

Representación en Punto fijo: Números sin y con signo.

Operaciones aritméticas. Flags

Objetivos de la práctica: que el alumno sea capaz de:

- Representar e interpretar números sin signo y con signo.
- Realizar operaciones aritméticas e interpretar los flags de acarreo, cero, overflow y negativo.

Bibliografía:

- “Organización y Arquitectura de Computadoras” de W. Stallings, capítulo 8.
- Apunte 1 de la cátedra, “Sistemas de Numeración: Sistemas Enteros y Punto Fijo”.

1. Represente los siguientes números en el sistema BSS y en en los sistemas BCS, Ca1, Ca2 y Ex2, todos restringidos a 8 bits. En los casos que no se pueda representar, aclarar por qué.

0; 1; 127; 128; 255; 256; -1; -7; -127; -128; -139; -56; 130; 45; 90; -90; 0,75; 2,5.

Recuerde: Los positivos se representan igual en los sistemas BSS, BCS, Ca1 y Ca2 (ver representación de números en binario en el apunte). Los negativos en BCS, signo en el bit de mayor peso (0 positivos y 1 negativos) y los restantes son módulo. Los negativos en Ca1, se obtiene el BSS del número en 8 bits, y luego se cambian unos por ceros y ceros por unos. Los negativos en Ca2, se obtienen sumando 1 a la representación de Ca1, o copiando hasta el primer 1 (incluido) desde la derecha el número en BSS, y luego se cambian unos por ceros y ceros por unos. En Ex2, se suma siempre el exceso (que en n bits será 2^{n-1}) y luego se representa como BSS.

2. Interprete las siguientes cadenas de 8 bits en los sistemas BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Ex2.

00000000; 00000001; 11111110; 01111111; 11111111; 00010001; 10011001; 10101010; 01100110;

3. Calcule el rango y resolución de un sistema de punto fijo en BSS con 7 bits de parte entera y 3 de fraccionaria y de un sistema de punto fijo en BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 de fraccionaria.

4. Represente los siguientes números en los sistemas del ejercicio 3. Si no es posible obtener una representación exacta, indique cuál es la más próxima y calcule en ese caso el error cometido. Si el número a representar está fuera del rango del sistema, señale que ese número “NO SE PUEDE REPRESENTAR”.

7 ; 15,125 ; 2,2 ; 8,001 ; 123,25 ; 50,50 ; 120 ; 1,2 ; 1,25 ; 35 ; -1,25 ; 1,0625 ; -1,5625 ; -35,5

5. Interprete las siguientes cadenas en los sistemas del ejercicio 3.

0000000000 ; 0101010101 ; 1000000000 ; 1111111110 ; 1111111111 ; 1010101010 ; 0111111111 ; 0110110110

6. Represente los números **0, 1, 3, 8, 12, 13, 22, 35, 99, 100 y 1255** en los sistemas BCD y BCD empaquetado. Describa, con el mayor nivel de detalle posible, un procedimiento para calcular sumas en BCD. Sin considerar representación de signo, realice las siguientes operaciones en BCD: **32 + 45; 22 + 89; 1307 + 708**

7. Escriba los números **13160, 2988, 927 y 87127** en los sistemas BCD, BCD empaquetado y BSS. Observe la cantidad de bits necesarios. ¿Qué conclusiones saca respecto de las ventajas y desventajas del sistema BCD sobre BSS?

8. Haga el pasaje de binario a hexadecimal y de hexadecimal a BCH en forma directa (sin utilizar sistema decimal). ¿Por qué cree que el sistema hexadecimal es muy utilizado?

Binario a Hexadecimal	
1010000010000	
1110001011101	
111010011001011	
1001111100100011	
1110101011001010	
101101101011010	

Hexadecimal a BCH	
2801	
1C5D	
78AB	
F79A	
7EF1	
324A	

Organización de Computadoras 2023

9. Calcule el resultado de realizar las sumas (ADD) y restas (SUB) indicadas a continuación. Calcule el valor en el que quedarán los flags luego de realizada cada operación, de acuerdo a que haya habido acarreo (flag C, de Carry) o se haya producido borrow (flag B, es el mismo que C pero en la resta), o que el resultado sea cero en todos sus bits (flag Z, de Zero), se haya producido desbordamiento (flag V, de overflow), o de un resultado negativo (flag N, de Negative).

ADD 00011101 00011011	ADD 01110000 11110001	SUB 00011101 00011011	SUB 01110000 11110001
ADD 10011101 01110010	ADD 01001100 01110000	SUB 10011101 01110010	SUB 01001100 01110000
ADD 01110110 01110001	ADD 11001100 11110000	SUB 01110110 01110001	SUB 11001100 11110000
ADD 10111001 11100011	ADD 10000000 10000000	SUB 10111001 11100011	SUB 10000000 10000000
ADD 00111010 00001111	ADD 00000000 10000000	SUB 00111010 00001111	SUB 00000000 10000000

Recuerde que:

0+0=0 con C=0	1+0=1 con C=0	0-0=0 con B=0	1-1=0 con B=0
0+1=1 con C=0	1+1=0 con C=1	1-0=1 con B=0	0-1=1 con B=1

También, tendremos casos de exceso en el rango de representación (llamado overflow) si a un número positivo se le suma otro positivo y da un resultado negativo ó a un número negativo se le suma otro negativo y da uno positivo ó a un número positivo se le resta otro negativo y da uno negativo ó a un número negativo se le resta otro positivo y da uno positivo.

En todos estos casos de errores en la operación aritmética, se advierte el error pues la ALU encenderá (pondrá en 1) el flag de overflow (V=1). Es de hacer notar que el flag V se encenderá aunque sumemos números sin signo (en BSS), la interpretación de los flags corre por cuenta del programador.

Ejemplo de suma:

1111	
01001111	□ Acarreos
+ 01111000	
11000111	

Flags: Carry=0; Zero=0; Negative=1; overflow=1.

10. Suponga que los operandos del ejercicio anterior (ej. 9) eran números representados en BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Exceso2 (todos para cada sistema de representación). Verifique la correctitud del resultado interpretando el resultado obtenido y comparando con el resultado esperado. En caso de que la operación haya dado resultado incorrecto, indicar la posible cadena de bits que representa el resultado correcto.

Del ejemplo anterior, los operandos y resultado son interpretados como cadenas de bits BSS.

1111		Interpretación en BSS
01001111	□ Acarreos	
+ 01111000		
11000111		

79
+ 120
199

Por lo que, si verificamos realizando a mano la operación interpretada en base 10, el resultado es correcto.

Volviendo al ejemplo, si interpretamos ahora los operandos y resultados como cadenas de bits en los 4 sistemas de representación de números con signo, tendremos:

1111		BCS	Ca1	Ca2	Exceso	Observe los flags!
01001111	□ Acarreos	79	79	79	-49	
+ 01111000		+ 120	+ 120	+ 120	+ -8	
11000111		-71	-56	-57	71	

11. Referido al ejercicio 9 sobre la operación ADD: Observando cuáles resultados fueron correctos y cuáles fueron incorrectos y relacionándolos con los flags, describa una regla para determinar la correctitud de la operación ADD en el sistema BSS con la mera observación de los flags (sin verificar la operación pasando por el sistema decimal). Observe que en el ejemplo dado para BSS, los flags V y N quedan en 1 y no importan pues suponemos que estamos operando con números sin signo (BSS). Si hacemos lo mismo con todos los ejercicios, observaremos que en los casos en que C=1 el resultado es incorrecto, independientemente de los demás flags.
12. Trabaje de forma similar al ejercicio 10 pero con la operación SUB. Luego trate de descubrir reglas análogas para ADD y SUB para el sistema Ca2, basándose en los ejercicios cuya cadena resultado es diferente de la correcta y observando los flags. Observe qué flags se encienden en los casos que da incorrecto y cuáles no, como así también los que es indistinto que tengan valor uno o cero.
13. Considere en el ejercicio 9, que el punto o coma fraccionaria se encuentra entre el bit 2 y el 3. Interprete el valor que tendrán las cadenas de bits que representan los operandos y los resultados como BSS y como Ca2. Observe los flags. ¿Qué concluye?

Organización de Computadoras 2023

14. Escriba todas las cadenas de los sistemas BSS, BCS, Ca1, Ca2 y $\text{Ex}2^{(n-1)}$ restringido a 4 bits. Considere el punto (o coma fraccionaria) fijo en cada una de todas las posibles posiciones (son 5 posibilidades en total, considerando que el punto fijo puede estar colocado a la izquierda del MSB y a la derecha del LSB) y obtenga el rango y resolución de cada uno de los sistemas de punto fijo resultantes. ¿Cuántas cadenas se pueden escribir en cada caso? ¿Cuántos números se pueden representar en los distintos sistemas?
15. Defina el sistema Exceso a M (donde M es un entero cualquiera).
16. Describa mecanismos para sumar y restar en BCS, Ca1 y Exceso, en base al análisis de los resultados y flags del punto 9, realizando la interpretación de los operandos y resultados en los distintos sistemas de representación citados. Observe de qué manera (qué operaciones deberían realizarse y en qué caso) se llegaría al resultado correcto.
17. Interprete las siguientes cadenas descritas en sistema Ca2. ¿Qué pasa en el caso (e)?
a. 00100110 b. 11011000 c. 00111000 d. 00000000 e. 10000000
18. Interprete las siguientes cadenas descritas en sistema $\text{Ex}2^{(n-1)}$ con $n=8$. ¿Qué pasa en el caso (e)?
a. 10100110 b. 01011000 c. 10111000 d. 10000000 e. 00000000

Organización de Computadoras

Práctica 1 Representación en Punto Fijo

Números sin signo y números con signo. Operaciones aritméticas. Flags.

OBJETIVOS

1. Representar e interpretar números sin signo y números con signo.
2. Realizar operaciones aritméticas e interpretar los flags de acarreo, cero, overflow y negativo.

BIBLIOGRAFÍA

1. “Organización y Arquitectura de Computadoras” de W. Stallings, capítulo 8.
2. Apunte 1 de la cátedra, “Sistemas de Numeración: Sistemas Enteros y Punto Fijo”.

1. Represente cada uno de los siguientes números en los sistema BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Ex2, todos restringidos a 8 bits. En los casos que no se pueda representar, aclarar por qué.

Los positivos se representan igual en los sistemas BSS, BCS, Ca1 y Ca2. Para estas representaciones y para Ex2 y números negativos, consultar el apunte y material adicional sobre números binarios.

Decimal	BSS	BCS	Ca1	Ca2	Ex2
0					
1					
45					
90					
127					
128					
130					
255					

256					
-1					
-7					
-56					
-90					
-127					
-128					
-139					
0,75					
2,5					

2. Interprete las siguientes cadenas de 8 bits en los sistemas BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Ex2.

Cadena	BSS	BCS	Ca1	Ca2	Ex2
00000000					
00000001					
11111110					
01111111					
11111111					
00010001					
10101010					
01100110					

3. Calcule el rango y resolución de un sistema de punto fijo en BSS con 7 bits de parte entera y 3 de fraccionaria y de un sistema de punto fijo en BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 de fraccionaria.

Sistema	Rango		Resolución
	Desde (mínimo)	Hasta (máximo)	
BSS con 7 bits de parte entera y 3 bits de parte fraccionaria			
BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 bits de parte fraccionaria			

4. Represente los siguientes números en los sistemas del ejercicio 3. Si no es posible obtener una representación exacta, indique cuál es la más próxima y calcule en ese caso el error cometido. Si el número a representar está fuera del rango del sistema, señale que ese número "NO SE PUEDE REPRESENTAR".

Decimal	BSS con 7 bits de parte entera y 3 bits de parte fraccionaria	BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 bits de parte fraccionaria
7		
15,125		
2,2		
8,001		
123,25		
50,50		
120		

1,2		
1,25		
35		
-1,25		
1,0625		
-1,5625		
-35,5		

5. Interprete las siguientes cadenas en los sistemas del ejercicio 3.

Cadena	BSS con 7 bits de parte entera y 3 bits de parte fraccionaria	BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 bits de parte fraccionaria
0000000000		
0101010101		
1000000000		
1111111110		
1111111111		
1010101010		

0111111111		
0110110110		

6a. Represente los números 0, 1, 3, 8, 12, 13, 22, 35, 99, 100 y 1255 en los sistemas BCD y BCD empaquetado.

Decimal	BCD	BCD empaquetado
0		
1		
3		
8		
12		
13		
22		
35		
99		
100		
1255		

6b. Describa, con el mayor nivel de detalle posible, un procedimiento para calcular sumas en BCD.

6c. Sin considerar representación de signo, realice las siguientes operaciones en BCD

Operación	Reescribir la operación en BCD	Resultado en BCD
32 + 45		
22 + 89		
1307 + 708		

7. Escriba los números 13160, 2988, 927 y 87127 en los sistemas BCD, BCD empaquetado y BSS. Observe la cantidad de bits necesarios. ¿Qué conclusiones saca respecto de las ventajas y desventajas del sistema BCD sobre BSS?

Decimal	BCD	BCD empaquetado	BSS
13160			
2988			
927			
87127			

8. Haga el pasaje de binario a hexadecimal y de hexadecimal a BCH en forma directa (sin utilizar sistema decimal). ¿Por qué cree que el sistema hexadecimal es muy utilizado?

Binario a Hexadecimal		Hexadecimal a BCH	
1010000010000		2801	
1110001011101		1C5D	
111010011001011		78AB	
1001111100100011		F79A	
1110101011001010		7EF1	
101101101011010		324A	

9. Calcule el resultado de realizar las sumas (ADD) y restas (SUB) indicadas a continuación. Calcule el valor en el que quedarán los flags luego de realizada cada operación. La cantidad de bits de los operandos restringe la cantidad de bits del resultado.

El flag C indica acarreo en la suma o borrow en la resta.
 El flag Z indica que todos los bits del resultado son cero.
 El flag V indica que se produjo overflow si se interpreta en Ca2.
 El flag N indica un resultado negativo si se interpreta en Ca2.

Operación	Resultado	C	Z	V	N
00011101 +00011011					
01110000 +11110001					
00011101 -00011011					
01110000 -11110001					
10011101 +01110010					

01001100 +01110000					
10011101 -01110010					
01001100 -01110000					
01110110 +01110001					
11001100 +11110000					
01110110 -01110001					
11001100 -11110000					
10111001 +11100011					
10000000 +10000000					
10111001 -11100011					
10000000 -10000000					
00111010 +00001111					
00000000 +10000000					

00111010 -00001111					
00000000 -10000000					

10. Suponga que las cadenas de cada operación del ejercicio 9 eran números representados en BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Exceso2. Interprete el resultado obtenido y verifique si fue correcto. En caso de que la operación haya dado resultado incorrecto, indicar la posible cadena de bits que representa el resultado correcto.

Operación	¿Fue correcta si se interpreta en... ?				
	BSS	BCS	Ca1	Ca2	Ex2
00011101 +00011011					
01110000 +11110001					
00011101 -00011011					
01110000 -11110001					
10011101 +01110010					
01001100 +01110000					
10011101 -01110010					

01001100 -01110000					
01110110 +01110001					
11001100 +11110000					
01110110 -01110001					
11001100 -11110000					
10111001 +11100011					
10000000 +10000000					
10111001 -11100011					
10000000 -10000000					
00111010 +00001111					
00000000 +10000000					
00111010 -00001111					
00000000 -10000000					

11. Referido al ejercicio 9 sobre la operación ADD: Observando cuáles resultados fueron correctos y cuáles fueron incorrectos y relacionándolos con los flags, describa una regla para determinar la correctitud de la operación ADD en el sistema BSS con la mera observación de los flags (sin verificar la operación pasando de binario a decimal).

12. Trabaje de forma similar al ejercicio 11 pero con la operación SUB en el sistema BSS. Luego trate de descubrir reglas análogas para ADD y SUB para el sistema Ca2, basándose en los ejercicios cuya cadena resultado es diferente de la correcta y observando los flags.

13. Considere en el ejercicio 9, que el punto o coma fraccionaria se encuentra entre el bit 2 y el 3. Interprete el valor que tendrán las cadenas de bits que representan los operandos y los resultados como BSS y como Ca2. Observe los flags. ¿Qué concluye con respecto a la correctitud de los resultados?

Por ejemplo, considere a la primera operación solicitada como se muestra a la derecha.

000111,01

Recuerde que la coma es solo ilustrativa y no forma parte de las cadenas binarias.

+000110,11

14. Escriba todas las cadenas de los sistemas BSS, BCS, Ca1, Ca2 y $Ex2^{n-1}$ restringido a 4 bits. Considere el punto (o coma fraccionaria) fijo en cada una de todas las posibles posiciones (son 5 posibilidades en total, considerando que el punto fijo puede estar colocado a la izquierda del MSB y a la derecha del LSB) y obtenga el rango y resolución de cada uno de los sistemas de punto fijo resultantes. ¿Cuántas cadenas se pueden escribir en cada caso? ¿Cuántos números se pueden representar en los distintos sistemas?

15. Defina el sistema Exceso a M (donde M es un entero cualquiera).

16. Describa mecanismos para sumar y restar en BCS, Ca1 y Exceso, en base al análisis de los resultados y flags del punto 9, realizando la interpretación de los operandos y resultados en los distintos sistemas de representación citados. Observe de qué manera (qué operaciones deberían realizarse y en qué caso) se llegaría al resultado correcto.

17. Interprete las siguientes cadenas en los sistemas Ca_2 y $Ex2^{n-1}$ (con $n=8$). ¿Qué pasa en el último caso?

Binario	Decimal (interpretado en Ca_2)	Decimal (interpretado en $Ex2^{n-1}$)
00100110		
11011000		
00111000		
00000000		
10000000		