

Trabajo Práctico N° 1: Lógica Proposicional

1) Sea $\Sigma = V \cup K \cup P$ $V = \{p, q, r\}$ $K = \{\sim\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ $P = \{(\,,\,)\}$

Determinar cuáles de las siguientes expresiones son fórmulas bien formadas y cuáles no justificando las respuestas:

- | | |
|-----------------------|--|
| a) p | h) $(p \sim q) \rightarrow r$ |
| b) $)p)$ | i) $\sim p \rightarrow \sim p$ |
| c) $(p \vee \sim q)$ | j) $\sim p \sim \rightarrow p$ |
| d) $p \vee \sim q$ | k) $((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p))$ |
| e) $\sim(p \vee r)$ | l) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ |
| f) $\sim p \vee r$ | m) $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ |
| g) $pq \rightarrow r$ | n) $(p \vee \wedge q)$ |

2) Sea $\Sigma = V \cup K \cup P$ $V = \{p, q, r, s\}$. $K = \{-\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ $P = \{(\,,\,)\}$

Hallar la valuación de cada una de las fórmulas θ para las interpretaciones dadas en cada caso.

- | | | | |
|--|------|------------------|------------------|
| a) $\theta = (p \wedge q) \Rightarrow r$ | para | $I = \{r\}$ | |
| b) $\theta = [p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow \sim s$ | para | $I_1 = \{s, q\}$ | $I_2 = \{q, r\}$ |
| c) $\theta = (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ | para | $I = \{r\}$ | |
| d) $\theta = (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ | para | $I = \{p\}$ | |
| e) $\theta = (p \vee \neg q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge p)$ | para | $I = \{p\}$ | |
| f) $\theta = [(p \Rightarrow r) \vee (\neg s \Leftrightarrow r)] \Rightarrow \neg(q \vee p)$ | para | $I = \{s\}$ | $I_2 = \{q, r\}$ |

3) Sea $\Sigma = V \cup K \cup P$ $V = \{p, q, r, s\}$. $K = \{-\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ $P = \{(\,,\,)\}$

Hallar la valuación de cada una de las fórmulas θ para todas las interpretaciones posibles.

Escribir al menos una interpretación en cada caso donde $I \models \theta$ y donde $I \not\models \theta$, si es posible.

- a) $\theta = (p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$
 b) $\theta = [p \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q)] \Leftrightarrow p \wedge (\neg p \vee \neg q)$
 c) $\theta = [\neg(\neg p \vee q) \vee q] \vee p \Leftrightarrow (q \vee p)$
 d) $\theta = [(p \vee q) \wedge \neg q] \Leftrightarrow (\neg p \wedge q) \Rightarrow p$
 e) $\theta = [\neg(p \wedge q) \vee \neg p] \wedge q \Leftrightarrow (\neg p \wedge q) \Rightarrow q$
 f) $\theta = [(p \wedge q) \vee r] \Rightarrow s$

4) Sea $\Sigma = V \cup K \cup P$ $V = \{p, q, r\}$ $K = \{-\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ $P = \{(\,,\,)\}$

Probar que las siguientes fórmulas son tautologías.

- a) $\theta = [p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p$
 b) $\theta = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
 c) $\theta = [p \Rightarrow (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)]$
 d) $\theta = \neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \neg q)$

- 5)** Dada la siguiente implicación: “Si un número entero es múltiplo de 4, es múltiplo de 2”
- Determinar en lenguaje coloquial sus implicaciones asociadas.
 - Probar que la implicación directa y la contrarrecíproca son equivalentes.
- 6)** Dado el conjunto de fórmulas, hallar una valuación que satisfaga a S.
- $S = \{(p \wedge q), (p \Rightarrow q)\}$
 - $S = \{(p \vee q), (p \Rightarrow r), (q \wedge r)\}$
 - $S = \{(p \vee q), (p \Rightarrow r), (q \Leftrightarrow r)\}$
- 7)** Dadas las siguientes proposiciones compuestas, identificar las proposiciones primitivas, escribir en forma simbólica y construir la tabla de verdad para cada fórmula e indicar si se trata de tautología, contingencia o contradicción.
- Si ocho es múltiplo de nueve, entonces, es múltiplo de tres. Ocho no es múltiplo de tres. Por lo tanto, ocho no es múltiplo de nueve.
 - Si la figura F es un rectángulo, entonces es un polígono. La figura F es un rectángulo. Por lo tanto, la figura F es un polígono.
 - Si es un gato entonces come carne. Si come carne entonces es felino. Por lo tanto si es un gato, es felino.
 - Si el día está nublado y hay pronóstico de lluvia salgo con paraguas. Hoy no está nublado pero hay pronóstico de lluvia. Entonces no salgo con paraguas.
 - Si un juego es multijugador y se estrena en octubre entonces consigue muchas ventas. “God of War” no es multijugador y no se estrenó en octubre, pero consiguió muchas ventas.
- 8)** Determinar si las siguientes fórmulas son satisfacibles, justificando tus respuestas.
- $\{p, p \wedge q, q \rightarrow r\} \models q \vee p$
 - $\{p \rightarrow r, (p \vee q) \wedge s, s \rightarrow r\} \models s \wedge q$
 - $\{q \rightarrow p, \sim p \wedge q\} \models q$
 - $\{r \rightarrow p, (p \rightarrow q) \wedge (s \vee \sim r)\} \models p \rightarrow \sim r \vee s \wedge \sim q$
- 9)** Demostrar la validez de las siguientes afirmaciones mediante tabla de verdad:
- $\{p \wedge q, q \rightarrow r\} \models q \vee p \wedge r$
 - $\{\sim p \rightarrow r, (p \vee r) \wedge s, q \rightarrow r\} \models r \wedge q$
 - $\{q \rightarrow p \vee r, \sim(p \wedge q)\} \models r \vee \sim q$
 - $\{s \rightarrow p, \sim(p \rightarrow q) \wedge (s \vee \sim r)\} \models p \rightarrow \sim(r \vee s) \wedge \sim q$
- 10)** Aplicando reglas de prioridad, determinar qué paréntesis son redundantes en las siguientes fórmulas y reescribirlas:
- $((p \wedge q) \vee q) \leftrightarrow ((r \rightarrow q) \vee (p \wedge r))$
 - $((\sim p \rightarrow r) \vee (p \vee r) \wedge (s \wedge q)) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow q)$
 - $((q \vee s) \rightarrow p) \vee (r \wedge \sim(p \wedge q)) \leftrightarrow (r \vee \sim q)$

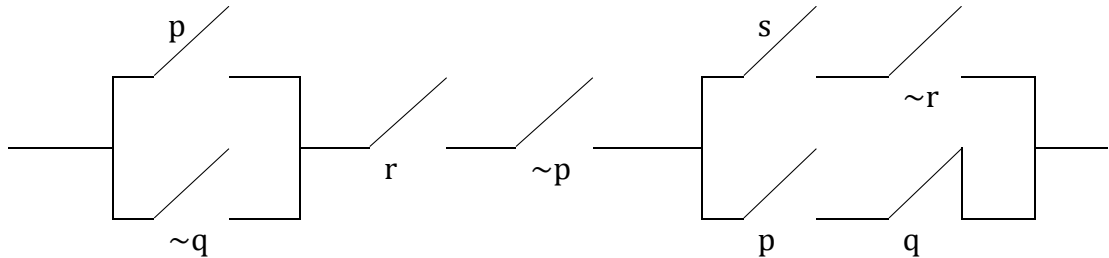
11) Construir los circuitos lógicos asociados a las siguientes expresiones

a) $((p \wedge \sim q) \vee q) \vee ((\sim r \wedge q) \vee (r \vee p) \wedge r)$

b) $((p \wedge s \wedge \sim q) \vee q \wedge \sim s) \wedge ((\sim r \wedge q) \vee ((r \vee p) \wedge \sim r))$

12) Hallas las expresiones que forman los siguientes circuitos lógicos:

a)



b)

