

## Modelo del primer parcial

1. (30 puntos) Dado un multiconjunto (es decir, un conjunto con repeticiones) de números enteros  $C = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  y un número  $k$ , el SUBSET-SUM PROBLEM consiste en determinar si existe un subconjunto  $S \subseteq C$  tal que la suma de los elementos en  $S$  sea  $k$ . Por ejemplo, si tenemos como entrada el conjunto  $C = \{2, 2, 5, 10\}$  y  $k = 9$ , entonces la respuesta es el multiconjunto  $S = \{2, 2, 5\}$ , cuya suma es 9. En cambio, para  $k = 11$  no hay solución al problema.

Consideremos el siguiente algoritmo de programación dinámica, que contiene dos bugs.

```
1 bool subsetsum_pd(int* C, int n, int k)
2 {
3     // Retorna una matriz de bool de nxk
4     // Los valores por default es False
5     m** = crear_matriz<bool>(n+1, k+1);
6
7     for (int i = 0; i <= n; i++)
8         m[i][0] = False;
9
10    for (int l = 0; l <= k; l++)
11        m[0][l] = False;
12
13    for (int i = 1; i <= n; i++) {
14        for (int l = 1; l <= k; l++) {
15            if (l < C[i])
16                m[i][l] = m[i-1][l - C[i]];
17            else
18                m[i][l] = m[i-1][l] || m[i-1][l - C[i]];
19        }
20    }
21
22    return m[n][k];
23 }
```

- a) Dar dos casos de test con que consideren  $|C| \geq 2$  para evidenciar cada uno de los bugs.<sup>1</sup>
- b) Proponer una corrección para este algoritmo, y argumentar por qué con esta corrección los casos de test del punto anterior dejan de fallar.
2. (30 puntos) Un grafo es un árbol si no tiene ciclos y es conexo.
- a) Existe algún árbol  $T$  con 4 vértices, tres de grado 1 y uno de grado 2?
- b) Demostrar que si se agrega una arista nueva a un árbol se crea un ciclo.
3. El algoritmo de Dijkstra resuelve el problema de camino mínimo en grafos dirigidos.
- a) Dado un digrafo  $D = (N, A)$  con una función de distancia  $w : A \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , y sea  $s \in N$ . Proponer un algoritmo que retorne un subconjunto  $S \subseteq N$  con todos los nodos tal que el costo de llegar desde  $s$  es lo sumo  $C$ . Justificar por qué el algoritmo es correcto.

<sup>1</sup>No forma parte del modelo de parcial: se puede dar un caso de test donde la función actual retorne el valor correcto?

- b) ¿Cómo se puede utilizar el algoritmo de Dijkstra para determinar si un grafo **no dirigido** es conexo?. Justificar y escribir el pseudocódigo del algoritmo propuesto.