

## ■ COMBINATORIA

1. **Variaciones sin repetición** de “m” elementos tomados de “n” en “n”, siempre con  $n < m$ , son los distintos grupos que se pueden formar con los “m” elementos, de manera que:

- En cada grupo entren exactamente “n” elementos distintos.
- Dos grupos son distintos si se diferencian en algún elemento o en el orden de colocación de estos.

Se denota  $V_m^n = m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)$

**Ejemplo:**

¿De cuántas formas pueden llegar a la meta los 3 primeros clasificados en una carrera de 10 corredores? (Se advierte que ningún corredor puede llegar al mismo tiempo que otro).

2. **Variaciones con repetición** de “m” elementos tomados de “n” en “n” son los distintos grupos que se pueden formar con los “m” elementos, de manera que:

- En cada grupo entren exactamente “n” elementos repetidos o no.
- Dos grupos son distintos si se diferencian en algún elemento o en el orden de colocación de estos.

Se denota  $VR_m^n = m^n$

**Ejemplo:**

Lanzamos cuatro veces consecutivas una moneda obteniendo en cada lanzamiento cara (C) o cruz (+). ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener?

3. **Permutaciones sin repetición** de “n” elementos son los distintos grupos que se pueden formar con los “n” elementos, de manera que:

- En cada grupo están los “n” elementos.
- Un grupo se diferencia de otro únicamente en el orden de colocación de los elementos.

Se denota  $P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1$

**Ejemplo:**

¿De cuántas formas distintas podemos sentar a cinco personas en un banco de un parque? (Todas han de estar sentadas a la vez).

4. **Permutaciones con repetición** de “n” elementos, donde el primer elemento se repite “a” veces, el segundo “b” veces y el último “k” veces, de modo que  $a + b + \dots + k = n$ , son los distintos grupos que se pueden formar con los “n” elementos, de manera que:

- En cada grupo de “n” elementos, el primero aparece “a” veces, el segundo “b” veces y de la misma forma con todos hasta el último.
- Un grupo se diferencia de otro únicamente en el orden de colocación de los elementos.

Se denota  $PR_n^{a,b,\dots,k} = \frac{n!}{a!b!\dots k!}$

**Ejemplo:**

Tenemos cinco monedas de un euro, dos en posición de cara y tres en posición de cruz. ¿Cuántas ordenaciones podemos formar en las que siempre estén dos en la posición de cara y tres en la posición de cruz?

5. **Combinaciones sin repetición** de “m” elementos tomados de “n” en “n”, siempre con  $n < m$ , son los distintos grupos que se pueden formar con los “m” elementos, de manera que:

- En cada grupo entren exactamente “n” elementos distintos.
- Dos grupos son distintos si se diferencian en algún elemento, pero no en el orden de colocación de estos.

Se denota  $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \frac{V_m^n}{P_n}$

**Ejemplo:**

Como respuesta a un anuncio de trabajo, se presentan doce personas para cubrir tres plazas de administrativo. ¿Cuántos grupos diferentes de tres personas pueden ser elegidos?

6. **Apéndice**

- a. **Números combinatorios:**

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!} = C_m^n$$

**Propiedades**

- $\binom{m}{0} = 1$
- $\binom{m}{m} = 1$
- $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$
- $\binom{m}{n-1} + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n}$
- La suma de todos los números de la fila “n” es “ $2^n$ ”

- b. **Binomio de Newton**

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$