



Proyecto Final

Lógica para ciencias de la computación

Salome Viana y Juanita Gómez

24 de abril de 2019

1. Planteamiento del Problema



Teorema de los 4 colores

Dado cualquier mapa geográfico con regiones continuas, este puede ser coloreado con cuatro colores diferentes, de forma que no queden regiones adyacentes con el mismo color.



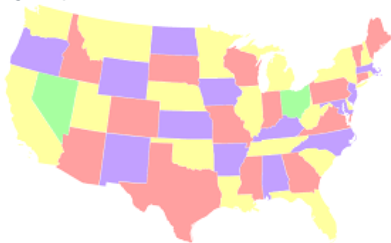
- ▶ Dos regiones son adyacentes si comparten un segmento de frontera en común, no una esquina donde se encuentran 3 o más regiones.
- ▶ Todas las regiones del mapa son conexas y contiguas, es decir no pueden estar divididas en 2 o más regiones.



Formulación del problema

Dado un mapa determinado, se quiere encontrar una coloración del mismo, de tal manera que no haya regiones continuas con el mismo color, usando únicamente 4 colores.

Ejemplo:



- En la figura, se puede observar cómo el mapa de Estados Unidos está coloreado con 4 colores distintos de tal manera que se cumplen las condiciones del problema.

2. Representación en Logica proposicional



Considere el siguiente mapa con 9 regiones.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

- En este mapa vamos a identificar las zonas con los números A, B, C, D, E, F, G, H y I como se muestra en la figura.

Vamos a utilizar los colores **morado**, **naranja**, **azul** y **verde**



Para este problema, las letras proposicionales van a representar las posibles coloraciones de cada una de las regiones del mapa. Por ejemplo, las 36 letras proposicionales correspondientes a este mapa serían de la siguiente manera:

- ▶ 1: A esta coloreada de morado.
- ▶ 2: A esta coloreada de naranja.
- ▶ 3: A esta coloreada de azul.
- ▶ 4: A esta coloreada de verde.
- ▶ 5: B esta coloreada de morado.
- ▶ 6: B esta coloreada de naranja.
- ▶ 7: B esta coloreada de azul.
- ▶ 8: B esta coloreada de verde.
- ▶ 9: C esta coloreada de morado.
- ▶ 10: C esta coloreada de naranja.
- ▶ 11: C esta coloreada de azul.
- ▶ 12: C esta coloreada de verde.



- ▶ 13: D esta coloreada de morado. ▶ 19: E esta coloreada de azul.
- ▶ 14: D esta coloreada de naranja. ▶ 20: E esta coloreada de verde.
- ▶ 15: D esta coloreada de azul. ▶ 21: F esta coloreada de morado.
- ▶ 16: D esta coloreada de verde. ▶ 22: F esta coloreada de naranja.
- ▶ 17: E esta coloreada de morado. ▶ 23: F esta coloreada de azul.
- ▶ 18: E esta coloreada de naranja. ▶ 24: F esta coloreada de verde.



- ▶ 25: G esta coloreada de morado. ▶ 31: H esta coloreada de azul.
- ▶ 26: G esta coloreada de naranja. ▶ 32: H esta coloreada de verde.
- ▶ 27: G esta coloreada de azul. ▶ 33: I esta coloreada de morado.
- ▶ 28: G esta coloreada de verde. ▶ 34: I esta coloreada de naranja.
- ▶ 29: H esta coloreada de morado. ▶ 35: I esta coloreada de azul.
- ▶ 30: H esta coloreada de naranja. ▶ 36: I esta coloreada de verde.



De acuerdo con el planteamiento del problema podemos enunciar las siguientes reglas.

Regla 1

Todas las regiones deben estar coloreadas de un único color.

Ejemplo:

$$(1 \wedge -2 \wedge -3 \wedge -4) \vee (2 \wedge -1 \wedge -3 \wedge -4) \vee (3 \wedge -1 \wedge -2 \wedge -4) \vee (4 \wedge -1 \wedge -2 \wedge -3)$$



Regla 2

Dos regiones adyacentes no pueden estar coloreadas del mismo color.

Ejemplo:

- ▶ $1 \rightarrow (-5 \wedge -13)$
- ▶ $2 \rightarrow (-6 \wedge -14)$
- ▶ $3 \rightarrow (-7 \wedge -15)$
- ▶ $4 \rightarrow (-8 \wedge -16)$



Considere por ejemplo la siguiente interpretación:

```
f = ['-1', '2', '-3', '-4', '5', '-6', '-7', '-8', '-9', '-10', '-11', '12', '-13', '-14', '15',  
'-16', '-17', '-18', '-19', '20', '-21', '22', '-23', '-24', '25', '-26', '-27', '-28',  
'-29', '30', '-31', '-32', '-33', '-34', '35', '-36']
```

Note que en esta interpretación, los primeros 8 literales significan que la casilla A esta coloreada de naranja (y no de morado, ni azul, ni verde) y que la casilla B esta coloreada de morado (y no de naranja, azul ni verde).

Así, los 36 literales dan la siguiente coloración, la cual se obtuvo con el código de Python adjunto:

A	B	C
D	E	F
G	H	I