

Elementos de Sistemas - Aula 2 - Handout - Álgebra Booleana

Rafael Corsi - rafael.corsi@insper.edu.br

Fevereiro, 2018

COM RESPOSTAS

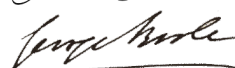


QUEEN'S COLLEGE, CORK.

Caros alunos,

Como primeiro professor de Matemática desta instituição. Estou desenvolvendo uma nova proposta de álgebra que publiquei em um panfleto em 1847, baseada em variáveis que só podem ter dois estados: verdadeiro ou falso, ou senão ligado ou desligado, ou ainda mais simples 1 ou 0. Criei uma série de exercícios que gostaria que vocês resolvessem durante a aula de hoje. A seguir está uma tabela com os símbolos que uso, resolva os problemas.

Prof. George Boole

A handwritten signature of George Boole in cursive script.

Este material é parte da disciplina Elementos de Sistema. As informações são fictícias para fins educacionais, mas baseadas em fatos reais. Todas as marcas comerciais e registradas são propriedade dos seus respectivos proprietários.

Lembrete :

Lei da Identidade	$A = A$ $\bar{\bar{A}} = A$
Lei da Comutatividade	$A \cdot B = B \cdot A$ $A + B = B + A$
Lei da Associatividade	$A (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$ $A + (B + C) = A + B + C$
Lei da Idempotência	$A \cdot A = A$ $A + A = A$
Lei do Complemento Duplo	$\bar{\bar{A}} = A$
Lei da Complementariedade	$A \bar{A} = 0$ $A + \bar{A} = 1$
Lei da Intersecção	$A \cdot 1 = A$ $A \cdot 0 = 0$
Lei da União	$A + 1 = 1$ $A + 0 = A$
Lei da Distributividade	$A (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$ $A + (B \cdot C) = (A + B) (A + C)$
Teorema de DeMorgan	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$ $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Conhecimentos Gerais

1. Foi originalmente proposto por George Boole, e é usado como base da computação moderna.

- A) NAND
- B) Álgebra Booleana
- C) Circuito Integrado
- D) Transistor

2. Em álgebra booleana, qual é o valor de $1 + 1$.

- A) 0
- ~~B) 1~~
- C) 2
- D) indefinido

3. O que é uma tabela verdade?

- A) Uma tabela que mostra os erros de um programa
- B) Tabela usada para investir em ações na bolsa de valores
- C) Tabela com os elementos de um circuito elétrico
- D) Uma tabela que mostra a saída de uma lógica em função de suas entradas

4. Quem foi um dos primeiros a usar álgebra booleana na computação moderna?

- A) Bill Gates
- B) Augustus De Morgan
- C) Claude Shannon
- D) William Jevons

Representações Canônicas

5 - Encontre as fórmulas canônicas das seguintes tabelas:

A)

A	B	C	Q
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

SOP

$$(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C) + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}) + (A \cdot \bar{B} \cdot C) = Q$$

POS

$$(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C}) = Q$$

B)

	A	B	C	Q
	0	0	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	1
SOP				
Q =	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$			
POS				
Q =	$(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(A + B + \bar{C})$			

C)

A	B	C	E	Q
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Simplificações Booleanas

6 - Simplifique as expressões booleanas a seguir

C)

$$\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A}$$

B)

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC\bar{C} = \bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

A)

$$(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C + \bar{B}C + ABC$$

$$= A \oplus B + C$$

Mapa de Karnaugh

7 - Simplificando

Encontre a expressão booleana mínima das seguintes tabelas verdade, usando mapas de Karnaugh:

A)

A	B	C	E	Q
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$= \bar{B} + \bar{C}\bar{E}$$

B)

A	B	C	E	Q
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$= \overline{\overline{B}}\overline{E} + BE$$