

Análisis y Simulación de un convertidor de potencia tipo Boost mediante Métodos numéricos.

Juan Diego Morón Flores
e-mail: juandiegop17@gmail.com
Jesús Daniel Rojas Uzcátegui
e-mail: jesusdanielru1@gmail.com

RESUMEN: Describiremos el comportamiento de un convertidor Boost, este circuito de gran uso a nivel industrial tiene un comportamiento no lineal, debido a que es un sistema de conmutación, se obtienen las ecuaciones diferenciales no lineales que describen el comportamiento del circuito. Seleccionando los valores de los parámetros para el circuito se obtiene el punto de equilibrio y la simulación utilizando Matlab, ambos aspectos serán comparados con las distintas simulaciones utilizando métodos numéricos específicamente los métodos Runge-Kutta 4th, Euler, Adams-Moulton, Adams-Basforth y paso variable Kutta-Merson. Finalmente se determinará cual de los métodos numéricos es el más apto para aproximar el modelo.

PALABRAS CLAVE: Matlab, Ecuaciones diferenciales no lineales, Métodos de un paso. Métodos multipaso, paso variable Kutta-Merson.

ABSTRACT: We will describe the behavior of a Boost Converter, this is a very useful circuit at industrial level and has a non linear behavior because of its commutation given by the switch. Once we obtain the ODES that describes the circuit, given the parameters, the equilibrium point and the simulation using Matlab are obtained, then both are going to be compared with numeric approximations using methods such as, Runge-Kutta 4th, Euler, Adams-Moulton, Adams-Basforth and Kutta-Merson. Finally we found which of the used numeric methods is the best approximating the model.

1 INTRODUCCIÓN

En diversos ámbitos es necesario obtener a partir de una fuente de corriente directa, otro valor de tensión mayor o menor que el original. Estos circuitos denominados pulsadores se usan ampliamente en control de motores eléctricos, en grúas, trenes y montacargas, ya que, poseen alta eficiencia y una respuesta dinámica rápida. Estos pulsadores se caracterizan por ser sistemas que admiten descripciones matemáticas diferentes durante periodos de operación diferentes, y se conocen como sistemas de estructura variable. Debido a la gran variedad de aplicaciones de este circuito, estudiaremos el comportamiento del mismo y se hace un análisis, en cuanto a sensibilidad y a ciertos requerimientos de diseño en el dominio del tiempo. Se inicia analizando el comportamiento dinámico

del sistema, con el fin de obtener el modelo matemático del mismo, en seguida se selecciona un punto de equilibrio, y se prueba usando Métodos numéricos con el fin de verificar el comportamiento esperado, según el análisis de los fenómenos eléctricos. Se propone un modelo sintetizado donde, sin ser muy complejo, no se pierda la profundidad requerida para una aplicación en ingeniería; despreciaremos efectos como las caídas de voltaje en el diodo y el transistor, debido a que son muy pequeños comparados con los voltajes de la fuente y el de salida; igualmente se desprecia el efecto de la resistencia interna del condensador, que al ser mucho mayor que la carga, su efecto es prácticamente nulo.

2 ECUACIONES DEL SISTEMA NO LINEAL

El convertidor tipo Boost es un circuito elevador de tensión, que usa las características del inductor y el capacitor como elementos almacenadores de energía para elevar la corriente proveniente de la fuente de alimentación y usarla para inyectarla al condensador, produciendo así niveles de voltaje mayores en la carga que los de la fuente (ver Figura 1).

Cuando el transistor está en conducción (interruptor en 1), la inductancia almacena energía para luego suministrarla simultáneamente a la carga y al condensador a otro nivel de voltaje en los intervalos en los que el transistor esté en corte (interruptor en 2).

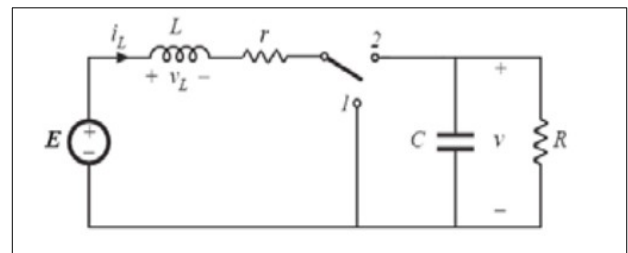


Figura 1. Convertidor Boost

2.1 INTERRUPTOR EN LA POSICIÓN '1'

En la figura 2 se muestra el circuito con el transistor en conducción, lo cual hace que la fuente alimente solamente a la inductancia.

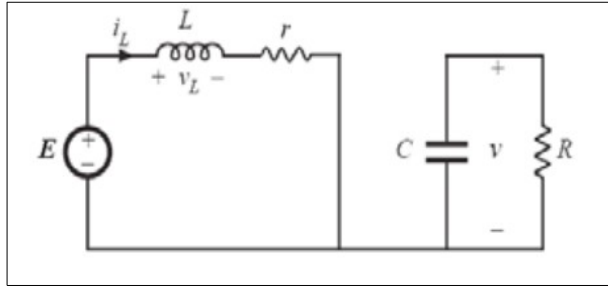


Figura 2. Circuito en posición '1'
las ecuaciones son entonces:

$$\begin{cases} E = L \frac{di}{dt} + ir \\ \frac{Cdv}{dt} = \frac{-v}{R} + ui \end{cases} \quad (1)$$

2.2 INTERRUPTOR EN LA POSICIÓN '2'

En este caso tenemos dos mallas como se muestra en la figura 3:

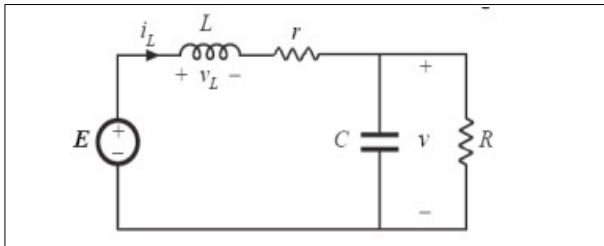


Figura 3. Circuito en posición '2'
Las ecuaciones ahora son:

$$\begin{cases} E = L \frac{di}{dt} + ir + v \\ \frac{Cdv}{dt} + \frac{v}{R} = i \end{cases} \quad (2)$$

2.3 MODELO COMPLETO

Al considerar las ecuaciones 1, se logra observar que solo se diferencian en un término correspondiente al voltaje, de la misma forma las ecuaciones 2 difieren solo en el término correspondiente a la corriente; basado en esto, es posible unificar el sistema adicionando un parámetro (u) que representa la posición del interruptor con $u = 0$ cuando el interruptor está en la posición 1 y $u = 1$ cuando está en la posición 2; con este parámetro la cuatro ecuaciones se unifican, y al despejar los términos para representar la ecuación de estado del sistema resulta.

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = E - ir - uv \\ \frac{Cdv}{dt} = \frac{-v}{R} + ui \end{cases} \quad (3)$$

De las ecuaciones 3 se obtiene el modelo en variables de estado que corresponden a la corriente en la inductancia y el voltaje en el capacitor, la entrada al sistema es el parámetro u que determina el nivel de voltaje de salida, debido a que controla el tiempo de conducción del transistor. Finalmente tenemos:

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-v}{L} \\ \frac{i}{c} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

o también:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-v}{L} \\ \frac{i}{c} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 PUNTOS DE EQUILIBRIO.

A partir de las ecuaciones que describen el sistema, se hallan los puntos de equilibrio. De las ecuaciones (3), se obtiene que el equilibrio ocurre cuando:

$$\begin{cases} E = \bar{i}r + \bar{u}\bar{v} \\ \frac{\bar{v}}{R} = \bar{u}\bar{i} \end{cases} \quad (6)$$

Para el estudio se toma la entrada $u = 1$ y con los parámetros $r = 10\Omega$, $R = 90\Omega$, $L = 50e-3$ H, $E = 100$ V y $C = 20e-6$ F, resolviendo en las ecuaciones (6), tenemos que los puntos de equilibrio son:

$$\bar{i} = 1 \text{ A}; \bar{u} = 1; \bar{v} = 90 \text{ V} \quad (7)$$

4 . MÉTODOS NUMÉRICOS A UTILIZAR

Métodos de un paso: Inician tras la elección de un punto inicial y a continuación realizan un paso de aproximación para encontrar el siguiente punto. De esta manera se aproxima la curva deseada en un intervalo dado, los métodos de un solo paso que utilizaremos son, Euler y Runge-Kutta de cuarto orden.

Métodos varios pasos: Pretenden obtener eficiencia manteniendo y utilizando la información de los pasos anteriores, en lugar de descartarla, en nuestro caso utilizaremos los métodos de Adams-Bashforth y Adams-Moulton.

4.1 RUNGE-KUTTA (CUARTO ORDEN)

Los métodos de Runge-Kutta (RK) logran una exactitud del procedimiento de una serie de Taylor, sin requerir el cálculo de derivadas superiores. Probablemente uno de los procedimientos más difundidos, y a la vez más exactos, para obtener la solución numérica del problema de valor inicial. En esta oportunidad usaremos el de orden 4 cuyo algoritmo para sistema de ecuaciones diferenciales es el siguiente:

Input:
 $dy/dx = f(x, y(x), z(x));$
 $dz/dx = g(x, y(x), z(x));$
 $y(x_0) = y_0$
 $z(x_0) = z_0$
 $a \leq x \leq b$
 $h = (b-a)/n$

for $i=0 \dots n$:
 $k1 = h \cdot f(x_i, y_i, z_i)$
 $l1 = h \cdot g(x_i, y_i, z_i)$
 $k2 = h \cdot f(x_i + h/2, y_i + k1/2, z_i + l1/2)$
 $l2 = h \cdot g(x_i + h/2, y_i + k1/2, z_i + l1/2)$
 $k3 = h \cdot f(x_i + h/2, y_i + k2/2, z_i + l2/2)$
 $l3 = h \cdot g(x_i + h/2, y_i + k2/2, z_i + l2/2)$
 $k4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + k3, z_i + l3)$
 $l4 = h \cdot g(x_i + h, y_i + k3, z_i + l3)$
 $x_{(i+1)} = x_i + h$
 $y_{(i+1)} = y_i + 1/6 \cdot (k1 + 2 \cdot k2 + 2 \cdot k3 + k4)$
 $z_{(i+1)} = z_i + 1/6 \cdot (l1 + 2 \cdot l2 + 2 \cdot l3 + l4)$

output:
 (x_i, y_i, z_i)

Algoritmo 1. Runge-kutta 4th.

4.2 EULER:

El método de Euler, llamado así en honor de Leonhard Euler, es un procedimiento de integración numérica para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias a partir de un valor inicial dado. El algoritmo para sistema de ecuaciones diferenciales es el siguiente:

Input:
 $dy/dx = f(x, y(x), z(x));$
 $dz/dx = g(x, y(x), z(x));$
 $y(x_0) = y_0$
 $z(x_0) = z_0$
 $a \leq x \leq b$
 $h = (b-a)/n$

for $i=0 \dots n$:
 $y_{(i+1)} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i, z_i)$
 $z_{(i+1)} = z_i + h \cdot g(x_i, y_i, z_i)$
 $t = a + i \cdot h$

output:
 (x_i, y_i, z_i)

Algoritmo 2. Euler.

4.3 ADAMS-BASHFORTH (Dos Pasos)

Los métodos de Adams-Bashforth son métodos de varios pasos y es un método explícito. Donde los coeficientes van de acuerdo al grado del método, debido a que utilizaremos el método de dos pasos el algoritmo puede expresarse como sigue:

Input:
 $dy/dx = f(x, y(x), z(x));$
 $dz/dx = g(x, y(x), z(x));$
 $w_0 = y_0$
 $d_0 = z_0$
 $w_1 = y_1$
 $d_1 = z_1$
 $a \leq x \leq b$
 $h = (b-a)/n$
 $w_i = y_i$
 $d_i = z_i$

for $i=0 \dots n-1$:
 $w_{(i+1)} = w_i + \left(\frac{h}{2}\right) \cdot (3 \cdot f(x_i, w_i, d_i) - f(x_{(i-1)}, w_{(i-1)}, d_{(i-1)}))$
 $d_{(i+1)} = d_i + \left(\frac{h}{2}\right) \cdot (3 \cdot g(x_i, w_i, d_i) - g(x_{(i-1)}, w_{(i-1)}, d_{(i-1)}))$
 $t = t + h$

output:
 (x_i, w_i, d_i)

Algoritmo 3. Adams-Bashforth de dos pasos.

4.4 ADAMS-MOULTON (Dos Pasos)

Los métodos de Adams-Moulton se parecen a los métodos de Adams-Bashforth en que también se utilizan los coeficientes de acuerdo al grado deseado. Sin embargo, los métodos de Adams-Moulton son métodos implícitos. Este método puede alcanzar orden $n + 1$ a diferencia de los métodos Adams-Bashforth los cuales alcanzan grado n . Utilizaremos en este estudio el método de dos pasos cuyo algoritmo es el siguiente:

```

Input :
 $dy/dx = f(x, y(x), z(x));$ 
 $dz/dx = g(x, y(x), z(x));$ 
 $w_0 = y_0$ 
 $d_0 = z_0$ 
 $w_1 = y_1$ 
 $d_1 = z_1$ 
 $a \leq x \leq b$ 
 $h = (b - a) / n$ 
 $w_i = y_i$ 
 $d_i = z_i$ 

for  $i = 0 \dots n - 1$ :
 $w_{(i+1)} = w_i + \left(\frac{h}{12}\right) \cdot$ 
 $(5 \cdot f(x_{(i+1)}, w_{(i+1)}, d_{(i+1)}) + 8 \cdot f(x_i, w_i, d_i) - f(x_{(i-1)}, w_{(i-1)}, d_{(i-1)}))$ 
 $d_{(i+1)} = d_i + \left(\frac{h}{12}\right) \cdot$ 
 $(5 \cdot g(x_{(i+1)}, w_{(i+1)}, d_{(i+1)}) + 8 \cdot g(x_i, w_i, d_i) - g(x_{(i-1)}, w_{(i-1)}, d_{(i-1)}))$ 
 $t = t + h$ 

output :
 $(x_i, w_i, d_i)$ 

```

Algoritmo 5. Adams-Moulton de dos pasos.

5 RESULTADO DE LAS SIMULACIONES Y APROXIMACIONES.

El sistema presentado muestra un comportamiento subamortiguado para ambas variables, corriente en el inductor y voltaje en el capacitor tal y como vemos reflejado en la simulación dada por el Matlab la cual tomaremos como referencia y punto de comparación para los distintos métodos numéricos, vemos como los puntos de equilibrios planteados de forma analítica son alcanzados en la simulación diciendo que el modelo fue realizado de forma correcta.

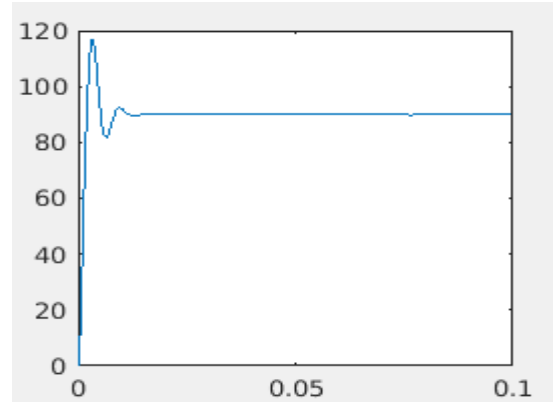


Figura 4. Voltaje en el capacitor.

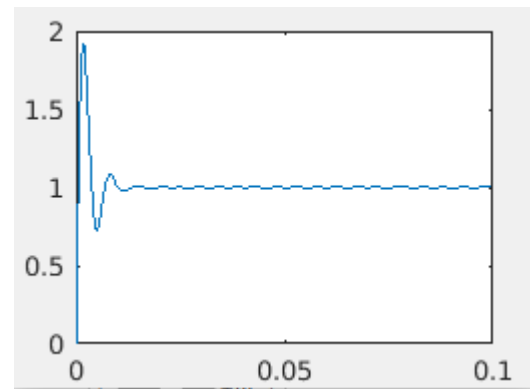


Figura 4. Corriente en el Inductor.

5.1 RUNGE-KUTTA (CUARTO ORDEN)

Utilizando el intervalo de tiempo de 0 a 0.1, con condiciones iniciales 0 y dividiendo el intervalo en 4000 sub intervalos igualmente espaciados se obtuvo la siguiente aproximación la cual concuerda con lo anteriormente expuesto y describe el comportamiento del sistema de buena forma.

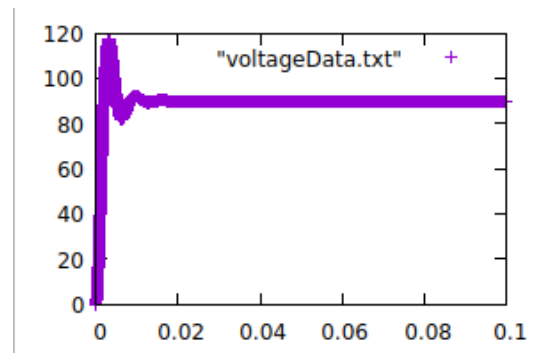
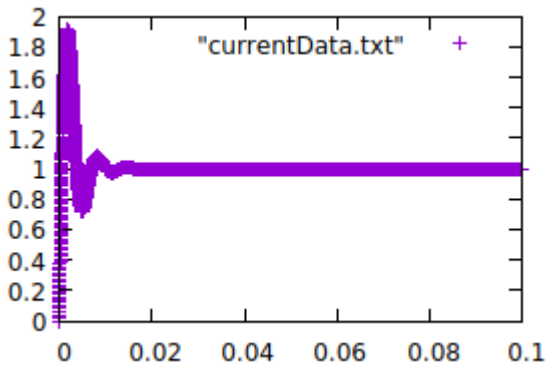


Figura 5. Voltaje en el capacitor. Runge-Kutta 4th

Figura 6. Corriente en el Inductor. Runge-Kutta 4th

5.2 EULER.

Utilizando el intervalo de tiempo de 0 a 0.1, con condiciones iniciales 0 y dividiendo el intervalo en 4000 sub intervalos igualmente espaciados se obtuvo la siguiente aproximación la cual concuerda con lo anteriormente expuesto y describe el comportamiento del sistema .

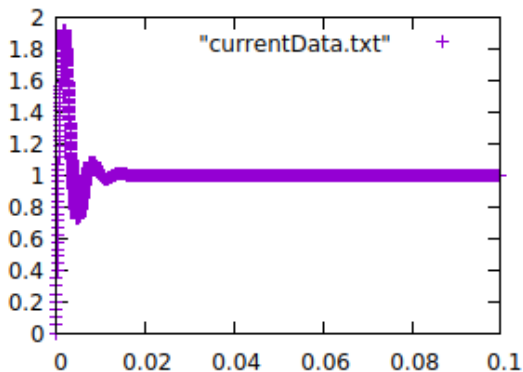


Figura 7. Corriente en el Inductor. Euler.

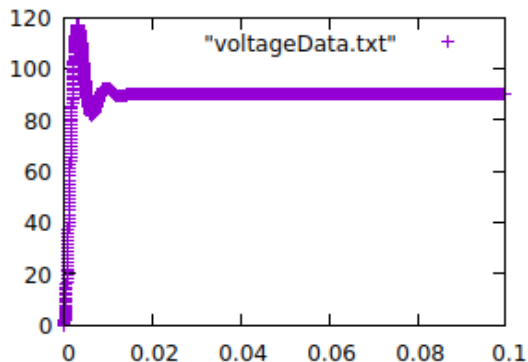


Figura 8. Voltaje en el capacitor. Euler

5.3 ADAMS-BASHFORTH (Dos Pasos).

Utilizando el intervalo de tiempo de 0 a 0.1, con condiciones iniciales $w_0 = 0$, $w_1 = 0.2$, $z_0 = 0$ y $z_1 = 20$, dividiendo el intervalo en 4000 sub intervalos igualmente espaciados se obtuvo la siguiente aproximación con el método multi paso de Adams-Bashforth.

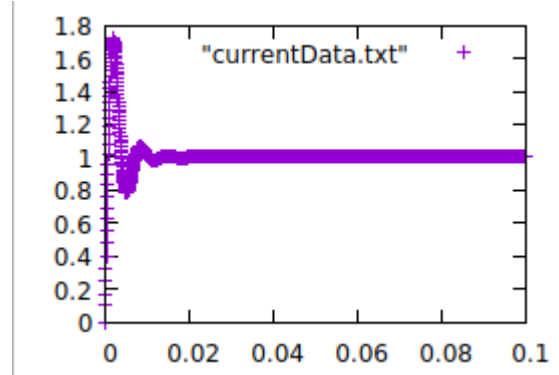


Figura 9. Corriente en el inductor. Adams-Bashforth

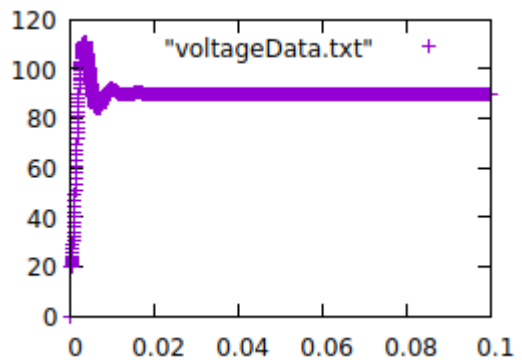


Figura 10. Voltaje en el capacitor. Adams-Bashforth

5.4 ADAMS-MOULTON (Dos Pasos).

Utilizando el intervalo de tiempo de 0 a 0.1, con condiciones iniciales $w_0 = 0$, $w_1 = 0.2$, $z_0 = 0$ y $z_1 = 20$, y dividiendo el intervalo en 4000 sub intervalos igualmente espaciados se obtuvo la siguiente aproximación:

6 CONCLUSIONES

tamaño respecto de los que se señalan en el presente documento.

6.1.1 CITAS Y/O REFERENCIAS

Las citas y/o referencias se colocarán al final del manuscrito. Utilice Arial, 8 pts, espacio simple. Para ayudar a los lectores, evite notas a pie de página que incluyen las observaciones periféricas necesarias en el texto (dentro de paréntesis, si usted prefiere, como en esta oración). Las citas deberán de respetar el orden de aparición en las referencias.

Se colocarán entre corchetes Ej. [2].

Si es preciso mencionar los nombres de los autores deberán de aparecer todos los nombres exceptuando si el numero de éstos es más de cuatro, en tal caso se pondrá el nombre del primer autor y la leyenda 'et al'.

Si la frase inicia citando la referencia entonces puede utilizar el formato Ref. [4], en otro caso utilice solo [4].

Las referencias electrónicas (URL) deben seguir el formato mostrado en [6].

7 REFERENCIAS

- [1] G. Obregón-Pulido, B. Castillo-Toledo and A. Loukianov, "A globally convergent estimator for n frequencies", IEEE Trans. On Aut. Control. Vol. 47. No 5. pp 857-863. May 2002.
- [2] H. Khalil, "Nonlinear Systems", 2nd. ed., Prentice Hall, NJ, pp. 50-56, 1996.
- [3] Francis. B. A. and W. M. Wonham, "The internal model principle of control theory", Automatica. Vol. 12. pp. 457-465. 1976.
- [4] E. H. Miller, "A note on reflector arrays", IEEE Trans. Antennas Propagat., Aceptado para su publicación.
- [5] *Control Toolbox* (6.0), User's Guide, The Math Works, 2001, pp. 2-10-2-35.
- [6] J. Jones. (2007, Febrero 6). Networks (2nd ed.) [En línea]. Disponible en: <http://www.atm.com>.

Notas:

1. En general una referencia debe de contener el nombre del autor(es), el Nombre del articulo o libro en *itálicas*, Edición y editorial ó nombre de la revista, volumen y número, paginas y finalmente el mes y año o solo el año si es un libro o comunicado.
2. Observe el formato del encabezado: Nombre Institución. Apellido Autor1, Apellido Autor2, etc. Título abreviado del artículo.
3. Es permitido utilizar tipo de letra Times New Roman en lugar de tipo Arial, pero debe utilizarse el mismo tipo de letra en todo el documento y aumentar en 1 punto el