Ejercicios Áreas

1.- Sea D la región determinada por $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq 1$

a) (cono) Sea $\phi: D \to \mathbb{R}^3$; $\phi(r,\theta) = (r\cos\theta, r\operatorname{sen}\theta, r)$ Calcular el área de $\phi(D)$

b) (helicoide) Sea $\phi: D \to \mathbb{R}^3$; $\phi(r,\theta) = (r\cos\theta, r\operatorname{sen}\theta, \theta)$ Calcular el área de $\phi(D)$

2.- Supongamos S representada como una gráfica de una función.
$S = (x, y, g(x,y))$ donde $g \in C^1(D)$.
Probar que entonces $A(S) = \iint_D \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + 1}\, dx\,dy$

expresa el área de dicha superficie

3.- Sea $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^1([a,b])$

a) Consideremos la superficie generada al girar la gráfica alrededor del eje x. Dar una parametrización de dicha superficie.

Probar que el área vale
$$A = 2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

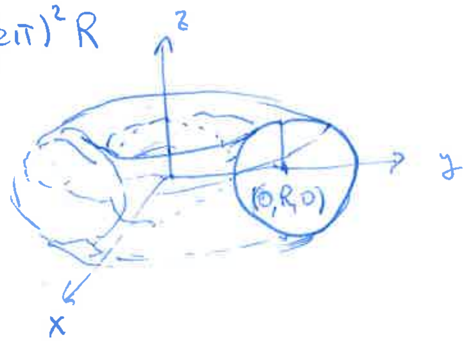
(Este hecho ya era conocido)

b) Si giramos alrededor del eje y tendríamos
$$A = 2\pi \int_a^b |x| \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx$$

4.- Hallar el area de la esfera unidad. Usad la parametrización. (c. esféricas)
$\phi: D \to \mathbb{R}^3$, $\phi(\theta,\varphi) = (\cos\theta \operatorname{sen}\varphi, \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi, \cos\varphi)$

siendo $D = \{(\theta,\varphi) : 0 \leq \theta \leq 2\pi,\ 0 \leq \varphi \leq \pi\}$.

5.- El toro T se puede representar por la parametrización $\phi: D \to \mathbb{R}^3$, donde $R > 1$,
$D = [0,2\pi] \times [0,2\pi]$, $\phi(\theta,\varphi) = ((R+\cos\varphi)\cos\theta, (R+\cos\varphi)\operatorname{sen}\theta, \operatorname{sen}\varphi)$.
Demostrar que $A(T) = (2\pi)^2 R$



Sección transversal del TORO