MODELOS AVANZADOS DE COMPUTACIÓN

Relación 1

1. Diseñar máquinas de Turing con una cinta para los siguientes lenguajes:

   (a) Palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ con el mismo número de ceros que de unos.

   (b) $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$

   (c) $\{ww^{-1} \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

   (d) $\{wcw \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

2. Rediseñar las MTs del ejercicio anterior introduciendo las técnicas de programación de almacenamiento de símbolo, multipista o subrutinas.

3. Diseñar una subrutina que desplace a la derecha todos los símbolos desde la posición actual hasta el primer blanco en la cinta, dejando un espacio en dicha posición en el que se pueda escribir un carácter. Debe de terminar con la cabeza de lectura en la misma posición en la que se empezó. Se supone que el alfabeto de entrada es $= \{0, 1\}$ y el de trabajo $B = \{0, 1, \#\}$.

4. Escribir una subrutina que comience en una posición con un cero y se mueva a la derecha de todos los ceros hasta que alcance un uno o un blanco. Se suponen que en la cinta solo hay caracteres del conjunto $\{0, 1, \#\}$. Si se comienza con un carácter que es distinto de cero, la subrutina de la MT debe de terminar (y pasar a un estado de la MT global). Utilizar dicha rutina para escribir una MT que acepte todas las cadenas de ceros y unos, que no tengan dos unos consecutivos.

5. Diseñar una MT con una cinta que, dada una palabra u, calcule una palabra formada por todos los símbolos que ocupan las posiciones pares de u.

6. Diseñar una MT con una cinta que, dada una palabra u, calcule una palabra formada por todos los símbolos que ocupan las posiciones pares de u seguidos por todos los símbolos que ocupan las posiciones impares de u. Por ejemplo para la entrada 0101 calcularía 1100.

7. Describir una MT con una cinta que haciendo uso de subrutinas resuelva el siguiente problema: dada una palabra de entrada $u \in \{0, 1\}^*$, calcule una palabra w con el mismo número de ceros y unos que u, pero en la que todos los ceros preceden a todos los unos. Por ejemplo, si la entrada es 0110, la salida debe de ser 0011.

8. Diseñar una MT con dos cintas que dada una sucesión de de ceros de longitud n en la primera cinta, calcula en la segunda cinta n en binario.

9. Escribir una MT con múltiples cintas que sume dos números en binario. Se supone que aparecen en la cinta de entrada separados por un símbolo especial c.

10. Describir una MT con múltiples cintas que dada una palabra ucw donde u y w son dos palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ y c es un símbolo adicional, calcule u repetido tantas veces como indique la palabra w interpretándola como un entero escrito en binario.

11. Describir una máquina de Turing que lea dos números naturales en unario (n se representa como 0^n) separamos por un 1 y calcule la división entera del primero entre el segundo: Si lee 0^n10^m calcula 0^k donde k es la división entera de n entre m. Se pueden usar todas las técnicas de programación usadas en clase.

12. Describir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{0^p$ tal que p es primo$\}$.

13. Supongamos la MTND $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, q_0, \#, \{q_2\})$ donde

δ	0	1	#
q_0	$\{(q_0, 1, D)\}$	$\{(q_1, 0, D)\}$	$\emptyset$
q_1	$\{(q_1, 0, D), (q_0, 0, I)\}$	$\{(q_1, 1, D), (q_0, 1, I)\}$	$(q_2, \#, D)$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Estudiar las configuraciones que se pueden alcanzar si la palabra de entrada es:

(a) 01

(b) 011

14. Se considera la MTND $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, q_0, \#, \{q_f\})$ con

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 0) = \{(q_0, 1, D), (q_1, 1, D)\} & \delta(q_1, 1) = \{(q_2, 0, I)\} \\ \delta(q_2, 1) = \{(q_0, 1, D)\} & \delta(q_1, \#) = \{(q_f, \#, D)\} \end{array}$$

Describir el lenguaje aceptado.

15. Describir MTND (con una o varias cintas) que acepten los siguientes lenguajes:

(a) Conjunto de palabras que contienen una subcadena de longitud 100 que se repite aunque no necesariamente de forma consecutiva.

(b) El conjunto de las cadenas $w_1 \circ w_2 \circ \cdots \circ w_n$ donde $w_i \in \{0, 1\}^*$ y para algún j w_j coincide con la representación en binario de j.

(c) Palabras que contienen a un palíndromo de longitud mayor o igual a 5 como subcadena.

(d) El lenguaje $L = \{0^{2^n}$ tal que $n \geq 0\}$.

(e) El lenguaje $L = \{ww$ tales que $w \in \{0, 1\}^*\}$..

(f) El lenguaje $L = \{0^p$ tal que p no es primo$\}$.

16. Da un ejemplo de un problema con una MT no determinista que lo resuelva y para el que dar una MT determinista sea mucho más complicado (la MT no determinista sea más simple que cualquier otra MT determinista que resuelva el mismo problema). ¿Qué ventajas y qué limitaciones presentan las MT no deterministas sobre las deterministas?

17. Sea L es lenguaje que contiene una sola palabra: 0 si no hay vida fuera de la tierra y 1 si hay vida fuera de la tierra. ¿Es L calculable por una MT?

18. Demostrar que los siguientes criterios de aceptación por una máquina de Turing son equivalentes:

    (a) M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, en un paso de cómputo se llega a un estado de parada.

    (b) M acepta la palabra w si, al tener w como entrada, la máquina se para en algún momento (no necesarimente por llegar a un estado de parada).

    Esto es, demostrar que, si un lenguaje L es aceptado por una máquina de Turing M por alguno de los criterios, existe otra máquina de Turing M' que acepta L por el otro.

19. Un autómata con pila de fuerza k es un autómata con k pilas (generalizando la definición de autómata con pila). Demostrar que la clase de lenguajes aceptados por los autómatas con pila de fuerza k para $k \geq 2$ coincide con la clase de lenguajes aceptados por las MT.

20. Una MT de escritura simple es una MT que, a lo más, puede escribir en cada casilla una vez. Demostrar que la clase de lenguajes aceptados por las MT de escritura simple coincide con la clase de lenguajes aceptados por las MT.