Ejercicio 8

(a)

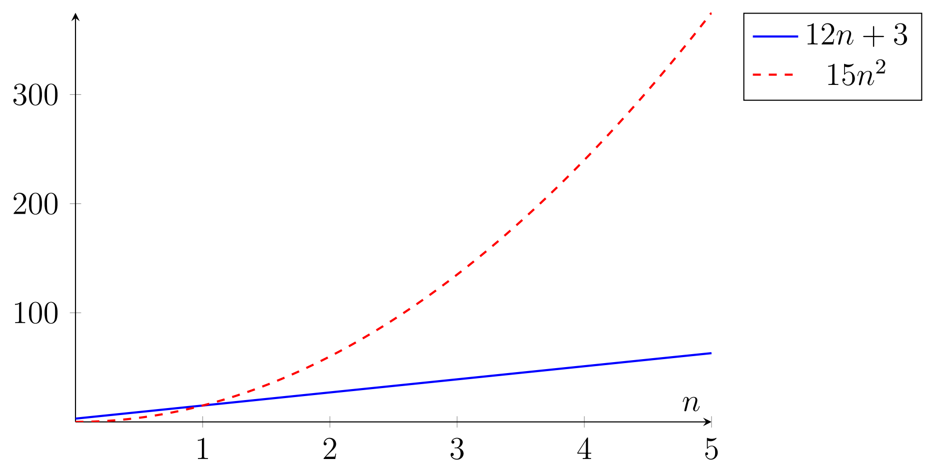
Quiero verificar que:

$$0 \leq 12n + 3 \leq c \cdot n^2 (\forall n \geq n_0)$$

Como la función es estrictamente creciente, se cumple siempre que $0 \leq 12n + 3$ con $n_0 > 0$.
Si despejamos c, obtenemos que:

$$\frac{12n}{n^2} + \frac{3}{n^2} \leq c$$
$$\frac{12}{n} + \frac{3}{n^2} \leq c$$

Si tomamos que $n_0 = 1, c = 15$, la desigualdad vale para todo $n \geq n_0$.



Entonces es **verdadera**.

(b)

Quiero verificar que:

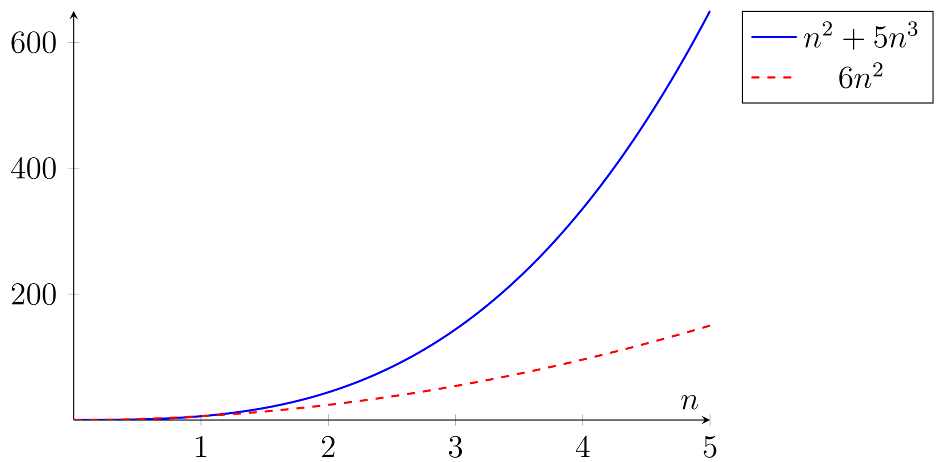
$$0 \leq n^2 + 5n^3 \leq c \cdot n^2 (\forall n \geq n_0)$$

Se va a cumplir siempre que $0 \leq n^2 + 5n^3$ porque la función es estrictamente creciente.
Si despejamos c, obtenemos que:

$$\frac{n^2 + 5n^3}{n^2} \leq c$$

$$1 + 5n \leq c$$

Si tomamos que $n_0 = 1, c = 6$, la desigualdad NO vale para todo $n \geq n_0$.



Entonces es **falsa**.

(c)

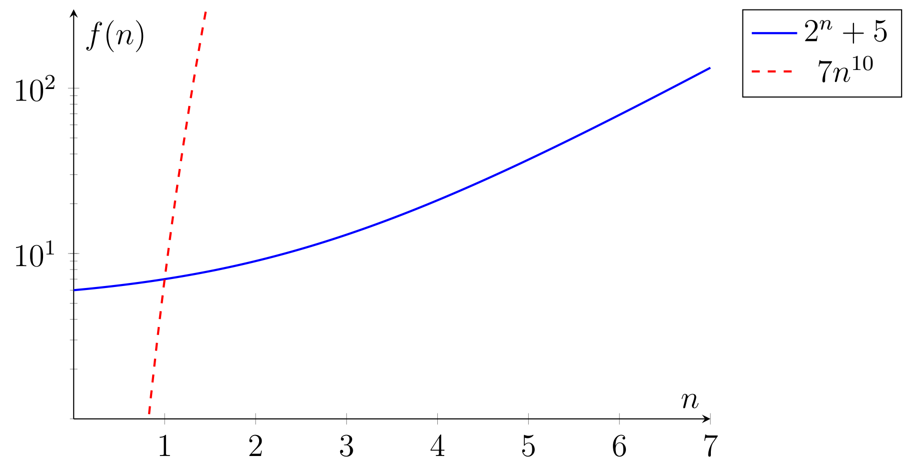
Quiero verificar que:

$$0 \leq 2^n + 5 \leq c \cdot n^{10} (\forall n \geq n_0)$$

Vale que $0 \leq 2^n + 5$ ya que esta función es siempre positiva y creciente.
Si despejamos c, obtenemos que:

$$\frac{2^n + 5}{n^{10}} \leq c$$

Si tomamos que $n_0 = 1, c = 7$, se cumple siempre la desigualdad.



Entonces es **verdadera**.

(d)

Quiero verificar que:

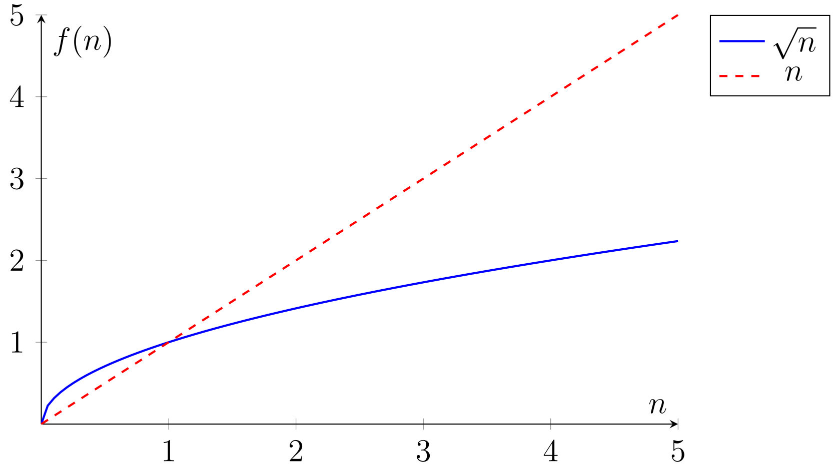
$$0 \leq \sqrt{n} \leq c \cdot n$$

Se cumple que $0 \leq \sqrt(n)$ porque es mayor o igual a cero.
Si despejamos c, tenemos que:

$$\frac{\sqrt{n}}{n} \leq c$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \leq c$$

Si tomamos $n_0 = 1, c = 1$, se cumple siempre la desigualdad.



Entonces es **verdadera**.

(e)

Quiero verificar que:

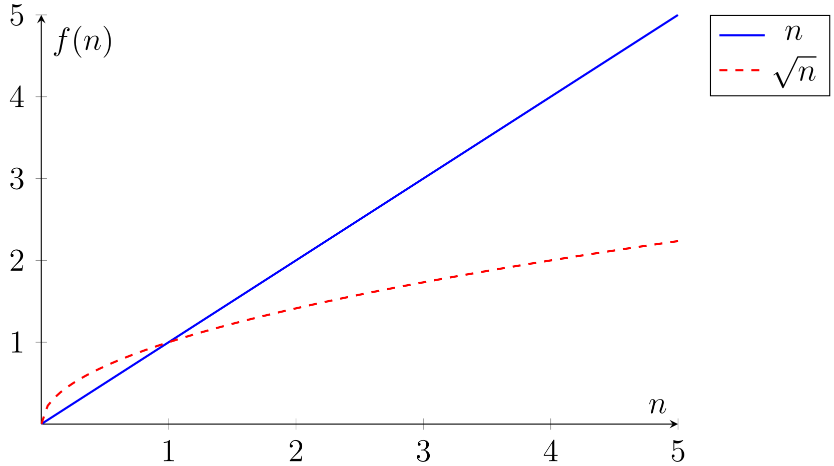
$$0 \leq n \leq c \cdot \sqrt{n} (\forall n \geq n_0)$$

$0 \leq n$ se cumple ya que es cero y estrictamente creciente.
Si despejamos c, tenemos que:

$$\frac{n}{\sqrt{n}} \leq c$$

$$\sqrt{n} \leq c$$

Si tomamos $n_0 = 1, c = 1$ se cumple esta desigualdad, pero no siempre.



Como se cumple la desigualdad hasta $n_0 = 1$, de ahí en adelante no se cumple más, por lo que es **falsa**.

(f)

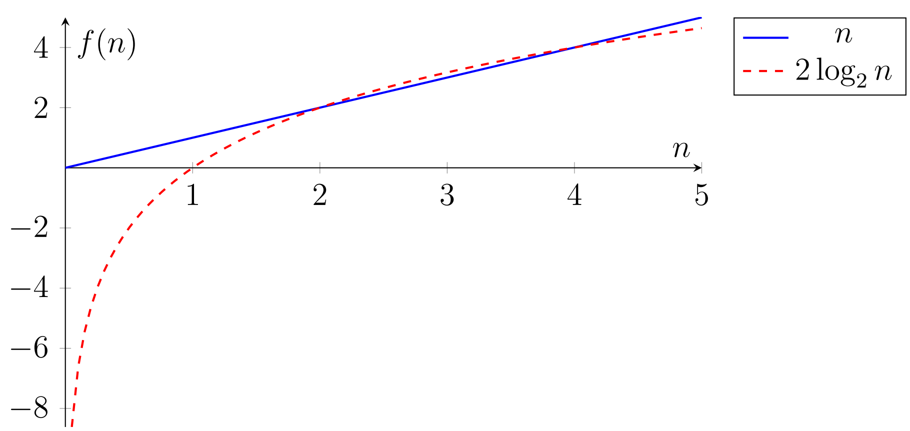
Quiero verificar que:

$$0 \leq n \leq c \cdot \log_2 n (\forall n \geq n_0)$$

Se cumple que $0 \leq n$ porque es cero y creciente.
Si despejamos c, tenemos que:

$$\frac{n}{\log_2 n} \leq c$$

Si tomamos $n_0 = 2, c = 2$ se cumple la desigualdad, pero no siempre.



Entonces es **falso**.

Ejercicio 9

(a)

Sabemos que el tamaño de entrada es $n = k$, y el peor caso es si el número k no tiene una raíz cuadrada exacta.
La función de costo temporal es $T(n) = O(\sqrt{n})$

(b)

Sabemos que el tamaño de entrada es $n = c$, y el peor caso es justamente cuando $n = c$.
La función de costo temporal es $T(n) = O(n)$