Teoría de juegos
Juegos Secuenciales (Parte 3)

TEORÍA DE LAS DECISIONES

M. PAULA BONEL

¿Consultas clase anterior?

Temas de la clase de hoy

- Juegos con información imperfecta:
  - Combinación de juegos secuenciales y simultáneos.

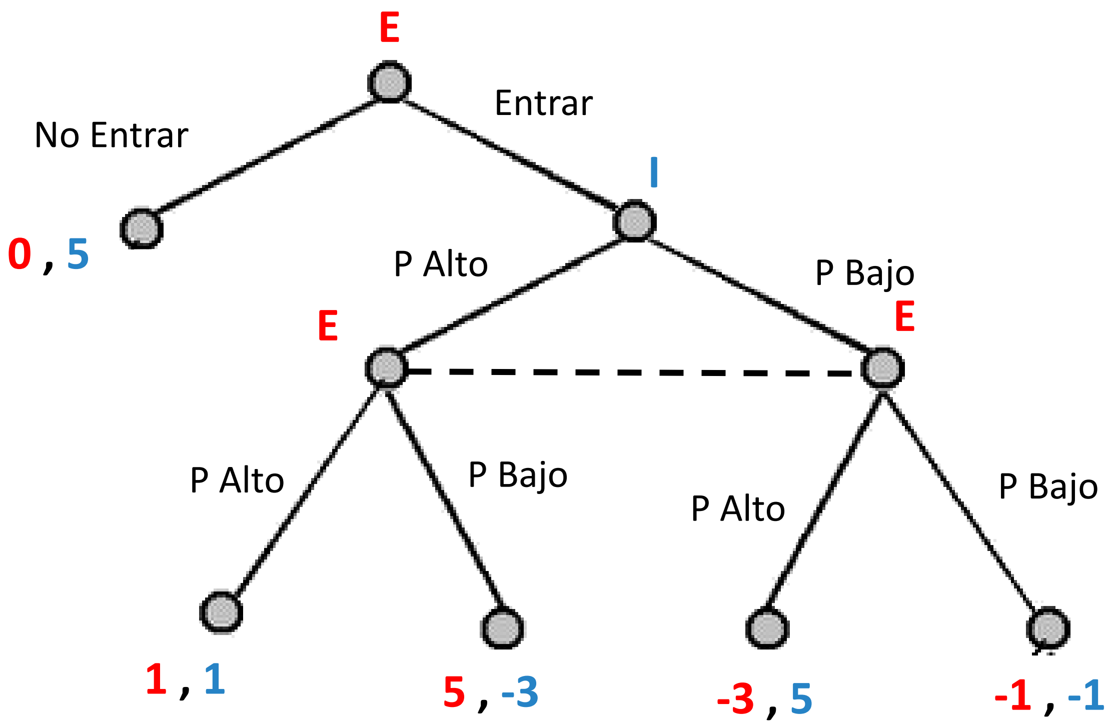
Combinando Juegos Secuenciales y Juegos Simultáneos

- En la clase de hoy nos focalizaremos en juegos con **información imperfecta**.
- Muchas situaciones estratégicas (en particular en la vida real) combinan elementos de juegos secuenciales y de juegos simultáneos.
- Ambos tipos de juegos, y sus combinaciones, pueden ser expresados en tablas o en árboles.
- La solución para este tipo de juegos, requiere combinar inducción hacia atrás y EN de manera apropiada.

Ejemplo de información imperfecta

Si la firma entrante decide entrar, ambas firmas deben elegir simultáneamente si colocar precios bajos o precios altos.

- Si ambas colocan precios bajos, los pagos son (-1,-1).
- Si ambas colocan precios altos, los pagos son (1,1).
- Si una firma coloca precios altos y la otra precios bajos (la firma que colocó precios bajos obtiene un pago de 5 y la firma que colocó precios altos obtiene un pago de -3).



Ejemplo de información imperfecta

El subjuego de la segunda etapa se puede representar

con un juego simultáneo:

		I	
		P Alto	**P Bajo**
E	**P Alto**	(1,1)	(-3, 5)
	P Bajo	(5, -3)	(-1, -1)

Ejemplo de información imperfecta

El subjuego de la segunda etapa se puede representar

con un juego simultáneo:

		I	
		P Alto	**P Bajo**
E	**P Alto**	(1,1)	(-3, 5)
	P Bajo	(5, -3)	(-1, -1)

Si las firma decide entrar, esperamos que ambas firmas opten por un precio bajo.

Esquema del juego tipo Dilema del Prisionero.

Ejemplo de información imperfecta

Entonces, la decisión para la **firma entrante (1)** se transforma en:

Si entra (E)→ Las firmas compiten por precios bajos y obtiene un pago de **-1**

Si entra (NE) → Obtiene un pago de **0**

La firma 1 decide **NE**

El equilibrio ENPS = (NE, P Bajo ; P Bajo)

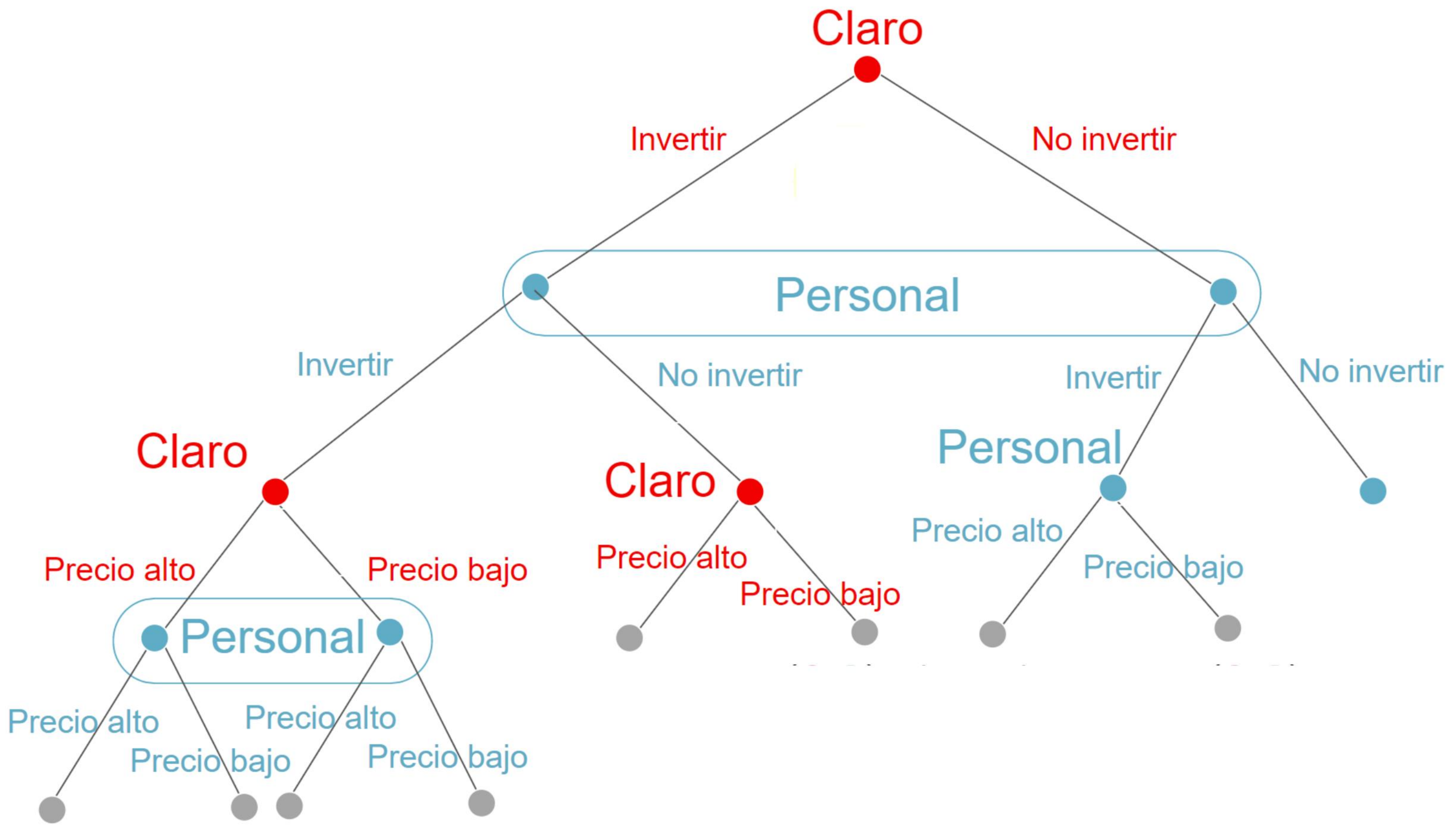
Inversión en Telecomunicaciones

Dos Etapas y Subjuegos

- **Etapa 1 (Decisión de inversión):** Dos gigantes de las telecomunicaciones, **Claro** y **Personal**, deben elegir si invertir o no en una nueva red de fibra óptica (inversión de $10 mil millones).
- Eligen de manera simultánea. Si ninguno invierte, el juego se acaba.
- **Etapa 2 (Decisión de Precios):** Si una de las dos empresas invierte y la otra no, la empresa que invirtió deberá definir un precio.
  - Precio alto: 60 millones de clientes, ganancia de $400 por cada cliente.
  - Precio bajo: 80 millones de clientes, ganancias de $200 por cada cliente.
- Si ambas firmas deciden invertir, deberán elegir el precio de su servicio de manera simultánea.
  - Si ambas eligen el mismo precio, se dividen el mercado en partes iguales.
  - Si una elige el precio bajo y su rival el precio alto, la firma que ofrece el precio bajo se queda con todo los clientes.

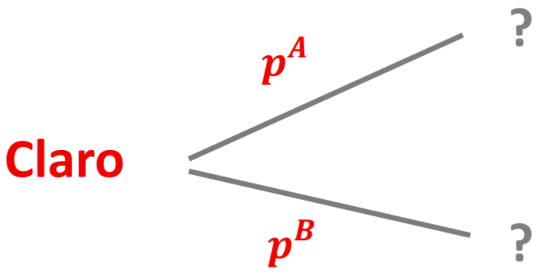
Inversión en Telecomunicaciones
Primera etapa

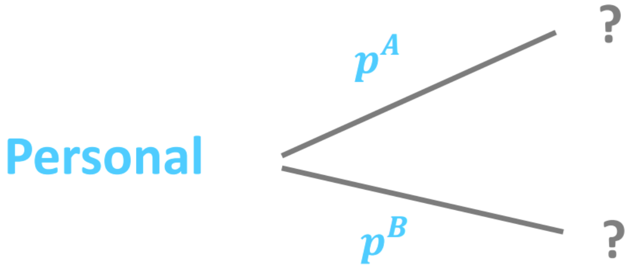
- Juego de dos etapas → de las cuatro combinaciones del juego simultáneo inicial:
  - Dos llevan a una nueva decisión por parte de un jugador (una sola firma invierte).
  - Una lleva a un nuevo juego simultáneo (ambas firmas invierten).
  - Una termina el juego (ninguna firma invierte).


Claro
Invertir
No invertir
Personal
Invertir
No invertir
Invertir
No invertir
Claro
Claro
Personal
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo
Personal
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo

Inversión en Telecomunicaciones

		Personal	
		Invertir	No invertir
Claro	Invertir	? , ?	? , ?
	No invertir	? , ?	? , ?





		Personal	
		p^A	p^B
Claro	p^A	? , ?	? , ?
	p^B	? , ?	? , ?

Inversión en Telecomunicaciones
Segunda etapa | Decisión de un solo jugador

- **Cuando ambas empresas se quedan solas en el mercado** deben resolver el mismo problema, deben elegir entre $\boldsymbol{p^A}$ y $\boldsymbol{p^B}$ que:
- Si $\boldsymbol{p^A} \rightarrow \boldsymbol{\Pi^A} = \$400 \times 60\, Mclientes - \$10MM = \$14MM$
- Si $\boldsymbol{p^B} \rightarrow \boldsymbol{\Pi^B} = \$200 \times 80\, Mclientes - \$10MM = \$6\, MM$
- **Ambas empresas elegirán $\boldsymbol{p^A}$**.

Inversión en Telecomunicaciones

Segunda etapa | Subjuego

- Si ambas eligen $\boldsymbol{p^A}$:
  - $\Pi_C^{A,A} = \Pi_P^{A,A} = (\$400 \times \frac{60\ Mclientes}{2}) - \$10MM = \$2MM$

- Si Claro elige $\boldsymbol{p^A}$ y Personal elige $\boldsymbol{p^B}$:
  - $\Pi_C^{A,B} = 0 - \$10MM = -\$10MM$
  - $\Pi_P^{A,B} = \$200 \times 80\ Mclientes - \$10MM = \$6\ MM$

		PERSONAL	
		$\boldsymbol{p^A}$	$\boldsymbol{p^B}$
CLARO	$\boldsymbol{p^A}$	**2 , 2**	**-10 , 6**
	$\boldsymbol{p^B}$	**6 , -10**	**-2 , -2**

- Si ambas eligen $\boldsymbol{p^B}$ que:
  - $\Pi_C^{B,B} = \Pi_P^{B,B} = \left(\$200 \times \frac{80\ Mclientes}{2}\right) - \$10MM = -\$2MM$

Inversión en Telecomunicaciones

Resolviendo por inducción hacia atrás las firmas saben que en la segunda etapa de decisión de precios:

- Si ambas deciden invertir, obtienen pérdidas por $-2MM (Resultado del EN del subjuego).
- Si una sola invierte, elige $\boldsymbol{p^A}$ y obtiene ganancias por $14 MM, mientras que la otra firma obtiene cero.
- Si ninguna invierte, ambas obtienen 0.

Volcamos estos pagos en la matriz del juego de la primera etapa de decisión de inversión.

		PERSONAL	
		I	**NI**
CLARO	**I**	**-2 , -2**	**14 , 0**
	NI	**0 , 14**	**0 , 0**

Inversión en Telecomunicaciones

Resolviendo por inducción hacia atrás las firmas saben que en la segunda etapa de decisión de precios:

- Si ambas deciden invertir, obtienen pérdidas por $-2MM (Resultado del EN del subjuego).
- Si una sola invierte, elige $\boldsymbol{p^A}$ y obtiene ganancias por $14 MM, mientras que la otra firma obtiene cero.
- Si ninguna invierte, ambas obtienen 0.

Volcamos estos pagos en la matriz del juego de la primera etapa de decisión de inversión.

		PERSONAL	
		I	NI
CLARO	I	-2 , -2	14 , 0
	NI	0 , 14	0 , 0

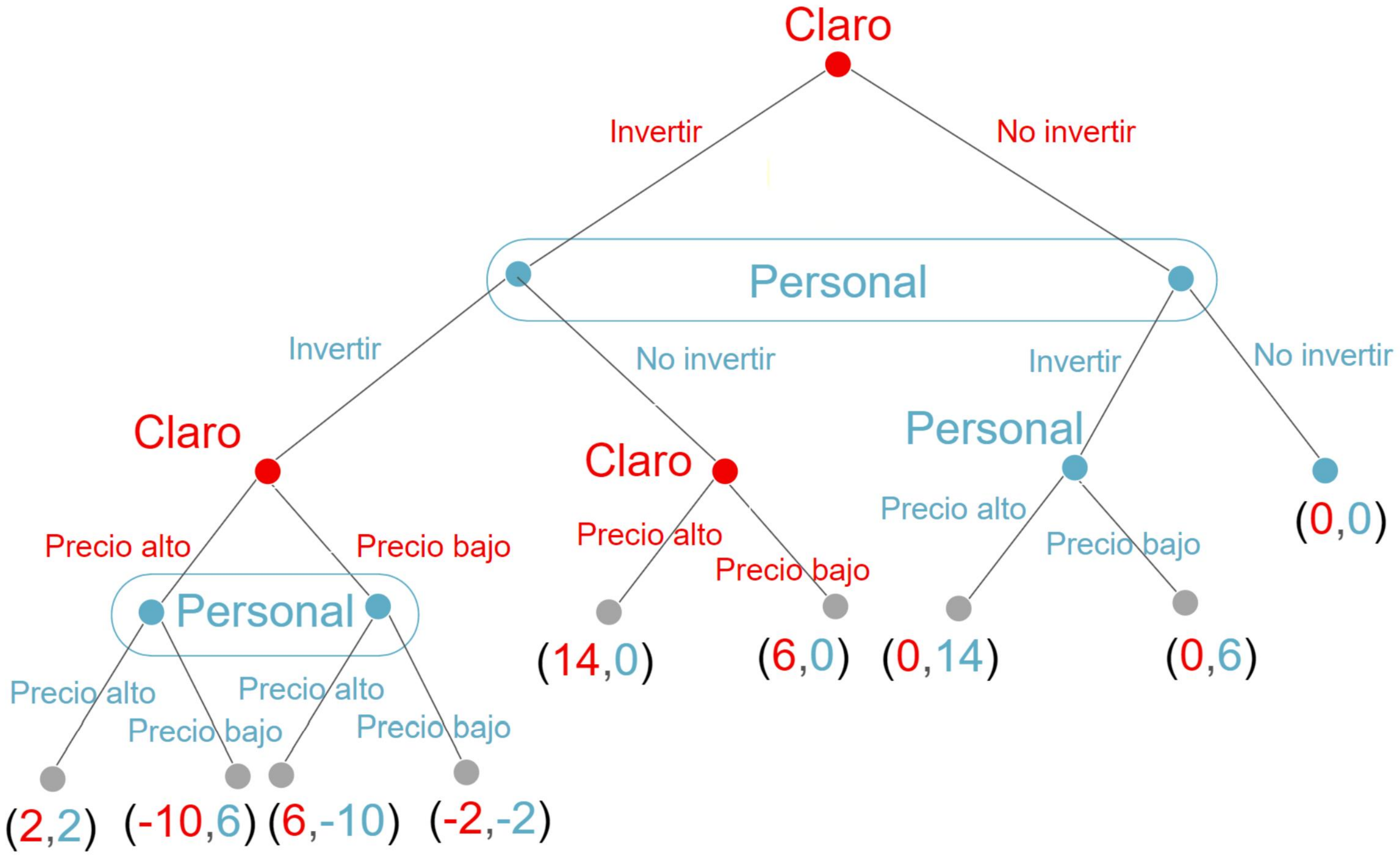
Chicken game

Inversión en Telecomunicaciones
Equilibrios

- ENPS del juego:

$$ENPS = \left\{ \begin{matrix} \left(\begin{matrix} Claro: NI, P^{bajo} \text{ si ambas inviertieron}, P^{alto} \text{ si inviertió sola}; \\ Personal: I, P^{bajo} \text{ si ambas inviertieron}, P^{alto} \text{ si inviertió sola} \end{matrix} \right); \\ \left(\begin{matrix} Claro: I, P^{bajo} \text{ si ambas inviertieron}, P^{alto} \text{ si inviertió sola}; \\ Personal: NI, P^{bajo} \text{ si ambas inviertieron}, P^{alto} \text{ si invertió sola} \end{matrix} \right) \end{matrix} \right\}$$

- Senderos de equilibrio:
  - $Claro: NI; Personal: I, P^{alto}$ $\text{porque se quedó sola en el mercado}.$
  - $Claro: I, P^{alto}$ $\text{porque se quedó sola en el mercado}; Personal: NI.$


Claro
Invertir
No invertir
Personal
Invertir
No invertir
Invertir
No invertir
Claro
Claro
Personal
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo
(0,0)
Personal
(14,0)
(6,0)
(0,14)
(0,6)
Precio alto
Precio bajo
Precio alto
Precio bajo
(2,2)
(-10,6)
(6,-10)
(-2,-2)

Ejemplo:

- Indique todos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos del siguiente juego: