UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RIOS

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ADMINISTRACION

CARRERA: LICENCIATURA EN SISTEMAS

CATEDRA: CÁLCULO NUMÉRICO

TEMA: **SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**

Ejercicios a entregar con programas: 1- c); 3; 6-b); 10; 11; 12;
Ejercicios a entregar a mano: 1- a); 2-a); 5-b); 6-a); 7; 8-b); 9-b)

1- Resuelva los siguientes sistemas lineales usando método de eliminación de Gauss

a)

$$\begin{array}{llll} 3.3330x_1 & +15920x_2 & -10.333x_3 & =15913 \\ 2.2220x_1 & +16.710x_2 & +6.6120x_3 & =28.544 \\ 1.5611x_1 & +5.1791x_2 & +1.6852x_3 & =8.4254 \end{array}$$

Rta: X_1= 1.710636438 X_2= 1.000622279 X_3= 0.230820522

b)

$$\begin{array}{llll} x_1 & +\frac{1}{2}x_2 & +\frac{1}{3}x_3 & =2 \\ \frac{1}{2}x_1 & +\frac{1}{3}x_2 & +\frac{1}{4}x_3 & =-1 \\ \frac{1}{3}x_1 & +\frac{1}{4}x_2 & +\frac{1}{5}x_3 & =0 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{lllll} x_1 & +2x_2 & -12x_3 & +8x_4 & =27 \\ 5x_1 & +4x_2 & +7x_3 & -2x_4 & =4 \\ -3x_1 & +7x_2 & +9x_3 & +5x_4 & =11 \\ 6x_1 & -12x_2 & -8x_3 & +3x_4 & =49 \end{array}$$

2- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan

a)

$$\begin{array}{lllll} & +2x_2 & & +x_4 & =0 \\ 2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +2x_4 & =-2 \\ 4x_1 & -3x_2 & & +x_4 & =-7 \\ 6x_1 & +x_2 & -6x_3 & -5x_4 & =6 \end{array}$$

Rta: X_1= -0.5 X_2= 1 X_3= 0.333 X_4= -2

b)

$$\begin{array}{llll} x_1 & +2x_2 & -4x_3 & =11 \\ 2x_1 & +5x_2 & +2x_3 & =3 \\ 4x_1 & +x_2 & -x_3 & =6 \end{array}$$

3- Aplicar el método de Gauss con pivoteo parcial.

$$\begin{array}{llll} -1.41x_1 & +2x_2 & & =1 \\ x_1 & -1.41x_2 & +x_3 & =1 \\ & +2x_2 & -1.41x_3 & =1 \end{array}$$

Rta: X_1= X_2= X_3= 1.694915

4- Una empresa se dedica a la fabricación de cuatro tipos de jabón. Desde la compra de materias primas hasta la disposición para la distribución se realizan las siguientes fases:

I) se mezclan los dos tipos de materias primas utilizadas, grasa vegetal y sosa cáustica;

II) se introduce la mezcla obtenida en unos moldes preparados al efecto;

III) los bloques obtenidos en la fase anterior se cortan y troquelan, y

IV) las pastillas así obtenidas se envasan en cajas de cartón de 200 unidades.

Los recursos necesarios para producir los cuatro tipos de jabones, por caja fabricada, vienen dados por la siguiente tabla:

	S. Mezclado		S. Moldeado	S. Troquelado
Jabón	**Kg. grasa**	**Kg. sosa**	**Hora/máquina**	**Hora/máquina**
J_1	20	10	10	3
J_2	25	15	8	4
J_3	40	20	10	7
J_4	50	22	15	20

Si se dispone durante una semana de 1970 Kg de grasa vegetal, 970 Kg de sosa cáustica, 601 hora/máquina en la sección de moldeados y 504 horas/máquina en la sección de troquelado. ¿Cuántas cajas de jabones de cada tipo se pueden producir, utilizando todos los recursos disponibles, en una semana?

5- Aplicar el método de factorización para encontrar solución a los siguientes sistemas.

a)

$$\begin{array}{llll} 2x_1 & -x_2 & +x_3 & =0 \\ 3x_1 & +3x_2 & +9x_3 & =16.5 \\ 3x_1 & +3x_2 & +5x_3 & =12.5 \end{array}$$

Rta: $X_1=\frac{1}{2}$ $X_2=2$ $X_3=1$

b)

$$\begin{array}{lllll} 1.000x_1 & +0.333x_2 & +1.500x_3 & -0.333x_4 & =3 \\ -2.01x_1 & +1.450x_2 & +0.500x_3 & +2.950x_4 & =5.40 \\ 4.320x_1 & -1.950x_2 & & +2.080x_4 & =0.13 \\ 5.110x_1 & -4.000x_2 & +3.333x_3 & -1.110x_4 & =3.77 \end{array}$$

6- Hallar la solución de los siguientes sistemas tridiagonales.

a)

$$\begin{array}{lllll} 2x_1 & -x_2 & & & =1 \\ -x_1 & +2x_2 & -x_3 & & =0 \\ & -x_2 & +2x_3 & -x_4 & =0 \\ & & -x_3 & +2x_4 & =1 \end{array}$$

Rta: $X_1=1$ $X_2=1$ $X_3=1$ $X_4=1$

b)

$$\begin{array}{lllll} 0.50x_1 & +0.25x_2 & & & =0.35 \\ 0.35x_1 & +0.80x_2 & +0.40x_3 & & =0.77 \\ & +0.25x_2 & +1.00x_3 & +0.50x_4 & =-0.5 \\ & & +1.00x_3 & -2.00x_4 & =-2.25 \end{array}$$

7- El sistema lineal dado por

$$\begin{array}{llll} 3.3330x_1 & +15920x_2 & -10.333x_3 & =15913 \\ 2.2220x_1 & +16.710x_2 & +9.6120x_3 & =28.544 \\ 1.5611x_1 & +5.1791x_2 & +1.6852x_3 & =8.4254 \end{array}$$

Tiene una solución exacta [1, 1, 1]. La solución aproximada de este sistema es [1.2001, 0.99991, 0.92538].

La matriz inversa es:

$$\begin{array}{lll} -1.1701*10^{-4} & -1.4983*10^{-1} & 8.5416*10^{-1} \\ 6.2782*10^{-5} & 1.2124*10^{-4} & -3.0662*10^{-4} \\ -8.6631*10^{-5} & 1.3846*10^{-1} & -1.9689*10^{-5} \end{array}$$

Calcular las cotas del error relativo y el verdadero error relativo.

Rta: Cota Superior = 0.27561242 ; Cota inferior = $1*10^{-8}$; Error Verdadero = 0.2001

8- Aplicar el método iterativo de Jacobi para resolver los siguientes sistemas hasta que se cumplan las condiciones de error.

a)

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.01 \quad ; Nmax = 5.$$

$$\begin{aligned}
4x_1 &+ 0.24x_2 &- 0.08x_3 &= 8 \\
0.09x_1 &+ 3x_2 &- 0.15x_3 &= 9 \\
0.04x_1 &- 0.08x_2 &+ 4x_3 &= 20
\end{aligned}$$

b)

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.001 \quad ; Nmax = 10.$$

$$\begin{aligned}
10x_1 &- x_2 &+ 2x_3 & &= 6 \\
-x_1 &+ 11x_2 &- x_3 &+ 3x_4 &= 25 \\
2x_1 &- x_2 &+ 10x_3 &- x_4 &= -11 \\
 &+ 3x_2 &- x_3 &+ 8x_4 &= 15
\end{aligned}$$

9- Calcular una solución aproximada de los sistemas utilizando el método de Gauss-Seidel iterando hasta que se cumpla la condición de error.

a)

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.001; Nmax = 6.$$

$$\begin{aligned}
x_1 &+ 7x_2 &- 3x_3 &= -51 \\
4x_1 &- 4x_2 &+ 9x_3 &= 61 \\
12x_1 &- 1x_2 &+ 3x_3 &= 8
\end{aligned}$$

b)

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.001; Nmax = 7.$$

$$\begin{aligned}
3x_1 &+ x_2 &+ x_3 &= 10 \\
x_1 &+ 5x_2 &+ 2x_3 &= 21 \\
x_1 &+ 2x_2 &+ 5x_3 &= 30
\end{aligned}$$

10- Aplicar los métodos iterativos (Jacobi y Seidel) para resolver el siguiente sistema e iterar hasta que se cumpla

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.001 \quad ; Nmax = 15.$$

$$\begin{aligned}
7x_1 &- x_2 &+ 4x_3 &= 8 \\
3x_1 &- 8x_2 &+ 2x_3 &= -4 \\
4x_1 &+ x_2 &- 6x_3 &= 3
\end{aligned}$$

11- Aplique la iteración de Gauss-Seidel al sistema. Comience con la aproximación $x_k=0$ para todo *k*, e itere hasta que se cumpla:

$$\left\| x_i^{(k+1)} - x_i^{k} \right\| \le 0.001; Nmax = 10.$$

$$\begin{aligned}
-2x_1 &+ x_2 & & &= -1 \\
+x_1 &- 2x_2 &+ x_3 & &= 0 \\
 &+ x_2 &- 2x_3 &+ x_4 &= 0 \\
 & &+ x_3 &- 2x_4 &= 0
\end{aligned}$$

12- Una compañía minera trabaja en 3 minas, cada una de ellas produce 3 clases de minerales.

- ☒ La 1° mina puede producir
  - ➪ Mineral A 4 t/h
  - ➪ Mineral B 3 t/h
  - ➪ Mineral C 5 t/h
- ☒ La 2° mina puede producir
  - ➪ Mineral A 1 t/h
  - ➪ Mineral B 1 t/h
  - ➪ Mineral C 1 t/h
- ☒ La 3° mina puede producir
  - ➪ Mineral A 2 t/h
  - ➪ Mineral B 4 t/h
  - ➪ Mineral C 3 t/h

¿Cuantas horas se debe trabajar en cada mina para satisfacer el siguiente pedido?

A = 19 toneladas
B = 25 toneladas
C = 25 toneladas

13- Una empresa necesita para la construcción de un proyecto.:

- ➪ Material A 4800 unidades
- ➪ Material B 5810 unidades
- ➪ Material C 5690 unidades

Existen en la actualidad 3 canteras donde se obtienen los materiales. La siguiente tabla presenta la distribución porcentual de cada material en cada cantera.

A = PROD. TOTAL DE LA CANTERA 1

B = PROD. TOTAL DE LA CANTERA 2

C = PROD. TOTAL DE LA CANTERA 3

MATERIALES	Canteras 1	2	3
A	0,52	0,20	0,25
B	0,30	0,50	0,20
C	0,18	0,30	0,55

¿Cuantas unidades de material se deben extraer en cada cantera para cumplir con las necesidades de la empresa?

Rta: x1 = 4011,63; X2 = 7162,79; X3 = 5125,58

14- Supongamos que en un sistema biológico existen 3 especies de animales y 3 fuentes de alimentos. Tomemos a b_i (i-esimo alimento) para representar la cantidad diaria disponible de alimento y a_{ij} la cantidad del i-esimo alimento consumido por la j-esima especie en carácter promedio.

El sistema viene dado de la siguiente forma:

$$A=a_{ij}=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B=b_i=\begin{bmatrix} 3500 \\ 2000 \\ 1300 \end{bmatrix}$$ cantidad de cada alimento

representa el equilibrio donde hay un suministro diario de alimento necesario en promedio para cada especie.

Pregunta:

- ¿Cuál es el número exacto de cada especie que satisface el sistema propuesto?
- Dado este conjunto solución ¿Es suficiente la cantidad de alimento para satisfacer el consumo promedio diario?