TDD: Teoría de Juegos

Soluciones - Guía de Ejercicios 1: Juegos Simultáneos

Profesora: M. Paula Bonel

Auxiliar: Maia Guglielmetti

Materia: Teoría de las Decisiones
UTDT

Agosto, 2024

1. Parte 1:

1. Ejercicio 1:
   (a) EN = ESEED = EEED = (Y, B).
   (b) EN = ESEED = (Y,B).
   (c) EN = (X, A) ; (Y, B).
2. Ejercicio 2:
   (a) EN = (D, L)
   (b) EN = (X, B)
3. No existe interacción estratégica. No es un juego!
4. Ejercicio 4:
   (a) A es una estrategia estrictamente dominada por B.
   (b) Y no es una estrategia estrictamente dominada.
   (c) (A,X) es un equilibrio en estrategias estrictamente dominantes.
   (d) (A ,X) es un equilibrio de Nash.
5. Ejercicio 5:
   (a) No hay. No existe valor del parámetro tal que A domine en forma estricta a B (observar lo que sucede cuando el jugador 2 juega D).
   (b) $\gamma \geq 1$
   (c) $\gamma \geq 1$
   (d) Falso.
6. Dilema del Prisionero:
   (a) Las estrategias de cada jugador serían Confesar y No confesar.
   (b) EN = (Confesar, Confesar)
   (c) EESEED = (Confesar, Confesar)
   (d) Notar que no es Pareto óptimo.

7. Ejercicio 7: ¿Y a dónde vamos?
   (a) EN = (cine, cine) ; (teatro, teatro).
   (b) Si son OP.
8. Ejercicio 8:
   (a) EN = ESEEED = EEED = (L,L)
9. Ejercicio 9:
   (a) Plantee el juego en forma normal.
   (b) No hay
   (c) Todas las estrategias son racionalizables.
   (d) EN = (100, 0) ; (50, 50) ; (0, 100)
10. Ejercicio 10: Intentaremos resolver el ejercicio eliminando estrategias débilmente dominadas de forma sucesiva. Luego, compararemos los resultados con los EN. Por ejemplo, comienzo analizando las estrategias del jugador 1. Usando eliminación iterativa de estrategias débilmente dominadas, descarto (D). Por lo que el equilibrio restante es = (U, R). Sin embargo, si resuelvo el ejercicio buscando EN encontramos que hay dos resultados de equilibrio: EN = (U, R) ; (D, L). Aquí queda demostrado que utilizar el método de eliminación iterativa con estrategias débilmente dominadas no necesariamente nos permite encontrar todos los EN.
11. Ejercicio 11: Conducta egoísta – altruista.
    (a) Pensemos como son las preferencias del individuo

    $$\text{Sentarse solo} > \text{Sentarse con alguien} > \text{Quedarse parado}$$

    Las estrategias para cada jugador son (Sentarse, Parado).

    EN = (S, S). No es un juego tipo dilema del prisionero ya que el EN y la interacción Pareto óptima son el mismo.
    (b) EN = (P, P) $\neq$ PO = (S, S). Por lo tanto, este si es un juego tipo dilema del prisionero.
    (c) Se podría inferir que la conducta egoísta es mejor ya que el bienestar el mayor.
12. Ejercicio 12: Stag-Hunt. EN = (L, L) ; (C, C).

2. Parte 2:

13. Ejercicio 13: La curva.
    (a) Si la estrategia S_i está estrictamente dominada, entonces nunca es Mejor Respuesta (MR). Entonces, si S_i es MR en algún caso, no está estrictamente dominada. Analizamos cada caso:
       - Si $e_i = 0 \longrightarrow$ La MR de j es $e_j = 1$
       - Si $e_i = 1 \longrightarrow$ La MR de j es $e_j = 2$

       $$\vdots$$

       - Si $e_i = 9 \longrightarrow$ La MR de j es $e_j = \{0, 10\}$
       - Si $e_i = 10 \longrightarrow$ La MR de j es $e_j = 0$
    (b) Todas son MR en algún caso.
    (c) En estrategias puras, no existe EN.
    (d) Todos los esfuerzos $e_i \geq 5$ están estrictamente dominados por $e_i = 0$. Las estrategias que son MR son = 0, 1, 2, 3, 4. No hay equilibrio de Nash en puras.

14. Ejercicio 14: El juego del millón

    (a) Graficar $s_i(s_j)$ y analizar distintos puntos.

    (b) EN = (s, 1 - s) $\forall s \in$ [0,1]. Es decir, los equilibrios de Nash son todos aquellos perfiles de estrategias s_i tales que $s_1 + s_2 = 1$. También el caso donde $s_1 = s_2 = 1$.

15. Ejercicio 15: Duopolio de Cournot.

    (a) El problema de la firma i es:

    $$max_{q_i} \pi_i = Pq_i - C_i(q_i)$$

    $$max_{q_i} \pi_i = (\alpha - q_i - q_j)q_i - cq_i$$

    Resolviendo la maximización y, luego, utilizando la simetría de las firmas obtenemos que:

    $$q* = \frac{\alpha - c}{3}$$

    $$Q = 2\frac{\alpha - c}{3}$$

    $$P = \frac{\alpha + 2c}{3}$$

    $$P = \frac{\alpha + 2c}{3}$$

    (b) En este caso, ambas firmas coluden y se compartan como una empresa única (monopolio). Por lo tanto, el resultado óptimo del acuerdo seria que encuentran la cantidad óptima de producción del monopolista y que se dividan esa producción entre las dos firmas.
    La maximización de la firma monopolista sería:

    $$max_Q \pi = PQ - C(Q)$$

    $$max_Q \pi = (\alpha - Q)Q - cQ$$

    Resolviendo obtenemos que:

    $$Q = \frac{\alpha - c}{2}$$

    Cada firma deberá entonces producir la mitad de esa cantidad:

    $$q* = \frac{\alpha - c}{4}$$

    $$P = \frac{\alpha + c}{2}$$

    $$P = \frac{\alpha + c}{2}$$

    Al coludir, ambas firmas aumentan su beneficio, generando una mejora Paretiana respecto al caso de Cournot. Sin embargo, en la práctica, este tipo de acuerdos están prohibidos. Además, como este juego es en una única etapa y simultáneo jamás llegarán a este punto, ya que no existen incentivos a desviarse y terminarán jugando el EN hallado en (1). Estamos ante un caso similar al dilema del prisionero donde el EN no es un óptimo en el sentido de Pareto. Por su parte, a los consumidores la colusión les genera un efecto perjudicial ya que las firmas, al coludir, se comportan como un monopolio.

16. Ejercicio 16:

    (a) Definimos las estrategias S = (Votar, No votar). EN = (V, V) $\neq$ PO. Es el dilema del prisionero.

    (b) Si $k = m$, el EN se da cuando todos votan y, por lo tanto, empatan. Analicemos por qué sucede esto:

    - Si alguien se desvía del EN pasa a perder (en lugar de empatar). Por lo tanto no hay incentivos al desvío.
    - En todas las otras situaciones posibles existen incentivos al desvío:
        - Si empatan, pero no todos votan, no es un EN ya que el que no votó tiene incentivos a ir a votar para que su partido gane.
        - Si un candidato gana por un voto, entonces uno de los que no votó del bando perdedor tiene incentivo a votar y de esta manera empatar los comicios.
        - Si un candidato gana por más de un voto, el votante del lado victorioso tiene incentivo a dejar de votar e incrementar de esta manera

   (c) No hay EN.

17. Ejercicio 17:

   (a) EN = (Ambos se sitúan en la mediana = 0,5).

   (b) No hay equilibrios en puras

18. Ejercicio 18:

   (a) En equilibrio $b_1 = b_2 = 15000$. Claramente, ningún jugador desea ofertar más de 15.000 ya que recibirá un pago negativo. Además, a ninguno de los dos les va mejor si se desvían unilateralmente hacia una oferta inferior a 15.000 porque esto conduce a un pago de cero.

19. Ejercicio 19:

   (a) Los EN's son todas las situaciones donde un solo individuo hace fuerza.

   (b) Ídem (1).

   (c) El único EN es que todos hagan fuerza.

   (d) EN = (Solo La Roca hace fuerza)