

Problema de caminos con trancones

Lógica para ciencias de la computación

Juan Camilo Ruiz, Miguel Castillo

16 de septiembre de 2018

Universidad del Rosario

Problema

Considere un grafo el cual representa formas de moverse en una ciudad entre distintos puntos. Además en los lados que conectan dos puntos puede haber trancón o no. Suponga que una persona tolera máximo 2 trancones.

¿Existe algún camino por el cual la persona pueda moverse de un punto u a un punto v ?

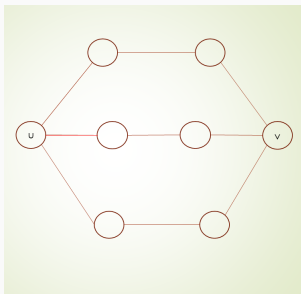
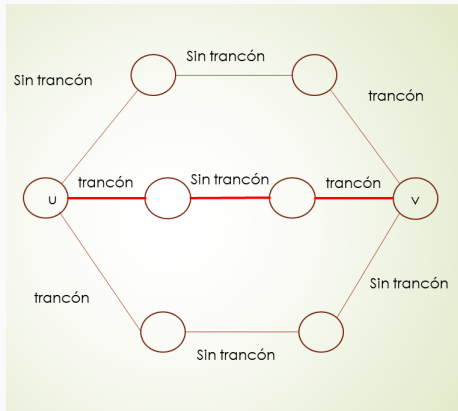


Figure 1: Situación inicial

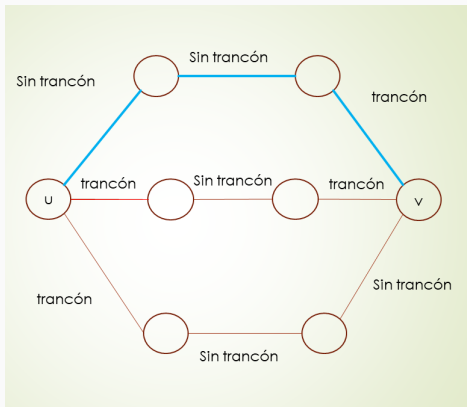
Ejemplo

Por ejemplo, dado este grafo, suponga que la persona tolera máximo 1 trancón. Observe que para moverse del punto u al v el camino rojo no podría ser una opción ya que estaría atravesando 2 trancones y la persona no podría tolerarlo.



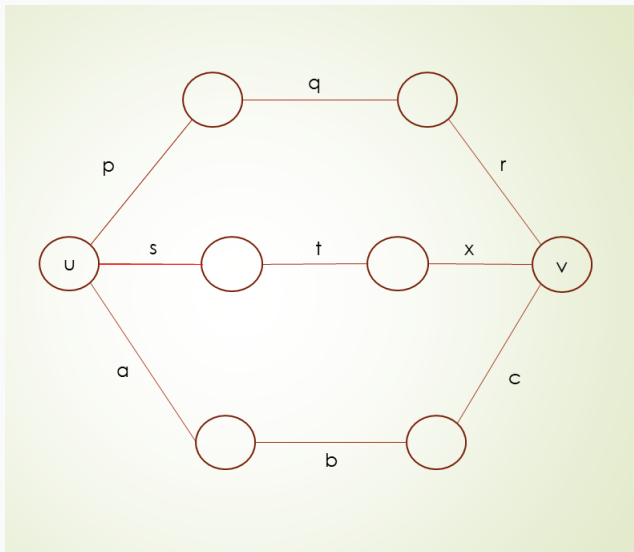
Ejemplo

En cambio, el camino azul podría ser una posibilidad para moverse del punto u al v, ya que la persona solo estaría tolerando un trancón.



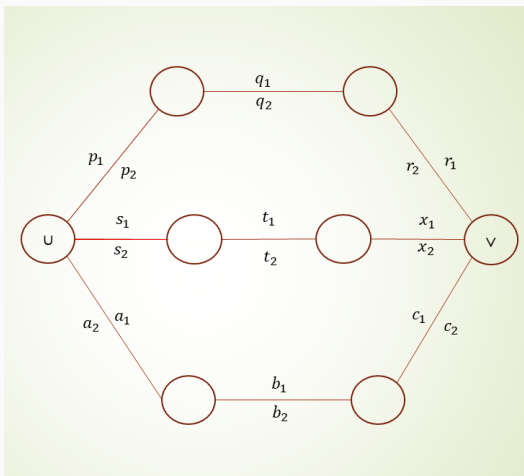
Claves de representación 1/2

Primero etiquetamos a cada lado del grafo con una letra.

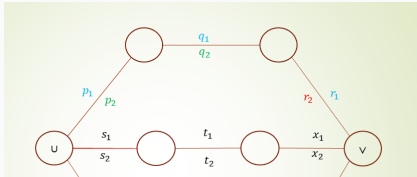


Claves de representación 2/2

Para cada lado hay dos letras proposicionales. La primera (p_1, q_1, r_1 , etc) es verdadera sii decidí avanzar por ese lado y la segunda (p_2, q_2, r_2 , etc) es verdadera sii hay trancón en ese lado.



Ejemplo



Si consideramos sólo el camino
de arriba:

p_1 : decidí irme por el lado p

q_1 : decidí irme por el lado q

r_1 : decidí irme por el lado r

$\neg s_1$: no decidí irme por el lado s

$\neg t_1$: no decidí irme por el lado t

$\neg x_1$: no decidí irme por el lado x

(Y pasa lo mismo de las tres

lineas anteriores con a_1 , b_1 y c_1)

$\neg p_2$: no hay trancón en lado p

$\neg q_2$: no hay trancón en lado q

r_2 : hay trancón en lado r

Regla 1:

No se pueden atravesar más trancones de los tolerados por la persona que está cruzando el camino.

Regla 2:

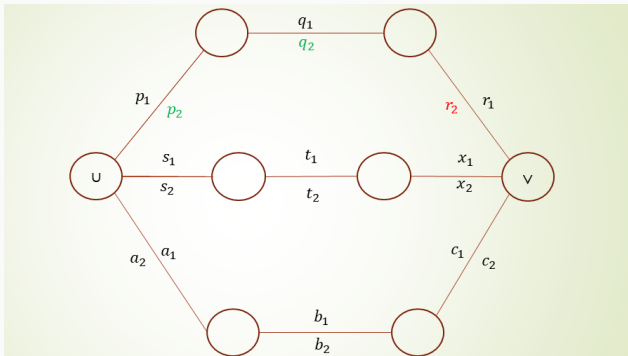
Debo decidir entre el camino de arriba o el del medio o el de abajo

Regla 3:

Si decido ir por un camino no puedo devolverme y no puedo tomar otro camino.

Regla 1 (1/2)

Supongamos que la persona sólo tolera 1 trancón.
Observe que si hay dos trancones en un camino ya no puedo llegar por ese camino al nodo v .



En este ejemplo puedo tomar el camino de arriba porque sólo hay trancón en un punto.

Si traducimos la condición anterior obtenemos las fórmulas:

Para el primer camino:

$$((p_2 \wedge q_2) \vee (p_2 \wedge r_2) \vee (q_2 \wedge r_2)) \rightarrow (\neg p_1 \wedge \neg q_1 \wedge \neg r_1)$$

Para el segundo camino:

$$((s_2 \wedge t_2) \vee (s_2 \wedge x_2) \vee (t_2 \wedge x_2)) \rightarrow (\neg s_1 \wedge \neg t_1 \wedge \neg x_1)$$

Para el tercer camino:

$$((a_2 \wedge b_2) \vee (a_2 \wedge c_2) \vee (b_2 \wedge c_2)) \rightarrow (\neg a_1 \wedge \neg b_1 \wedge \neg c_1)$$

Regla 2:

Debo decidirme por uno de los tres caminos.

$$(p_1 \wedge q_1 \wedge s_1) \vee (s_1 \wedge t_1 \wedge x_1) \vee (a_1 \wedge b_1 \wedge c_1)$$

Regla 3:

Si decidí irme por el camino de arriba:

$$p_1 \rightarrow ((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \wedge (\neg(((s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)) \vee (a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)))))$$

Si decidí irme por el camino del medio:

$$s_1 \rightarrow ((s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)) \wedge (\neg(((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \vee (a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)))))$$

Si decidí irme por el camino de abajo:

$$a_1 \rightarrow ((a_1 \wedge (b_1 \wedge c_1)) \wedge (\neg(((p_1 \wedge (q_1 \wedge r_1)) \vee (s_1 \wedge (t_1 \wedge x_1)))))$$

Regla 4 (Dual de la regla 3):

Si no decidí irme por una vía de un camino no debo tomar ninguna de las vías de ese camino:

Para el camino de arriba:

$$(\neg p_1 \vee (\neg q_1 \vee \neg r_1)) \rightarrow (\neg p_1 \wedge (\neg q_1 \wedge \neg r_1))$$

Para el camino del medio:

$$(\neg s_1 \vee (\neg t_1 \vee \neg x_1)) \rightarrow (\neg s_1 \wedge (\neg t_1 \wedge \neg x_1))$$

Para el camino de abajo:

$$(\neg a_1 \vee (\neg b_1 \vee \neg c_1)) \rightarrow (\neg a_1 \wedge (\neg b_1 \wedge \neg c_1))$$

Regla 5: Situación de trancones

No hay trancón en p pero sí en q :

$$(\neg p_2 \wedge q_2)$$

Hay trancón en s y en t :

$$(s_2 \wedge t_2)$$

No hay trancones en las dos primeras vías del camino de abajo:

$$(\neg a_2 \wedge \neg b_2)$$

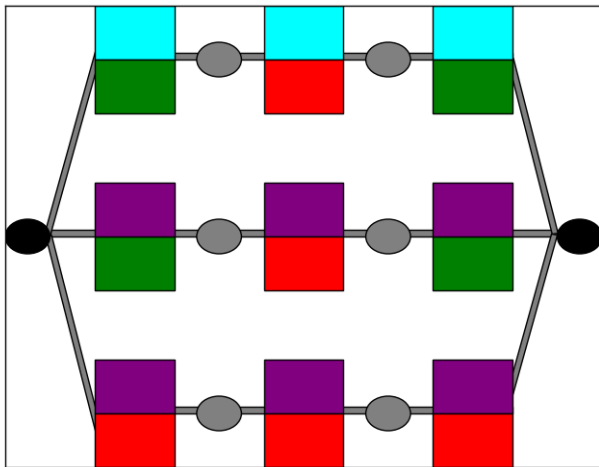


Figure 2: Solución 1

Solucion 2

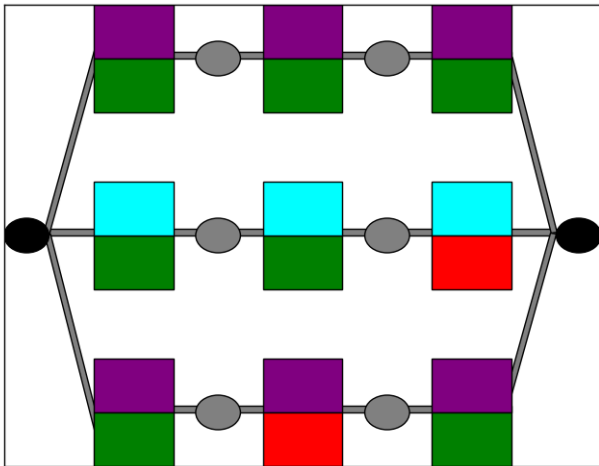


Figure 3: Solución 2