Complejidad computacional y representación de grafos

Tecnología Digital V: Diseño de Algoritmos

Universidad Torcuato Di Tella

Clase de hoy

- **Primera parte.** Ver los conceptos de complejidad en grafos.
- **Segunda parte.** Implementar grafos con distintas representaciones (y evaluar su complejidad).

Ejercicio 1

Enunciado

Supongamos que queremos calcular la suma de los grados de un grafo $G = (V, E)$ y que sólo podemos consultar por la lista de nodos V y por los vecinos de un nodo $i \in V$, $N(i)$. ¿Cómo lo hacemos?

Ejercio: Suma de grado simple

Idea: iteramos los nodos consultando por sus vecinos. Por cada uno de los vecinos, aumentar en 1 la suma del grado.

Idea: iteramos los nodos consultando por sus vecinos. Por cada uno de los vecinos, aumentar en 1 la suma del grado.

$res \leftarrow 0$
for $nodo \in V$ **do**
    for $vecino \in N(nodo)$ **do**
        $res \leftarrow res + 1$
    end for
end for

Ejercio: Suma de grado simple

Evaluemos la complejidad de este algoritmo

$res \leftarrow 0$
for $nodo \in V$ **do**
  for $vecino \in N(V)$ **do**
    $res \leftarrow res + 1$
  end for
end for

Ejercio: Suma de grado simple

Evaluemos la complejidad de este algoritmo

$res \leftarrow 0$	$O(1)$
for $nodo \in V$ **do**	$O(n)$
for $vecino \in N(V)$ **do**	$O(m)$
$res \leftarrow res + 1$	$O(1)$
end for	
end for	

¿$O(n * m)$? ¿Qué valor toma m en peor caso?

Definición

La matriz de adyacencia de un grafo G es una matriz $A = (a_{ij}) \in R^{|V| \times |V|}$ tal que $a_{ij} = 1$ si $ij \in E$ y $a_{ij} = 0$ en caso contrario.

- Ventajas de esta representación:
  1. Agregar una arista: $O(1)$.
  2. Eliminar una arista: $O(1)$.
  3. Consultar si existe arista: $O(1)$.
- Desventajas de esta representación:
  1. Agregar un vértice: $O(n^2)$.
  2. Eliminar un vértice: $O(n^2)$.
  3. Obtener todos los vecinos de un vértice: $O(n)$.

Repaso representación de grafos y complejidades

Definición.

La lista de vecinos de un grafo G es una lista de listas o conjuntos donde $\forall i, j \in V$, j pertenece a la lista de vecinos de i sii $\{i, j\} \in E$

- Ventajas de esta representación:
  1. Obtener todos los vecinos de un vértice: $O(1)$.
  2. Agregar un vértice: $O(n)$ en el peor caso, $O(1)$ amortizado.
- Desventajas de esta representación:
  1. Agregar una arista: $O(\log n)$ (depende de la implementación de set).
  2. Eliminar una arista: $O(\log n)$.
  3. Consultar si existe arista: $O(\log n)$.
  4. Eliminar un vértice: $O(n^2)$.

Ejercicio 2

Dados n y m deberán implementar:

1. Una función que devuelva la matriz de adyacencia del **grafo completo** con n vértices.
2. Una función que devuelva la matriz de adyacencia del **grafo bipartito completo** con n vértices en V_1 y m vértices en V_2.
3. Una función que devuelva la matriz de adyacencia del **grafo rueda** con n vértices.

Para pensar:

¿En qué escenarios de los casos anteriores es conveniente hacer uso de la lista de vecinos? ¿Por qué?