



Proyecto Final

Lógica para ciencias de la computación

Salome Viana y Juanita Gómez

10 de abril de 2019

1. Planteamiento del Problema



Teorema de los 4 colores

Dado cualquier mapa geográfico con regiones continuas, este puede ser coloreado con cuatro colores diferentes, de forma que no queden regiones adyacentes con el mismo color.

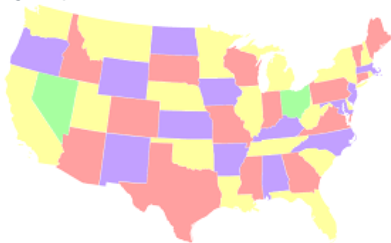


- ▶ Dos regiones son adyacentes si comparten un segmento de frontera en común, no una esquina donde se encuentran 3 o más regiones.
- ▶ Todas las regiones del mapa son conexas y contiguas, es decir no pueden estar divididas en 2 o más regiones.

Formulación del problema

Dado un mapa determinado, se quiere encontrar una coloración del mismo, de tal manera que no haya regiones continuas con el mismo color, usando únicamente 4 colores.

Ejemplo:

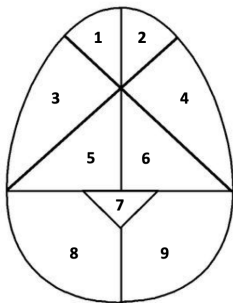


- En la figura, se puede observar cómo el mapa de Estados Unidos está coloreado con 4 colores distintos de tal manera que se cumplen las condiciones del problema.

2. Representación en Logica proposicional



Considere el siguiente mapa con 9 regiones.



- En este mapa vamos a identificar las zonas con los numeros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 como se muestra en la figura.

Vamos a utilizar los colores **mo-**
rado, **naranja**, **azul** y **rojo**



Para este problema, las letras proposicionales van a representar las posibles coloraciones de cada una de las regiones del mapa. Por ejemplo, las primeras 12 letras proposicionales serían de la siguiente manera:

- ▶ **a:** 1 esta coloreada de **morado**.
- ▶ **b:** 1 esta coloreada de **naranja**.
- ▶ **c:** 1 esta coloreada de **azul**.
- ▶ **d:** 1 esta coloreada de **rojo**.
- ▶ **e:** 2 esta coloreada de **morado**.
- ▶ **f:** 2 esta coloreada de **naranja**.
- ▶ **g:** 2 esta coloreada de **azul**.
- ▶ **h:** 2 esta coloreada de **rojo**.
- ▶ **i:** 3 esta coloreada de **morado**.
- ▶ **j:** 3 esta coloreada de **naranja**.
- ▶ **k:** 3 esta coloreada de **azul**.
- ▶ **l:** 3 esta coloreada de **rojo**.



De acuerdo con el planteamiento del problema podemos enunciar las siguientes reglas.

Regla 1

Todas las regiones deben estar coloreadas de un único color.

Ejemplo:

$$(a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge \neg d) \vee (b \wedge \neg a \wedge \neg c \wedge \neg d) \vee (c \wedge \neg a \wedge \neg b \wedge \neg d) \vee (d \wedge \neg a \wedge \neg b \wedge \neg c)$$



Regla 2

Dos regiones adyacentes no pueden estar coloreadas del mismo color.

Ejemplo:

- ▶ $a \rightarrow (-e \wedge -i)$
- ▶ $b \rightarrow (-f \wedge -j)$
- ▶ $c \rightarrow (-g \wedge -k)$
- ▶ $d \rightarrow (-h \wedge -l)$