

Exercícios

1- Esquema com definições e resultados mais importantes \mathbb{R}^n

2- Demonstrar e interpretar geometricamente.

$$2|x|^2 + 2|y|^2 = |x+y|^2 + |x-y|^2$$

$$|x-y||x+y| \leq |x|^2 + |y|^2$$

$$4\langle x, y \rangle = |x+y|^2 - |x-y|^2$$

3- $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

calcular AB $\det A$, $\det B$, $\det(AB)$ e $\det(A+B)$
e Inversa?

4. Usar indução para provar

$$|x_1 + \dots + x_n| \leq |x_1| + \dots + |x_n|$$

onde $x_i \in \mathbb{R}$

$$x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n$$

5- Propriedades básicas determinantes

$$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A) \quad A \in M_{n \times n} \\ \lambda \in \mathbb{R}$$

$B = \lambda \cdot$ uma fileira ou coluna de A

$$\Rightarrow \det(B) = \lambda \det A$$

B é a soma de 2 fileiras ou 2 colunas de A

$$\det B = -\det A$$

6- Outra demonstração do des. de Cauchy-Schwarz

$x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \in \mathbb{R}$ quaisquer

$$\boxed{|a|^2 |b|^2 = \langle a, b \rangle^2 + |a \times b|^2}$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right) - \sum_{i,j} (x_i y_j - x_j y_i)^2$$

7. a, b vectores del plano $a = (a_1, a_2)$ $b = (b_1, b_2)$ $\lambda \in \mathbb{R}$

el área del paralelogramo determinado por a y $b + \lambda c =$
 " " " " a y b

Relacionarlo con prop. de determinantes.

8. u, v, w vectores espaciales $a = \alpha u + \beta v + \gamma w$ entonces
 $\alpha = a \cdot u$ $\beta = a \cdot v$ $\gamma = a \cdot w$

interpretarlo.

9. Volumen del paralelepípedo de vértices $(0, 1, 0), (1, 1, 1), (0, 2, 0), (3, 2, 1)$

10. El área del triángulo de vértices $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_3, y_3)$ es el valor absoluto de

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

11. Los siguientes puntos en cilíndricos, pasarlos a cartesianas y esféricas.

$$\begin{aligned} (1, \pi/2, \pi) & \quad (0, \pi/8, \pi/35) & (-1, \pi, \pi/6) \\ (2, -\pi/2, \pi/6) & (2, \pi/2, -\pi) \end{aligned}$$

12 Calcular la distancia del punto

(3)

$(1,1)$ a la recta que pase por $(-1,1)$ y $(1,-1)$

13- Ec. param. del plano \mathbb{R}^3 que pase por $(3,-1,2)$ y

contiene a la recta de ecuación $(x,y,z) = (2,-1,0) + t(2,3,0)$
Calcular tb la distancia del origen al plano

14- Ec. param. del plano en \mathbb{R}^3 que pase por $(3,2,-1)$ y

$(1,-1,2)$ y es // a la recta $(x,y,z) = (1,-1,0) + t(3,2,-2)$

Calcular la distancia del origen al plano.

15. Distancia en \mathbb{R}^3 de $(1,1,1)$ al plano que
pase por $(1,1,0)$, $(1,0,1)$ y $(0,1,1)$