Cuestiones para pensar 7

1. ¿Qué tienen que ver los conceptos de vector tangente en un punto a una superficie regular y de velocidad de una curva parametrizada diferenciable en un punto?

2. ¿Cómo se construye el plano tangente geométrico en un punto a una superficie regular a partir del plano tangente en ese punto?

3. ¿Cómo se caracteriza el plano tangente en un punto a una superficie regular a partir de una parametrización local cuyo entorno coordenado contiene dicho punto?

4. ¿Puede ocurrir, para una superficie regular S, que $T_{p_1}S = T_{p_2}S$ para algunos $p_1, p_2 \in S$, $p_1 \neq p_2$? ¿Y que ocurra: T_pS es independiente de p?

6. Si una superficie regular S viene definida como la imagen inversa de un valor regular $S = F^{-1}(c)$, $F : V \to \mathbb{R}$ diferenciable, V abierto de $\mathbb{R}^3$ que contiene a S, ¿qué tiene que ver $T_{p_0}S$ con $(\nabla F)_{p_0}$?

7. Supongamos que tenemos un grafo $G(f) = \{(x, y, f(x,y)) : (x,y) \in U\}$. ¿Cómo se puede decir que $T_{p_0}G(f) = \{w \in \mathbb{R}^3 : w_1 \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) + w_2 \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = w_3\}$, siendo $p_0 = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, $w = (w_1, w_2, w_3)$, sin usar la respuesta a la cuestión anterior?

8.- Considera $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ automorfismo de manera que $\langle Av, w \rangle = \langle v, Aw \rangle$, para cualesquiera vectores $v, w \in \mathbb{R}^3$ (automorfismo autoadjunto respecto del producto escalar) ¿Cómo se deduce que $T_pS = \{v \in \mathbb{R}^3 : \langle v, Ap \rangle = 0\}$, siendo $S = \{x \in \mathbb{R}^3 : \langle x, Ax \rangle = 1\}$? Particulariza al caso $A(x,y,z) = (y+z, x+z, x+y)$.