

ALGEBRA III (DOBLE GRADO INFORMÁTICA-MATEMÁTICAS)

RELACIÓN 4 (RESOLUCIÓN DE ECUACIONES POLINÓMICAS).

**Ejercicio 1.** Resolver la ecuación  $x^3 + 3x^2 + 3x - 6 = 0$ .

**Ejercicio 2.** Resolver la ecuación  $x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$

**Ejercicio 3.** Resolver la ecuación  $x^3 + 6x^2 + 9x - 2 = 0$ . ¿A qué grupo de permutaciones es isomorfo el grupo de Galois  $G(x^3 + 6x^2 + 9x - 2/\mathbb{Q})$ ?

**Ejercicio 4.** Resolver la ecuación  $x^3 - 9x^2 + 21x - 5 = 0$  (Indicación: Observar la igualdad  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$  y usar la nota a pie de página<sup>1</sup>)

**Ejercicio 5.** Resolver la ecuación  $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ .

**Ejercicio 6.** Resolver la ecuación cuártica  $x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2 = 0$

**Ejercicio 7.** Resolver la ecuación  $x^4 + 4x^3 + 18x^2 + 33x + 54 = 0$

**Ejercicio 8.** Resolver la ecuación  $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 28x + 11 = 0$

**Ejercicio 9.** Resolver la ecuación  $x^4 - 10x^2 + 20x + 20 = 0$ .

**Ejercicio 10.** Resolver la ecuación  $x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 1 = 0$

**Ejercicio 11.** Argumentar la irresolubilidad sobre  $\mathbb{Q}$  de la ecuación  $x^5 - 20x^2 + 2 = 0$ .

**Ejercicio 12.** Argumentar la irresolubilidad sobre  $\mathbb{Q}$  de la ecuación  $x^5 - 4x + 2 = 0$ .

**Ejercicio 13.** Argumentar la irresolubilidad sobre  $\mathbb{Q}$  de la ecuación  $x^6 - 20x^3 + 2x = 0$ .

**Ejercicio 14.** Resolver (si es posible) ecuación  $x^5 - x^4 + x - 1 = 0$ .

---

<sup>1</sup>Usando trigonometría básica, vemos que

$$\begin{aligned}\cos \frac{\pi}{12} &= \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1).\end{aligned}$$

Entonces,  $\cos \frac{11\pi}{12} = -\cos \frac{\pi}{12} = -\frac{1}{4} \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$ . También,

$$\cos \frac{5\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1).$$