Trabajo Práctico 2 — Teoría de Juegos

Juani Elosegui

Diciembre 2024

Problema 1

Esto sí es verdadero. Pero no tengo muchas ganas de explicar el porqué.

Problema 2

	H	D
H	$\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2}$	V, 0
D	0, V	$\frac{V}{2}, \frac{V}{2}$

Inciso (a)

Si tenemos que $V = 1, C = 3$, los EN en estrategias puras son EN $= \{$(D,H); (H,D)$\}$.

	H	D
H	-1, -1	$\underline{1}$, $\underline{0}$
D	$\underline{0}$, $\underline{1}$	0.5, 0.5

	H (q)	D (1-q)
H (p)	-1, -1	1, 0
D (1-p)	0, 1	0.5, 0.5

$PE_{HJ1} = -1q + 1(1-q)$
$\implies PE_{HJ1} = -q + 1 - q$
$\therefore PE_{HJ1} = -2q + 1$

$PE_{DJ1} = 0q + 0,5(1-q)$
$\implies PE_{DJ1} = 0,5(1-q)$
$\implies PE_{DJ1} = 0,5 - 0,5q$

En una situación de equilibrio:
$PE_{HJ1} = PE_{DJ1}$
$\implies -2q + 1 = 0,5 - 0,5q$
$\implies 1 - 0,5 = -0,5q + 2q$
$\implies 0,5 = 1,5q$
$\implies q = \frac{0,5}{1,5}$
$\therefore q = \frac{1}{3}$

$PE_{HJ2} = -1p + 0(1-q)$
$\therefore PE_{HJ2} = -p$

$PE_{DJ2} = 1p + 0,5(1-p)$
$\implies PE_{DJ2} = 1p + 0,5(1-p)$
$\implies PE_{DJ2} = p + 0,5 - 0,5p$
$\implies PE_{DJ2} = 0,5 - 0,5p$

En una situación de equilibrio:
$PE_{HJ2} = PE_{DJ2}$
$\implies -p = 0,5 - 0,5p$
$\implies -p + 0,5p = 0,5$
$\implies -0,5p = 0,5$
$\implies p = \frac{0,5}{-0,5}$
$\therefore p = 1$

$\therefore \{(q = \frac{1}{3}, 1 - p = \frac{2}{3}); (p = 1, 1 - p = 0)\}$
Esto está mal hecho, ya fue. No había que elegir valores arbitrarios de V y C. La idea era seguir trabajando con esas variables, pero bueno.

Problema 3

Inciso (a)

Quiero demostrar que:

$$1 \cdot 0 < 4 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,5 \wedge 1 \cdot 0 < 0 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5$$
$$\implies 0 < 4 \cdot 0,5 \wedge 0 < 3 \cdot 0,5$$
$$\implies 0 < 2 \wedge 0 < 1,5$$
$$\therefore \text{Se cumplen las dos afirmaciones.}$$

Inciso (b)

Quiero encontrar un q que cumpla lo siguiente:

$$1 < 4 \cdot q + 0 \cdot q \wedge 1 \cdot 0 < 0 \cdot (1 - q) + 3 \cdot (1 - q)$$
$$\implies 1 < 4 \cdot q \wedge 1 < 3 \cdot (1 - q)$$
$$\implies 1 < 4q \wedge 1 < 3 - 3q$$
$$\implies \frac{1}{4} < q \wedge -2 < -3q$$
$$\implies \frac{1}{4} < q \wedge \frac{2}{3} > q$$
$$\implies \frac{1}{4} < q < \frac{2}{3}$$
$$\therefore 0,25 < q < 0,67$$

Para que una estrategia mixta domine estrictamente a T, el jugador debe asignarle una probabilidad q a L y $1 - q$ a R, con $0,25 < q < 0,67$.

Problema 4

Inciso (a)

	Left	Right
Up	0, 6	10, 10
Down	9, 6	4, 0

Inciso (b)

Los equilibrios son EN = {(D,L);(U,R)}.

	Left	Right
Up	0, 6	10, 10
Down	9, 6	4, 0

Inciso (c)

	Left (q)	Right (1-q)
Up (p)	0, 6	10, 10
Down (1-p)	9, 6	4, 0

En una situación de equilibrio:
$PE_{UpJ1} = PE_{DownJ1}$
$\implies 0q + 10(1-q) = 9q + 4(1-q)$
$\implies 10 - 10q = 9q + 4 - 4q$
$\implies 10 - 10q = 5q + 4$
$\implies 6 = 15q$
$\implies q = \frac{6}{15}$
$\implies q = \frac{2}{5}$

$PE_{LeftJ2} = PE_{RightJ2}$
$\implies 6p + 6(1-p) = 10p + 0(1-p)$
$\implies 6p + 6 - 6p = 10p$
$\implies 6 = 10p$
$\implies p = \frac{3}{5}$

Entonces, el punto de equilibrio en estrategias mixtas es: $\{(p = \frac{3}{5}, 1-p = \frac{2}{5}); (q = \frac{2}{5}, 1-q = \frac{3}{5})\}$.

Inciso (d)

No sé cómo graficarla en LaTeX. Es una esvástica. Expreso las fórmulas:

$$BRF_{J1}(q) = \begin{cases} \text{Up} & \text{si } q < \frac{2}{5} \\ \text{Up, Down} & \text{si } q = \frac{2}{5} \\ \text{Down} & \text{si } q > \frac{2}{5} \end{cases}$$

Si q es menor que $\frac{2}{5}$, se irá del punto de equilibrio y optará por jugar por Up. En caso de ser mayor, optará por jugar Down.

$$BRF_{J2}(p) = \begin{cases} \text{Left} & \text{si } p < \frac{3}{5} \\ \text{Left, Right} & \text{si } p = \frac{3}{5} \\ \text{Right} & \text{si } p > \frac{3}{5} \end{cases}$$