

# Problema de caminos con trancones

Lógica para ciencias de la computación

---

Juan Camilo Ruiz, Miguel Castillo

16 de septiembre de 2018

Universidad del Rosario

# Problema

Considere un grafo el cual representa formas de moverse en una ciudad entre distintos puntos. Además en los lados que conectan dos puntos puede haber trancón o no. Suponga que una persona tolera máximo 1 trancon.

¿Existe algún camino por el cual la persona pueda moverse de un punto  $u$  a un punto  $v$ ?

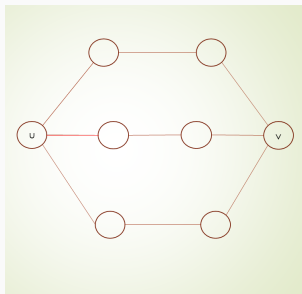
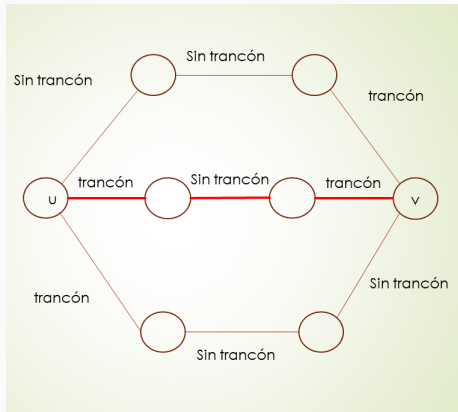


Figure 1: Situación inicial

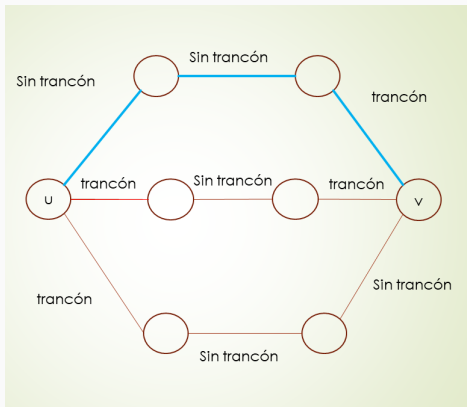
# Ejemplo

Por ejemplo, dado este grafo, suponga que la persona tolera máximo 1 trancón. Observe que para moverse del punto u al v el camino rojo no podría ser una opción ya que estaría atravesando 2 trancones y la persona no podría tolerarlo.



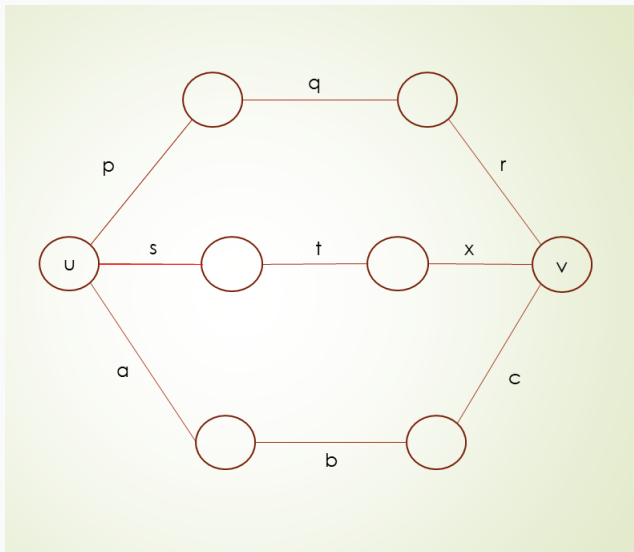
# Ejemplo

En cambio, el camino azul podría ser una posibilidad para moverse del punto u al v, ya que la persona solo estaría tolerando un trancón.



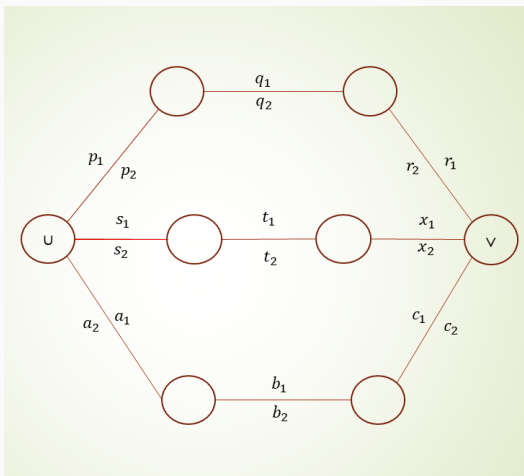
# Claves de representación 1/2

Primero etiquetamos a cada lado del grafo con una letra.

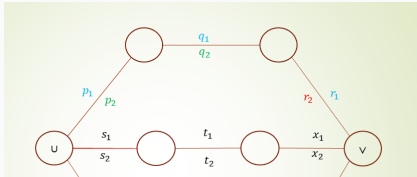


## Claves de representación 2/2

Para cada lado hay dos letras proposicionales. La primera ( $p_1$ ,  $q_1$ ,  $r_1$ , etc) es verdadera sii decidí avanzar por ese lado y la segunda ( $p_2$ ,  $q_2$ ,  $r_2$ , etc) es verdadera sii hay trancón en ese lado.



# Ejemplo



Si consideramos sólo el camino  
de arriba:

$p_1$ : decidí irme por el lado  $p$

$q_1$ : decidí irme por el lado  $q$

$r_1$ : decidí irme por el lado  $r$

$\neg s_1$ : no decidí irme por el lado  $s$

$\neg t_1$ : no decidí irme por el lado  $t$

$\neg x_1$ : no decidí irme por el lado  $x$

(Y pasa lo mismo de las tres  
lineas anteriores con  $a_1$ ,  $b_1$  y  $c_1$ )

$\neg p_2$ : no hay trancón en lado  $p$

$\neg q_2$ : no hay trancón en lado  $q$

$r_2$ : hay trancón en lado  $r$

## **Regla 1:**

No se pueden atravesar más trancones de los tolerados por la persona que está cruzando el camino.

## **Regla 2:**

Debo decidir entre el camino de arriba o el del medio o el de abajo

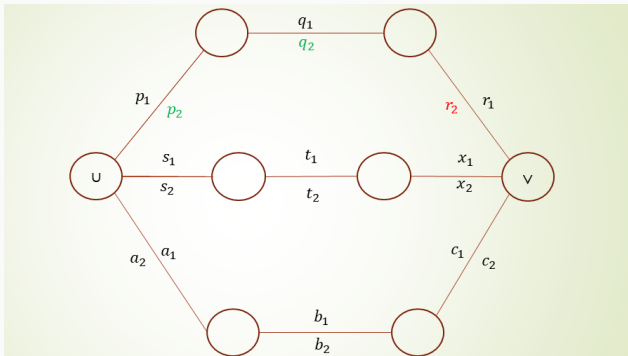
## **Regla 3:**

Si decido ir por un camino no puedo devolverme y no puedo tomar otro camino.



## Regla 1 (1/2)

Supongamos que la persona sólo tolera 1 trancón.  
Observe que si hay dos trancones en un camino ya no puedo llegar por ese camino al nodo  $v$ .



En este ejemplo puedo tomar el camino de arriba porque sólo hay trancón en un punto.

Si traducimos la condición anterior obtenemos las fórmulas:

Para el primer camino:

$$((p_2 \wedge q_2) \vee (p_2 \wedge r_2) \vee (q_2 \wedge r_2)) \rightarrow (\neg p_1 \wedge \neg q_1 \wedge \neg r_1)$$

Para el segundo camino:

$$((s_2 \wedge t_2) \vee (s_2 \wedge x_2) \vee (t_2 \wedge x_2)) \rightarrow (\neg s_1 \wedge \neg t_1 \wedge \neg x_1)$$

Para el tercer camino:

$$((a_2 \wedge b_2) \vee (a_2 \wedge c_2) \vee (b_2 \wedge c_2)) \rightarrow (\neg a_1 \wedge \neg b_1 \wedge \neg c_1)$$

### Regla 2:

Debo decidirme por uno de los tres caminos.

$$(p_1 \wedge q_1 \wedge s_1) \vee (s_1 \wedge t_1 \wedge x_1) \vee (a_1 \wedge b_1 \wedge c_1)$$

### Regla 3:

Si decidí irme por el camino de arriba:

$$p_1 \rightarrow ((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \wedge (\neg(((s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)) \vee (a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)))))$$

Si decidí irme por el camino del medio:

$$s_1 \rightarrow ((s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)) \wedge (\neg(((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \vee (a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)))))$$

Si decidí irme por el camino de abajo:

$$a_1 \rightarrow ((a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)) \wedge (\neg(((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \vee (s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)))))$$

## Regla 4 (Dual de la regla 3):

Si no decidí irme por una vía de un camino no debo tomar ninguna de las vías de ese camino:

Para el camino de arriba:

$$(\neg p_1 \vee (\neg q_1 \vee \neg r_1)) \rightarrow (\neg p_1 \wedge (\neg q_1 \wedge \neg r_1))$$

Para el camino del medio:

$$(\neg s_1 \vee (\neg t_1 \vee \neg x_1)) \rightarrow (\neg s_1 \wedge (\neg t_1 \wedge \neg x_1))$$

Para el camino de abajo:

$$(\neg a_1 \vee (\neg b_1 \vee \neg c_1)) \rightarrow (\neg a_1 \wedge (\neg b_1 \wedge \neg c_1))$$

## Regla 5: Situación de trancones

Hay trancón en  $p$  pero no en  $q$ :

$$(p_2 \wedge \neg q_2)$$

Hay trancón en  $s$  pero no en  $t$ :

$$(s_2 \wedge \neg t_2)$$

Hay trancón en  $a$

$$(a_2)$$

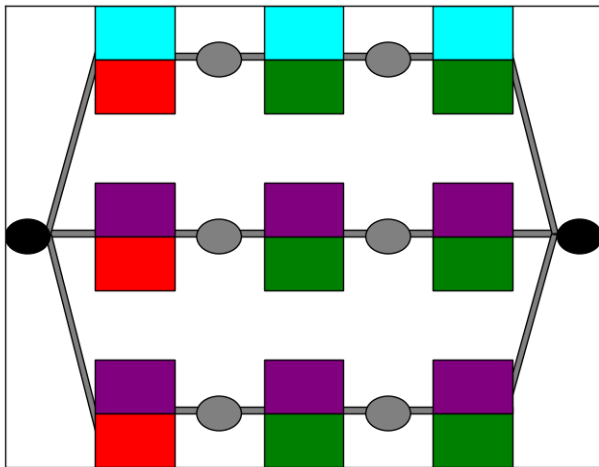


Figure 2: Solución 1

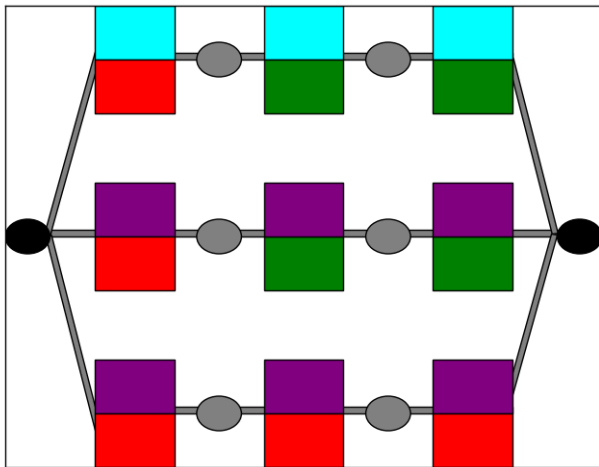


Figure 3: Solución 2