Trabajo Práctico Nº 3: Estructuras Algebraicas

1) Dados los pares formados por un conjunto numérico y una operación ordinaria, determinar la estructura algebraica de cada par, justificando las respuestas.
a) $(N,+)$ b) $(N,\cdot)$ c) $(N,-)$ d) $(Z,+)$ e) $(Z,\cdot)$ f) $(Z,\div)$

2) Dado el siguiente conjunto A, determinar la estructura algebraica del par $(A,+)$ y $(A,\cdot)$.

a) $A=\left\{x/x=\frac{1}{2}k;k\in Z\right\}$ b) $A=\left\{x/x=3^k;k\in N_0\right\}$ c) $A=\{x/x=2k+1;k\in Z\}$

3) Determinar en cada caso si el par (G , +) es grupo abeliano, donde:
a) G_1 = { x / x = 3 k , k $\in$ N } ; + es la adición.
b) G_2 = { x / x = 2^k, k $\in$ Z } ; + es el producto ordinario.
c) G_3 = { 1; -1 } ; + es la adición.
d) G_4 = { 1; -1 } ; + es el producto ordinario.

4) Determinar si (Z , +) es grupo abeliano.
a) Para la operación + definida mediante: a + b = 2ab
b) Para la operación + definida mediante: a + b = a + b + 3.

5) El grupo de los cuatro elementos de Klein consiste en un conjunto $A=\{a,b,c,d\}$ con la ley de composición + definida por la tabla:

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Asumiendo que (A, +) es asociativo:

i) Verificar que (A,+) es grupo.

ii) Si $H=\{a,b\}$. ¿Es (H, +) es subgrupo de (A, +)? Justificar.

iii) Si $B=\{a,b,c\}$. ¿Es (B, +) es subgrupo de (A, +)? Justificar.

6) Dado el conjunto B = {1; 3; 5; 15}. Determinar la estructura algebraica de (B,+) donde se define + mediante:
a) $a+b=mcm(a,b) \quad \forall a,b\in B$
b) $a+b=mcd(a,b) \quad \forall a,b\in B$

7) Verificar que $(Z,+,\cdot)$ es un anillo conmutativo con unidad.

8) Comprobar que $(K^{nxn},+,\cdot)$ es un anillo con unidad.

9) Sea K = { 0, 1 } y las operaciones + y • definidos en K, según las siguientes tablas:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

•	0	1
0	0	0
1	0	1

Probar que estas operaciones definen sobre K una estructura de cuerpo.

10) Analice la estructura algebraica de los pares: (R, +) y (R, •) donde: + es la adición y • es el producto.

11) Analice la estructura algebraica (R, +, •) donde: + es la adición y • es el producto.