

Búsqueda de un tiempo mínimo de ebullición para agua azucarada al controlar la cantidad de azúcar presente en el agua y la temperatura a la que se calienta, un acercamiento al ahorro de recursos en el proceso de refinamiento de azúcar mediante la técnica de Superficies de respuesta

Fernando Alvarado Prado | Jazmin Ceciliano Vargas | Juan Jose Jaikel

fernando.alvaradoprado@ucr.ac.cr | cecilianojaz@gmail.com | juan.jaikel@ucr.ac.cr

Resumen

La industria del ingenio azucarero dentro sus actividades se encarga del proceso de refinar el azúcar a partir del jugo de caña de azúcar. Este proceso requiere calentar el jugo de caña dentro de calderas industriales, hasta que el líquido llegue a su punto de ebullición para tomar el vapor que se produce y condensarlo en una caldera diferente donde luego se repite el proceso de calentar el líquido hasta su ebullición. Luego del paso de caldera a caldera la concentración de azúcar en el líquido va aumentado, por lo que la temperatura para lograr la ebullición debe ser mayor. Este ciclo se repite hasta que se logra aislar el azúcar del jugo de caña. Según el Ingeniero Químico Giancarlo Jimenez si se logra optimizar este proceso encontrando tiempos mínimos de ebullición del jugo de caña en cada etapa del refinamiento, utilizando temperaturas menores a las actuales se pueden generar beneficios en tiempos de producción y ahorro de recursos, debido a que usualmente estas calderas son calentadas mediante la combustión de algún combustible fósil.

Dado que se buscan puntos mínimos para el tiempo de ebullición del jugo de caña en las diferentes etapas del proceso de refinamiento de azúcar, se tiene que estos puntos se ven asociados a dos variables la temperatura que recibe la caldera y el nivel de concentración de azúcar en cada etapa. El método de superficie de respuesta es una opción para encontrar estos mínimos, pero ante la imposibilidad de acceder al equipo industrial necesario se opta por realizar un proceso de experimentación casero que según Jiménez puede dar luces en cómo abarcar luego la experimentación en la industria.

Se encuentra en la presente investigación que para el rango de experimentación sugerido por el experto, se da una relación curva entre el tiempo promedio de ebullición de agua azucarada, la temperatura y la cantidad de azúcar en el agua. La presencia de esta relación permite encontrar un punto mínimo para el tiempo promedio de ebullición que con un 95% de confianza se encuentra entre 260 y 273 segundos al tener un total de 10 gramos de azúcar en el agua y calentar la mezcla con 289 grados centígrados.

PALABRAS CLAVE: Ebullición, Ingenio Azucarero, Superficies de respuestas

Introducción

La ebullición es el proceso fisicoquímico más esencial a nivel industrial, este proceso es básico para determinar los estados de la materia y se encuentra presente en la vida diaria, muchos de los productos que se necesitan no están en el estado que se requiere lo que hace este proceso indispensable para la industria. Durante la ebullición, a medida que aumenta la concentración de la solución, propiedades como la densidad y la viscosidad aumenta con el contenido de sólidos, hasta que la solución se transforma en saturada o resulta inadecuada para una correcta transferencia de calor (García, Peña & López, 2009).

Uno de los procesos son los tratamientos de jugos azucarados, de aquí se obtienen productos como la azúcar, la panela y la miel hidrolizada, la temperatura es un factor que juega un papel importante para el control del proceso y donde se refleja en la calidad del producto final. A nivel industrial lo que se desea es un rendimiento óptimo de la producción en los procesos, para obtener un rendimiento del producto final, al controlar las variables en los procesos se logra este óptimo y es determinante en la calidad del producto, de esta forma el óptimo logra una mayor producción con los mejores costos.

Según la opinión del experto el Ingeniero Químico Giancarlo Jimenez y literatura consultada la relación entre la temperatura y concentración en soluciones azucaradas, ha sido para la industria azucarera la vía de control válida. A medida que se incrementa la concentración de la solución (°Brix), el punto de ebullición también aumenta, es decir, depende de la concentración de la solución, de la pureza de la solución y de la presión. (Quezada, Gallardo & Quezada ,2015)

El Jugo de caña de azúcar (JCA) es sometido a tres etapas con suministro energético: clarificación, evaporación y concentración. Durante estas tres etapas se va retirando agua al JCA hasta llevarlo a la concentración adecuada para solidificarlo (Mendieta & Escalante, 2013), el JCA tiene una relación directa con la temperatura de ebullición dado su concentración, donde las etapas críticas de este proceso son la evaporación y la concentración, ya que estas pueden afectar el producto final.

Estudios in situ, hacen referencia a la evolución de la temperatura de todo el proceso del jugo de caña o sólidos solubles en función del tiempo en segundos. Estos criterios merecen ser valorados con precisión, acerca de las relaciones temperatura-tiempo y concentración-tiempo (Quezada, Gallardo & Quezada ,2015)

Esta información logra crear un análisis de viabilidad para determinar eficacia del proceso, los valores que se encuentran en la literatura para las temperaturas de punteo en la producción de miel, panela y azúcar natural son contradictorios.

Metodología

Con el fin de buscar posibles puntos estacionarios para el tiempo promedio de la ebullición del agua con azúcar (variable respuesta) asociados a las variables temperatura y

cantidad de azúcar (variables explicativas) se planea utilizar un diseño factorial de puntos centrales.

$$\mu_{Y|Azuc,Temp} = \beta_0 + \beta_1 Azuc + \beta_2 Temp + \delta_1 AzucTemp$$

donde el azúcar consta de tres medidas en gramos, de igual forma la temperatura consta de tres medidas pero en grados centígrados. Ambas son variables continuas. Además, de la interacción planteada entre el azúcar y la temperatura.

Para obtener los datos necesarios para el modelo propuesto, se toma una pequeña cocina de gas portátil, la cual, con gas butano produce una llama a distintas intensidades en las cuales se controlan las temperaturas a 150°C, 250°C y 350°C. La temperatura 250°C se toma como la temperatura central. Se utiliza una olla de aluminio con capacidad de un litro, la cual para todas las mediciones, se utiliza con ½ de litro de agua llevando a que la cantidad de agua sea constante en todas las mediciones. Una vez vertido el ½ de litro de agua en la olla de aluminio se agregan diferentes cantidades de gramos de azúcar, en específico 9g, 18g y 27g, siendo 18g la cantidad considerada como central. Luego, se mezcla el agua y el azúcar antes de poner la olla en contacto con la llama generada por la cocina de gas portátil. Al momento que la olla entra en contacto con la llama se procede a cronometrar el tiempo que pasa hasta que el agua comienza a hervir. Este tiempo transcurrido es la respuesta asociada a cada combinación de las variables explicativas.

El diseño propuesto para ajustar el modelo de primer orden consta de 3 puntos centrales y 4 factoriales resumidos en la tabla 1.

Tipo de punto	Temperatura(°C)	Azúcar(g)	Tiempo de ebullición (segundos)
Central	250°C	18g	270
Central	250°C	18g	273.6
Central	250°C	18g	274.8
Factorial 1	350°C	9g	270.6
Factorial 2	350°C	27g	313.8
Factorial 3	150°C	9g	300
Factorial 4	150°C	27g	317.4

Tabla 1. Combinaciones de temperaturas y gramos de azúcar en los puntos centrales y factoriales asociados al tiempo de ebullición..

Con los datos presentes en Tabla 1 se ajusta la recta de regresión:

$$\hat{y} = 342.225 - 0.875Azuc - 0.280Temp + 0.007AzucTemp$$

en el software R Studio (RStudio Team 2015) , esta recta viene de el modelo de primer orden. Al realizar el análisis correspondiente se rechaza la interacción entre las variables explicativas y se encuentra falta de ajuste con una significancia de 0.05, lo que indica que se está en una zona en donde hay curvatura debido a que el modelo de primer orden no se ajusta bien, por lo que se procede a recolectar los puntos axiales.

Estos puntos axiales se obtienen al aumentar y disminuir cada variable predictora a partir de su respectivo centro. El aumento y disminución debe darse de tal forma que los puntos axiales sean mayores o menores que los puntos factoriales ya obtenidos, para esto se multiplica la diferencia entre el centro y los límites de las variables predictoras por una cantidad α . De esta forma el cambio en la temperatura está dado por $250^{\circ}\text{C} \pm \alpha * 100$, mientras que el cambio en el azúcar está definido en $18\text{g} \pm \alpha * 9$. Donde $\alpha = 2^{k^{1/4}}$ para las 2 variables, k representa el número de variables predictoras, que en este caso son 2 (la temperatura y los gramos de azúcar) por lo tanto $\alpha = \sqrt{2}$.

Tipo de punto	Temperatura(°C)	Azúcar(g)	Tiempo de ebullición (segundos)
Axial 1	250°C	31g	301.8
Axial 2	250°C	5g	274.8
Axial 3	391°C	18g	306.6
Axial 4	108°C	18g	333

Tabla2. Combinaciones de temperaturas y gramos de azúcar en los puntos axiales asociados al tiempo de ebullición.

Al tener los puntos axiales, se procede a completar el diseño para llegar a un diseño central compuesto. Se ajusta el siguiente modelo de segundo orden para buscar el punto estacionario.

Este modelo de segundo orden es:

$$\mu_{Y|X_i, X_j} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} X_i X_j$$

al modelo mostrado se le ajusta la siguiente ecuación de regresión:

$$\hat{y}_{Azuc1, Temp1} = 485.881 - 3.786Azuc1 - 1.381Temp1 + 0.007Azuc1Temp1 + 0.083Azuc1^2 + 0.002temp1^2$$

Donde $Temp1$ y $Azuc1$ representan las variables explicativas cantidad de azúcar y temperatura. Mientras que $\hat{y}_{Azuc1, Temp1}$ representa la estimación de la media condicional del tiempo de ebullición del agua con azucar.

Para este modelo se prueban los supuestos de normalidad y homocedasticidad, obteniendo que ningún supuesto se puede rechazar con una significancia de 0.05.

Resultados

Se encuentra que dentro del modelo central compuesto que se puede rechazar, con una significancia de 0.05, la hipótesis de que los coeficientes de regresión asociados a las variables Temperatura y cantidad de Azúcar son 0. De igual manera la interacción entre ellos así como sus términos cuadráticos resultan significativos. El hecho de que los términos cuadráticos de las variables predictoras resulten significativos reafirma que se está en una zona de experimentación en donde la relación entre las variables explicativas y el tiempo promedio de ebullición es curva. Además, el R^2 asociado al modelo es 0.98, lo cual es más que aceptable, ya que indica que el modelo de segundo orden logra explicar el 98% de la variabilidad del tiempo promedio de ebullición. Esto habla muy bien del ajuste del modelo y permite pensar que el nivel de error es muy bajo.

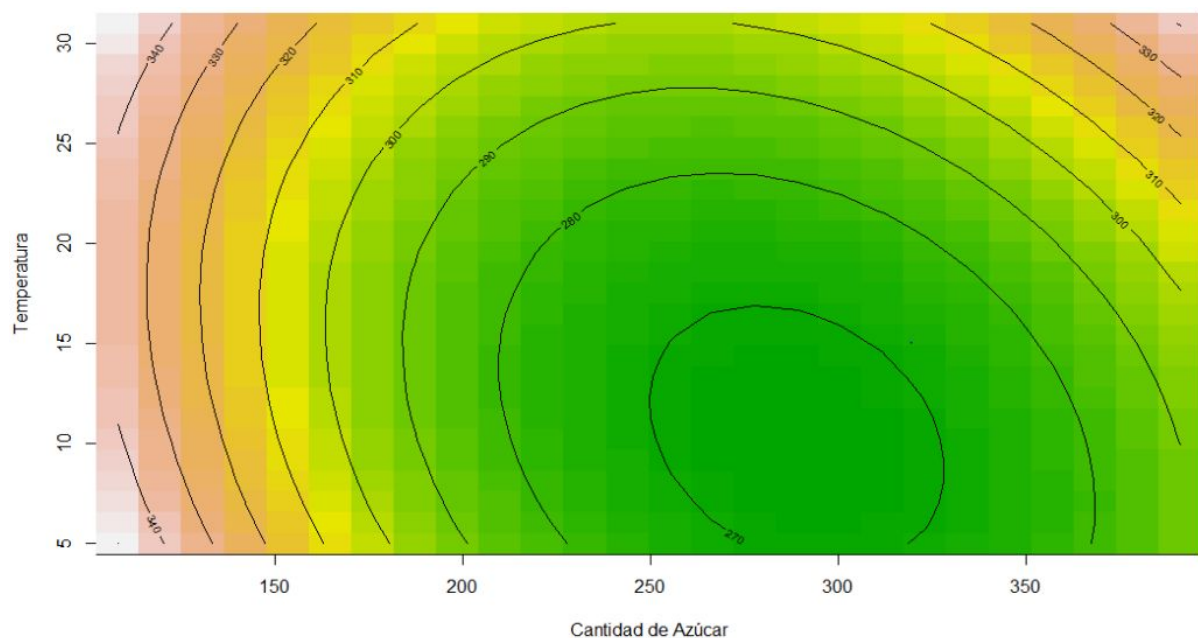


Figura 1. Relación entre las variables explicativas y el tiempo promedio de ebullición del agua con azúcar.

En la Figura 1 se representa la relación entre las variables explicativas y el tiempo promedio de ebullición. En donde el color verde representa las zonas en donde, para ciertas combinaciones de Temperatura y cantidad de Azúcar, se obtienen los menores tiempos promedios de ebullición.

Tal y como se evidencia en Figura 1 y con base en el modelo de segundo orden se encuentra que existe un punto estacionario para el tiempo de ebullición dentro del rango de investigación de las variables temperatura y cantidad de azúcar. Dado que los valores propios asociados al modelo son ambos positivos este punto estacionario es un mínimo, lo cual va de la mano con lo observado en la Figura 1.

Se obtiene que los valores de Temperatura y cantidad de Azúcar en donde se minimiza el tiempo promedio de ebullición, son respectivamente, 289 grados centígrados y 10 gramos de azúcar. Obteniendo una estimación puntual de aproximadamente 267 segundo de tiempo de ebullición. Al construir un intervalo de confianza para esta estimación se obtiene que con 95% de confianza, el tiempo de ebullición promedio se encuentre entre 260 y 273 segundos al fijar la temperatura en 289°C y la cantidad de azúcar en 10g.

Conclusiones

Dentro de la presente investigación se verifica que, dentro del rango de investigación que corresponde a temperaturas entre 100°C y 400°C y cantidades de azúcar entre 5 y 35 gramos, existe una relación curva entre la variable respuesta tiempo promedio de ebullición del agua con azúcar y las variables explicativas (temperatura y cantidad de azúcar). Está relación va de acuerdo a lo señalado por el Ingeniero Químico Giancarlo Jimenez y permite encontrar un mínimo para el tiempo promedio de ebullición del agua con azúcar de 267 ± 7 segundos para una temperatura de 289°C y 10g de azúcar.

La existencia de este mínimo en el rango de investigación resulta de interés para el experto en Química debido a que según su criterio para lograr este tiempo de ebullición del agua, dada la cantidad de azúcar, debería ser necesaria una mayor temperatura. Pero el tener el respaldo de un modelo estadístico que complementa su expertis le permitiría experimentar más con el fin de reducir la cantidad de temperatura necesaria en ciertos momentos del proceso para refinar el azúcar.

La evaporación y la concentración son etapas críticas que suceden en un ingenio azucarero y determinar la temperatura de punteo para la azúcar natural, según la ubicación de la planta, resulta importante para la obtención de productos finales homogéneos.

Según el experto si se logra realizar un análisis similar al desarrollado en esta investigación pero contando con las máquinas presentes en una línea industrial destinada a refinar azúcar y tomando en cuenta variables como la ubicación de la planta, la especie de flora con la que se está trabajando, se podrían encontrar mínimos en el tiempo de ebullición del jugo de caña con menores temperaturas lo que permitiría producir más azúcar en menos tiempo y con menos temperatura, ya que la temperatura también depende de la altitud sobre el nivel del mar. Esta reducción en la temperatura permitiría ahorrar recursos.

Bibliografía

Avalo, B., & Varela, A. (2008). Modelación y simulación de un evaporador de triple efecto para la concentración de jugos naturales. Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia, 31(2), 151-158. Recuperado en 10 de octubre de

2019, de
http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0254-07702008000200006&lng=es&tlng=es.

García, H. R., Peña, A. C. y López, R. A. "Desarrollo de un sistema de evaporación y concentración de jugos de múltiple efecto para mejorar la eficiencia térmica y la productividad y disminuir el impacto ambiental en la producción de panela: tercer Informe de Avance del proyecto", CORPOICA, Bogotá-Colombia, (2009).

Mendieta, O. & Escalante, H. (2013). Análisis experimental de la evaporación del jugo de caña de azúcar en película sobre una placa plana. *Corpoica Ciencia Tecnología Agropecuaria*, 14(2), 113-127. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ccta/v14n2/v14n2a02.pdf>

Ordoñez, R., Hernández, C., & Pedraza, L. (2012). Modelado de un Sistema de Evaporación de Múltiple Efecto para la Producción de Panela (Azúcar no Centrifugado). *Información tecnológica*, 23(6), 105-120. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642012000600012>

Prada, L., García, H. & Chavez, A. (2015) Efecto de las variables de evaporación: presión y flujo calórico en la calidad de la panela. *Corpoica Ciencia Tecnología Agropecuaria*, 16(1) 7-23. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ccta/v16n1/v16n1a02.pdf>

Quezada-Moreno, W., & Gallardo-Aguilar, I., & Quezada-Torres, W. (2015). Temperatura y concentración del jugo de caña según pisos climáticos en Ecuador. *ICIDCA. Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar*, 49(1). [fecha de Consulta 10 de Octubre de 2019]. ISSN: 0138-6204. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2231/223136961003>

R Core Team (2018). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>

RStudio Team (2015). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, Inc., Boston MA URL <http://www.rstudio.com/>

Anexos

Base de datos inicial, puntos centrales y factoriales

```
```{r}
temp= c(250,250,250,350,150,350,150)
azuc= c(18,18,18,9,9,27,27)
tiemp= c(270,273.6,274.8,270.6,313.8,300,317.4)
base= data.frame(tiemp, azuc, temp)
```
```

Librerías necesarias para el análisis

```
```{r}
library(lattice)
library(rsm)
library(car)
library(lmtest)
```
```

Ajuste del modelo del primer orden y prueba de interacción entre azúcar y temperatura

```
```{r}
mod1a=rsm(tiemp~FO(azuc,temp)+TWI(azuc,temp))
summary(mod1a)
```
```

Retiro la interacción y pruebo la falta de ajuste

```
```{r}
mod2a=rsm(tiemp~FO(azuc,temp))
summary(mod2a)
```
```

Cálculo de los Puntos Axiales

```
```{r}
(250)+100*sqrt(2)
(250)-100*sqrt(2)
```

```
18+9*sqrt(2)
18-9*sqrt(2)
```
```

Base nueva, una vez que se recolectaron los puntos axiales

```
```{r}
temp1= c(250,250,250,350,150,350,150,250,250,391,108)
azuc1= c(18,18,18,9,9,27,27,31,5,18,18)
tiemp1= c(270,273.6,274.8,270.6,313.8,300,317.4,301.8,274.8,306.6,333)

base1= data.frame(tiemp1, azuc1, temp1)

```
```


Modelo de primer orden con los puntos axiales, prueba de interacción

```
```{r}
mod3a=rsm(tiemp1~FO(azuc1,temp1)+TWI(azuc1,temp1))#Ajusto modelo de primer orden
summary(mod4a)
```

```
mod4a=rsm(tiemp1~FO(azuc1,temp1))
summary(mod4a)
```
```

Visualización del comportamiento de los puntos centrales, factoriales y axiales en un gráfico 3d manipulable

```
```{r}
library(rgl)
plot3d(azuc1,temp1,tiemp1)
```
```

Modelo de segundo orden, prueba de supuestos.

```
```{r}
attach(base1)
```

```
mod5a=rsm(tiemp1~SO(azuc1,temp1))
```

```
qqPlot(mod3a$res)#Prueba del supuesto de normalidad
shapiro.test(tiemp1)#Prueba formal del supuesto de normalidad
bptest(mod3a,studentize=F)#Prueba de homoscedasticidad
```

```
```
```

Verificación de punto estacionario como punto silla, valores de variables predictivas en donde se alcanza el mínimo.

```
```{r}
summary(mod5a)
summary(mod5a)$canonical
```

```
summary(mod5a)$canonical$xs
```
```

Visualización gráfica de la temperatura y los gramos de azúcar donde se alcanza el mínimo óptimo

```
```{r}
contour(mod5a,~temp1+azuc1,image=T, xlab= c("Temperatura", "Cantidad de Azúcar"))
```
```

Cálculo del intervalo de confianza para el tiempo de ebullición mínimo

```
```{r}
mod5a$coefficients
x1= 10.38758
```

```
x2= 288.85654
estapie=485.880781113-3.785829992*x1-1.381488192*x2+
0.007166667*x1*x2+0.082583758*x1^2+ 0.002262445*x2^2
```

```
xh=c(1,x1,x2,x1*x2,x1^2,x2^2)
b=mod5a$coef
estmenosapie= t(xh)%*%b
predict(mod5a,data.frame(azuc1=x1,temp1=x2),
interval="confidence")
``
```