

Teoría de juegos

Juegos Secuenciales/Dinámicos (Parte 1)

TEORÍA DE LAS DECISIONES

M. PAULA BONEL

mpaulabonel@gmail.com

¿Consultas clase anterior?



Juegos Secuenciales

- En un juego secuencial, los jugadores juegan en distintos momentos del tiempo siguiendo un orden de juego.
- Hoy vamos a ver juegos donde, al momento de jugar, cada jugador sabe lo que hizo el jugador anterior (**información perfecta**).
- Cada vez que un jugador toma una acción debe considerar las consecuencias de esas acción para los demás (cómo van a reaccionar los siguientes jugadores frente a su acción) y para sí mismo (qué opciones le quedan luego de realizar esa acción).
- Comenzaremos a trabajar con **estrategias discretas**.

El problema de la Firma Entrante

En el mercado de consolas, hay una firma (**Sony**) que ya se encuentra establecida en el mercado con su producto, PS2 (firma **incumbente**). **Nintendo** está considerando entrar al mercado (**entrante**) con su nuevo producto, Xbox. **Nintendo** elige si competir con Sony por el mercado de consolas de última generación o modificar su producto para competir en otro mercado: **entrar (E) o no entrar (NE)**. Si Nintendo eligió entrar, Sony elige si lanza una competencia por precios o se adapta a las nuevas condiciones de mercado: **Competir (C) o no competir (NC)**. La amenaza de competencia se basa en posibles ventajas de la firma incumbente: costos, conocimiento de marca, entre otras.

- Si Nintendo elige no entrar, Sony obtiene ganancias por 5 millones de pesos.
 - Si Nintendo elige entrar y Sony compite, ambas pierden 1 millón. Si Sony no compite, ambas firmas ganan \$1 millón.
- a) Resuelva este juego como si fuera un juego simultáneo y encuentre los EN.
 - b) Resuelva este juego en su versión dinámica y encuentre los ENPS.
 - c) ¿Cómo cambian los resultados de equilibrio entre los puntos (a) y (b)?

Problemas de la firma entrante

Representación en forma normal

		S	
		C	NC
N	E	$(-1, -1)$	$(\underline{1}, \underline{1})$
	NE	$(\underline{0}, \underline{5})$	$(0, \underline{5})$

- $EN = \{(NE, C); (E, NC)\}$

Forma Extensiva del Juego (game trees)

- Los juegos secuenciales son descriptos usando la Forma Extensiva.
- Los árboles del juego están compuestos por los árboles de decisión de todos los jugadores, cada vez que juegan.
- El árbol ilustra todas las posibles acciones (ramas) que pueden ser tomadas por todos los jugadores e indica los pagos asociados a cada una de esas cadenas de decisiones.

Representación en forma extensiva

Conceptos importantes

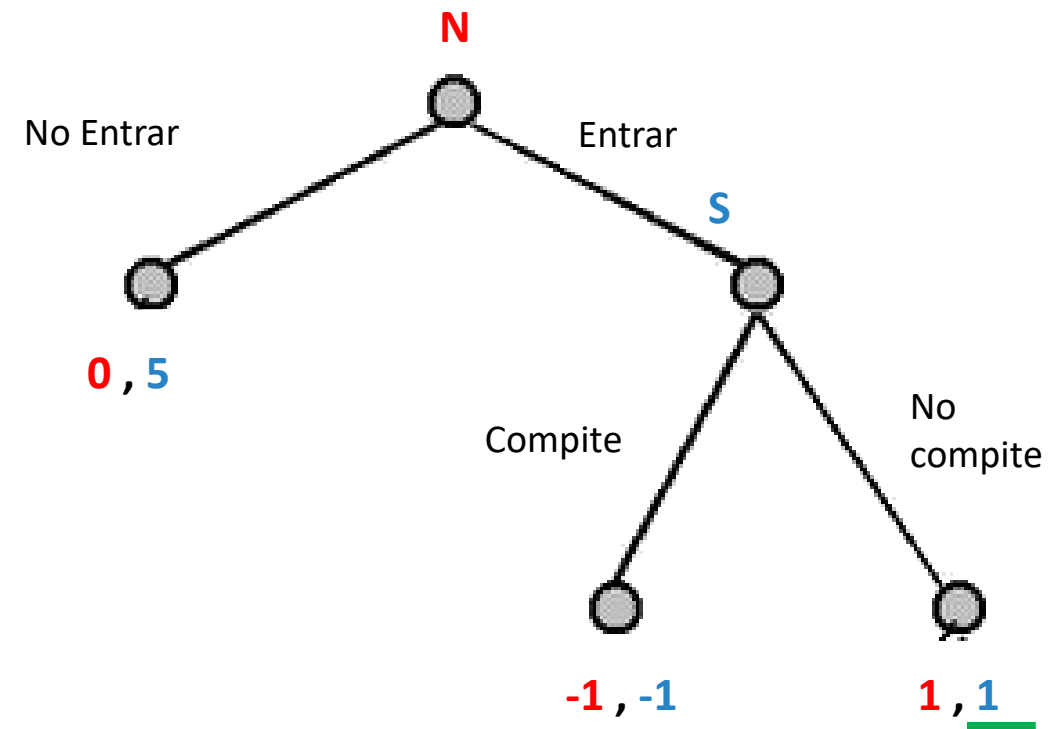
Los componentes de una forma extensiva son:

- **Nodos:** inicial (único), intermedios y terminales.
- **Ramas:** acciones disponibles para el jugador al que le toca jugar.
- **Pagos** (indicados en los nodos terminales).
- **Conjuntos de información:** indica cuánto saben los jugadores sobre lo sucedido en el juego en un momento determinado.

Problema de la Firma Entrante

Representación en forma extensiva

¿Cómo identificamos las mejores respuestas? **Inducción hacia atrás.**



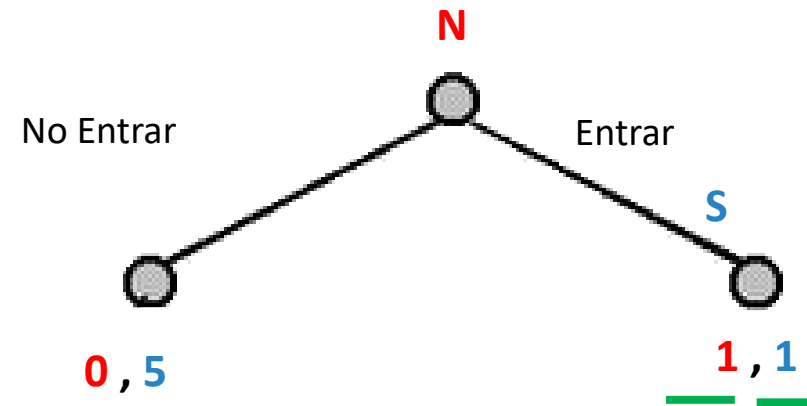
Inducción hacia atrás

Conceptos importantes

- Asumimos **racionalidad secuencial** de los jugadores: Los jugadores deben comportarse racionalmente cada vez que son llamados a jugar.
- Comenzamos a evaluar lo que sucede en los nodos terminales, y vamos eligiendo la mejor respuesta para cada jugador, hasta llegar al nodo inicial.
- Tras identificar todas las estrategias óptimas llegamos al **ENPS** del juego que también puede ser llamado **Equilibrio por Inducción Hacia Atrás (IHA)**.
- **Todo juego finito tiene por lo menos un equilibrio por IHA.**

Representación en forma extensiva

- Desafortunadamente para Sony, no hay una forma creíble de comprometerse a competir por precios. Bajar el precio para eliminar al rival del mercado es una estrategia costosa.
- El equilibrio de Nash (NE,C) es una amenaza no creíble. Nintendo conoce los pagos de Sony al momento de decidir entrar al mercado.
- Por eso el único ENPS de este juego es: (E, NC).



EN y ENPS

Conceptos importantes

- El equilibrio **(NE; C)** del juego en forma normal no es perfecto en subjuegos, ya que en el subjuego que comienza en el nodo de decisión de Sony, esta firma no está jugando su mejor respuesta.
- Un ENPS se caracteriza por **NO** incluir amenazas no creíbles.
- El ENPS se considera un refinamiento que permite eliminar esta clase de problemas.
- Es por esto que a partir de ahora utilizaremos este concepto para resolver juegos secuenciales.

Estrategias

Conceptos importantes

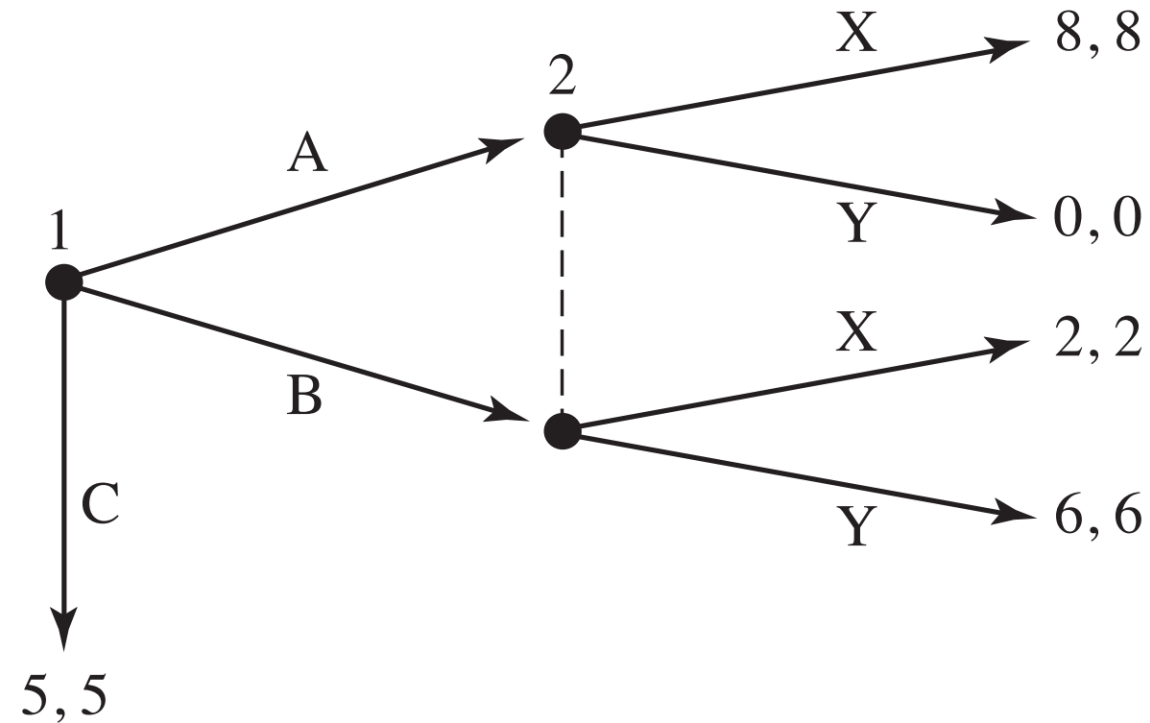
- Una estrategia puede estar compuesta por muchas acciones.
- Una acción es la decisión que toma el individuo en cada nodo.
- ¡Una estrategia debe ser completa! → Al momento de definir el equilibrio debe especificarse la estrategia completa de cada jugador, una acción para cada nodo, aún si ese nodo nunca se fuese a jugar.

Conjunto de información

Conceptos importantes

- El conjunto de información indica cuánto saben los jugadores sobre lo sucedido en el juego en un momento determinado.
- Formalmente está representado por los nodos de decisión que un jugador enfrenta durante su turno.
- Un conjunto de información es unitario cuando contiene a un único nodo de decisión. Teóricamente esto significa que el jugador que debe jugar en ese nodo conoce toda la historia pasada del juego.
- Cuando todos los conjuntos de información de un juego son unitarios decimos que se trate de un juego de **información perfecta** (ejemplo “Firma entrante”).
- Un juego de información imperfecta tiene al menos un conjunto de información no unitario. Este tipo de juego los resolveremos en las próximas clases. Por ahora veamos un ejemplo a modo descriptivo.

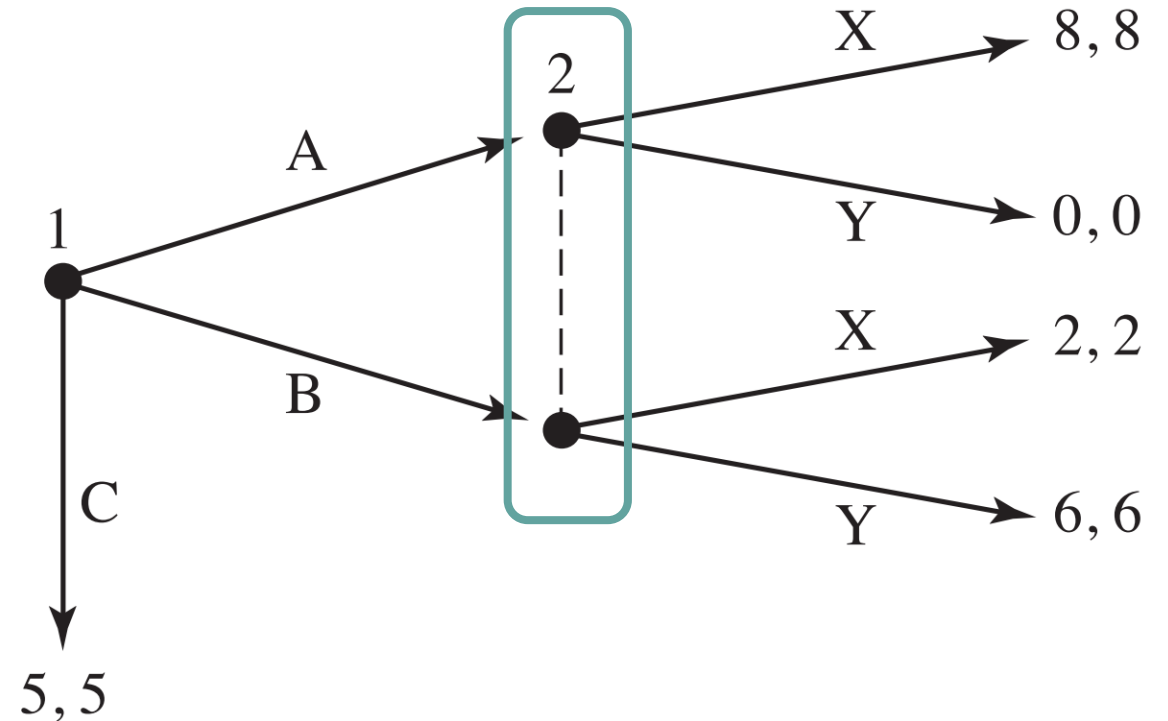
Ejemplo de juego con información imperfecta



Ejemplo de juego con información imperfecta

¿Cómo interpretamos este juego?

- Cuando el jugador 2 es llamado a jugar no sabe si el jugador 1 eligió A o B. **Esto es representado gráficamente por las líneas punteadas.**
- Tanto el jugador 1 como el jugador 2 tienen un único conjunto de información en el juego. Mientras que el conjunto de información de 1 es unitario, el conjunto de información de 2 esta conformado por 2 nodos de decisión.
- **Importante:** Las acciones para el jugador 2 (X e Y) son las mismas en ambos nodos ya no puede diferenciarlos.



Subjuego

Conceptos importantes

- Un **subjuego** es un subconjunto de una forma extensiva que cumple con las siguientes características:
 - Comienza en un conjunto de información unitario.
 - Contiene a todos sus nodos sucesores.
 - Si contiene a un nodo perteneciente a un conjunto de información, entonces contiene a todos los nodos pertenecientes a ese conjunto de información. Es decir, no contiene conjuntos de información incompletos.

En el juego de “Pasar el sombrero” tenemos tres subjuegos mientras que en el ejemplo de información imperfecta tenemos un único subjuego que representa al juego completo.

Equilibrio Perfecto en Subjuegos (ENPS)

Conceptos importantes

- Un perfil de estrategias (una para cada jugador) conforma un Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos (ENPS) si induce a un equilibrio de Nash en cada subjuego.
- Cada jugador debe elegir su acción óptima en cada escenario que podría enfrentar, ya sea que esperamos que ese escenario ocurra o no.
- Este concepto nos permitirá encontrar Equilibrios de Nash en juegos secuenciales con información perfecta e imperfecta (el segundo caso lo veremos más adelante).
- El procedimiento para encontrar los ENPS del juego se conoce como **inducción hacia atrás**.
- No debemos confundir el concepto de ENPS con el concepto de **sendero de equilibrio**. El sendero de equilibrio es el camino que efectivamente será jugado de acuerdo al ENPS.

Estrategias de compromiso

Conceptos importantes

- Eliminar posible acciones del juego.
- Deshacerse de opciones puede mejorar mi situación. ¿Por qué?
- Esto modifica el comportamiento del rival.
- La información debe ser conocida por el rival!

Pasar el sombrero



- Dos jugadores: 1 y 2
- Estrategias del jugador 1: poner \$0, \$1 o \$3 en un sombrero. Si el jugador 1 elige \$0, el juego se termina con pagos iguales a cero para ambos jugadores.
- De lo contrario, el sombrero se pasa al jugador 2. Las estrategias del jugador 2 son: “Match” (es decir, agregar la misma cantidad de dinero en el sombrero) o “Take” (tomar el dinero en efectivo).
- Cuando el jugador 2 elige “Take”, se queda con el dinero del J1.
- Cuando el jugador 2 elige “Match” se producen los siguientes pagos netos:
 - \$1: El J1 recibe pagos netos de \$1, mientras que el J2 recibe pagos netos de \$1.5
 - \$3: El J1 recibe pagos netos de \$3, mientras que el J2 recibe pagos netos de \$2.

Lectura recomendada



- Dixit, Avinash K. (2015). Games of strategy. Fourth Edition. New York: W.W. Norton & Company (Capitulos 3).
- Watson, Joel. (2013). Strategy: an introduction to game theory. Third Edition New York: W. W. Norton & Company (Capitulos 15).