

Ejercicios Adicionales — Fáciles (Resuelto)

Juani Elosegui

Diciembre 2024

Ejercicio 1

Ramiro tiene la opción de elegir entre dos loterías:

- Opción A: Gana \$100 con probabilidad del 100%.
- Opción B: Gana \$200 con probabilidad del 50% y \$0 con probabilidad del 50%.

Usando una función de valor de la forma $U(x) = x^{0.5}$ encuentre lo elegido usando EUT.

Para resolver esto, tengo que calcular la utilidad esperada, dado que sabemos con qué probabilidad se van a dar los distintos sucesos:

$$\begin{aligned}EUT_A &= P(\text{ganar } \$100) \cdot U(\$100) \\EUT_A &= 1 \cdot \sqrt{100} \\EUT_A &= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}EUT_B &= P(\text{ganar } \$200) \cdot U(\$200) + P(\text{ganar } \$0) \cdot U(\$0) \\EUT_B &= 0,5 \cdot \sqrt{200} + 0,5 \cdot \sqrt{0} \\EUT_B &= 0,5 \cdot \sqrt{200} \\EUT_B &\approx 7,07\end{aligned}$$

Conclusión:

Como $EUT_A > EUT_B$, a Ramiro le conviene elegir la opción A.

Ejercicio 2

Victoria tiene \$150 de ahorros y debe decidir en qué invertirlos. Primero, la economía se encuentra en auge, por lo que se sabe que ganará plata sí o sí (o en su defecto no perderá).

Economía en auge:

- Acciones y Bonos: Ganar \$200 extras con probabilidad del 80%. Y con 20% perder todo
- FCI y plazo fijo: Ganar \$150 extras con probabilidad del 100%.

Sin embargo, su amiga extranjera Juana también tiene ahorros por \$150 pero como vive en otro país, su economía está en recesión. Luego, es altamente probable que pierda todos sus ahorros o hasta incluso deba endeudarse.

Economía en recesión:

- Acciones y Bonos: Perder \$150 con probabilidad del 80%. Y con 20% ganar \$10
- FCI y plazo fijo: Perder \$90 con probabilidad del 100%.

Usando raíz cúbica para ganancias y raíz cuadrada para las pérdidas construya la función EPV para ambas amigas, considerando los ahorros iniciales como referencia. Considere que las

probabilidades están distorsionadas en un $\alpha = 0,6$, es decir, $\pi(p) = [\exp(\ln(1/p)^{0,6})]^{-1}$

Encuentre lo que elegirá cada una en su situación particular.

Calculo el EPV para Victoria:

$$EPV_{V,A/B} = \pi(0,8) \cdot U(\$150 + \$200) + \pi(0,2) \cdot U(\$150 - \$150)$$

$$EPV_{V,A/B} = \pi(0,8) \cdot \sqrt[3]{\$350} + \pi(0,2) \cdot \sqrt[2]{\$0}$$

$$EPV_{V,A/B} = \pi(0,8) \cdot \sqrt[3]{\$350}$$

$$EPV_{V,A/B} = \frac{1}{e^{\ln \frac{1}{0,8} \cdot 0,6}} \cdot \sqrt[3]{\$350}$$

$$EPV_{V,A/B} \approx 4,69$$

$$EPV_{V,FCI/PF} = \pi(1) \cdot U(\$150 + \$150)$$

$$EPV_{V,FCI/PF} = \pi(1) \cdot \sqrt[3]{\$300}$$

$$EPV_{V,FCI/PF} = \frac{1}{e^{\ln \frac{1}{1} \cdot 0,6}} \cdot \sqrt[3]{\$300}$$

$$EPV_{V,FCI/PF} \approx 6,69$$

Calculo el EPV para Juana:

$$EPV_{J,A/B} = \pi(0,8) \cdot U(\$150 - \$150) + \pi(0,2) \cdot U(\$150 + \$10)$$

$$EPV_{J,A/B} = \pi(0,8) \cdot \sqrt[2]{\$0} + \pi(0,2) \cdot \sqrt[3]{\$160}$$

$$EPV_{J,A/B} = \pi(0,2) \cdot \sqrt[3]{\$160}$$

$$EPV_{J,A/B} = \frac{1}{e^{\ln \frac{1}{0,2} \cdot 0,6}} \cdot \sqrt[3]{\$160}$$

$$EPV_{J,A/B} \approx 1,43$$

$$EPV_{J,FCI/PF} = \pi(1) \cdot U(\$150 - \$90) \text{ Queda con menos plata que antes. Por lo tanto, es una pérdida.}$$

$$EPV_{J,FCI/PF} = U(\$60)$$

$$EPV_{J,FCI/PF} = -\sqrt[3]{|60|}$$

$$EPV_{J,FCI/PF} \approx -7,75$$

Conclusión:

Victoria elegirá invertir en FCI y Plazo Fijo. Juana decidirá invertir en Acciones y Bonos.

Ejercicio 3

Franco y Nahuel son amigos con utilidades tangencialmente opuestas. Franco tiene una utilidad representada por $U(x) = x^{1/5}$ mientras que la de Nahuel es de $U(x) = 25x^{1/5}$.

1. Determine cuál de los dos agentes es más averso.
2. Considerando las situaciones del ejercicio anterior: Economía en auge y en recesión. ¿Qué elige cada uno en cada situación?

Datos:

$$F, U_F(X) = X^{1/5}; N, U_N(X) = 25X^{1/5}$$

Para calcular la aversión de cada uno, tengo que usar la fórmula de Arrow-Pratt:

$$\begin{aligned} A_F(X) &= -\frac{U_F''}{U_F'} \\ U_F' &= \frac{1}{5}X^{-4/5} \\ U_F'' &= \frac{4}{25}X^{-9/5} \\ \Rightarrow A_F(X) &= -\frac{\frac{4}{25}X^{-9/5}}{\frac{1}{5}X^{-4/5}} \\ \therefore A_F(X) &= \frac{4}{5X} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_N(X) &= -\frac{U_N''}{U_N'} \\ U_N' &= 5X^{-4/5} \\ U_N'' &= -4X^{-9/5} \\ \Rightarrow A_N(X) &= -\frac{-4X^{-9/5}}{5X^{-4/5}} \\ \therefore A_N(X) &= \frac{4}{5X} \end{aligned}$$

Conclusión:

Son iguales de aversos.

Calculo EUT para cada uno en cada situación para saber qué harían:

Para Franco:

$$\begin{aligned} EUT_{Franco,A,A/B} &= 0,8 \cdot U(150 + 200) + 0,2 \cdot U(0) \\ \Rightarrow EUT_{F,A,A/B} &= 0,8 \cdot U(150 + 200) \\ \Rightarrow EUT_{F,A,A/B} &= 0,8 \cdot 350^{1/5} \\ \therefore EUT_{F,A,A/B} &\approx 2,58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EUT_{Franco,A,FCI/PF} &= 1 \cdot U(150 + 150) \\ \Rightarrow EUT_{F,A,FCI/PF} &= 300^{1/5} \\ \therefore EUT_{F,A,FCI/PF} &\approx 3,12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EUT_{Franco,R,A/B} &= 0,8 \cdot U(150 - 150) + 0,2 \cdot U(150 + 10) \\ \Rightarrow EUT_{Franco,R,A/B} &= 0,2 \cdot 160^{1/5} \\ \therefore EUT_{Franco,R,A/B} &\approx 2,78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EUT_{Franco,R,FCI/PF} &= 1 \cdot U(150 - 90) \\ \Rightarrow EUT_{Franco,R,FCI/PF} &= 60^{1/5} \\ \therefore EUT_{Franco,R,FCI/PF} &\approx 2,26 \end{aligned}$$

Para Nahuel:

$$\begin{aligned} EUT_{Nahuel,A,A/B} &= 0,8 \cdot U(150 + 200) + 0,2 \cdot U(0) \\ \Rightarrow EUT_{Nahuel,A,A/B} &= 0,8 \cdot U(350) \\ \Rightarrow EUT_{Nahuel,A,A/B} &= 0,8 \cdot 25 \cdot 350^{1/5} \\ \therefore EUT_{Nahuel,A,A/B} &\approx 64,54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EUT_{Nahuel,A,FCI/PF} &= 1 \cdot U(150 + 150) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,A,FCI/PF} &= U(300) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,A,FCI/PF} &= 25 \cdot 300^{1/5} \\
\therefore EUT_{Nahuel,A,FCI/PF} &\approx 78,22
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EUT_{Nahuel,R,A/B} &= 0,8 \cdot U(150 - 150) + 0,2 \cdot U(150 + 10) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,R,A/B} &= 0,2 \cdot U(160) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,R,A/B} &= 0,2 \cdot 25 \cdot 160^{1/5} \\
\therefore EUT_{Nahuel,R,A/B} &\approx 13,8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EUT_{Nahuel,R,FCI/PF} &= 1 \cdot U(150 - 90) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,R,FCI/PF} &= U(60) \\
\Rightarrow EUT_{Nahuel,R,FCI/PF} &= 25 \cdot 60^{1/5} \\
\therefore EUT_{Nahuel,R,FCI/PF} &\approx 56,7
\end{aligned}$$

Conclusión:

Franco decidirá invertir en FCI y Plazo Fijo en una economía en auge, y en una economía en recesión decidirá invertir en Acciones y Bonos.

Nahuel decidirá invertir en FCI y Plazo Fijo en una economía en auge, y en una economía en recesión también lo hará.

Ejercicio 4

Considere el ejercicio 2 de la guía 2 (República Previsible y Caótica).

Ahora, se le pide calcular de nuevo el ejercicio con la siguiente función de Prospect Theory. La función para las pérdidas está representada de la siguiente forma $\mu(x) = -(R - x)^{1/3}$ mientras que en el caso de las ganancias la función usa raíz sexta $\mu(x) = (x - R)^{1/6}$. Tome la inversión inicial como referencia $R = 500$ y calcule nuevamente la decisión óptima de inversión. Suponga además que $\alpha = 1$ como factor de distorsión de las probabilidades.

Ejercicio 2) Un inversor está decidiendo si invertir en acciones, bonos o un plazo fijo. El retorno las primeras dos inversiones depende de si la economía crece, se mantiene o decrece en el próximo año. Si la economía crece (y lo hará con 50% de probabilidad), las acciones darán un retorno de \$1500 y los bonos \$900. Si la economía se mantiene (30% de probabilidad), las acciones darán \$300 y los bonos \$600. Si la economía decrece (20% de probabilidad), se perderán \$800 en el caso de las acciones y \$200 en el caso de los bonos. El plazo fijo da un retorno positivo de \$X sin importar lo que ocurra con la economía.

¿Cuál es el mínimo valor de X para que convenga invertir en un plazo fijo?

Momento de las cuentas (no sé lo que estoy haciendo):

Sea $R = 500$ y la función de Prospect Theory definida como:

$$\mu(x) = \begin{cases} -(500 - x)^{1/3} & \text{si } x \leq 500, \\ (x - 500)^{1/6} & \text{si } x > 500. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
PV_{Acciones} &= 0,5 \cdot \mu(1500) + 0,3 \cdot \mu(300) + 0,2 \cdot \mu(-800) \\
PV_{Acciones} &= 0,5 \cdot (1500 - 500)^{1/6} + 0,3 \cdot -(500 - 300)^{1/3} + 0,2 \cdot -(500 - (-800))^{1/3} \\
PV_{Acciones} &= 0,5 \cdot (1000)^{1/6} + 0,3 \cdot -200^{1/3} + 0,2 \cdot -(1300)^{1/3} \\
PV_{Acciones} &= 0,5 \cdot 1000^{1/6} - 0,3 \cdot 200^{1/3} - 0,2 \cdot 1300^{1/3} \\
PV_{Acciones} &\approx -2,36
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PV_{Bonos} &= 0,5 \cdot \mu(900) + 0,3 \cdot \mu(600) + 0,2 \cdot \mu(-200) \\
PV_{Bonos} &= 0,5 \cdot (900 - 500)^{1/6} + 0,3 \cdot (600 - 500)^{1/6} + 0,2 \cdot -(500 - (-200))^{1/3} \\
PV_{Bonos} &= 0,5 \cdot 400^{1/6} + 0,3 \cdot 100^{1/6} - 0,2 \cdot 700^{1/3} \\
PV_{Bonos} &\approx 0,23
\end{aligned}$$

Conclusión:

Conviene invertir en bonos.