Algunos ejercicios nuevos del T$^{\underline{o}}$ Divergencia

1.- Evaluar $\iint_S F \cdot dS$ donde $F = 3xy^2\hat{\imath} + 3x^2y\hat{\jmath} + z^3\hat{k}$ y

S es la superficie de la esfera unitaria

2.- Comprobar el T$^{\underline{o}}$ de la divergencia donde $F(x,y,z) = (1, 1, z(x^2+y^2)^2)$

y ∂S es la superficie del cilindro $x^2+y^2 \leq 1$; $0 \leq z \leq 1$

3.- Demostrar que

$$\iiint_W \nabla f \cdot F \, dxdydz = \iint_{\partial W} f F \cdot n \, dS - \iiint_W f \, \nabla \cdot F \, dxdydz$$

4.- Supongamos que F satisface $\operatorname{div} F = 0$ y $\operatorname{rot} F = 0$ en $\mathbb{R}^3$.

Probar que F se puede escribir como $F = \nabla f$ con $\Delta f = 0$.