Universidad Torcuato di Tella

Teoría de las decisiones | Parte I: Teoría de Juegos

Trabajo práctico 2 (respuestas sugeridas)

Problema 1:

- En un equilibrio de Nash en estrategias mixtas, la utilidad esperada de un jugador al usar la estrategia mixta debe ser igual a la utilidad esperada de cualquiera de las estrategias puras que la componen y que son elegidas con probabilidad positiva. Esto es porque, si alguna de las estrategias puras ofreciera una mayor utilidad esperada que la combinación de todas ellas, el jugador tendría un incentivo para desviarse hacia esa estrategia pura, rompiendo así el equilibrio. Por lo tanto, la igualdad en las utilidades esperadas garantiza que el jugador no tiene razón para preferir una estrategia pura sobre otra dentro de la mezcla, manteniendo así el equilibrio de Nash.

Problema 2:

a. Busco los equilibrios en estrategias puras y mixtas del juego:

			Hawk	*Dove*
			q	$1-q$
	p	*Hawk*	$\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2}$	$\underline{V}, \underline{0}$
Player 1				
	$1-p$	*Dove*	$\underline{0}, \underline{V}$	$\frac{V}{2}, \frac{V}{2}$

$$EN\ puras = \{(Hawk, Dove)(Dove, Hawk)\}$$

El jugador 1 debe elegir su p-mix de forma tal de que la estragias Hawk y Dove brinden iguales pagos al jugador 2.

El pago esperado de jugar Hawk para 2 es:

$$Pago\ esperado\ H = p\left(\frac{V-C}{2}\right) + (1-p)V = V\left(1 - \frac{p}{2}\right) - p\frac{C}{2}$$

$$Pago\ esperado\ D = p\,0 + \frac{(1-p)V}{2} = \frac{(1-p)V}{2}$$

El jugador 1 elige su p-mix de forma tal de que se cumpla

$$Pago\ esperado\ H\ (J2) = Pago\ esperado\ D\ (J2)$$

$$V\ \left(1 - \frac{p}{2}\right) - p\frac{C}{2} = \frac{(1-p)V}{2}$$

Despejando obtenemos que:

$$p = \frac{V}{C}$$

Como el juego es simétrico, podemos extender este análisis al jugador 2 y su elección de q-mix. Entonces, el equilibrio em estrategias mixtas es:

$$= \left\{\frac{V}{C}Hawk_1,\quad \left(1-\frac{V}{C}\right)Dove_1; \frac{V}{C}Hawk_2,\quad \left(1-\frac{V}{C}\right)Dove_2\right\}$$

Las probabilidades de equilibrio, $p = q = \frac{V}{C}$, en el equilibrio de Nash de estrategias mixtas encontrado arriba se ven afectados por cambios en estos dos parámetros. En particular, si V aumenta más rápido que C, entonces el ratio $\frac{V}{C}$ aumenta en valor, de modo que es más probable que los jugadores elijan Hawk en el equilibrio de estrategias mixtas del juego. Intuitivamente, si el recurso se vuelve más valioso mientras que el costo de la lucha aumenta menos que proporcionalmente, los jugadores se vuelven más agresivos, lo que implica que juegan con Hawk más frecuentemente.

En el caso de que el valor del recurso, V, supere al del coste del luchando, C, entonces surge un EN en estrategias puras, en el que ambos jugadores juegan Hawk. A partir de allí, un mayor aumento en los valores de V y C no cambian el resultado de equilibrio.

<u>Problema 3:</u>

(a)

$$pago_1(mixta\ |L) = \tfrac{1}{2} * 4 + \tfrac{1}{2} * 0 = 2 \quad > \quad pago_1(T\ |L) = 1$$

$$pago_1(mixta\ |R) = \tfrac{1}{2} * 0 + \tfrac{1}{2} * 3 = 1.5 \quad > \quad pago_1(T\ |R) = 1$$

El p-mix (0, ½ , ½) domina en forma estricta a la estrategia pura T.

(b)

Primera condición:

$$pago_1(mixtas\ |L) \quad > \quad pago_1(T\ |L)$$

$$p * 4 + (1-p) * 0 \quad > \quad 1$$

$$p \quad > \quad 1/4$$

Segunda condición:

$$pago_1(mixtas\ |R) \quad > \quad pago_1(T\ |R)$$
$$p * 0 + (1-p) * 3 \quad > \quad 1$$
$$2/3 \quad > \quad p$$

Las estrategias mixtas que dominan a la estrategia pura T deben mezclar a las estrategias M y B con probabilidades p y 1-p donde $p \in \left(\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right)$.

Problema 4:

a. El juego en su forma matricial:

		Wife: Left (q)		Wife: Right $(1-q)$	
Husband	Up (p)	0	6	$\underline{10}$	$\underline{10}$
	Down $(1-p)$	$\underline{9}$	$\underline{6}$	4	0

Los equilibrios en estrategias puras son:

$$EN\ puras = \{(Down, Left)(Up, Right)\}$$

El equilibrio en estrategias mixtas es:

$$EN\ mixtas = \left\{\left(p = \frac{3}{5}, 1-p = \frac{2}{5}\right); \left(q = \frac{2}{5}, 1-q = \frac{3}{5}\right)\right\}$$

La función de mejor respuesta del marido es:

$$BRF_H(q) = \begin{cases} D & \text{if } q > 2/5 \\ \{U, D\} & \text{if } q = 2/5 \\ U & \text{if } q < 2/5 \end{cases}$$

La función de mejor respuesta de la esposa es:

$$BRF_W(p) = \begin{cases} R & \text{if } p > 3/5 \\ \{L, R\} & \text{if } p = 3/5 \\ L & \text{if } p < 3/5 \end{cases}$$

Representadas gráficamente tenemos que: