

# Variable Aleatorias y Probabilidad

LAB-PEP

# Espacio muestral (S)

Posibles salidas de un experimento

Ejemplos:

- *Resultado de tirar una moneda:* {Cara, Seca}
- *Resultado de tirar un dado:* {1 punto hacia arriba, 2 puntos hacia arriba, 3, 4, 5, 6}
- *Tirada de dos dados:* {1, 2, 3, 4, 5, 6} x {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- *Coordenadas de mi ubicación:* Todos los puntos de la superficie terrestre en las que podría estar
- *Resultado de un examen:* {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} o {A, B, C, D, E} o valor real entre 0 y 100, {aprobado, no aprobado}

# Probabilidad, notación: Marginal y condicional

A: Aprobar examen, B: Reprobar examen, C: Estudió para el examen

Marginales:

- $P(A)$ : Probabilidad de aprobar examen
- $P(B)$ : Probabilidad de reprobar examen

Condicionales:

- $P(A|C)$ : Probabilidad de aprobar examen dado que estudió
- $P(A|\neg C)$ : Probabilidad de aprobar examen dado que NO estudió
- $P(C|A)$ : Probabilidad de que haya estudiado dado que aprobó

# Notación. Conjunta e independencia

## Conjunta:

- $P(A \cap B) = P(AB) = P(A, B)$ : probabilidad de que ambos eventos ocurran al mismo tiempo, en el ejemplo del estudio, 0
- $P(AB) = P(A|B) P(B) = P(B|A) P(A)$

## Independencia:

- $P(A|B) = P(A)$  y  $P(B|A) = P(B)$
- $P(AB) = P(A) P(B)$

# Union y propiedades

Union:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- En el caso del estudiante es 1.

Mutuamente excluyentes o disjuntos: No pueden suceder al mismo tiempo.

Implica esto independencia?  $P(AB) = 0 \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Exhaustivos: Suman el total del espacio muestral

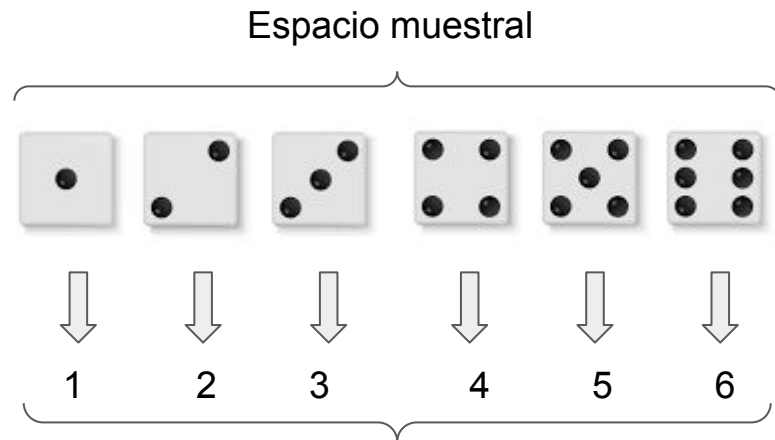
$P(S) = 1$  ,  $P: [0, 1]$

# Definición de V.A

Mapeo del *espacio muestral* a los números reales

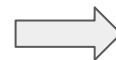


(Lat, Long)

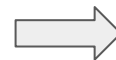


Números reales

cara



1 1 0



0 -1 1

seca

# Notación en V.A

$$P(\boxed{X} = \boxed{x}) = p$$

V.A en mayúscula

Valor de V.A en minúscula

La probabilidad de que la variable aleatoria **X** sea igual al valor **x** es **p**

Ejemplos. Dada las V.As X que mapea la salida de los dados en {1, 2, 3, 4, 5, 6} e Y que mapea la tirada de una moneda en {cara, seca} -> {1, 0}

- $P(X=2) = \frac{1}{6}$  -> La probabilidad de que el dado salga 2 es  $\frac{1}{6}$
- $P(Y=1) = \frac{1}{2}$  -> La probabilidad de que la moneda salga cara (definido como 1) es  $\frac{1}{2}$

# Conjunta y condicional. Ejemplos de notación

$$P(X=x, Y=y)$$

Probabilidad de que un dado salga 1 y el siguiente 2

$$P(X=1, Y=2) = 1/36$$

Probabilidad de que la suma de dos dados sea 3 dado que el primer dado salio 2

$$P(S=3 \mid Y=2) = \frac{1}{6}$$



# V.A Continuas

$$f_X(x)$$

$$f_{X,Y}(x, y)$$

$$f_{X|Y}(x | y)$$

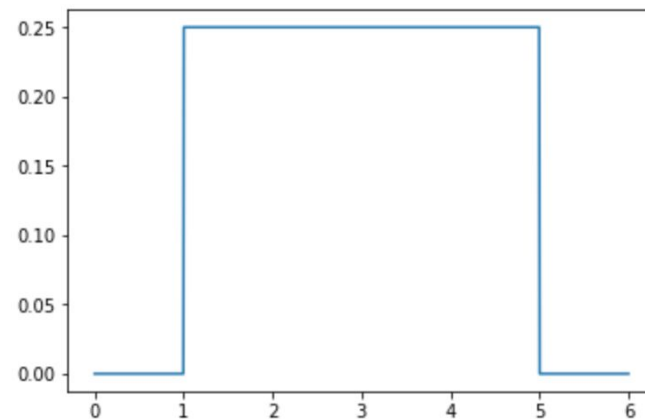
$$F_X(x)$$

$$F_{X,Y}(x, y)$$

$$F_{X|Y}(x | y)$$

## Distribución uniforme

$$f_x(x) = \frac{1}{B-A} \text{ si } A < x < B$$



## Distribución Gaussiana

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}$$

