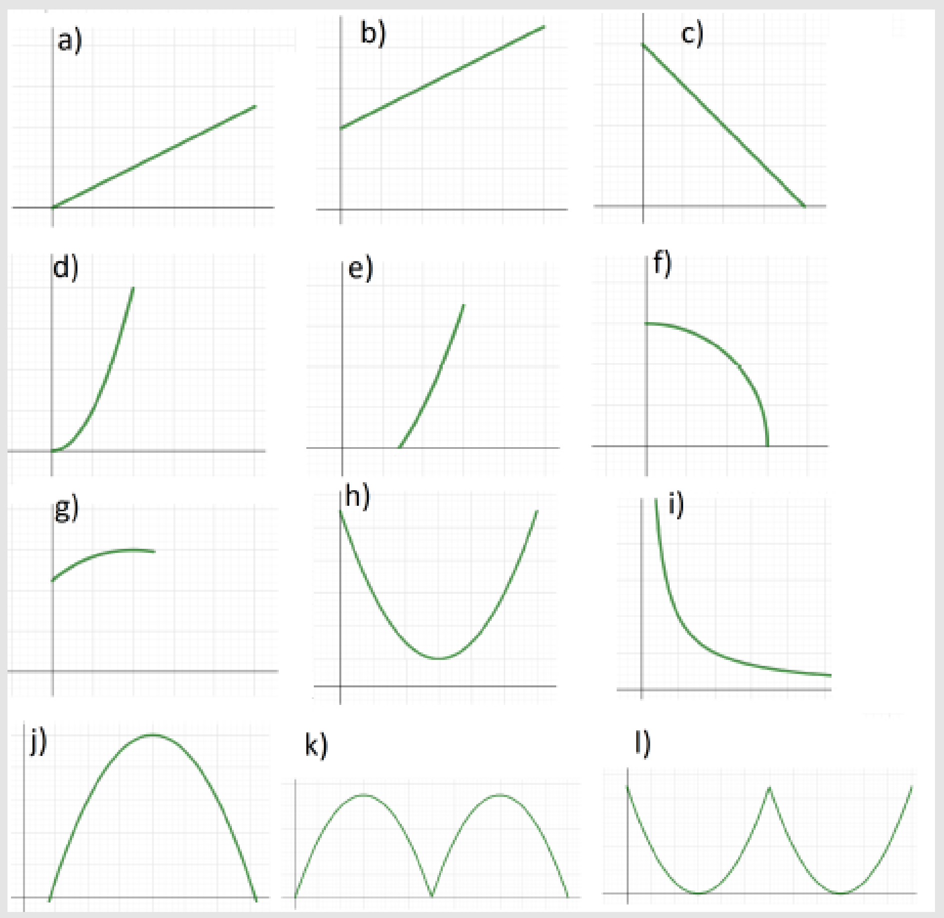
Juan Menduiña

Trabajo Práctico N° 1:
Funciones.

Ejercicio 1.

Tratar de relacionar cada situación con, al menos, un gráfico:



- *Variación de la velocidad de una pelota cuando la picamos:* **(l)**.
- *Dependencia de la duración de una carrera con la longitud del recorrido:* **(d)**.
- *Dependencia del precio de una bolsa de papas con su peso:* **(a)**.
- *Variación del diámetro de una piñata cuando el aire comienza a salir:* **(f)**.
- *Variación de la velocidad que adquirimos cuando nos amacamos:* **(k)**.
- *Sonido que se produce en una cancha de futbol al gritar todos juntos un gol:* **(e)**.
- *Sonido que aumenta, paulatinamente, cuando un grupo de personas empieza a aplaudir de a 2, luego de a 4, 6, 8, y así hasta que todos aplauden juntos:* **(d)**.
- *Si la entrada al teatro es muy cara, no irá tanta gente. Si es muy barata, pierden dinero los organizadores. Con lo cual, hay que proponer un precio intermedio:* **(j)**.
- *Los precios aumentan mucho más lento que en los últimos 5 años:* **(g)**.
- *Me gusta mucho el chocolate negro y bastante el blanco, pero detesto comer los dos juntos:* **(c)**.
- *Cuantas más valijas pequeñas llevemos en el viaje, más podremos cargar en la camioneta:* **(b)**.

Ejercicio 2.

Se sabe que el precio del pan es \$M por kg (se puede reemplazar M por el precio al que se consiga el pan).

(a) *¿Cuánto se deberá pagar si se compra 6 kg de pan? ¿Y si se compra 2 kg y 650 g?*

f (x)= Mx.

f (6)= 6M.
f (2,65)= 2,65M.

Por lo tanto, si se compra 6 kg. de pan, se deberá pagar \$6M y, si se compra 2 kg. y 650 gr., se deberá pagar \$2,65M.

(b) *¿Se puede construir una expresión que sirva para calcular el costo de adquirir x kg de pan?*

y= f (x)
y= Mx.

(c) *¿Cuál será el dominio de la función hallada en el inciso anterior?*

$Dom_f = \mathbb{R}$.

Ejercicio 3.

En cierta localidad, el costo de la energía eléctrica se calcula de la siguiente manera: un cargo fijo de $950 más $3,5 por cada kwh consumido.

(a) *¿Cuál será el monto de la boleta de luz si en determinado período se consumieron 640 kwh? ¿Y si no hubo consumo?*

f (x)= 950 + 3,5x.

f (640)= 950 + 3,5 * 640
f (640)= 950 + 2240
f (640)= 3190.

f (0)= 950 + 3,5 * 0
f (0)= 950 + 0
f (0)= 950.

Por lo tanto, si en determinado período se consumieron 640 kwh, el monto de la boleta de luz será $3.190 y, si no hubo consumo, $950.

(b) *Escribir una expresión para calcular el monto a pagar para un consumo de x kwh. Determinar el dominio de la función hallada.*

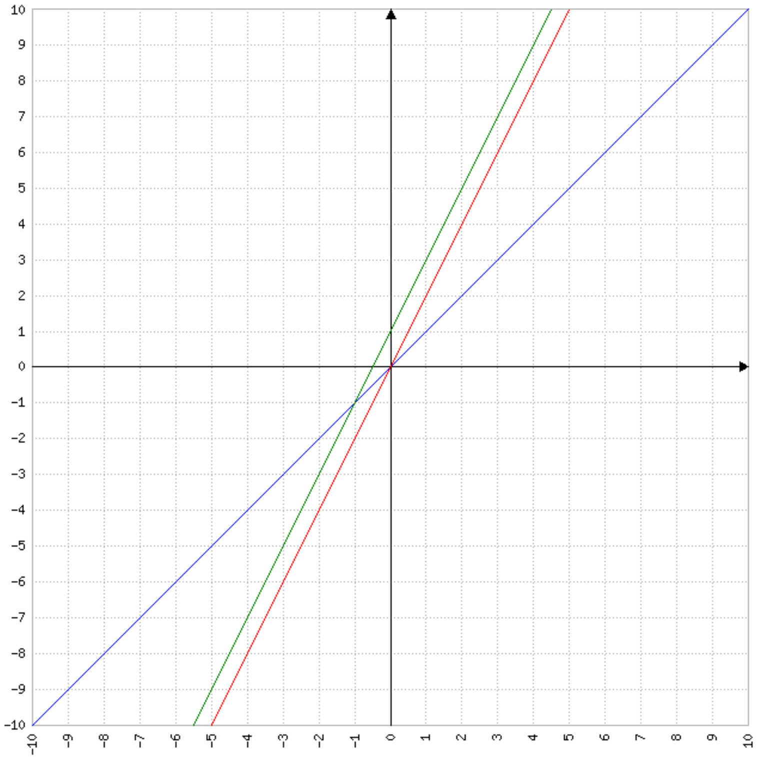
y= f (x)
y= 950 + 3,5x.

$Dom_f = \mathbb{R}$.

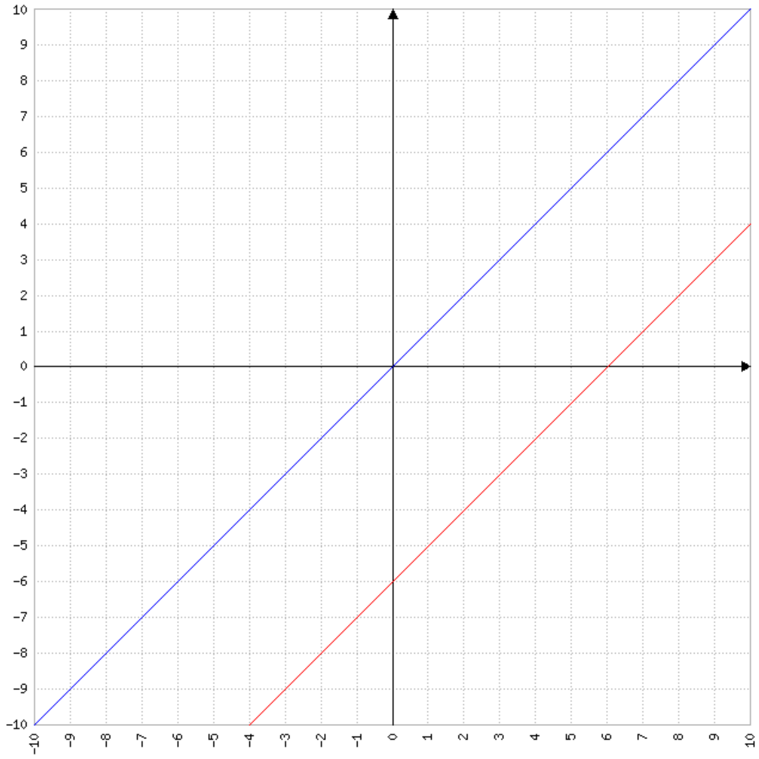
Ejercicio 4.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)= 2x + 1.*



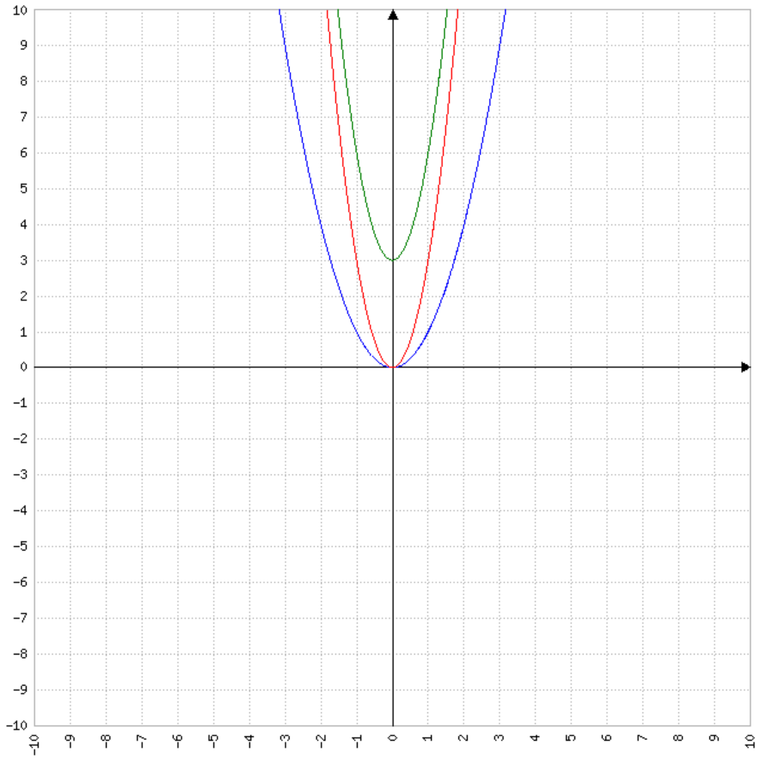
(b) *b (x)= x - 6.*


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

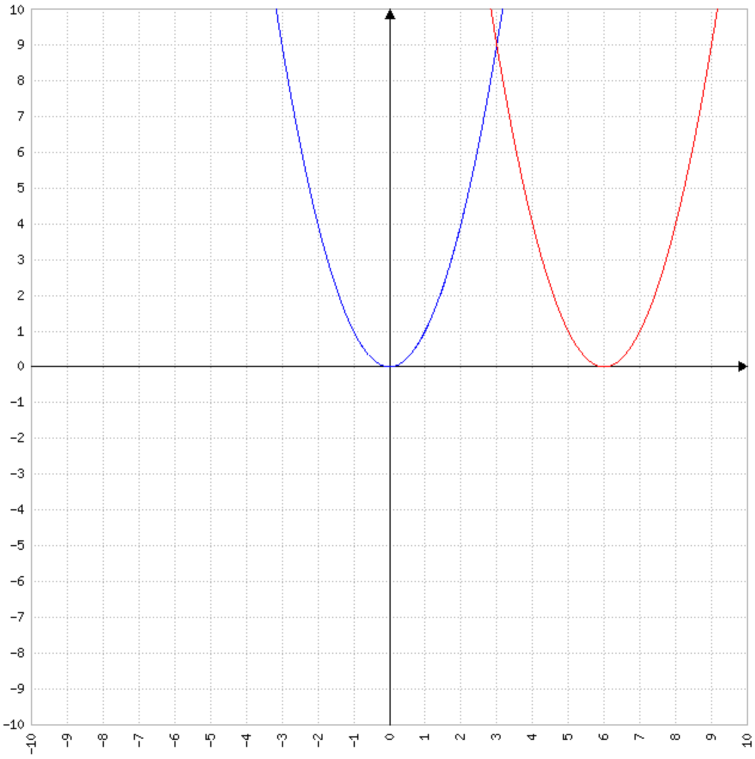
Ejercicio 5.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)=* $3x^2 + 3$.



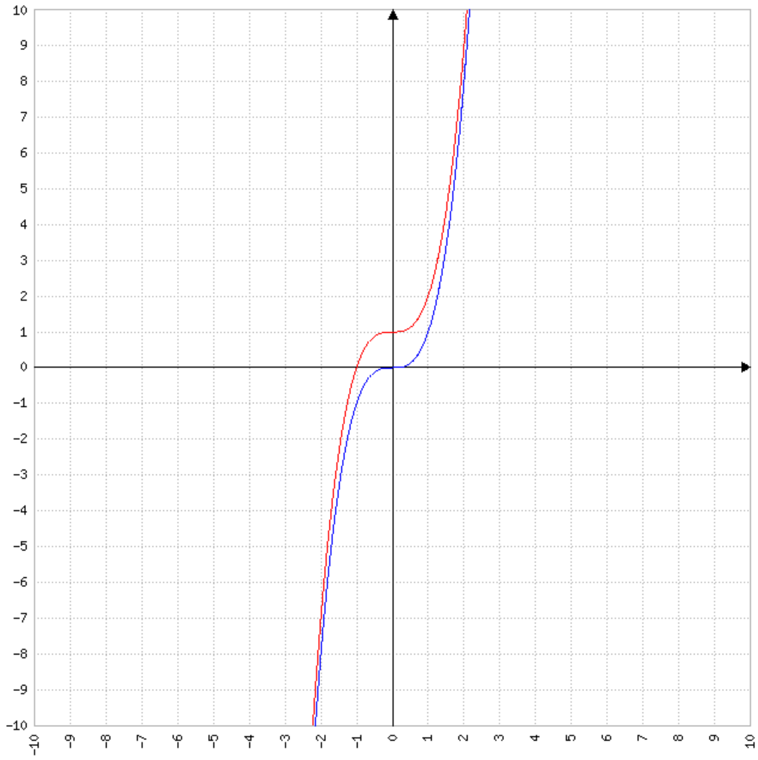
(b) *b (x)=* $(x-6)^2$.



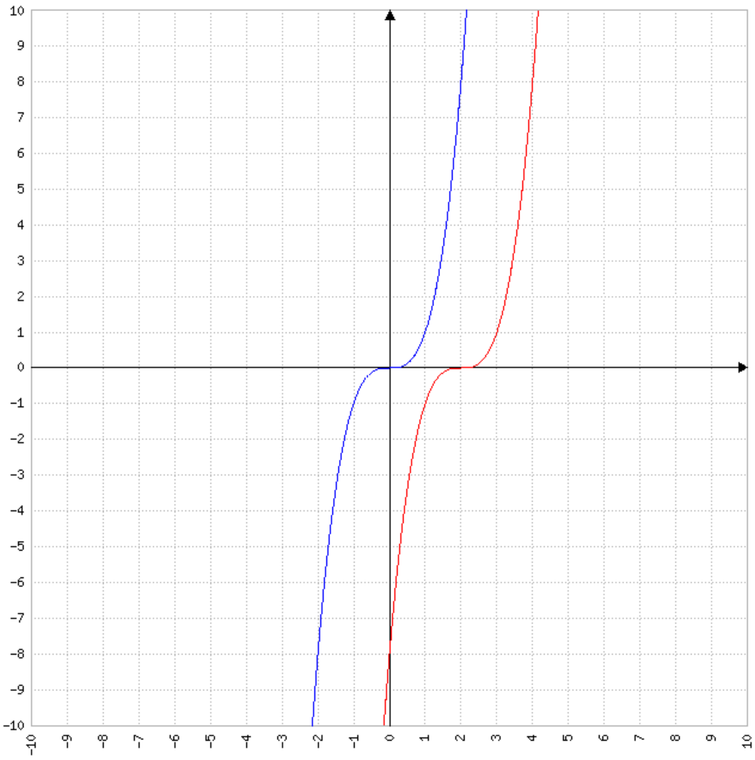
Ejercicio 6.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)=* x^3 *+ 1.*



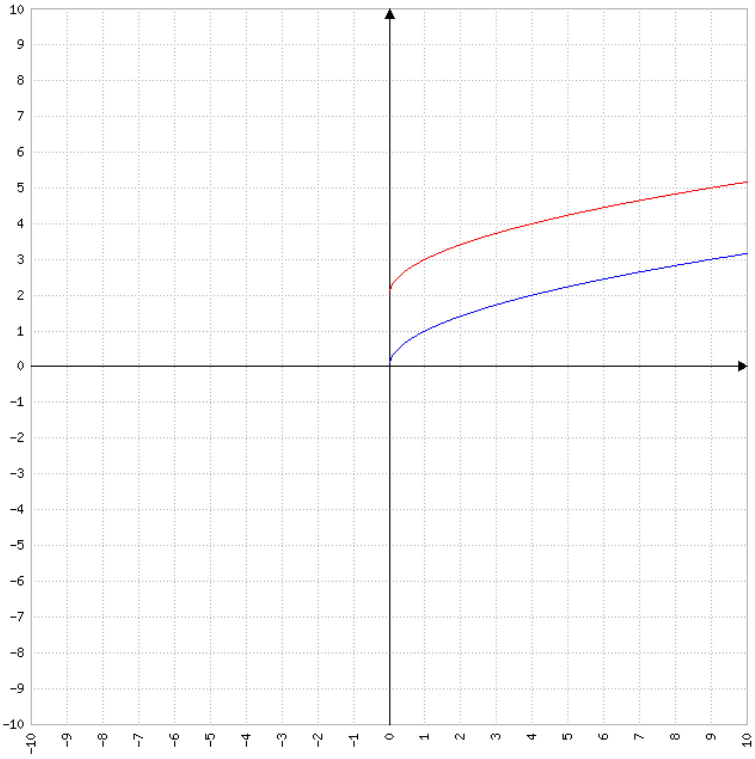
(b) *b (x)=* $(x-2)^3$.


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

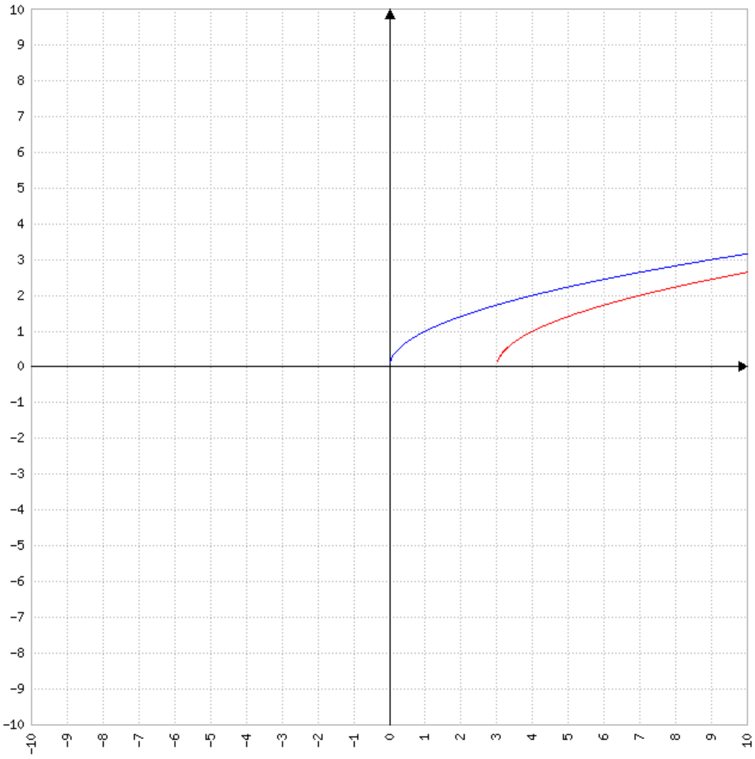
Ejercicio 7.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) $a(x) = \sqrt{x} + 2$.



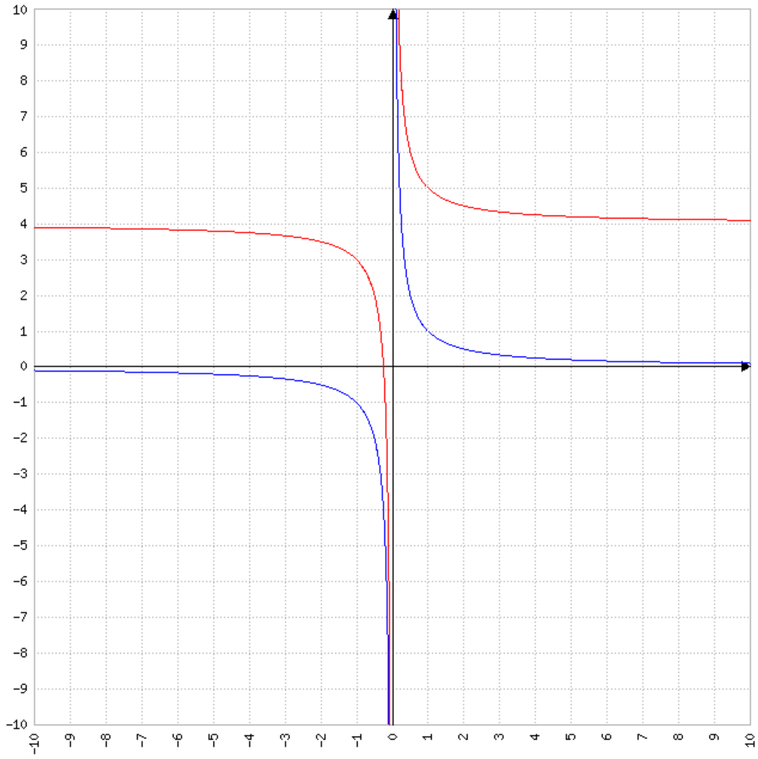
(a) $b(x) = \sqrt{x - 3}$.


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Ejercicio 8.

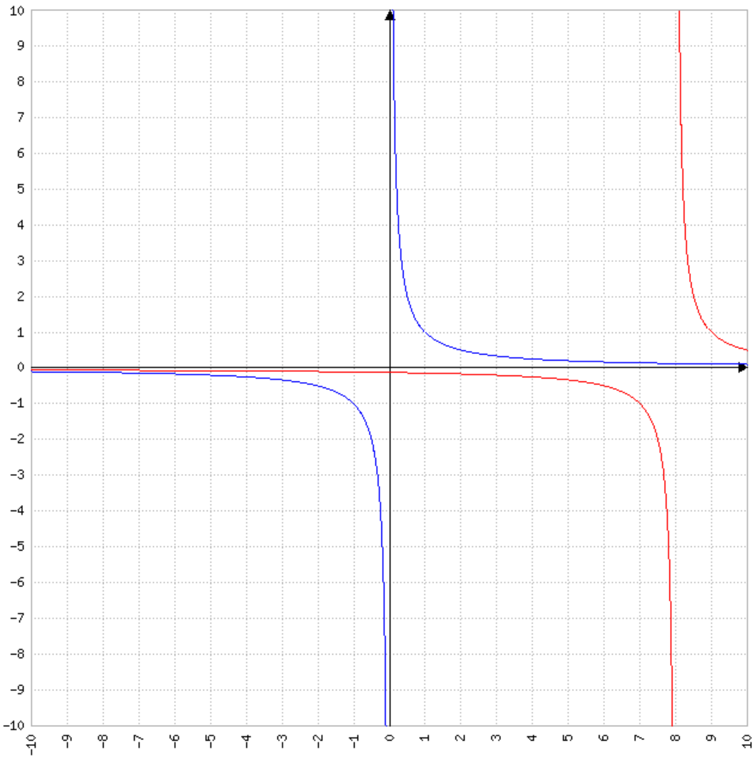
Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base y hallar el dominio de cada una de ellas:

(a) $a(x) = \frac{1}{x} + 4$.



$Dom_a = \mathbb{R} - \{0\}$.

(b) $b(x) = \frac{1}{x-8}$.



x - 8=0
x= 8.

Dom_b= $\mathbb{R}$ - {8}.

Ejercicio 9.

Hallar el dominio de la siguiente función: $f(x)= \frac{x^3+x-3}{2x^2-10x+12}$.

$2x^2$ - 10x + 12= 0
2 (x^2 - 5x + 6)= 0
x^2 - 5x + 6= $\frac{0}{2}$
x^2 - 5x + 6= 0.

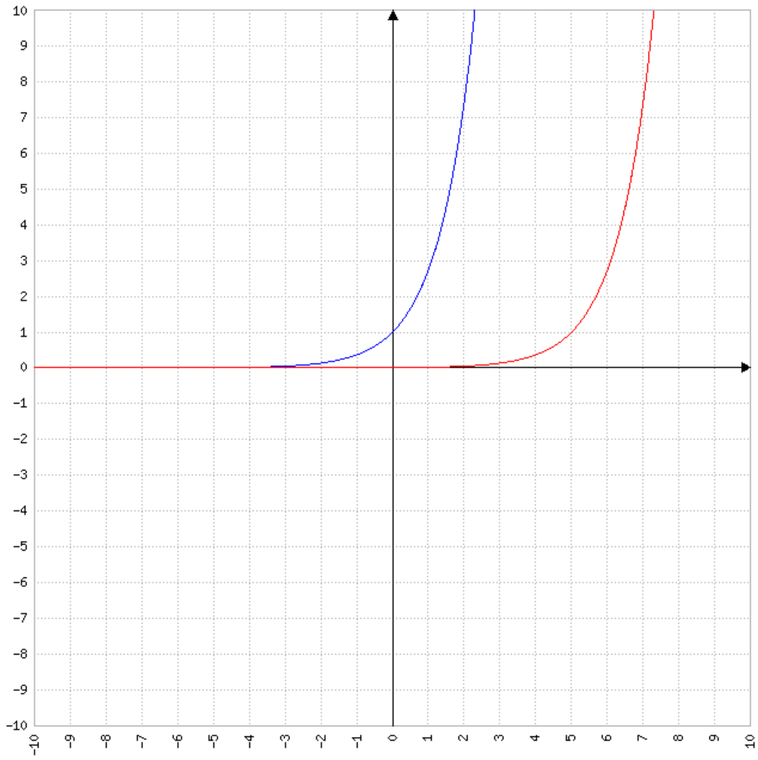
$x_1, x_2= \frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4*1*6}}{2*1}$
$x_1, x_2= \frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{5\pm\sqrt{1}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{5\pm 1}{2}$
$x_1= \frac{5+1}{2}= \frac{6}{2}$= 3.
$x_2= \frac{5-1}{2}= \frac{4}{2}$= 2.

Dom_f= ℝ - {2, 3}.

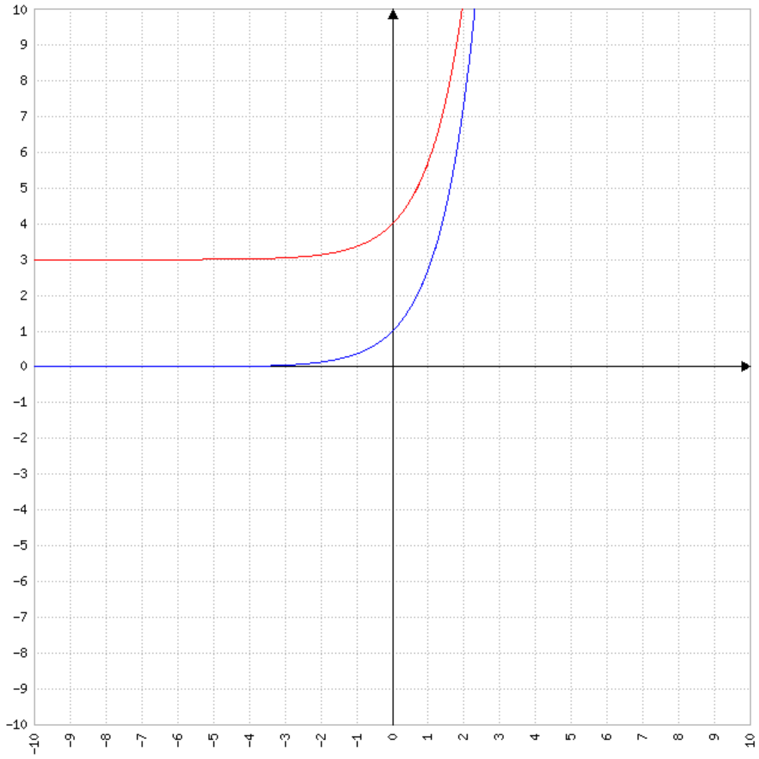
Ejercicio 10.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)=* e^{x-5}.



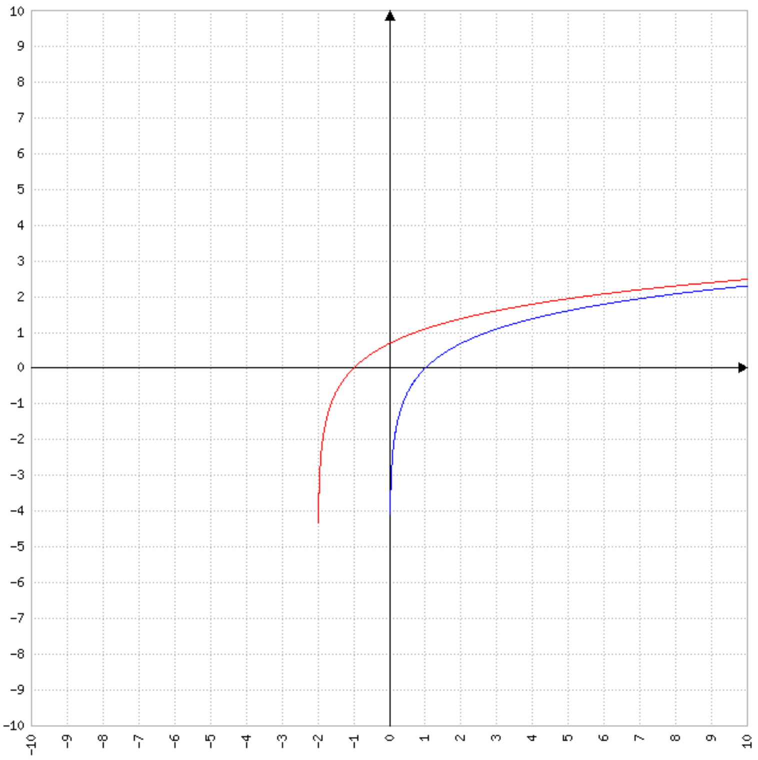
(b) *b (x)=* e^{x} *+ 3.*



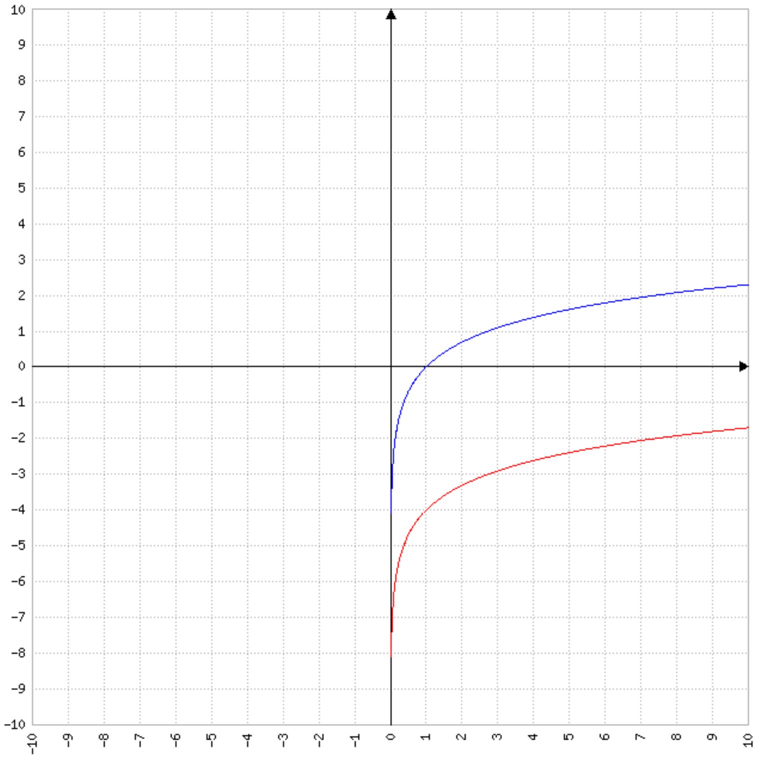
Ejercicio 11.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)= ln (x + 2).*



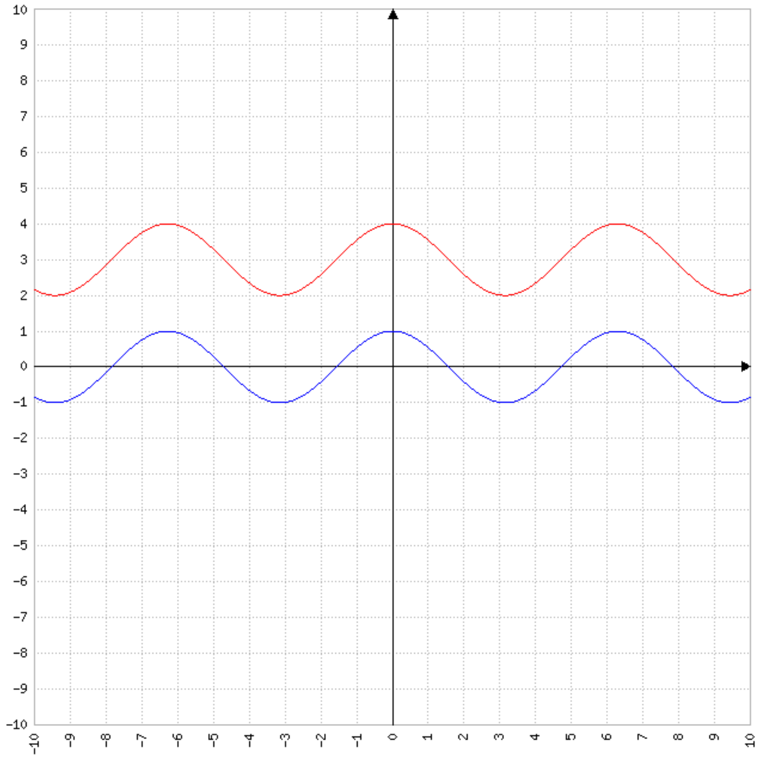
(b) *b (x)= ln x - 4.*


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−10
−9
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

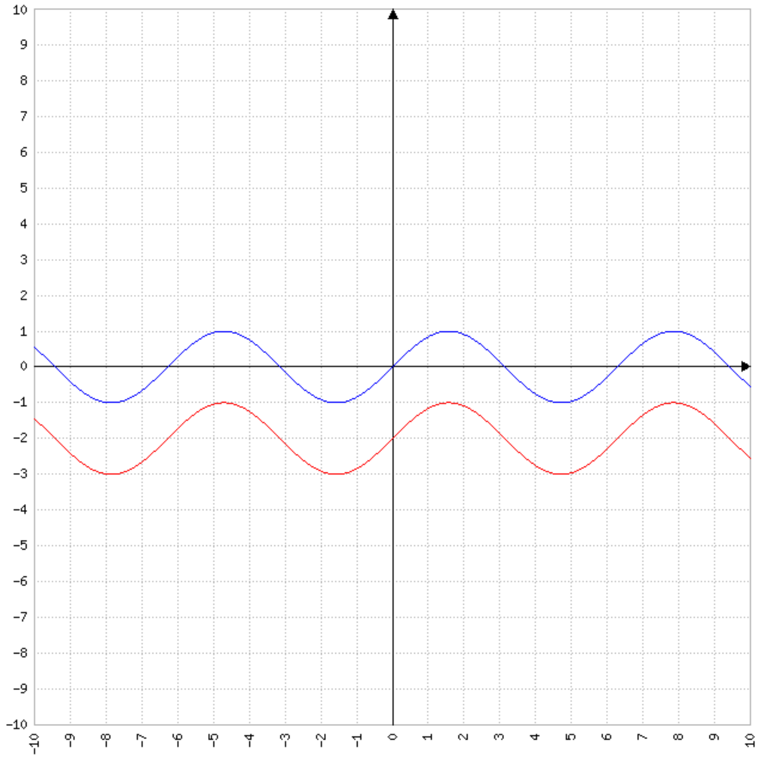
Ejercicio 12.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base:

(a) *a (x)= cos x + 3.*



(b) *b (x)= sen x - 2.*


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Ejercicio 13.

Para el cálculo del monto de la factura de luz, se considera el consumo del usuario y se le cobra de acuerdo al esquema que se describe a continuación. Si el consumo está entre 0 y 150 kwh, se cobra un monto fijo de $95,85, más un cargo variable de $3,41 por cada kwh consumido. Si el consumo que se registra es mayor a 150 kwh y hasta 325 kwh, se cobra un monto fijo de $265,22 más $3,17 por cada kwh consumido. Si el usuario utilizó más de 325 kwh y hasta 400 kwh, se cobra un cargo fijo de $322,26 más $3,20 por cada kwh. Si el consumo es mayor a 400 kwh el cargo fijo es de $422 y el cargo variable es de $3,50 por kwh.

(a) *¿Cuánto deberá pagar un usuario que ha consumido 270 kwh?¿Y si hubiera consumido 150 kwh? ¿Qué monto tendrá la factura de luz de otro usuario que gastó 450 kwh?*

f (270)= 265,22 + 3,17 * 270
f (270)= 265,22 + 855,9
f (270)= 1121,12.

f (450)= 422 + 3,5 * 450
f (450)= 422 + 1575
f (450)= 1997.

Por lo tanto, un usuario que ha consumido 270 kwh deberá pagar $1.121,12 y el monto que tendrá la factura de luz de otro usuario que gastó 450 kwh será $1.997.

(b) *Construir las fórmulas que calculan el monto de la factura de luz para cada uno de los intervalos de consumo.*

f (x)= 95,85 + 3,41x, si $0 \leq x \leq 150$.
g (x)= 265,22 + 3,17x, si $150 < x \leq 325$.
h (x)= 322,26 + 3,12x, si $325 < x \leq 400$.
i (x)= 422 + 3,5x, si $400 < x$.

(c) *¿De qué manera se podrían expresar las fórmulas anteriores en una única función?*

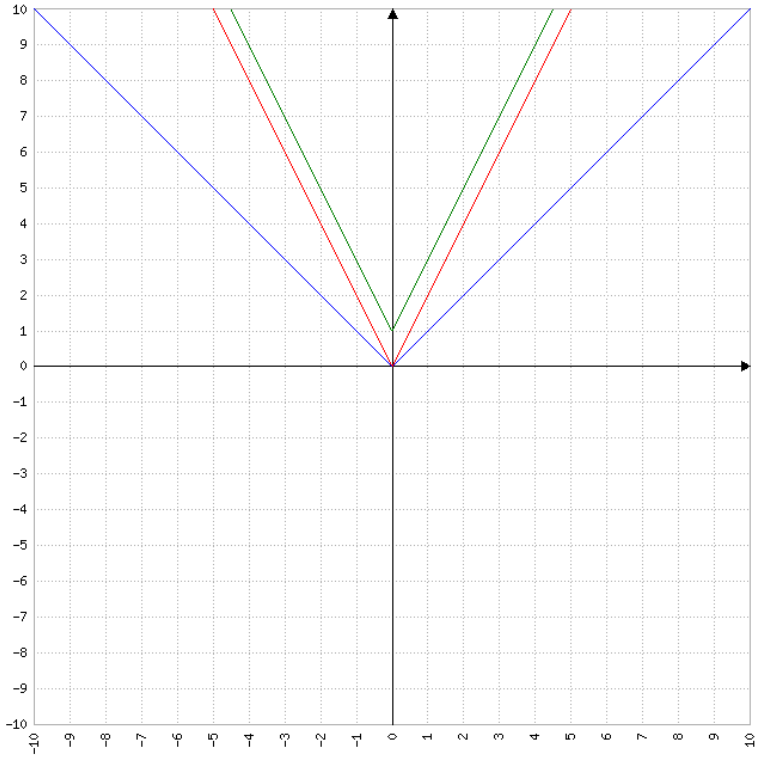
Las fórmulas anteriores se podrían expresar en única función de la siguiente manera:

$$f(x)= \begin{cases} 95{,}85 + 3{,}41x, 0 \leq x \leq 150 \\ 265{,}22 + 3{,}17x, 150 < x \leq 325 \\ 322{,}26 + 3{,}2x, 325 < x \leq 400 \\ 422 + 3{,}5x, 400 < x \end{cases}.$$

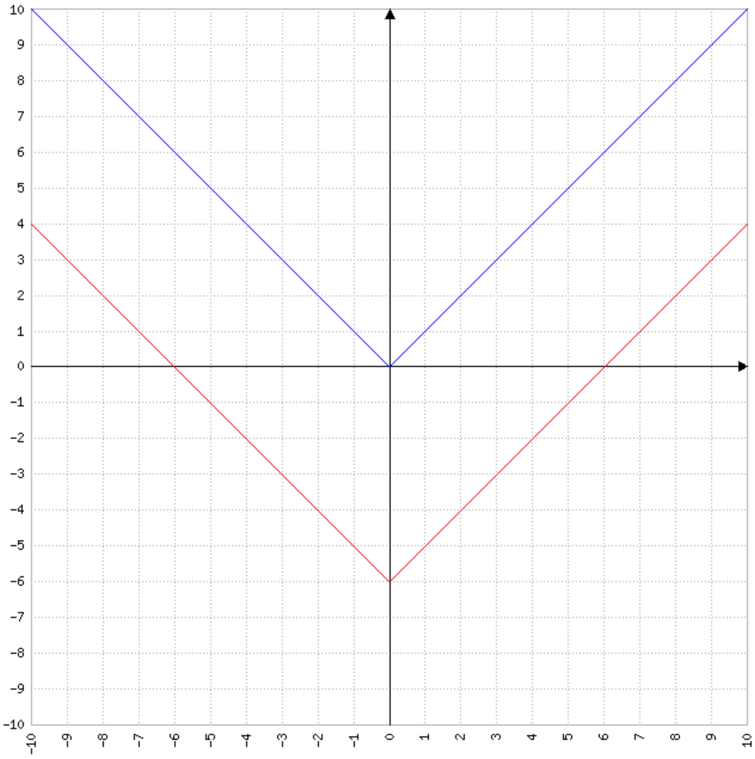
Ejercicio 14.

Realizar la gráfica de las siguientes funciones a partir de su función base, la función valor absoluto:

(a) $a(x) = |2x| + 1$.



(b) $b(x) = |x - 6|$.

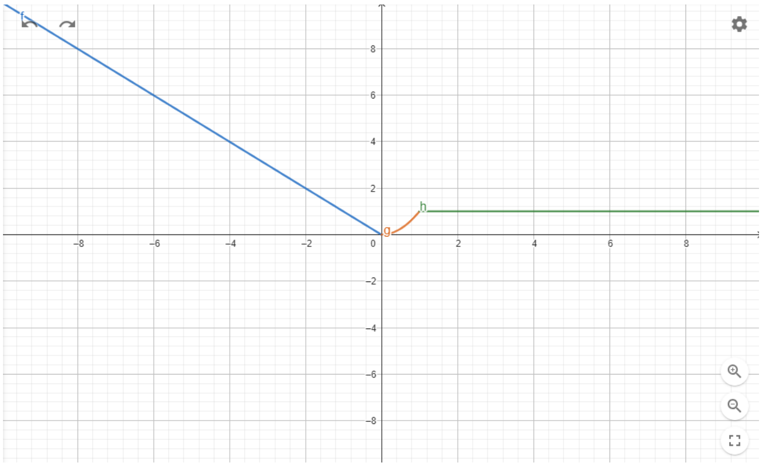

10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Ejercicio 15.

Hallar el dominio de las siguientes funciones a trozos y graficar:

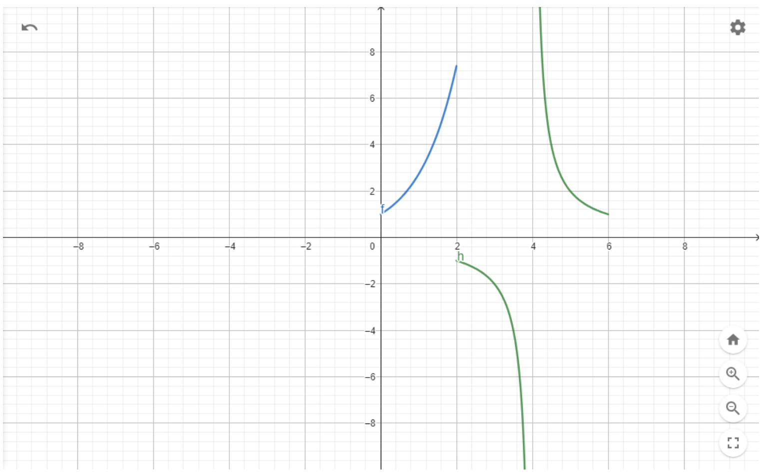
(a) $f(x)= \begin{cases} -x, si\ x \leq 0 \\ x^2, si\ 0 < x \leq 1. \\ 1, si\ x > 1 \end{cases}$

Dom_f= (-∞, 0] ∪ (0, 1] ∪ (1, +∞).
Dom_f= ℝ.



(b) $g(x)= \begin{cases} e^x, si\ 0 \leq x < 2 \\ 5, si\ x = 2 \\ \frac{2}{x-4}, si\ 2 < x < 6 \end{cases}.$

Dom_f= [0, 2) ∪ {2} ∪ (2, 6).
Dom_f= [0, 6).



Ejercicio 16.

Hallar el dominio para que las siguientes expresiones sean funciones:

(a) *a (x)= x + 1.*

Dom_a= $\mathbb{R}$.

(b) *b (x)=* x^2 *+ 1.*

Dom_b= $\mathbb{R}$.

(c) *c (x)=* $\frac{1}{x}$.

x= 0.

Dom_c= $\mathbb{R}$ - {0}.

(d) *d (x)=* $\frac{2}{x+3}$.

x + 3= 0
x= -3.

Dom_d= $\mathbb{R}$ - {-3}.

(e) *e (x)=* $\frac{3}{x^2-4}$.

x^2 - 4= 0
x^2= 4
$\sqrt{x^2}$= $\sqrt{4}$
$|x|$= 2
x= $\pm$2.

Dom_e= $\mathbb{R}$ - {-2, 2}.

(f) *f (x)=* $\frac{5}{x^2-4x+3}$.

x^2 - 4x + 3= 0.

$x_1, x_2= \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4*1*3}}{2*1}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm\sqrt{4}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm 2}{2}$
$x_1= \frac{4+2}{2}= \frac{6}{2}$= 3.
$x_2= \frac{4-2}{2}= \frac{2}{2}$= 1.

Dom_f= ℝ - {1, 3}.

(g) $g(x)= \frac{x-1}{x^2-4x+3}$.

x^2 - 4x + 3= 0.

$x_1, x_2= \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4*1*3}}{2*1}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm\sqrt{4}}{2}$
$x_1, x_2= \frac{4\pm 2}{2}$
$x_1= \frac{4+2}{2}= \frac{6}{2}$= 3.
$x_2= \frac{4-2}{2}= \frac{2}{2}$= 1.

Dom_f= ℝ - {1, 3}.

(h) $h(x)= |x+1|$.

Dom_h= ℝ.

(i) $i(x)= 2^x$.

Dom_i= ℝ.

(j) $j(x)= 2^{x-5}$.

$Dom_j = \mathbb{R}$.

(k) *k (x)= ln (x).*

x= 0.

Dom_k= (0, +∞).

(l) *l (x)= ln (x + 4).*

x + 4 $>$ 0
x $>$ -4.

Dom_l= (-4, +∞).

Juan Menduiña

Ejercicio 17.

Sean f (x)= x + 1 g (x)= $\sqrt{x-3}$, *h (x)=* $\frac{1}{x}$, *M (x)= sen (x), W (x)=* $\frac{1}{x^2-1}$. *A partir de estas funciones, determinar:*

(a) *Dominio de cada una de las funciones.*

Dom_f= ℝ.
Dom_g= [3, +∞).
Dom_h= ℝ - {0}.
Dom_M= ℝ.
Dom_W= ℝ - {-1, 1}.

(b) *Expresión y dominio de:*

(i) *g + W.*

g + W= $\sqrt{x-3} + \frac{1}{x^2-1}$
g + W= $\frac{(x^2-1)\sqrt{x-3}+1}{x^2-1}$.

Dom_{g+W}= $Dom_g \cap Dom_W$
Dom_{g+W}= [3, +∞) ∩ ℝ - {-1, 1}
Dom_{g+W}= [3, +∞).

(ii) *hM.*

hM= $\frac{1}{x}$ sen x
hM= $\frac{sen\ x}{x}$.

Dom_{hM}= $Dom_h \cap Dom_M$
Dom_{hM}= ℝ - {0} ∩ ℝ
Dom_{hM}= ℝ - {0}.

(iii) $\frac{g}{f}$.

$\frac{g}{f} = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}$.

$Dom_{\frac{g}{f}}$= Dom_g ∩ Dom_f - {x: f (x)= 0}
$Dom_{\frac{g}{f}}$= [3, +∞) ∩ ℝ - {-1}
$Dom_{\frac{g}{f}}$= [3, +∞).

(c) *Expresión y dominio de las siguientes funciones compuestas:*

(i) *f ∘ g.*

f ∘ g= f (g (x))
f ∘ g= $\sqrt{x-3}$ + 1.

$Dom_{f \circ g}$= {x ∈ Dom_g / g (x) ∈ Dom_f}
$Dom_{f \circ g}$= {x ∈ [3, +∞) / $\sqrt{x-3}$ ∈ ℝ}
$Dom_{f \circ g}$= [3, +∞).

(ii) *h ∘ f.*

h ∘ f= h (f (x))
h ∘ f= $\frac{1}{x+1}$.

$Dom_{h \circ f}$= {x ∈ Dom_f / f (x) ∈ Dom_h}
$Dom_{h \circ f}$= {x ∈ ℝ / (x + 1) ∈ ℝ - {0}}
$Dom_{h \circ f}$= ℝ - {-1}.

(iii) *M ∘ h.*

M ∘ h= M (h (x))
M ∘ h= sen ($\frac{1}{x}$).

$Dom_{M \circ h}$= {x ∈ Dom_h / h (x) ∈ Dom_M}
$Dom_{M \circ h}$= {x ∈ ℝ - {0} / $\frac{1}{x}$ ∈ ℝ}
$Dom_{M \circ h}$= ℝ - {0}.

(d) *Expresión de (h ∘ M ∘ f).*

h ∘ M ∘ f = h (M (f (x)))

$h \circ M \circ f = \frac{1}{sen\,(x+1)}$.

Ejercicio 18.

Identificar las funciones f y g de modo que las funciones dadas se puedan escribir como (f ∘ g).

(a) *sen* x^3.

f (x)= sen x.
g (x)= x^3.

(f ∘ g) (x)= sen x^3.

(b) $\sqrt{x^4+1}$.

f (x)= $\sqrt{x}$.
g (x)= x^4 + 1.

(f ∘ g) (x)= $\sqrt{x^4+1}$.

(c) $\frac{1}{x^2+1}$.

f (x)= $\frac{1}{x}$.
g (x)= x^2 + 1.

(f ∘ g) (x)= $\frac{1}{x^2+1}$.

Ejercicio 19.

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(x)= \begin{cases} 4-x^2, si\ x \leq 1 \\ x^2+2x, si\ x > 1 \end{cases}$.

Dom_f= (-∞, 1] ∪ (1, +∞)
Dom_f= ℝ.

(b) $g(x)= \begin{cases} \frac{1}{x}, si\ x < 0 \\ ln\ x, si\ x > 0 \end{cases}$.

Dom_g= (-∞, 0) ∪ (0, +∞)
Dom_g= ℝ - {0}.

Ejercicio 20.

Dadas f (x)= 2 - x y g (x)= $\begin{cases} -x, si\ -2 \leq x < 0 \\ x-1, si\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$*, hallar:*

(a) *f (g (0)) y g (f (0)).*

f (g (0))= f (-0)
f (g (0))= f (0)
f (g (0))= 2 - 0
f (g (0))= 2.

g (f (0))= g (2)
g (f (0))= 2 - 1
g (f (0))= 1.

(b) *f (f (2)) y g (g (-1)).*

f (f (2))= f (2 - 2)
f (f (2))= f (0)
f (f (2))= 2 - 0
f (f (2))= 2.

g (g (-1))= g (-(-1))
g (g (-1))= g (1)
g (g (-1))= 1 - 1
g (g (-1))= 0.

(c) *f (g (*$\frac{1}{2}$*)) y g (f (3)).*

f (g ($\frac{1}{2}$))= f ($\frac{1}{2}$ - 1)
f (g ($\frac{1}{2}$))= f ($\frac{-1}{2}$)
f (g ($\frac{1}{2}$))= 2 - ($\frac{-1}{2}$)
f (g ($\frac{1}{2}$))= 2 + $\frac{1}{2}$
f (g ($\frac{1}{2}$))= $\frac{5}{2}$.

g (f (3))= g (2 - 3)
g (f (3))= g (-1)
g (f (3))= -(-1)
g (f (3))= 1.