# RECOPILACIÓN DE PREGUNTAS DE EXAMENES FINALES DE MAC

(Ordenadas por cada tema de año más reciente a más antiguo)

## 1) Tema 1 (Parte 1): Máquinas de Turing

#### 1.1) Ordinaria, 2023

Explica cómo se puede simular una MT multicinta mediante una con una sola cinta. Si para una entrada de longitud n la MT multicinta da como mucho t(n) pasos, ¿qué podemos asegurar sobre el número de pasos de la MT con una sola cinta?

## 1.2) Ordinaria, 2021

Explica brevemente cómo se puede simular una MT con una cinta ilimitada en ambas direcciones, mediante una MT con una cinta ilimitada por la derecha, pero con un tope en la izquierda.

## 1.3) Extraordinaria, 2021

Explica cómo se puede simular una MT con varias cintas mediante una con una sola cinta. ¿Qué relación existe entre la complejidad de ambas máquinas de Turing? Se valorará que la eficiencia sea, al menos, la eficiencia del procedimiento visto en clase.

#### 1.4) Ordinaria, 2019

Explica brevemente cómo se puede simular una MT con k cintas, mediante una MT con una cinta. Si la MT con k cintas da del orden de T(n) pasos para una entrada de longitud n, ¿de qué orden será el número de pasos para la MT con una cinta que la simula?

#### 1.5) Extraordinaria, 2019

Describe una MT que lea palabras de la forma ucv, donde  $u,v \in \{0,1\}^*$  y c no pertenece a  $\{0,1\}$ , que calcule u repetido |v| veces en espacio logarítmico. Nota: no es necesario dar detalles de los estados y las transiciones, sólo del funcionamiento global de la MT.

#### 1.6) Ordinaria, 2018

Describe una MT que en espacio logarítmico lea una palabra  $u \in \{0,1\}^*$  y determine si esa palabra es de la forma ww donde  $w \in \{0,1\}^*$ .

## 1.7) Ordinaria, 2017

Describe una MT que lea una palabra del tipo ucv donce  $u,v \in \{0,1\}^*$  y c es un símbolo adicional y determine si existe un número natural i tal que v = ui. Notas: se puede hacer no-determinista y con cualquier número de cintas. La descripción no tiene que detallar los estados, pero sí tiene que ser precisa.

## 1.8) Extraordinaria, 2017

Describe una MT que lea palabras de la forma ucv, donde  $u,v \in \{0,1\}^*$  y c no pertenece a  $\{0,1\}$ , que calcule una palabra que represente la suma de u y v interpretando estas palabras como números en binario. Hacedlo en espacio logarítmico. No es necesario describir con detalle los estados, sólo explicar de forma precisa el funcionamiento.

## 1.9) Ordinaria, 2016

Describe una MT que sea espacio logarítmica para calcular  $f(u) = u^{-1}$ , donde  $u \in \{0,1\}^*$ .

## 1.10) Extraordinaria, 2016

Máquinas de Turing con cintas semiilimitadas. Relación con las MT ilimitadas en ambos sentidos.

#### 1.11) Ordinaria, 2015

Máquinas de Turing multicinta. Simulación mediante una MT. Relación entre los tiempos de cálculo.

## 1.12) Extraordinaria, 2015

Máquinas de Turing no determinísticas. Relación con las MT determinísticas. Pon un ejemplo de problema para el que diseñar una MT no-determinística sea más sencillo que hacer una determinística.

## 1.13) Ordinaria, 2014

Explica qué son las máquinas de Turing multicinta y multipista, dejando claro las diferencias entre las mismas. Explica brevemente si suponen una variación de la definición de MT básica con una cinta y qué relación tienen con esta.

## 1.14) Extraordinaria, 2014

Da un ejemplo de un problema con una MT no determinista que lo resuelva y para el que dar una MT determinista sea mucho más complicado (la MT no determinista sea más simple que cualquier otra MT determinista que resuelva el mismo problema). ¿Qué ventajas y qué limitaciones presentan las MT no deterministas sobre las deterministas?

# 2) Tema 1 (Parte 2): Decibilidad (SIEMPRE CAE UNA PREGUNTA DE ESTO)

## 2.1) Extraordinaria, 2023

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de entrada). Justifica las respuestas.

1. Dadas dos MT M1 y M2, ¿es cierto que existe una palabra aceptada por la primera MT que es un palíndromo y que no es aceptada por la segunda MT?

Indecidible y No Semidecidible

- 2. Dadas dos MT M1 y M2, ¿es cierto que existe una palabra u aceptada por la primera MT tal que u<sup>-1</sup> es aceptada por la segunda MT? Indecidible y Semidecidible
- 3. Dada una MT M, ¿es cierto que acepta todas las palabras del alfabeto de entrada?

Indecidible y No Semidecidible

4. Dadas una MT M, ¿es cierto que nunca escribe sobre sus cintas cuando lee la palabra vacía?

**Decidible (y Semidecidible)** 

#### 2.2) Ordinaria, 2023

Estudiar si son decidibles y/o semidecidibles los siguientes problemas:

1. Problema de las correspondencias de Post cuando el alfabeto es A = {1}.

**Decidible (y Semidecidible)** 

2. Dada una MT M, ¿es cierto que la complejidad del lenguaje aceptado es polinómica?

¿Indecidible y No Semidecidible?

3. Dado un programa Post-Turing P, ¿es cierto que P no acepta la palabra vacía?

Indecidible y No Semidecidible

4. Dadas dos MTs M1 y M2, ¿es cierto que <M1> es una subcadena de <M2>?

**Decidible (y Semidecidible)** 

#### 2.3) Ordinaria, 2022

Estudiar si son decidibles y/o semidecidibles los siguientes problemas:

1. Dada una MT M y una palabra u, determinar si u es una subcadena de la codificación de M, <M>.

**Decidible (y Semidecidible)** 

- 2. Dada una MT M, determinar si M no acepta la palabra 011. Indecidible y No Semidecidible
- 3. Dada una MT M, determinar si el lenguaje aceptado por M es el conjunto de todos los palíndromos sobre el alfabeto {0,1}. Indecidible y No Semidecidible
- 4. Sea M máquina de Turing, ¿acepta M alguna palabra de la forma 0<sup>2^n</sup> para algún número natural n? Indecidible y Semidecidible

## 2.4) Extraordinaria, 2022

Estudiar si son decidibles y/o semidecidibles los siguientes problemas:

- 1. Dada una MT M, una palabra u y un número en binario n, ¿es cierto que M acepta u usando n o más casillas? (se supone que una casilla es usada cuando se escribe sobre ella un símbolo distinto del blanco). Indecidible y Semidecidible
- 2. Dada una MT M y una palabra u y un número en binario n, ¿es cierto que M acepta u usando n o menos casillas? (se supone que una casilla es usada cuando se escribe sobre ella un símbolo distinto del blanco). Decidible (y Semidecidible)
- 3. Dada una MT M, determinar si existe un palíndromo que no sea aceptado por M.

Indecidible y No Semidecidible

4. Dada una MT M y una palabra u, ¿es cierto que en el cálculo de M sobre u la MT nunca se mueve a la izquierda?

Decidible (y Semidecidible)

#### 2.5) Extraordinaria, 2022

Describe brevemente el problema de las correspondencias de Post. Decir si es decidible y/o semidecidible.

## 2.6) Ordinaria, 2021

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de referencia). Justifica las respuestas.

- 1. Dada una MT M y una palabra w, ¿es cierto que M no acepta w? Indecidible y No Semidecidible
- 2. Dada una gramática independiente del contexto, determinar si es ambigua.

Indecidible y Semidecidible

3. Dada una gramática independiente del contexto G y una palabra u, ¿es cierto que G genera u?

**Decidible (y Semidecidible)** 

4. Dada una máquina de Turing M, ¿existe una palabra de longitud menor o igual a 100 que sea aceptada en menos de 1000 pasos?

Decidible (y Semidecidible)

#### 2.7) Extraordinaria, 2021

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de referencia). Justifica las respuestas.

1. Dada una MT M y una palabra w, ¿es cierto que el número de estados de M es menor o igual a la longitud de w?

**Decidible (y Semidecidible)** 

2. Dada una MT M, ¿es cierto que M acepta, al menos, 3 palabras distintas?

Indecidible y Semidecidible

3. Dada una MT M, ¿es cierto que M acepta exactamente 3 palabras distintas?

Indecidible y No Semidecidible

4. Dada una MT M y una palabra w, ¿es cierto que M acepta w sin usar más de 2 | w | casillas? (se entiende que una casilla se usa cuando se pasa por ella).

Decidible (y Semidecidible)

## 2.8) Extraordinaria, 2021

Sea P(x) un problema y C-P(x) su problema contrario, explica todas las relaciones que conozcas sobre la decidibilidad y semidecibilidad de estos problemas. Justifica razonadamente las respuestas.

## 2.9) Ordinaria, 2019

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de referencia). Justifica las respuestas.

1. El problema de las correspondencias de Post con un alfabeto de cardinalidad mayor o igual a 2.

Indecidible y Semidecidible

2. Dada una gramática independiente del contexto, determinar si es ambigua.

Indecidible y Semidecidible

3. El problema de las correspondencias de Post con un alfabeto de cardinalidad 1.

**Decidible (y Semidecidible)** 

4. Dadas dos MTs M1 y M2, determinar si el lenguaje aceptado por M1 está incluido en el lenguaje aceptado por M2.

Indecidible y No Semidecidible

# 2.10) Extraordinaria, 2019

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs y las gramáticas independientes del contexto tienen a {0,1} como alfabeto de entrada o de símbolos terminales):

1. Dada una gramática independiente del contexto y una palabra, determinar si la palabra no es generada por la gramática.

**Decidible (y Semidecidible)** 

2. Dada una MT M y una palabra u, determinar si M acepta u sin usar más de 2|u| casillas (|u| es la longitud de u y se supone que una casilla es usada si en algún momento el cabezal de lectura se posiciona sobre ella).

**Decidible (y Semidecidible)** 

3. Dada una MT M, determinar si para toda palabra u aceptada por M, se tiene que  $u^{-1}$  también es aceptada.

Indecidible y No Semidecidible

4. Dada una MT M y uno de sus estados q, determinar si para alguna palabra de entrada, M llega al estado q en sus cálculos.

**Decidible (y Semidecidible)** 

## 2.11) Extraordinaria, 2019

Si L es recursivamente enumerable y  $\overline{L} \propto L$ , demostrar que L es recursivo.

#### 2.12) Ordinaria, 2018

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs, y el autómata con pila tienen a {0,1} como alfabeto de referencia)

- 1. Dadas dos MTs M1 y M2, determinar si  $L(M1) \subseteq L(M2)$ . Indecidible y No Semidecidible
- 2. Dada una MT M y una palabra de entrada u, determinar si en el cálculo asociado, no se usan más de 2|x| casillas (se supone que una casilla es usada cuando forma parte de la palabra de entrada o la MT se posiciona sobre ella).

**Decidible (y Semidecidible)** 

3. Dado un autómata con pila no determinista y una palabra de entrada, determinar si el autómata acepta la palabra.

**Decidible (y Semidecidible)** 

4. Dada una MT M, determinar si existe una palabra aceptada de longitud menor o igual que 20.

Indecidible (y Semidecidible)

## 2.13) Extraordinaria, 2018

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de referencia). Justifica las respuestas.

1. Dada una palabra u, determinar si la MT cuya codificación es u, acepta a u como entrada.

Indecidible y Semidecidible

2. Dadas dos MT, M1 y M2, determinar si existe una palabra aceptada por M1 que no sea aceptada por M2.

Indecidible y No Semidecidible

3. Dada una MT M y una palabra u, determinar si M no termina cuando tiene a u como entrada.

Indecidible y No Semidecidible

4. Dada una MT M y una palabra de entrada u, determinar si la MT se mueve como máximo una vez a la izquierda cuando tiene a u como entrada.

**Decidible (y Semidecidible)** 

#### 2.14) Extraordinaria, 2018

Si el lenguaje  $L_1$  se reduce al lenguaje  $L_2$ , determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas, falsas, o posibles ( $\overline{L}$  es el lenguaje complementario de L):

- 1. El lenguaje  $\overline{L_1}$  se reduce al lenguaje  $\overline{L_2}$ .
- **2.** El lenguaje  $\overline{L_1}$  se reduce al lenguaje  $L_2$ .
- 3. Siempre que  $L_2$  sea recursivo, entonces  $L_1$  es recursivamente enumerable.
- 4.  $L_1$  es recursivo y  $L_2$  no es recursivo.

## 2.15) Ordinaria, 2017

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs, las expresiones regulares y las gramáticas independientes del contexto tienen a {0,1} como alfabeto de referencia):

1. Dada una máquina de Turing M determinar si  $L(M) = L(M)^{-1}$  (si acepta una palabra acepta también su inversa).

Indecidible y No Semidecidible

2. Dada una gramática independiente del contexto, determinar si es ambigua.

Indecidible y Semidecidible

3. Dada una expresión regular, determinar si el lenguaje asociado es finito.

**Decidible (y Semidecidible)** 

4. Dada una MT M y un número n, determinar si existe una palabra que sea aceptada por M con más de n pasos.

Indecidible y Semidecidible

## 2.16) Extraordinaria, 2017

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs y las gramáticas independientes del contexto tienen a {0,1} como alfabeto de entrada o de símbolos terminales):

1. Dada una gramática independiente del contexto G, ¿es su lenguaje aceptado vacío?

**Decidible (y Semidecidible)** 

2. Dadas dos MT M1 y M2, ¿existe una palabra w de longitud mayor o igual a 10 aceptada por ambas MT? Indecidible y Semidecidible

- 3. Dadas dos MT M1 y M2, determinar si  $L(M1) \subseteq L(M2)$ . Indecidible y No Semidecidible
- 4. Dada una MT M, ¿es cierto que M no acepta ningún palíndromo? Indecidible y No Semidecidible

## 2.17) Extraordinaria, 2017

Si un lenguaje L y su complementario  $\overline{L}$  son ambos recursivamente enumerables, ¿qué se puede afirmar sobre L? ¿y sobre  $\overline{L}$ ? Justica las respuestas.

## 2.18) Ordinaria, 2016

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs y las gramáticas independientes del contexto tienen a {0,1} como alfabeto de entrada o de símbolos terminales):

1. Dada una MT M, determinar si L(M) = {0,1}\*. Indecidible y No Semidecidible

2. Dada una gramática independiente del contexto G, determinar si es ambigua.

Indecidible y Semidecidible

3. Dadas dos MT M1 y M2, determinar si existe una palabra aceptada por M1 que no sea aceptada por M2.

Indecidible y No Semidecidible

4. Dada una MT M, una palabra de entrada w y un número natural n, determinar si para dicha entrada M da más de n pasos.

**Decidible (y Semidecidible)** 

# 2.19) Ordinaria, 2016

Define el lenguaje de diagonalización L<sub>d</sub>. ¿Es recursivamente enumerable? ¿es su complementario recursivamente enumerable? Justifica las respuestas.

## 2.20) Extraordinaria, 2016

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles:

1. Dadas dos MTs M1 y M2, determinar si existe una palabra u aceptada por M1 tal que u<sup>-1</sup> es también aceptada por M2.

Indecidible y Semidecidible

2. Dadas dos MTs M1 y M2, determinar si existe una palabra u aceptada por M1 tal que u<sup>-1</sup> no es aceptada por M2.

Indecidible y No Semidecidible

3. Dada una MT M y una palabra u, determinar si u es aceptada sin hacer más de 3 movimientos a la izquierda.

**Decidible (y Semidecidible)** 

4. Dada una MT M y una palabra u, determinar si u es aceptada haciendo más de 3 movimientos a la izquierda.

Indecidible y Semidecidible

## 2.21) Ordinaria, 2015

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de entrada):

- 1. Dadas dos máquinas de Turing, M1 y M2, determinar si existe, al menos, una palabra aceptada simultáneamente por ambas máquinas. Indecidible y Semidecidible
- 2. Dada una MT, determinar si para toda palabra de entrada no realiza más de 5 movimientos.

**Decidible (y Semidecidible)** 

- 3. Determinar si una MT es no-determinística y no es determinística. Decidible (y Semidecidible)
- 4. Dada una MT, determinar si ninguna de las palabras que acepta es un palíndromo.

Indecidible y No Semidecidible

#### 2.22) Ordinaria, 2015

Teorema de Rice. Pon dos ejemplos en los que este teorema se pueda aplicar para determinar la recursividad de un lenguaje.

## 2.23) Extraordinaria, 2015

Determinar cuáles de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs tienen a {0,1} como alfabeto de entrada):

- 1. Determinar si el lenguaje aceptado por una MT es regular. Indecidible y No Semidecidible
- 2. Dadas dos MTs determinar si hay una palabra que es aceptada por las dos MT y además es un palíndromo.

Indecidible y Semidecidible

- 3. Dada una MT determinar si todos sus estados son accesibles (se puede llegar a ellos para un cálculo para alguna entrada).

  Decidible (y Semidecidible)
- 4. Dada una MT, determinar si su número de estados es menor o igual que 5.

**Decidible (y Semidecidible)** 

## 2.24) Ordinaria, 2014

Enuncia y explica el Teorema de Rice. Pon un ejemplo en el que se aplique el teorema de Rice para determinar si un lenguaje es recursivo.

## 2.25) Ordinaria, 2014

Supongamos que tenemos 3 lenguajes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  de tal manera que existe una reducción de  $L_1$  a  $L_2$ , y de  $L_2$  a  $L_3$ . Para cada una de las siguientes frases indica si son CIERTAS, FALSAS o POSIBLES (podrían ser ciertas o falsas):

- 1.  $L_1$  es recursivamente enumerable pero no recursivo, y  $L_3$  es recursivo.
- 2. El complementario de  $L_1$  no es recursivamente enumerable, pero el complementario de  $L_2$  es recursivamente enumerable.
- 3. Siempre que sea L<sub>3</sub> recursivo, L<sub>1</sub> también lo será.
- 4. Siempre que  $L_1$  no sea recursivamente enumerable, tampoco lo será  $L_3$ .
- 5. L<sub>1</sub> es recursivo, pero L<sub>3</sub> no lo es.

## 2.26) Extraordinaria, 2014

Sea el lenguaje L<sub>ne</sub> de las palabras que codifican MTs que aceptan un lenguaje que no es vacío. ¿Es este lenguaje recursivamente enumerable? ¿es recursivo? Justificar las respuestas

#### 2.27) Extraordinaria, 2014

Supongamos que tenemos 2 lenguajes  $L_1$ ,  $L_2$  y que  $L_1$  se reduce a  $L_2$ . Las siguientes frases contienen afirmaciones sobre la recursividad (total o parcial) de uno de los lenguajes. Complétalas con lo que puedas deducir sobre el otro lenguaje:

- 1. Si L<sub>1</sub> es recursivamente enumerable, entonces L<sub>2</sub>...
- 2. Si L<sub>1</sub> no es recursivo, entonces...
- 3. Si el complementario de  $L_2$  es recursivamente enumerable pero no recursivo, entonces...
- 4. Si L<sub>2</sub> es recursivo, entonces...

## 3) Tema 2: Otros modelos de cálculo. Tesis de Church-Turing

#### 3.1) Extraordinaria, 2023

¿Qué es un programa con variables numéricas? Explica cómo se simula con un programa con palabras.

#### 3.2) Ordinaria, 2022

Explica brevemente las ideas básicas de la simulación de una MT mediante un programa con variables. Detalla la simulación de una transición  $\delta(q_i,a_i) = (q_m,a_k,D)$ .

## 3.3) Extraordinaria, 2022

Escribe un programa con variables que almacenan palabras sobre el alfabeto  $\{a,b\}$  que simule la instrucción numérica:  $V \leftarrow V+1$ .

## 3.4) Ordinaria, 2019

Supongamos el alfabeto  $A = \{a_0, a_1\}$ , realizar un programa con variables que contienen palabras que dada una palabra u tal que su valor Z(u) = n calcula la palabra v con Z(v) = n+1. Nota: solo se puede usar la macro GOTO L.

## 3.5) Extraordinaria, 2019

Describe las ideas fundamentales de la simulación de un programa con variables (palabras) mediante un programa Post-Turing.

#### 3.6) Ordinaria, 2018

Escribir un programa Post-Turing que para una palabra de entrada u calcula una palabra igual que u eliminando todas las apariciones de la subcadena 011. Nota: sólo hay que eliminar las subcadenas que aparezcan en la palabra de entrada original, no importando que aparezca de nuevo esta subcadena en la palabra resultante.

## 3.7) Extraordinaria, 2018

Explica de forma breve cómo se simula un programa con variables mediante un programa Post-Turing, de manera que realicen los mismos cálculos.

## 3.8) Ordinaria, 2017

Explica cómo se simula un programa con variables mediante un programa Post-Turing. Nota: no es necesario describir todos los detalles (macros, etc.), sólo la idea básica y qué hay que hacer para cada instrucción.

## 3.9) Extraordinaria, 2017

Escribe un programa con variables numéricas que acepte como entrada  $X_1$  y  $X_2$  y determine si  $X_1$  es múltiplo de  $X_2$ .

## 3.10) Ordinaria, 2016

Describe una macro para la instrucción  $V \leftarrow -V$  (eliminar el primer símbolo) en programas con variables.

## 3.11) Extraordinaria, 2016

Consideremos la MT M =  $(\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\},\{0,1\},\{0,1,X,Y,\#\},\delta,q_0,\#,\{q_4\})$  donde las transiciones no nulas son las siguientes:

$$\begin{split} \delta(q_0,0) &= (q_1,X,D) & \delta(q_0,Y) &= (q_3,Y,D) \\ \delta(q_1,0) &= (q_1,0,D) & \delta(q_1,1) &= (q_2,Y,I) \\ \delta(q_1,Y) &= (q_1,Y,D) & \delta(q_2,0) &= (q_2,0,I) \\ \delta(q_2,X) &= (q_0,X,D) & \delta(q_2,Y) &= (q_2,Y,I) \\ \delta(q_3,Y) &= (q_3,Y,D) & \delta(q_3,\#) &= (q_4,\#,D) \end{split}$$

Construir un programa con variables que sea equivalente (acepta el mismo lenguaje).

## 3.12) Ordinaria, 2015

Describe de forma breve cómo se puede simular un programa Post-Turing mediante una Máquina de Turing.

#### 3.13) Ordinaria, 2014

En los programas con variables que contienen palabras realizar una expansión de la macro  $U \leftarrow V$  en instrucciones elementales.

## 3.14) Extraordinaria, 2014

Describe brevemente cómo se puede simular un programa Post-Turing mediante una máquina de Turing que calcule la misma función.

## 4) Tema 3: Clases de complejidad

#### 4.1) Ordinaria, 2023

Define las clases de complejidad P y EXP. ¿Qué relación existe entre P y EXP?

#### 4.2) Ordinaria, 2022

¿Qué complejidad en espacio determinista tiene el problema de la existencia de caminos en grafos? Explica en qué se basa tu afirmación.

## 4.3) Extraordinaria, 2022

Enuncia el problema de las parejas, ¿qué sabes de su complejidad?

## 4.4) Ordinaria, 2021

¿Qué complejidad en espacio determinista tiene el problema de la búsqueda de caminos en grafos? Explica de forma breve un algoritmo que justifique la respuesta.

## 4.5) Extraordinaria, 2021

Define la clase NP en términos de certificados y verificadores. Pon un ejemplo de un problema NP explicando el certificado y el verificador para dicho problema.

## 4.6) Ordinaria, 2019

¿Qué complejidad en espacio no determinista tiene el problema de la búsqueda de caminos en grafos? Explica de forma breve un algoritmo que justifique la respuesta.

#### 4.7) Ordinaria, 2019

Determinar cómo se puede resolver el problema de las parejas haciendo uso de un algoritmo que resuelva el problema del flujo máximo.

## 4.8) Ordinaria, 2019

Define las clases NP y coNP haciendo uso de una relación binaria R(x,y) entre palabras de un alfabeto A. Pon un ejemplo de un problema NP y un problema de coNP expresados de acuerdo con esta definición.

## 4.9) Extraordinaria, 2019

Define las clases L, NL y PESPACIO, ¿qué relación existe entre ellas?

#### 4.10) Ordinaria, 2018

Da un algoritmo que en espacio logarítmico no-determinista resuelve el problema de búsqueda de caminos en grafos dirigidos.

#### 4.11) Ordinaria, 2018

- 1. Si un problema está en NP, ¿qué podemos afirmar sobre su complejidad en tiempo determinista? Justifica brevemente la respuesta.
- 2. ¿Si un problema se puede resolver con complejidad f(n) en tiempo en una máquina multicinta, ¿qué podemos afirmar sobre su complejidad en una MT de una cinta? Justifica de forma breve la respuesta.

## 4.12) Extraordinaria, 2018

¿Qué complejidad en espacio determinista tiene el problema de la búsqueda de caminos en grafos? Explica de forma breve un algoritmo que justifique la respuesta.

## 4.13) Ordinaria, 2017

Supongamos una MT M1 que calcula f en espacio logarítmico y una MT M2 que calcula g en espacio logarítmico, demostrar que existe una MT M que calcula la composición gof en espacio logarítmico (se puede calcular g(f(x)) en espacio logarítmico). Nota: construir una MT M que comunica las MTs M1 y M2 de forma que se optimice el espacio usado en esta comunicación.

## 4.14) Ordinaria, 2017

Define las clases de complejidad PESPACIO, P, NL, L, NP. Describe lo que se conoce sobre las relaciones de inclusión o igualdad entre estas clases. Determina un ejemplo de problema para cada clase que se supone que no está en la clase inmediatamente inferior. Nota: hay alguna clase para la que este ejemplo no lo tenéis que conocer y se tendrá en cuenta a la hora de corregir.

# 4.15) Extraordinaria, 2017

Describe el algoritmo de Ford-Fulkerson para el problema de flujo máximo, ¿bajo qué condición se garantiza que el algoritmo tenga una complejidad polinómica?

#### 4.16) Extraordinaria, 2016

Define las clases L y NL. Da un ejemplo de problema para cada una de las clases.

#### 4.17) Ordinaria, 2015

Define la clase NL. Pon dos ejemplos de problemas que están en esta clase.

# 4.18) Extraordinaria, 2015

Define la clase L. Pon dos ejemplos de problemas que están en esta clase.

# 4.19) Extraordinaria, 2014

Define la clase de complejidad L. Describe un algoritmo que demuestre que reconocer un palíndromo está en esa clase.

## 5) Tema 4: NP-Completitud

## 5.1) Extraordinaria, 2023

Describe una reducción del problema CIRCUITOHAMILTONIANO(G) al problema VIAJANTECOMERCIO(C,d,K) en versión decisión, donde C es el conjunto de ciudades, d la matriz de distancias y K el umbral máximo.

## 5.2) Extraordinaria, 2023

Justifica que el problema PRIMO(n) está en la clase NP según se ha visto en clase.

## 5.3) Extraordinaria, 2023

Enuncia el problema de las parejas y el acoplamiento por tripletas. ¿Qué sabes de la complejidad de estos problemas?

## 5.4) Ordinaria, 2023

Describe la relación existente entre el problema 2-SAT y la búsqueda de caminos en grafos dirigidos.

#### 5.5) Ordinaria, 2023

¿Cómo se reduce el problema del conjunto independiente al problema del cubrimiento por vértices en grafos? (versiones de decisión de ambos problemas)

## 5.6) Ordinaria, 2022

Describe una reducción del problema 3-SAT(V,C) al problema del cubrimiento por vértices VC(G,K) en versión decisión. Pon un ejemplo.

#### 5.7) Ordinaria, 2022

Explica las diferencias entre la reducibilidad Turing y la reducibilidad espacio logarítmica en la que se basa el concepto de NP-completitud. ¿Cuál de ellas es más fuerte?

#### 5.8) Extraordinaria, 2022

Enuncia el problema de la red feliz. ¿A qué clase de complejidad pertenece?

## 5.9) Ordinaria, 2021

Describe una reducción del problema SUMA(A,s,B) al problema PARTICION(A',s').

## 5.10) Extraordinaria, 2021

Describe una reducción del problema SUMA(A,s,B) al problema PARTICION(A',s').

# 5.11) Ordinaria, 2019

En clase hemos visto 3 conceptos de reducibilidad: el que vimos en computabilidad, el de complejidad algorítmica, y la reducibilidad Turing. Enuncia estos conceptos incidiendo en las relaciones entre los mismos y sus diferencias.

#### 5.12) Ordinaria, 2019

Enuncia el problema de la mochila en versión de decisión. Explica brevemente cómo se comprueba que es NP-completo.

## 5.13) Ordinaria, 2019

Enuncia 3 problemas que conozcas que sean CoNP-completos.

## 5.14) Extraordinaria, 2019

¿Qué sabes sobre la complejidad algorítmica de 2-SAT? Justifica la respuesta.

## 5.15) Extraordinaria, 2019

Enuncia los problemas del clique máximo, el conjunto independiente y el cubrimiento por vértices, indicando las relaciones que existen entre los mismos.

## 5.16) Extraordinaria, 2019

Enuncia un problema de decisión de la clase NP para el que no se haya encontrado un algoritmo polinómico y que tampoco se haya demostrado que sea NP-completo.

## 5.17) Ordinaria, 2018

¿Cómo se demuestra que el problema de la mochila es NP-completo sabiendo que el problema de la partición lo es?

#### 5.18) Ordinaria, 2018

Define la clase FNPT. Da dos ejemplos de problemas que estén en esta clase y que no se haya demostrado que estén en FP.

#### 5.19) Extraordinaria, 2018

Define los problemas: clique máximo, conjunto independiente y cubrimiento por vértices. ¿Por qué es suficiente demostrar que el clique máximo es NP-completo para saber que los otros dos problemas son también NP-completos?

# 5.20) Extraordinaria, 2018

Responde a las siguientes preguntas:

- 1. ¿Qué relación hay entre los problemas NP-completos y los CoNP-completos?
- 2. ¿Qué podemos afirmar si un problema NP-completo perteneciese a CoNP?
- 3. Da un ejemplo de problema que pertenezca a NP y a CoNP.

## 5.21) Extraordinaria, 2018

Define los siguientes problemas y especifica qué sabes sobre su complejidad:

- 1. Problema del palíndromo
- 2. Problema del flujo máximo
- 3. 2-SAT
- 4. MAX2SAT
- 5. NAESAT

## 5.22) Ordinaria, 2017

En las demostraciones de NP-completitud de los siguientes problemas, decid qué problemas hemos reducido para cada uno de ellos:

- 1. Cubrimiento por vértices
- 2. Partición
- 3. Circuito hamiltoniano
- 4. Problema de la mochila
- 5. Acoplamiento por tripletas
- 6. 2MAXSAT

#### 5.23) Extraordinaria, 2017

Dada la cláusula p V ¬r V ¬s V t V ¬q dar un conjunto de cláusulas de longitud 3 equivalentes según el procedimiento visto en clase.

#### 5.24) Extraordinaria, 2017

Di qué conoces sobre la complejidad de los siguientes problemas. Justica brevemente las respuestas.

- 1. Problema del saber si una palabra es un palíndromo
- 2. Isomorfismo de grafos
- 3. Problema de las parejas

## 5.25) Ordinaria, 2016

Enuncia el problema de la partición. Da un ejemplo de otro problema NP que se demuestre que es NP-completo reduciendo el problema de la partición, describiendo brevemente la reducción.

## 5.26) Ordinaria, 2016

De los siguientes problemas, determinar cuáles son NP-completos y cuáles son polinómicos. Justificar brevemente las respuestas:

- 1. 2-SAT: dado un conjunto de cláusulas de longitud menor o igual a dos, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
- 2. 4-SAT: dado un conjunto de cláusulas de longitud menor o igual a cuatro, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
- 3. Horn-SAT: dado un conjunto de cláusulas Horn, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
- 4. MAXSAT: Dado un conjunto de cláusulas y un entero K, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga al menos K cláusulas.

# 5.27) Extraordinaria, 2016

Enuncia los siguientes problemas y enuncia el resultado más signicativo que conozcas sobre su complejidad:

- 1. Problema de las parejas
- 2. Acoplamiento por tripletas
- 3. Isomorfismo de grafos
- 4. Problema de la partición

#### 5.28) Ordinaria, 2015

Enuncia el problema del cubrimiento por vértices. Demuestra que es NP-completo.

## 5.29) Ordinaria, 2015

Define las clases FP, FNP, FNPT. Da un ejemplo de un problema que pertenezca a cada una de las clases.

# 5.30) Extraordinaria, 2015

Define NP-completitud. Enuncia el teorema de Cook. Da una idea de la demostración sin entrar en detalles (describe las líneas básicas en las que se basa la demostración de este teorema).

#### 5.31) Extraordinaria, 2015

Describe el problema MAX2SAT y demuestra que es NP-completo.

#### 5.32) Ordinaria, 2014

Enuncia las siguientes variantes de SAT especificando lo que conozcas sobre la complejidad de las mismas: 3-SAT, 2-SAT, NAESAT, SAT para cláusulas Horn, MAX2SAT.

## 5.33) Ordinaria, 2014

Pinta en un diagrama las relaciones entre las clases P, NP, coNP, especificando también el conjunto de problemas NP-completos y el conjunto de problemas CoNP-completos. Describe cómo quedaría el diagrama si se demostrase que un problema NP-completo está en CoNP.

#### 5.34) Ordinaria, 2014

Dar un ejemplo de un problema FNP cuyo problema de decisión asociado sea NP-completo y demostrar que, si el problema de decisión se pudiese resolver en tiempo polinómico, entonces el problema de FNP también se resolvería en tiempo polinómico.

#### 5.35) Extraordinaria, 2014

Define el problema de las parejas. Describe cómo se puede reducir este problema al problema del flujo máximo. ¿Qué consecuencias se pueden deducir de la existencia de esta reducción?

#### 5.36) Extraordinaria, 2014

Define el problema SAT para cláusulas Horn. ¿Qué complejidad tiene este problema? Justifica la respuesta.

## 5.37) Extraordinaria, 2014

Describe mediante un ejemplo la reducción del problema 3-SAT al cubrimiento con vértices que se ha visto en clase.

## 5.38) Extraordinaria, 2014

Describe de forma breve 5 problemas que conozcas que sean NP-completos. ¿Qué implicaciones para un problema tiene el hecho de ser NP-completo sobre la existencia de algoritmos polinómicos que lo resuelvan?

# 6) <u>Verdadero o Falso (ABARCAN VARIOS TEMAS. DESDE 2021, SIEMPRE CAE UNA PREGUNTA DE ESTO)</u>

## 6.1) Extraordinaria, 2023

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. ¿Es posible que un problema de decisión no trivial tenga complejidad en espacio O(1)?

Verdadero

2. Si un problema está en la clase TFNP entonces su problema de decisión asociado se puede resolver en tiempo lineal.

¿Verdadero?

3. Se sabe que la clase L es distinta de la clase PESPACIO.

Verdadero

4. El problema del viajante de comercio tiene un algoritmo  $\delta$ -aproximado polinómico con  $\delta$  = 2.

**Falso** 

6.2) Ordinaria, 2023

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. ¿Es cierto que si un problema tiene un algoritmo  $\delta$ -aproximado polinómico con  $\delta$  = 2, entonces también tendrá un algoritmo  $\delta$ -aproximado con  $\delta$  = 3?

Verdadero

2. Un problema está en CoNP si, y solo si, existe una MT no determinista tal que si la respuesta del problema es afirmativa, la MT siempre acepta, y si es negativa, entonces puede aceptar o rechazar, pero al menos uno de los cálculos posibles acaba en rechazo.

**Falso** 

- 3. Si P1  $\propto$  P2  $\propto$  P3 y P3 no es semidecidible, entonces P1 tampoco lo es. Falso
- 4. Un problema NP-difícil es siempre NP-Completo.

**Falso** 

## 6.3) Ordinaria, 2022

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. Si una MT escribe en su primera cinta, entonces su complejidad en espacio es O(n).

**Falso** 

2. Si un problema de optimización tiene un umbral de aproximación con un valor de 2, entonces tiene un algoritmo aproximado polinómico con una razón de eficacia  $\delta$  = 2.

**Falso** 

3. Si los algoritmos ALG1(x) y ALG2(y) son espacio logarítmicos, entonces el algoritmo ALG(x) que contiene los siguientes pasos:

```
–y = ALG1(x)
–Return ALG2(y)
```

es también espacio logarítmico.

¿Falso?

4. Si P1  $\propto$  P2  $\propto$  P3 y P1 es semidecidible, entonces P3 también lo es. Falso

```
5. Si NL = NP, entonces NP = CoNP.
```

Verdadero

#### 6.4) Extraordinaria, 2022

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. Una MT multicinta se puede simular con una MT multipista con la misma complejidad en tiempo.

**Falso** 

- 2. Si un problema se puede resolver con una MT con complejidad f(n), entonces se puede resolver en otra MT con complejidad 0.25f(n) + n. Verdadero
- 3. Si el problema SAT se pudiese resolver en tiempo polinómico, entonces el problema FSAT (encontrar una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas cuando esta exista) también se podría resolver en tiempo polinómico.

Verdadero

4. Si P1 y P2 son dos problemas de decisión y P1  $\propto$  P2 en espacio logarítmico y P1 es NP-Completo, entonces P2 también lo es.

Verdadero

5. Si una MT se mueve a la izquierda en la cinta de salida, entonces su complejidad en espacio es, al menos, O(n).

**Falso** 

## 6.5) Ordinaria, 2021

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. Cualquier problema NP puede resolverse en espacio polinómico y tiempo exponencial.

Verdadero

2. Una máquina de Turing universal puede calcular cualquier cosa que cualquier otra máquina de Turing pueda calcular.

Verdadero

3. Se sabe que el complementario de SAT no tiene un algoritmo de tiempo polinómico.

Verdadero

4. Si A es un problema NP-completo y A  $\propto$  B, entonces B es NP-completo.

**Falso** 

5. Si P = NP, entonces el problema del viajante de comercio se puede resolver en tiempo polinómico determinista.

Verdadero

#### 6.6) Extraordinaria, 2021

Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. La clase L es distinta de PESPACIO.

Verdadero

2. El problema SAT para cláusulas Horn es NP-completo.

**Falso** 

3. Si el problema P1 se reduce al problema P2 y P2 es semidecidible, entonces también lo será P1.

Verdadero

4. Si un problema está en NL, entonces se puede resolver en tiempo polinómico determinista.

Verdadero

5. Las posibilidades de la computación cuántica ponen en duda la tesis de Church-Turing.

**Falso**