

Ejercicios Superficies

ES 1

1.- Hallar una parametrización para el hiperboloide de una hoja

$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

2.- Hallar la ecuación para el plano tangente y la recta normal en cada uno de las siguientes superficies en el punto indicado.

a) $z^2 - 2x^2 - 2y^2 - 12 = 0$, $P = (1, -1, 4)$

b) $x^2 + y^2 + z^3 - 2x + 4y + 3z + 11 = 0$, $P = (3, 4, -3)$

c) $\phi(u, v) = (u+v)\hat{i} + u\cos v\hat{j} + v\sin v\hat{k}$, $P = (1, 1, 0)$

d) $\phi(u, v) = (u^2 - v^2, u+v, u^2 + 4v)$, $P = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2)$

e) $\phi(u, v) = (u^2, v^2, u^2 + v^2)$, $P = \phi(1, 1)$

3.- Dada una esfera de radio 2 centrada en el origen, hallar la ecuación del plano tangente a ella en el punto $(1, 1, \sqrt{2})$ considerando la esfera como:

a) Superficie parametrizada $\phi(\theta, \varphi) = (2\cos\theta\sin\varphi, 2\sin\theta\sin\varphi, 2\cos\varphi)$
con $\theta \in [0, 2\pi]$
 $\varphi \in [0, \pi]$

b) un conjunto de nivel de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$

c) la gráfica de $g(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$