

Cuestiones para pensar 5

- 1.- Escribe un ejemplo de una función $f: U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ que sea diferenciable y no tenga ningún punto crítico. ¿Es todo $a \in f(U)$ un valor regular de f ?
- 2.- ¿Demuestra la Proposición de 2.1, p.3/17 que toda superficie regular que sea del tipo $S = f^{-1}(a)$, donde a es un valor regular de f , admite para cada $p \in S$ una parametrización en un entorno abierto de p en S dada por el grafo de una función diferenciable?
- 3.- ¿Es toda superficie regular la imagen inversa de un valor regular de una función diferenciable $f: U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, U abierto de \mathbb{R}^3 ?
- 4.- Si $S = f^{-1}(a)$ para un valor regular a de f y $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un difeomorfismo. ¿Podemos decir de $F(S)$ es también la imagen inversa de un valor regular?
- 5.- En la definición de un toro aparecen dos parámetros a y r que están sujetos a $0 < r < a$. ¿podría suponerse $r \geq a$?
- 6.- ¿Es cierto que si S es una superficie regular y $p_0 \in S$, siempre podemos encontrar un movimiento rígido F de \mathbb{R}^3 de manera que existe una parametrización local de $F(S)$, $\bar{x}: U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow F(S)$ con $F(p_0) \in \bar{x}(U) = \text{grafo de una función } f \text{ definida sobre un abierto del plano } z=0$?
- 7.- ¿Es $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x+2)^2 + (y-1)^2 - (z+3)^2 = 0, z \leq -3\}$ una superficie regular?
- 8.- Considera en el plano $z=0$ la figura del número 8 y levanta sobre ella el correspondiente cilindro C . ¿es C una superficie regular?