**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**Entrenamiento 2** ‐ IIND2103 ‐ Principios de Optimización 2024-10

**PROFESORES**: Andrés Medaglia, Camilo Gómez, Daniel Yamín, Juan Diego Aristizábal.

**ASISTENTES**: Laura Levy, Juliana Sánchez, Andrés Rueda.

**DOBLE MONITOR:** Luis Cortés.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre Completo** | **Código** | **Login** | **Sección Magistral** | **Sección Complementaria** | **Envía por**  **Bloque**  **Neón** |
| Abraham Jesús Bohórquez Gómez | 202222026 | a.bohorquezg | 5 | 4 | **X** |
| Juan José Murillo Aristizábal | 202116898 | j.murilloa | 9 | 5 |  |

Problema 1 - Simplex y Dualidad

Max

s.a.

Max

s.a.

1. Para encontrar una solución básica factible se utilizó el método de las dos fases. Para ello, se crea una variable artificial con índice 11.

MIN

s.a.

**Iteración 0:**

6,7,8,11,10}

Revisión de optimalidad

Dirección de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Entra** | X3 |

Longitud de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Sale** | X6 |

Actualización

**Iteración 1:**

3,7,8,11,10}

Revisión de optimalidad

Dirección de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Entra** | X5 |

Longitud de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Sale** | X11 |

Actualización

**Iteración 2:**

3,7,8,5,10}

Revisión de optimalidad

**Iteración 0:**

Revisión de optimalidad

Dirección de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Entra** | X2 |

Longitud de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Sale** | X8 |

Actualización

**Iteración 1:**

Revisión de optimalidad

Dirección de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Entra** | X4 |

Longitud de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Sale** | X10 |

Actualización

**Iteración 2:**

Revisión de optimalidad

Dirección de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Entra** | X3 |

Longitud de movimiento

|  |  |
| --- | --- |
| **Sale** | X6 |

Actualización

**Iteración 3:**

Revisión de optimalidad

s.a.

s.a.

Max

s.a.

s.a.

Max

s.a.

s.a.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **Solución básica del problema primal** | | | | | | |  |  |
| ¿Factible? | 𝑥1 | 𝑥2 | 𝑥3 | 𝑥4 | 𝑥5 | 𝑠1 | 𝑠2 | 𝑠3 | 𝑠4 | 𝑠5 | 𝑍𝑃 |
| SI | 0 | 0 | 0 | 0 | -120 | 105 | 765 | 220 | 0 | 345 | -1200 |
|  |  |  | **Solución básica del problema dual** | | | | | | |  |  |
| ¿Factible? | 𝑤1 | 𝑤2 | 𝑤3 | 𝑤4 | 𝑤5 | 𝑟1 | 𝑟2 | 𝑟3 | 𝑟4 | 𝑟5 | 𝑍𝐷 |
| NO | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | -27 | -30 | -16 | -5 | 0 | -1200 |

Max

s.a.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **Solución básica del problema primal** | | | | | | |  |  |
| ¿Factible? | 𝑥1 | 𝑥2 | 𝑥3 | 𝑥4 | 𝑥5 | 𝑠1 | 𝑠2 | 𝑠3 | 𝑠4 | 𝑠5 | 𝑍𝑃 |
| SI | 0 | 220 | 7 | 39.66 | 106 | 0 | 171 | 0 | 0 | 0 | 5710.33 |
|  |  |  | **Solución básica del problema dual** | | | | | | |  |  |
| ¿Factible? | 𝑤1 | 𝑤2 | 𝑤3 | 𝑤4 | 𝑤5 | 𝑟1 | 𝑟2 | 𝑟3 | 𝑟4 | 𝑟5 | 𝑍𝐷 |
| SI | 1.29 | 0 | 30 | 11.67 | 1.67 | 10.36 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5710.33 |

Problema 2 – Dualidad

1. Problema primal explícito

Variables de decision:

En estas variables de decisión explícitas, buscamos saber cuántos litros de helado se van a comprar a cada sucursal.

Función Objetivo:

Esta función objetivo minimiza todos los costos de compra de sabores de helado en todas las sucursales.

Restricciones:

Restricciones de suplir con la demanda de cada sabor de helado:

Restricciones de no exceder la capacidad de producción de cada sucursal:

Naturaleza de las variables:

1. Problema dual explícito

Variables de decisión:

Estas variables de decisión están asociadas a cada restricción de nuestro problema primal.

Función Objetivo:

Esta función objetivo va en sentido contrario al problema primal.

Restricciones:

Restricciones asociadas a la cantidad en litros de helado de cada sabor que se puede comprar a cada sucursal.

Naturaleza de las variables

**BONO**:

**CONJUNTOS:**

**PARÁMETROS:**

***Problema Primal Indexado***

**VARIABLES DE DECISIÓN:**

**FUNCIÓN OBJETIVO:**

Esta función objetivo minimiza todos los costos de compra de sabores de helado en todas las sucursales.

**RESTRICCIONES:**

Restricciones de suplir con la demanda de cada sabor de helado:

Restricciones de no exceder la capacidad de producción de cada sucursal:

Naturaleza de las variables:

Respecto al número de variables de decisión, se puede decir que habrán 12 de ellas, esto se debe a que la cardinalidad del conjunto |S| es de 4 elementos, de igual modo se entiende que la cardinalidad del conjunto |H| es de 3 elementos también, y al tener la variable que mide los litros de helado comprado en una sucursal, se puede decir que tenemos 12 diferentes combinaciones de variables de decisión en este caso.

Por otro lado, hablando de las restricciones de demanda, se puede decir que únicamente hay 3 restricciones, esto se debe a que el para todo que se encuentra en la restricción indexada es el que nos indica la cantidad de restricciones que se necesitarán para condicionar respecto a cada uno de los tipos de helado. También podemos concluir respecto a las restricciones de capacidad, donde el para todo indica que para cada uno de los elementos del conjunto S se debe tener una restricción, es decir, para la cardinalidad del conjunto |S|, que es 4, se esperan tener 4 restricciones distintas respecto a dicho conjunto de sucursales. No podemos olvidar la naturaleza de las variables, donde al igual que la variable de decisión se tendrán 12 restricciones ya que se combinan la cardinalidad de ambos conjuntos y dan la naturaleza de las variables respecto a ambos conjuntos de elementos.

***Problema Dual Indexado***

**VARIABLES DE DECISIÓN:**

**FUNCIÓN OBJETIVO:**

**RESTRICCIONES:**

Naturaleza de las variables:

Hablando del número de variables de decisión en el problema dual, se puede observar que las variables w, que representan las restricciones de demanda del problema primal, son parte del conjunto H, donde se puede ver que la cardinalidad de dicho conjunto es de 3, por tanto, tenemos 3 variables de decisión relacionadas con dichas restricciones. De igual manera se puede analizar las variables π, que están asociadas con las restricciones de capacidad del problema primal y que pertenecen al conjunto de sucursales, donde su cardinalidad es de 4, y como solo están asociadas a este conjunto se puede decir que solo hay 4 variables relacionadas con estas restricciones. En total, se puede concluir que hay 7 variables de decisión diferentes.

Por otro lado, hablando de las restricciones del problema dual, se observó que las restricciones presentan en su forma indexada ambos conjuntos S y H, por tanto, se puede concluir que la combinación de las cardinalidades de ambos conjuntos dan 12 restricciones diferentes. Para finalizar es importante mencionar la naturaleza de las variables, donde se pueden ver igualmente 7 restricciones distintas gracias a la cardinalidad del primer grupo de variables de decisión w que es 3 y de las π que son 4, y al no estar asociadas entre sí, se puede decir que son la suma que da 7.

Escenario 1:

Se le recomienda al señor Jorge seleccionar la sucursal de Titán, esto se debe a que el problema que se presenta tiene una variable dual asociada que en el caso de aumentar la producción en un litro de helado en la sucursal de Titán se presentaría un cambio en los costos totales, minimizando la función objetivo, lo cual lo beneficiaría mucho más que escoger la sucursal de Usaquén, Salitre o Chico, ya que prometen un cambio de -2000 para las dos primeras y de 0 el último en la función objetivo, sin embargo, la variable relacionada con la sucursal de Titán tiene una promesa de disminuir en 3000 los costos totales, lo que sería mucho mejor para Jorge.

Escenario 2:

Se le recomienda al señor Jorge no incrementar el requerimiento mínimo de vainilla, esto debido a que si lo aumenta va a generar un gasto de $2,000 COP, no va a haber ganancia alguna, ya que el costo que implica dicho cambio es de $32,000 COP, por tanto, no se justifica dicho cambio al señor Jorge.

Problema 3 – Sensibilidad

a)

Variables de decisión:

Función Objetivo:

Maximizar la utilidad de la producción

Restricciones:

No excederse en la cantidad de tiempo destinado para la producción

No pasarse de la cantidad de coco disponible

No pasarse de la cantidad de almendra disponible

No pasarse de los litros de agua disponibles

No pasarse de la capacidad de producción

Naturaleza de las variables

b)

Gráfico, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Se puede decir que para la primera parte de la gráfica tiene una pendiente cercana a 16000 que va desde una capacidad de producción de 0 hasta 38 litros, lo que explica que por cada litro que se incremente en la capacidad de producción en estos rangos de litros, la función objetivo aumenta en $16,000 COP, en este caso, se puede decir que la variable de holgura de la restricción se encuentra en la base óptima. Comparando ahora la pendiente 2 con la primera, se puede llegar a la conclusión de que esta es mucho más horizontal, y el cambio que se percibe entre la función objetivo y la capacidad de producción es de un valor aproximado de $11,310 COP, lo que quiere decir que la Función Objetivo aumentará en alrededor de $11,310 COP por el aumento de un litro en la capacidad de producción entre el rango de 40 a 72 L, se sabe que la variable de holgura asociada a la restricción aún se encuentra en la base óptima. Se puede decir que en la muestra de las funciones objetivos se tuvieron dos valores atípicos en los saltos entre la pendiente 1 y 2, y de igual forma entre las pendientes 2 y 3, que siendo precisos, indican que cambión la base óptima del problema. Por último, si se aumenta un litro de la capacidad de producción entre 74 L hasta infinito, se espera que la función objetivo no aumente ni disminuya más por esta restricción, ya que esta luego de llegar a la capacidad de 73 L y pasarse de esta, va a sacar su holgura asociada de la base, pasando a ser una restricción no limitante para el problema y la capacidad de producción deja de ser escaza.

c)

Según el informe de sensibilidad de Excel, se puede afirmar que los valores de la capacidad de producción que hacen que la base siga siendo la misma base óptima son:

d)

Inicialmente conocemos los valores de las variables que indican los litros de bebida de coco y de almendra:

Necesitamos saber el problema en formato estándar, donde se puede observar de la siguiente manera:

s.a,

Dando como resultado de las variables en el óptimo lo siguiente:

De donde se puede obtener la siguiente información:

Donde necesitaremos un vector θ, el cual es un vector lleno de 0 a excepción de la posición en la que se encuentra la restricción asociada a la capacidad de producción:

En adición, será crucial encontrar la nueva base óptima en términos de de la siguiente forma:

Sabemos que la capacidad máxima para la producción actualmente es de 75 L, y según el rango de theta que se pudo observar anteriormente sabemos que si restamos 2.35 al valor de 75 L o sumamos un número muy grande(infinito), el rango de valores para la capacidad de producción es el mismo que se halló en el inciso c, el cual es:

Sin embargo, se debe tener en cuenta que esta restricción no se encuentra en la base en el rango delimitado, es decir que, aunque yo cambie los valores de la capacidad entre 72.65 L a infinto, no va a afectar en nada a la función objetivo ya que la restricción de producción no está activa y no está afectando la base.