

# ÁRBOL GENERADOR MÍNIMO

---

Tecnología Digital V: Diseño de Algoritmos

Universidad Torcuato Di Tella

- Qué es un árbol?
- Qué es un árbol generador?
- Qué es un árbol genedor mínimo?

Los algoritmos más usados para calcular árboles generadores mínimos son:

- **Kruskal:** construye el árbol generador mínimo seleccionando las aristas de menor peso, una a una, asegurándose de que no formen ciclos. Utiliza una estructura de conjuntos disjuntos para gestionar los conjuntos de vértices conectados.
- **Prim:** lo hace creciendo un solo árbol a partir de un vértice inicial. En cada paso, se selecciona la arista de menor peso que conecta un vértice dentro del árbol con uno fuera de él.

## Optimizando la Distribución de Agua

Tenemos  $n$  casas en un pueblo. Queremos proveer agua a todas las casas gastando la menor cantidad de dinero.

Para cada casa  $i$ , podemos construir un pozo de agua con costo  $p_i$ , o conectar la casa con otra (que tenga agua) mediante una cañería. El costo de conectar la casa  $i$  con la  $j$  es de  $c_{ij}$ . Notar que  $c_{ij} = c_{ji}$ .

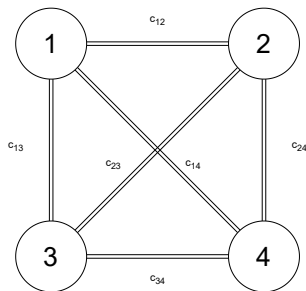
## Optimizando la Distribución de Agua

Tenemos  $n$  casas en un pueblo. Queremos proveer agua a todas las casas gastando la menor cantidad de dinero.

Para cada casa  $i$ , podemos construir un pozo de agua con costo  $p_i$ , o conectar la casa con otra (que tenga agua) mediante una cañería. El costo de conectar la casa  $i$  con la  $j$  es de  $c_{ij}$ . Notar que  $c_{ij} = c_{ji}$ .

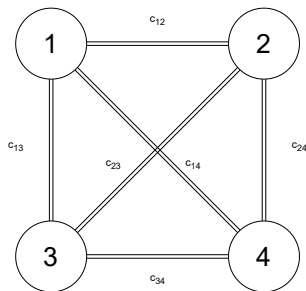
**Pista:** modelar el problema con encontrar un árbol generador mínimo en un grafo.

Lo primero que podemos hacer es crear un grafo completo  $G$  con conjunto de nodos igual al conjunto de casas. Además, las aristas de este grafo tienen un peso, la arista  $ij$  tiene peso  $c_{ij}$ , es decir, el costo de construir una cañería.



Sin embargo, la respuesta al problema **no** es el costo del árbol generador mínimo. **Por qué?**

Lo primero que podemos hacer es crear un grafo completo  $G$  con conjunto de nodos igual al conjunto de casas. Además, las aristas de este grafo tienen un peso, la arista  $ij$  tiene peso  $c_{ij}$ , es decir, el costo de construir una cañería.



Sin embargo, la respuesta al problema **no** es el costo del árbol generador mínimo. **Por qué?**

Ninguna de las casas tiene agua, ya que ninguna tiene un pozo.

Podemos pensar que tenemos un nodo extra que representaría un acuífero, por ejemplo. Luego, conectar este nodo a una casa significa crear un pozo. Entonces, este nodo estaría conectado con todos los nodos. El costo asociado a las aristas de este nodo es el costo de construir un pozo en la casa correspondiente.

Ahora si, si encontramos el costo del árbol generado mínimo de este grafo este va a ser la respuesta al problema original.

**Tarea para la casa:** demostrar que el modelado es correcto.

**Tarea para ahora:** codearlo.