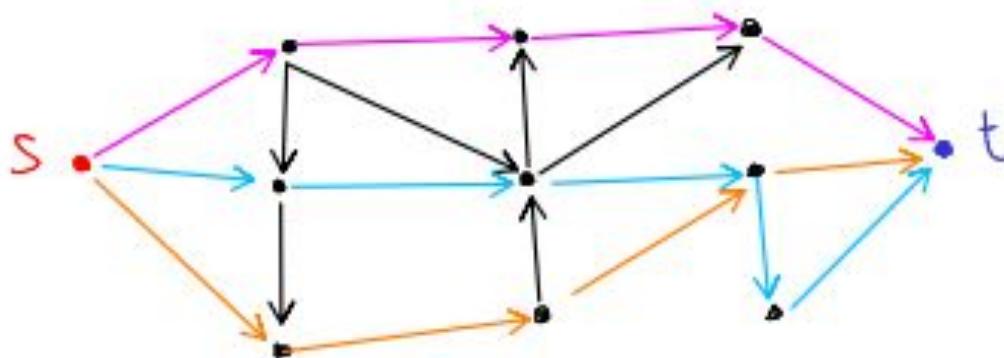


FLUJO MÁXIMO

EJERCICIO I (PARA EMPEZAR DESPACIO)

Dado un digrafo D y dos vértices s y t , se busca encontrar la máxima cantidad de caminos que vayan de s a t sin repetir aristas.

Veamos un ejemplo



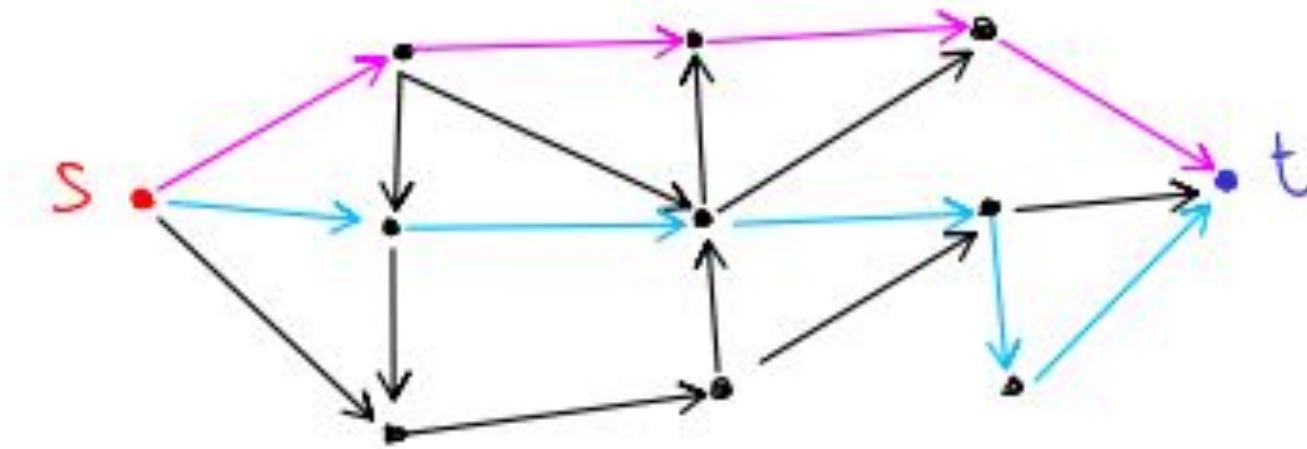
EJERCICIO I

Si pensamos que cada arista tiene capacidad 1 entonces nunca la vamos a usar 2 veces!

Alcanza con ponerle esta capacidad a cada arista y buscar el flujo máximo en la red resultante

EJERCICIO II (UNA VUELTA MÁS)

Que pasa si ahora queremos la máxima cantidad de caminos que no pasen dos veces por el mismo nodo:



EJERCICIO II

Podemos pensar que cada nodo es una “arista” con capacidad 1 y por lo tanto solo puede pasar 1 vez por cada una de estas “aristas”. ¿cómo modificamos el grafo para que esto suceda?

Por cada nodo v que no sea ni s ni t , agrego dos nodos u y w . Donde para toda arista (g,v) (entrante a v) va a ser una arista (g,u) (entrante a u) en el nuevo grafo. Luego agrego una arista de u a w con capacidad 1 y para toda arista (v,g) (saliente a v) va a ser una arista (w,g) (saliente de w) en el nuevo grafo. ¿De qué capacidad deberían ser las aristas entrantes a u y salientes de w ?

EJERCICIO II (BIS)

¿Y si tuviera una cantidad $C(e)$ de veces que puedo pasar por cada arista e en el grafo? ¿y si pasara lo mismo para una cantidad específica por nodo en vez de por arista?

EJERCICIO III (MATCHING)

- Beto tiene un perro, Rafa, que saca a pasear. Beto se mueve a velocidad constante, pero Rafa puede ir hasta 2 veces más rápido.
- Cuando Beto tiene que salir de compras, saca a su perro Rafa. Tiene que visitar n puntos en orden. Cada vez que llega a uno de estos puntos, Rafa tiene que estar con él.
 - Rafa tiene m puntos que le parecen interesantes. Cuando Beto se mueve de i a $i+1$, Rafa visita a lo sumo un punto interesante.
 - Queremos ayudar a Rafa a visitar la mayor cantidad de puntos interesantes. Devolver la ruta completa de Rafa que maximice la cantidad de puntos interesantes.

EJERCICIO III

Primero tenemos que intentar modelar el problema con un grafo. Es muy importante definir bien qué significa cada nodo y cada vértice del grafo para luego entender porque funciona la solución.

Tenemos n puntos por los que pasa Beto y tenemos m puntos de interés para Rafa. Queremos asignar a cada uno de estos n puntos alguno de los m puntos de Rafa de modo de maximizar los puntos en total por los que pasa Rafa.

Empezemos por poner n nodos, uno por cada lugar por los que pasa Beto y luego m nodos, uno por cada lugar de Rafa.

EJERCICIO III

Ahora conectamos con una arista dirigida de un nodo i (de los n de Beto) a uno j (de los m de Rafa) sólo si la distancia entre los puntos de interés i e $i+1$ es menor o igual a dos veces la distancia desde i hasta j más la distancia de j hasta $i+1$. Es decir si $d(i, i+1) \leq 2[d(i, j)+d(j, i+1)]$.

Luego agregamos un nodo s y un nodo t y agregamos n aristas desde s a cada uno de los n nodos de Beto y luego agregamos m aristas desde cada uno de los m nodos de Rafa hasta t .
¿y que hacemos con las capacidades?

EJERCICIO III

Recordemos que Rafa puede visitar cada punto de interés a lo sumo 1 vez. Así que tenemos que limitar la cantidad de flujo que llega a cada uno de los m nodos. Para esto podemos ponerle capacidad 1 a todas las aristas incidentes a t .

Luego tenemos que por cada punto de los de Beto, Rafa puede ir sólo a 1 punto de interés. Por lo tanto tenemos que asegurarnos que la cantidad de flujo que sale de cada nodo de Beto sea a lo sumo 1. Para esto podemos asignarle a cada arista que va de s a un nodo de Beto una capacidad de 1.

Ahora ¿qué hacemos con las capacidades intermedias? ¿importa? ¿a partir de qué valor?

EJERCICIO IV (MÁS SOBRE MATCHING)

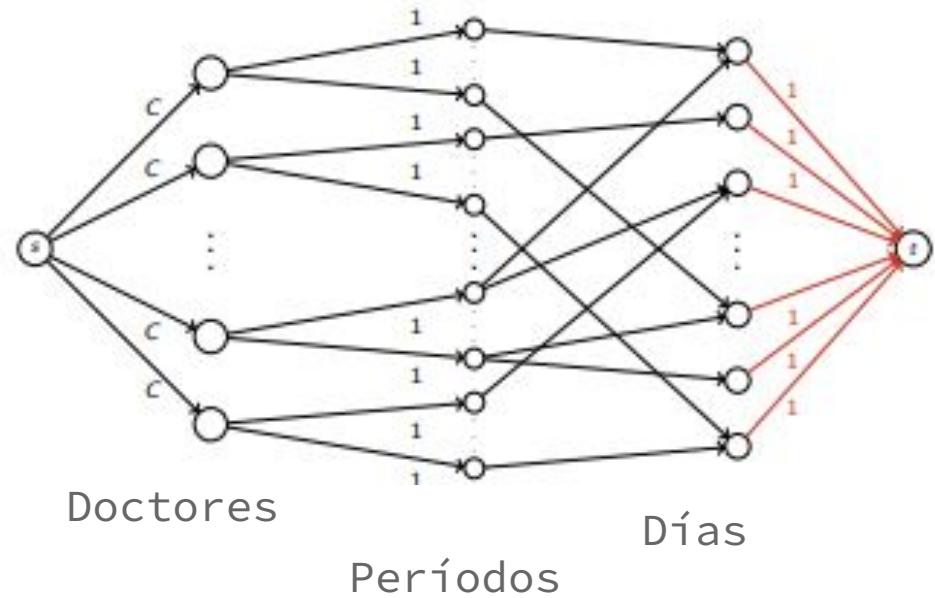
En un hospital hay K períodos de feriados. Cada período k consiste de D_k días feriados contiguos.

Este hospital tiene N doctores y cada uno tiene un conjunto S_i de días disponibles para trabajar durante los períodos de vacaciones. Por ejemplo, una doctora puede tener disponible viernes y sábado de Semana Santa y el lunes del feriado de Güemes.

Queremos encontrar, si existe, una asignación de doctores que cumpla:

- ▶ Nadie tiene asignado más que C días totales para trabajar en vacaciones (y sólo dentro de sus días disponibles).
- ▶ Cada día de vacaciones tiene asignada una única persona que trabaje.
- ▶ un doctor sólo puede tener, como máximo, un día asignado dentro de cada período D_k . Es decir, quizás tiene disponibles jueves, viernes, sábado y domingo de Semana Santa pero sólo se le puede asignar uno de esos días.

EJERCICIO IV (SOLUCIÓN)



¿Porqué funciona?