ANEXO

Calculo de la función de autocorrelación en MATLAB

Suponiendo que la señal considerada toma valores reales, es sabido que la función de autocorrelación se obtiene como sigue:

$$R_{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot x[k-n] \qquad (1)$$

Para representar gráficamente el resultado de la función de autocorrelación $R_x[n]$, el eje de abcisas representa el tiempo donde se tiene el valor de la autocorrelación en un conjunto discreto de valores temporales. Si el periodo de muestreo es t_s , la correlación en el desplazamiento n tal y como se muestra en la expresión (1) es el valor de la correlación en el instante $\tau=nt_s$. Además, si la señal x[n] tiene N muestras, su función de autocorrelación tendrá 2N-1 muestras.

El comando de MATLAB que se utiliza para hacer la correlación es el comando "xcorr" (utilice la ayuda de Matlab para mayor información). Así, si en la pantalla de comandos se teclea

>> [Cx, Lag]=xcorr(x)

Cx =

3.0000 8.0000 14.0000 8.0000 3.0000

lag =

se forman dos vectores de 2N-1 elementos, El vector Cx es el resultado de la autocorrelación (salvo una normalización que luego se comentará), mientras que el vector "Lag" da cuenta del desplazamiento n.

Retomando el ejemplo anterior, N=3 muestras, x=[1 2 3], cuando se ejecuta [Cx, Lag]=xcorr(x) se observa que dicha función proporciona 2 vectores de 2N-1 elementos (5 elementos en este caso). El índice central del vector Cx (tercera columna del vector lag en nuestro caso) es, salvo una constante de normalización, el valor de la autocorrelación para el instante τ =0. En concreto es:

$$C_{x}[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot x[k] \qquad R_{x}[0] = \frac{C_{x}[0]}{N}$$

El vector Cx tiene 5 elementos y da cuenta del valor de la autocorrelación para 5 desplazamientos de muestras (variable Lag). Estos desplazamientos son n = -2, -1, 0, 1, 2.

Ahora bien, para pasar de desplazamiento de muestra a desplazamiento de tiempo (segundos), $\tau = m_s$

El primer valor del vector C_x es igual a 3,

$$C_{x}\left[-2\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x \left[k\right] \cdot x \left[k+2\right]$$

$$\downarrow \qquad \qquad \left[1 \quad 2 \quad 3\right] \quad x \left[n\right]$$

$$\left[1 \quad 2 \quad 3\right] \qquad x \left[n+2\right]$$

El segundo valor de C_x es igual a 8,

$$C_{x}\left[-1\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x \left[k\right] \cdot x \left[k+1\right]$$

$$\downarrow$$

$$\left[1 \quad 2 \quad 3\right] \quad x \left[n\right]$$

$$\left[1 \quad 2 \quad 3\right] \quad x \left[n+1\right]$$

Para obtener el valor de la autocorrelación solo resta normalizar por el número de muestras de la señal de entrada x (para nuestro caso, N=3)

Finalmente, para representar la autocorrelación en función del tiempo (segundos) solo tendríamos que utilizar el comando plot , siendo f_s la frecuencia de muestreo

$$>> plot(lag/f_s,Rx) = plot(lag \cdot t_s,Rx)$$