

# Comportamiento asintótico en ecuaciones en diferencias de coeficientes constantes. (1)

Sea una ecuación

$$a_k x_{n+k} + \dots + a_1 x_{n+1} + a_0 x_n = b_0 \quad (*)$$

donde  $a_k, \dots, a_1, a_0, b_0$  son todos números reales

y  $a_k \neq 0$ .

Lema 1 Sea  $x_n$  solución de  $(*)$ , con  $x_n \rightarrow x^*$

entonces

$$\left[ \sum_{i=0}^k a_i \right] x^* = b_0$$

Si suponemos

$$\sum_{i=0}^k a_i \neq 0$$

$(*)$  1

entonces el valor  $x^*$  no depende de la solución  $x_n$ ,

y queda determinado por los coeficientes.

Sea

$$P(\lambda) = a_k \lambda^k + a_{k-1} \lambda^{k-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \quad (2)$$

el polinomio característico de la correspondiente ecuación homogénea,  $\sigma$  el espectro

$$\sigma = \left\{ \lambda \in \mathbb{C} / P(\lambda) = 0 \right\},$$

entonces  $(*)$  se escribe como  $1 \notin \sigma$ .

Supongamos que se verifica  $(*)$ , entonces  $(*)$  se dirá convergente si  $x_n \rightarrow x^*$  para cualquier solución.

Teorema: Son equivalentes:

- ① ~~la serie~~  $(*)$  es convergente
- ② Todas las soluciones de la correspondiente homogénea tienden a cero.
- ③  $\forall \lambda \in \sigma \quad |\lambda| < 1$ .

③

$1 \Leftrightarrow 2$  Se deduce de la relación entre las soluciones de la homogénea y la completa.

$2 \Leftrightarrow 3$  Es similar a Lema 1 dentro del Modelo Samuelson.