

Algoritmo DPLL

Sesión 14

Edgar Andrade, PhD

Abril de 2019

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación



En esta sesión estudiaremos:

1. Algoritmo DPLL.

1 Algoritmo DPLL

Algoritmo DPLL (1/8) —SUBROUTINA unitPropagate—

Subrutina de unitPropagate:

Input: - S , conjunto de cláusulas,
 - I , interpretación parcial

Output: - S , conjunto de cláusulas,
 - I , interpretación parcial

Algoritmo DPLL (1/8) —SUBROUTINA unitPropagate—

Subrutina de unitPropagate:

Input: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial

Output: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial

1. Mientras S no tenga la cláusula vacía, pero tenga una cláusula unitaria ℓ :
 - a) Eliminar cláusulas que tengan a ℓ ,
 - b) Eliminar ℓ^c de las cláusulas restantes,
 - c) Si ℓ es p , hacer $I[p] = 1$,
 - d) Si ℓ es \bar{p} , hacer $I[p] = 0$,
2. Retornar S e I

Algoritmo DPLL (2/8) —Ejemplo unitPropagate

$\text{unitPropagate}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs, u\bar{s}r, rt, pst, \bar{r}u\}, \{\})$

Algoritmo DPLL (2/8) —Ejemplo unitPropagate

$$\begin{aligned} \text{unitPropagate}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs, u\bar{s}r, rt, p\bar{s}\bar{t}, \bar{r}u\}, \{\}) \\ = (\{rs, u\bar{s}r, rt, \bar{r}u\}, \{p:1, q:1\}) \end{aligned}$$

Algoritmo DPLL (3/8)

Rutina recursiva $DPLL(S, I)$

Input: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial.

Output: - Satisfacible/Insatisfacible,
- I , interpretación parcial.

Algoritmo DPLL (3/8)

Rutina recursiva $DPLL(S, I)$

Input: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial.

Output: - Satisfacible/Insatisfacible,
- I , interpretación parcial.

1. $(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(S, I)$

Algoritmo DPLL (3/8)

Rutina recursiva DPLL(S , I)

Input: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial.

Output: - Satisfacible/Insatisfacible,
- I , interpretación parcial.

1. $(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(S, I)$
2. Si S contiene la cláusula vacía, retornar “Insatisfacible” y $\{\}$

Algoritmo DPLL (3/8)

Rutina recursiva DPLL(S , I)

Input: - S , conjunto de cláusulas,
- I , interpretación parcial.

Output: - Satisfacible/Insatisfacible,
- I , interpretación parcial.

1. $(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(S, I)$
2. Si S contiene la cláusula vacía, retornar “Insatisfacible” y $\{\}$
3. Si S es vacío, retornar “Satisfacible” e I

Algoritmo DPLL (4/8) —Ejemplo

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q\bar{r}, q\}, \{\}) =$$

Algoritmo DPLL (4/8) —Ejemplo

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q\bar{r}, q\}, \{\}) =$$

$$(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(\{p, \bar{p}q\bar{r}, q\}, \{\})$$

Algoritmo DPLL (4/8) —Ejemplo

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q\bar{r}, q\}, \{\}) =$$

$$(S, I) \leftarrow (\{\}, \{p:1, q:1\})$$

Algoritmo DPLL (4/8) —Ejemplo

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q\bar{r}, q\}, \{\}) = (\text{"Satisfacible"}, \{p:1, q:1\})$$

Algoritmo DPLL (5/8)

Rutina recursiva $\text{DPLL}(S, I)$ (Continuación)

4. Sea ℓ un literal en S no asignado en I .

Algoritmo DPLL (5/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (Continuación)

4. Sea ℓ un literal en S no asignado en I .
5. Defina S' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ y eliminando ℓ^c de las cláusulas restantes.

Algoritmo DPLL (5/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (Continuación)

4. Sea ℓ un literal en S no asignado en I .
5. Defina S' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ y eliminando ℓ^c de las cláusulas restantes.
6. Defina I' como I aumentado con $V_{I'}(\ell) = 1$
(es decir, $I'(p) = 1$ si $\ell = p$, o $I'(p) = 0$ si $\ell = \bar{p}$).

Algoritmo DPLL (5/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (Continuación)

4. Sea ℓ un literal en S no asignado en I .
5. Defina S' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ y eliminando ℓ^c de las cláusulas restantes.
6. Defina I' como I aumentado con $V_{I'}(\ell) = 1$
(es decir, $I'(p) = 1$ si $\ell = p$, o $I'(p) = 0$ si $\ell = \bar{p}$).
7. Si DPLL(S', I') retorna “Satisfacible” e I'' , retornar “Satisfacible” e I'' .

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$(S, I) \leftarrow (\{rs\}, \{p:1, q:1\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$(S, I) \leftarrow (\{rs\}, \{p:1, q:1\})$$

r es un literal no asignado en I .

Se elimina rs de S

y se aumenta I con $I(r) = 1$.

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$S' = \{\} \quad I' = \{p:1, q:1, r:1\}$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$\text{DPLL}(\{\}, \{p:1, q:1, r:1\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$\text{unitPropagate}(\{\}, \{p:1, q:1, r:1\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$(\{\}, \{p:1, q:1, r:1\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) =$$

$$(\text{"Satisfacible"}, \{p:1, q:1, r:1\})$$

Algoritmo DPLL (6/8) —Ejemplo—

Ejemplo hasta este punto:

$$\text{DPLL}(\{p, \bar{p}q, \bar{q}rs\}, \{\}) = (\text{"Satisfacible"}, \{p:1, q:1, r:1\})$$

Algoritmo DPLL (7/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (continuación)

8. Si no,

Algoritmo DPLL (7/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (continuación)

8. Si no,
9. Defina S'' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ^c y eliminando ℓ de las cláusulas restantes.

Algoritmo DPLL (7/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (continuación)

8. Si no,
9. Defina S'' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ^c y eliminando ℓ de las cláusulas restantes.
10. Defina I'' como I aumentado con $V_{I''}(\ell^c) = 1$
(es decir, $I''(p) = 0$ si $\ell = p$, o $I''(p) = 1$ si $\ell = \bar{p}$).

Algoritmo DPLL (7/8)

Rutina recursiva DPLL(S, I) (continuación)

8. Si no,
9. Defina S'' como el conjunto S eliminando las cláusulas que contienen a ℓ^c y eliminando ℓ de las cláusulas restantes.
10. Defina I'' como I aumentado con $V_{I''}(\ell^c) = 1$
(es decir, $I''(p) = 0$ si $\ell = p$, o $I''(p) = 1$ si $\ell = \bar{p}$).
11. Retornar DPLL(S'', I'')

$$\text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\})$$

Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

$\text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\})$

$(S, I) \leftarrow \text{unitPropagate}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\})$

Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

$$\text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\})$$

$$(S, I) \leftarrow (\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\})$$

Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ S' = \quad I' = \{p:1\} \end{array}$$

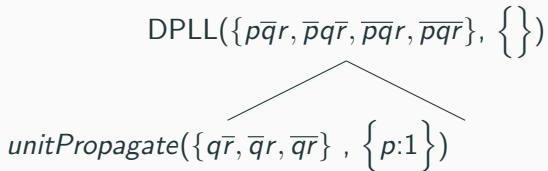
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \bar{p}\bar{q}r, pqr\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ S' = \quad I' = \{p:1\} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \bar{p}\bar{q}r, p\bar{q}\bar{r}\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ S' = \{q\bar{r}, \bar{q}r, \bar{q}\bar{r}\} , I' = \{p:1\} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \bar{p}\bar{q}r, pqr\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{DPLL}(\{q\bar{r}, \bar{q}r, \bar{q}\bar{r}\}, \{p:1\}) \end{array}$$

Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—



$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ (\{q\bar{r}, \bar{q}r, \overline{qr}\}, \{p:1\}) \end{array}$$

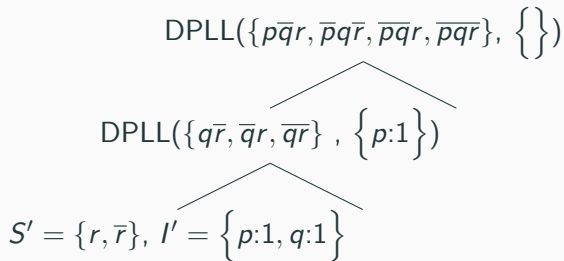
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

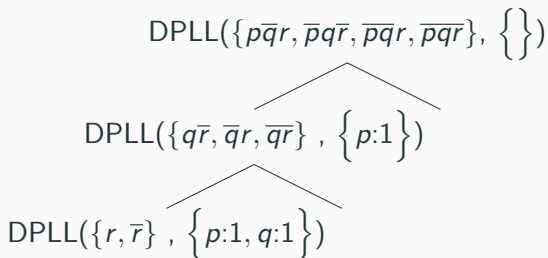
$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \bar{p}\bar{q}r, pqr\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{DPLL}(\{q\bar{r}, \bar{q}r, \bar{q}\bar{r}\}, \{p:1\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ S' = \quad , I' = \{p:1, q:1\} \end{array}$$

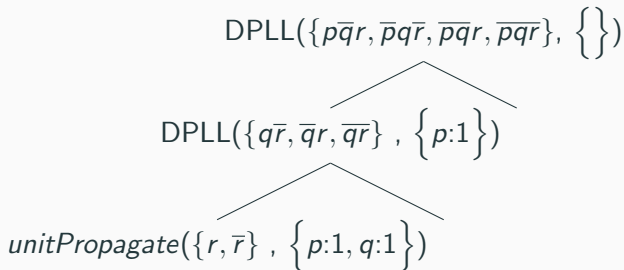
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

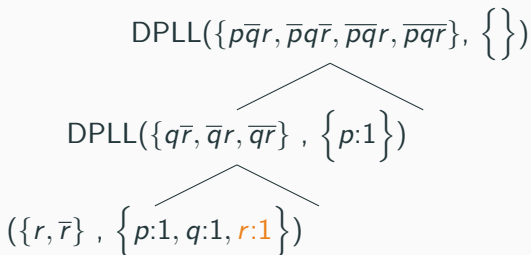
$$\begin{array}{c} \text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \bar{p}\bar{q}r, p\bar{q}\bar{r}\}, \{\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{DPLL}(\{\textcolor{brown}{q}\bar{r}, \bar{q}r, \bar{q}\bar{r}\}, \{p:1\}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ S' = \quad , I' = \{p:1, \textcolor{brown}{q}:1\} \end{array}$$

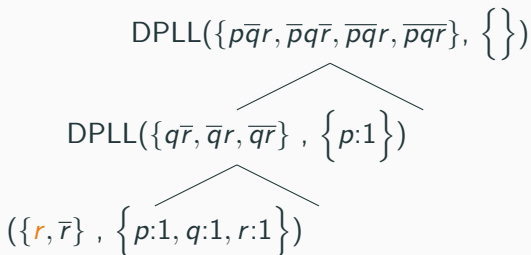
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

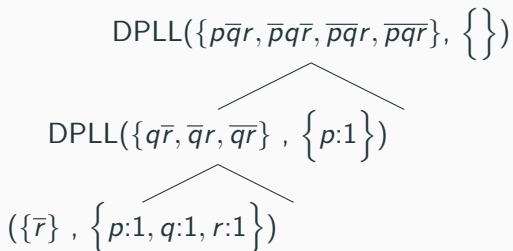


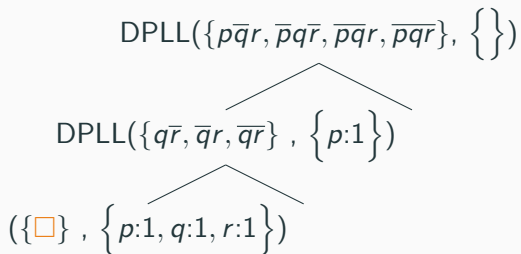


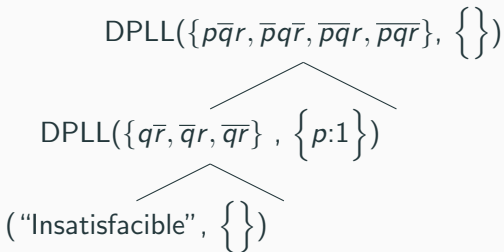




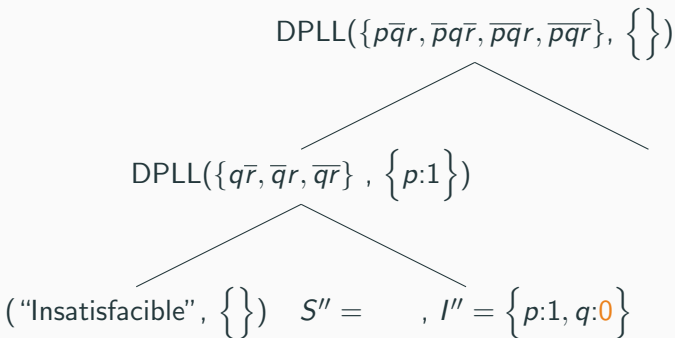




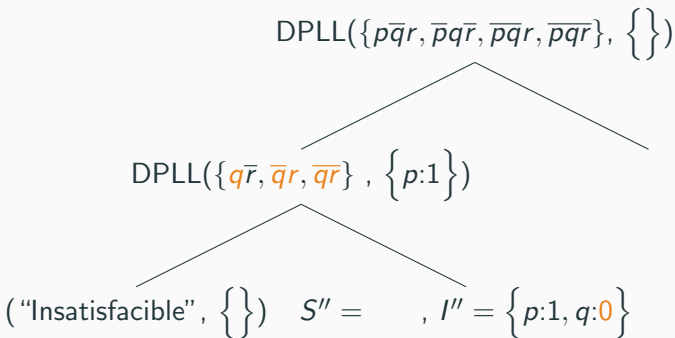


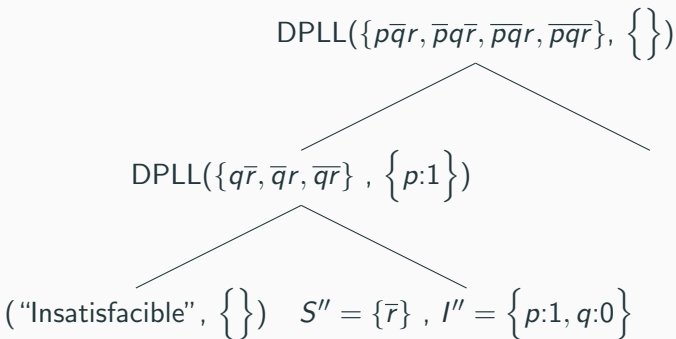


Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

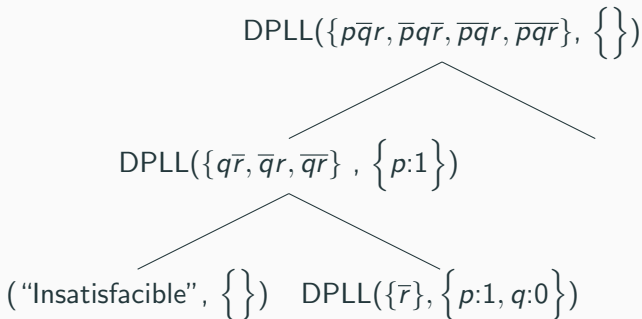


Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—

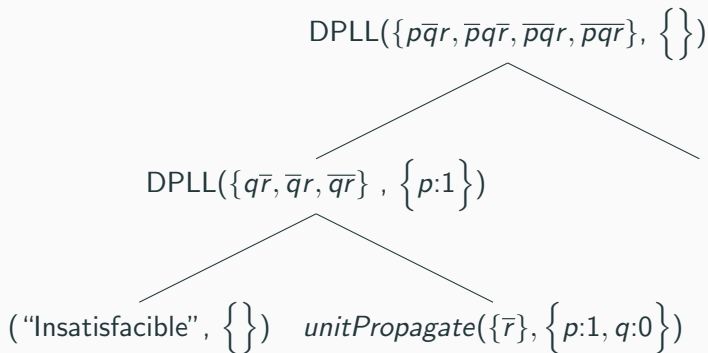




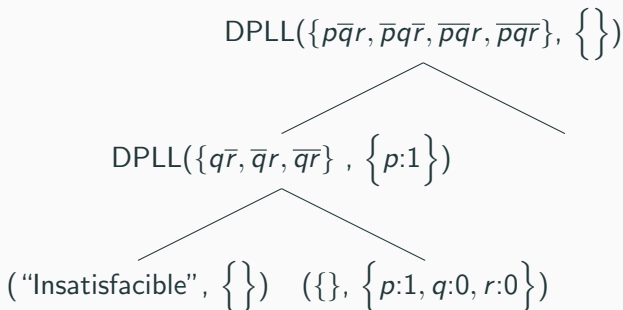
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—



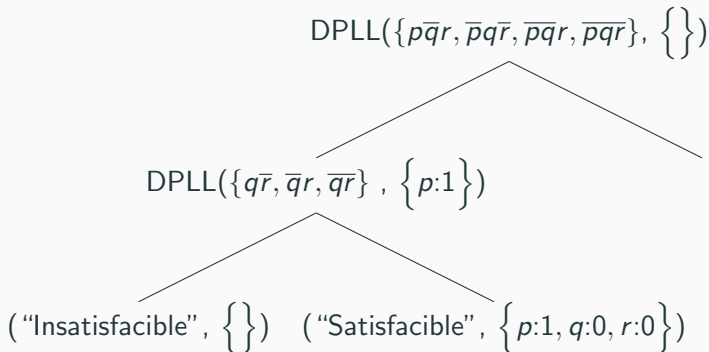
Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—



Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—



Algoritmo DPLL (8/8) —Ejemplo—



$$\text{DPLL}(\{p\bar{q}r, \bar{p}q\bar{r}, \overline{pqr}, \overline{pqr}\}, \{\}) = (\text{"Satisfacible"}, \{p:1, q:0, r:0\})$$

En esta sesión usted ha aprendido a:

1. Verificar si una formula es satisfacible mediante el algoritmo DPLL.