000 kg) se reserva para maniobras de emergencia y ajustes orbitales

El paso temporal $\Delta t = 0,1s$ es adecuado para LEO. La desviación de 13 km es corregible ajustando momento de burnout.

Recomendación: Diseño listo para implementación. Cohete alcanzará órbita LEO estable con alta confiabilidad.