

**GRADO EN MATEMÁTICAS - CURSO 2023-2024**  
**ASIGNATURA: ESTADÍSTICA MULTIVARIANTE**

**PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS (TEMA 1)**

1. Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución  $N(0, 1)$ . Sea  $W$  una variable aleatoria con distribución  $U(\{-1, 1\})$ , es decir,  $P[W = -1] = P[W = 1] = 1/2$ , siendo  $X$  y  $W$  independientes.

Sea  $Y = WX$ .

Probar que:

- a)  $Y$  tiene distribución  $N(0, 1)$ .
- b)  $X$  e  $Y$  son incorreladas.
- c)  $X$  e  $Y$  no son independientes.

2. Sea  $\mathbf{X}$  un vector aleatorio  $p$ -dimensional con distribución  $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$  no singular, y sea  $f_{\mathbf{X}}$  la correspondiente función de densidad. A partir de la descomposición espectral (en autovalores, autovectores) de la matriz  $\boldsymbol{\Sigma}$ , describir el lugar geométrico de los puntos determinados por la ecuación

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = k,$$

siendo  $k \in \mathbb{R}$  (distinguir casos, según el valor de  $k$ ).